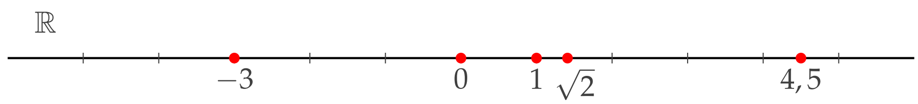
La recta real, el plano y el espacio

La recta real $\mathbb{R}$

Los números reales pueden representarse en una recta (en general, por convención, se dibuja una recta horizontal). Fijamos un punto como el 0 y otro punto a su derecha como el 1. Todos los puntos de la recta van a representar números y cada número real se puede representar con un punto.
Los números a la derecha del 0 serán los positivos y los números a la izquierda del 0 serán los negativos. La escala de su ubicación está definida por la distancia entre el 0 y el 1 (el 2 estará al doble de distancia, el -3 al triple, el $4,5$ a 4 unidades y media de distancia del 0, $\sqrt{2}$ a $1,41421356...$ unidades).



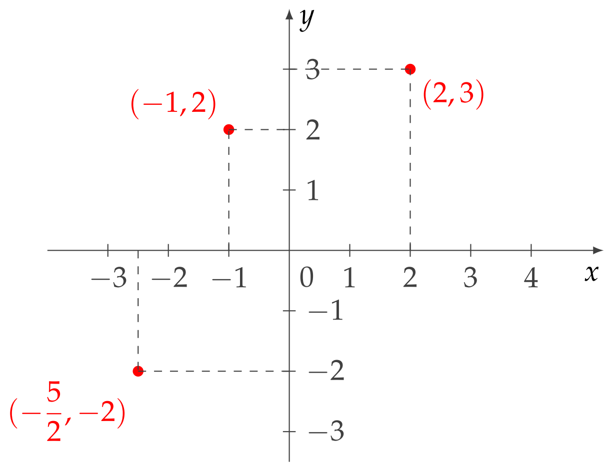
Se define el *módulo* o *valor absoluto* de un número real x (y se escribe $|x|$) como la distancia del número x al 0. Por lo tanto $|3| = 3$, $|-2| = 2$ y $|0| = 0$. Notar que, como el módulo es una distancia, siempre será mayor o igual que 0. Entonces, por ejemplo, se tiene que

$$\{x \in \mathbb{R} : |x| = 5\} = \{-5, 5\},$$

ya que -5 y 5 son todos los números que distan 5 del 0.

El plano $\mathbb{R}^2$

Podemos identificar puntos en el plano usando *pares ordenados* de núme-ros reales, por ejemplo $(2,3)$, $(-1,2)$, $(-\frac{3}{2}, -2)$. Al primer número del par se lo llama *primera coordenada* y, al segundo, *segunda coordenada*.
Para esto, dibujamos en el plano dos rectas perpendiculares que llamaremos *ejes*. A la recta horizontal la llamaremos *eje x* y a la vertical, *eje y*. Los dos ejes se cortan en un punto, que llamaremos *origen de coordenadas*, al que le asignamos el par de números $(0,0)$. A este plano lo llamaremos *plano real* o $\mathbb{R}^2$.
Ahora ya podemos representar pares ordenados, teniendo en cuenta que la primera coordenada corresponde al eje x y la segunda, al eje y. Por ejemplo, el punto $(2,3)$ está ubicado 2 hacia la derecha y 3 hacia arriba a partir del origen de coordenadas. De la misma forma, $(-1,2)$ está 1 hacia la izquierda y 2 hacia arriba del origen, y $(-\frac{5}{2}, -2)$ está $\frac{5}{2}$ hacia la izquierda y 2 hacia abajo del origen:



El espacio $\mathbb{R}^3$

En forma análoga a lo visto en el plano real, podemos representar puntos en el espacio. En este caso, en lugar de pares ordenados usaremos *ternas ordenadas* de números reales, por ejemplo, $(2, 3, 1)$, $(1, -1, 4)$, $(3, 0, -1)$. Como antes, los números que forman la terna se llaman *coordenadas*.

Para esto, a partir del plano real con ejes x e y (que representamos en el espacio en forma horizontal), agregamos una tercera recta perpendicular y que lo corta en el origen, a la que llamamos *eje z*. Al conjunto de todas las ternas (x, y, z) de números reales lo notaremos $\mathbb{R}^3$. La tercera coordenada z representa la "altura" a la que está el punto respecto del plano del "piso". Por ejemplo, para representar el punto $(2, 3, 1)$, podemos ubicar en primer lugar el punto de coordenadas $x = 2, y = 3$ en el plano horizontal y luego subir 1 unidad, como indica su tercera coordenada. Similarmente, el punto $(1, -1, 4)$ está ubicado 4 unidades hacia arriba del punto de coordenadas $x = 1, y = -1$ en el plano horizontal. El punto $(3, 0, -1)$, al tener tercera coordenada negativa, está 1 unidad hacia abajo del punto con $x = 3, y = 0$ del plano horizontal.