



UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO
FACULTAD DE CIENCIAS APLICADAS A LA INDUSTRIA

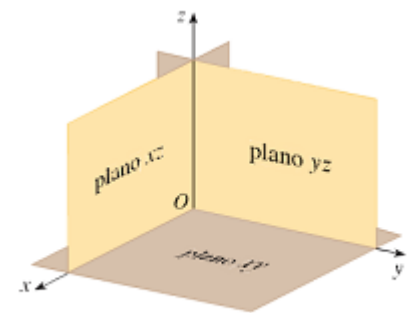


Introducción

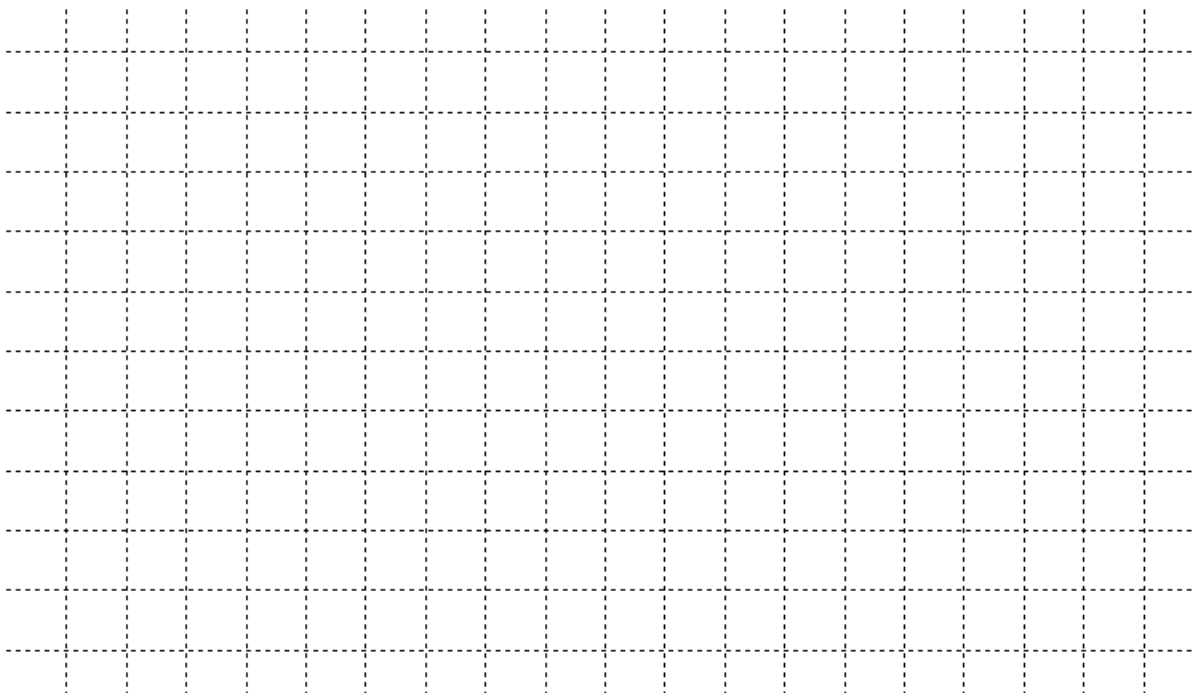
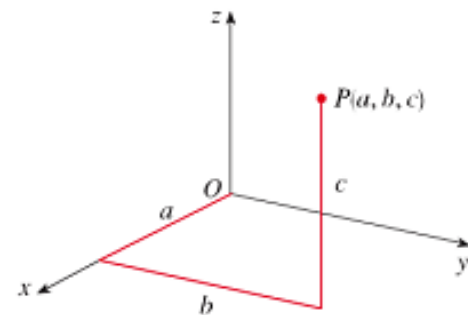
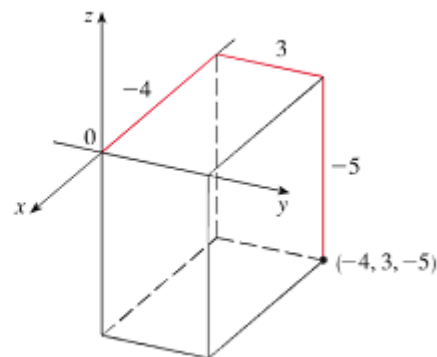
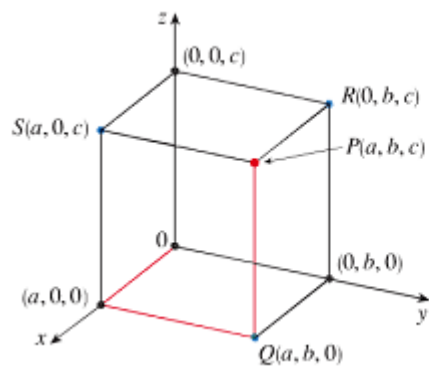


*Guía de Estudio Nº1
MATEMÁTICA III - Curso 2019
FCAI-UNCuyo*

Espacio euclídeo R^3



(a) Planos coordenados



Concepto de función

Recordemos: Una función f de un conjunto A en un conjunto B es una regla que asigna a cada elemento a de A un único elemento b de B .

Se denota $f: A \rightarrow B$ / $b = f(a)$

- En Matemática II se utilizaron **funciones escalares** (funciones reales de variable real)

$$f: R \rightarrow R$$

Por ejemplo:

¿Cuál es su representación gráfica? ¿y numérica?

Campo escalar

Sea A el conjunto de vectores del espacio tridimensional
¿Qué magnitud escalar se puede asociar a cada elemento de A ?



¿Es esta regla una función?

¿cuál es su esquema?

- A este tipo de función lo llamamos ***Campo Escalar***
En general, el esquema funcional es:

Ejemplos de campos escalares

$$*Ecuación del gas ideal* \quad \mathbf{PV = RT}$$

V= volumen específico del gas ideal (volumen molar)

P= presión

T= temperatura

R= constante de los gases (no varía)

¿Cuántas variables participan?

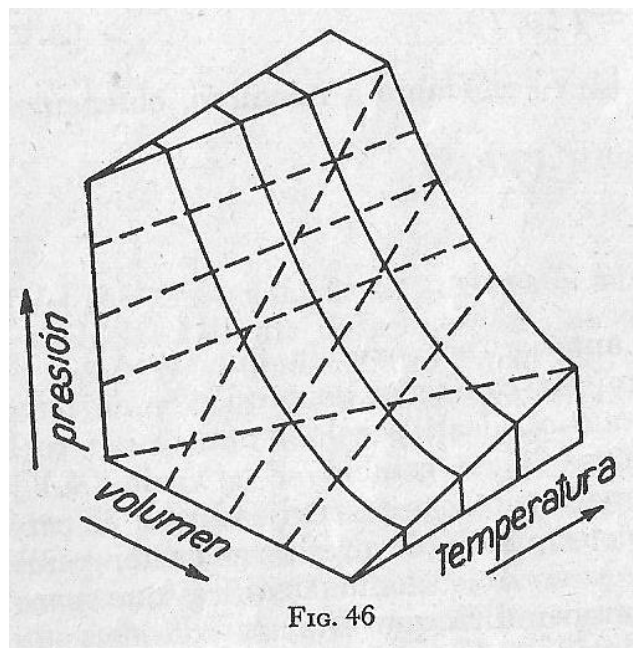
¿cuántas variables están libres?

¿Puedo expresar P en función de T y V?

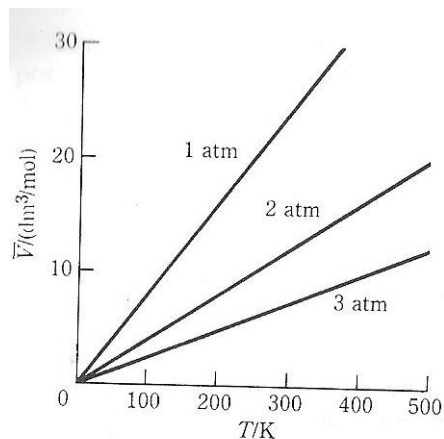
¿Puedo expresar T en función de P y V?

Indica en cada caso cuáles son las variables independientes y las dependientes.

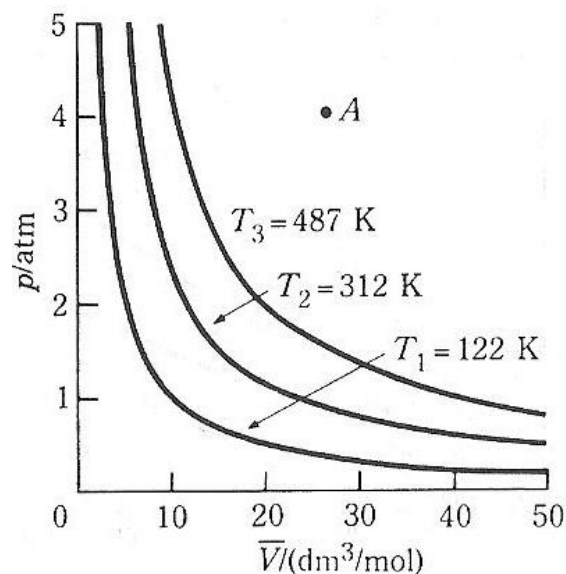
Representación gráfica



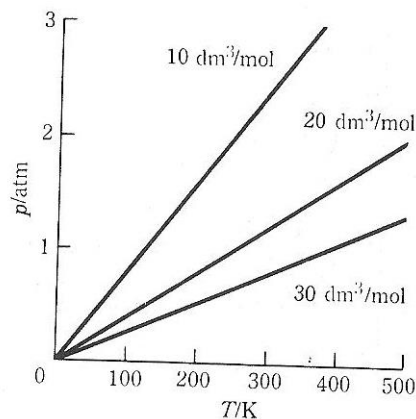
$$PV = RT$$



Isóbaras del gas ideal.



Isotermas del gas ideal.



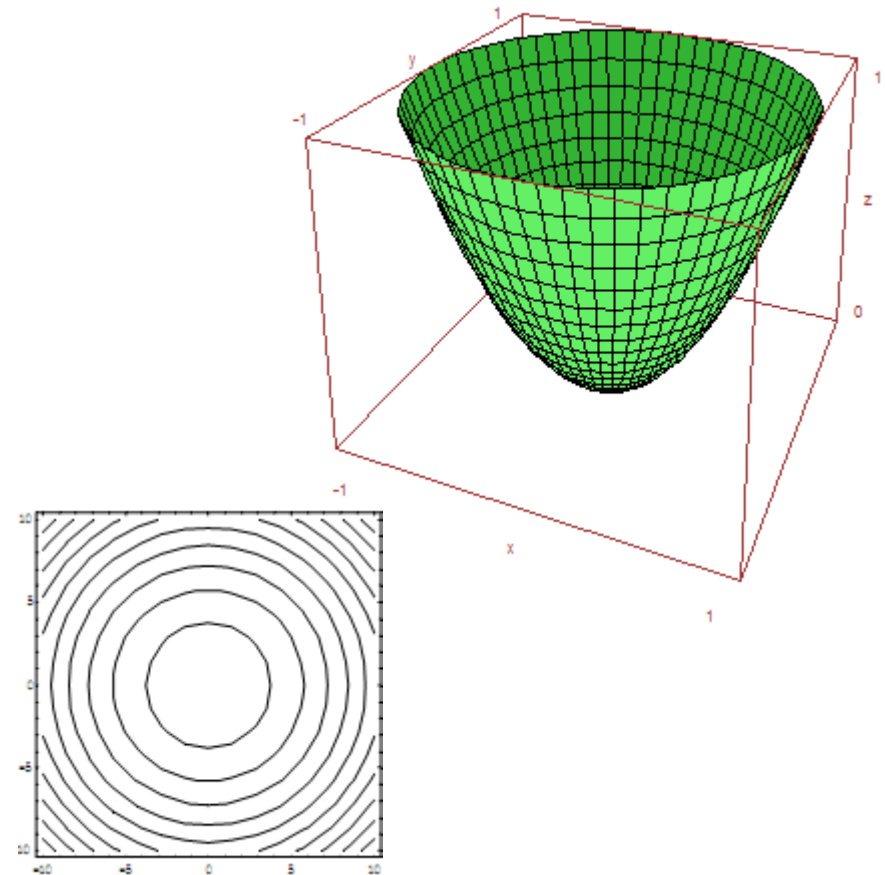
Isométricas del gas ideal.

Lorenzo F. Ruiz «curso de termodinámica», Ed. Melior, Bs. As., 1989
 Catellan G. «Fisicoquímica», Addison Wesley L. México, 1998.

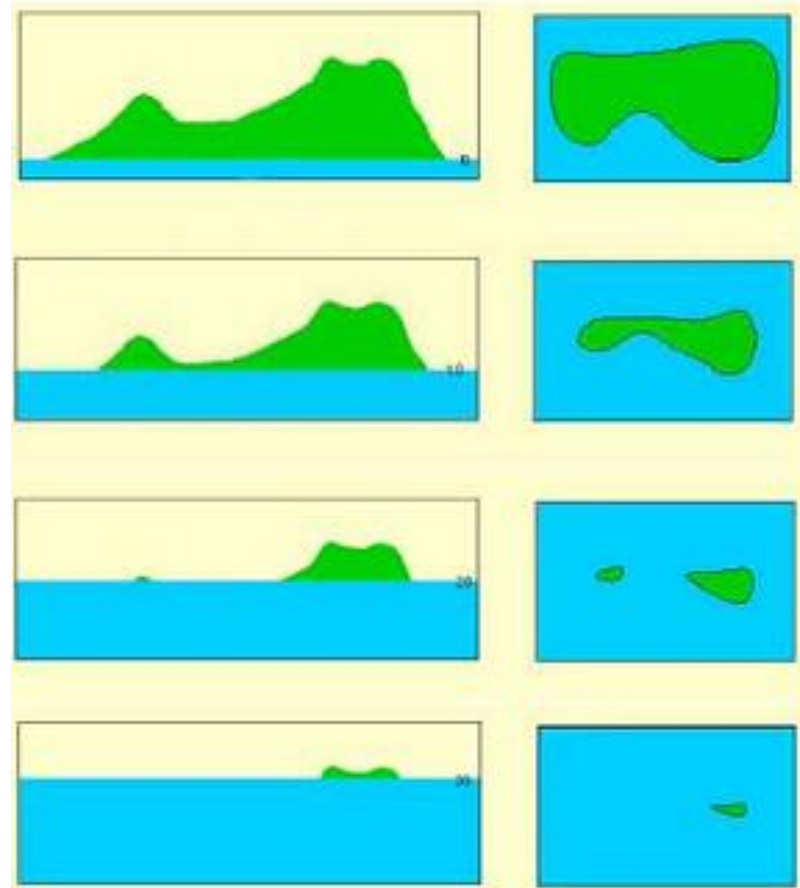
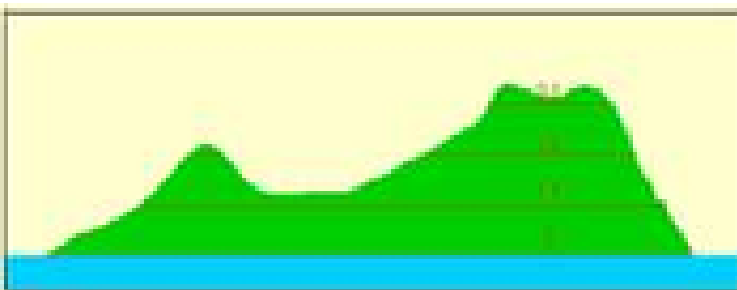
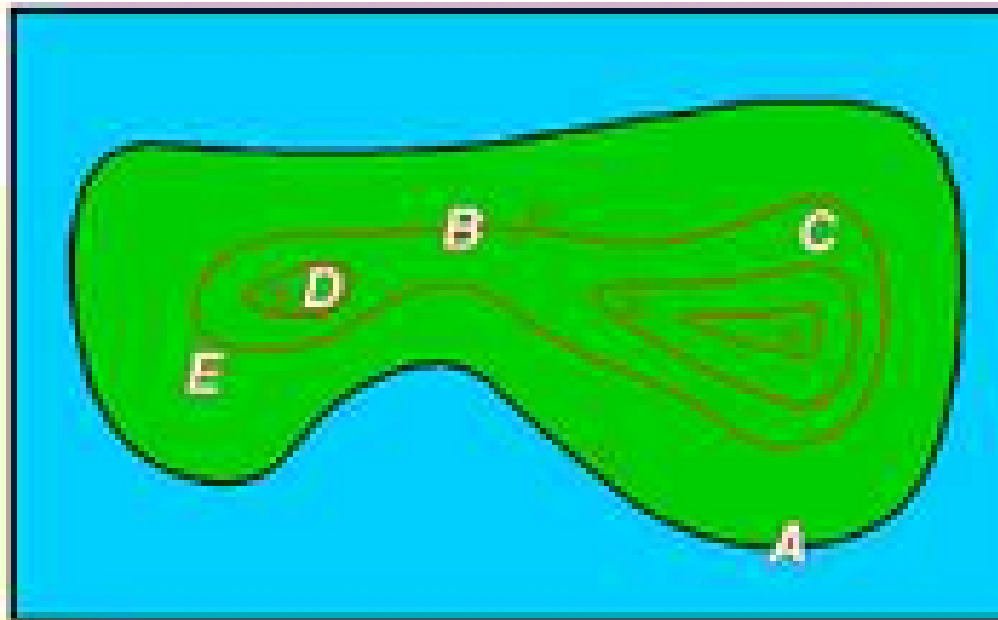
Representación de funciones de dos variables

- Expresión analítica $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x, y) = x^2 + y^2$
- Gráfica en \mathbb{R}^3 : Trazas
- Curvas de nivel
- Aproximación numérica

x\y	-2	-1	0	1	2
-2	8	5	4	5	8
-1	5	2	1	2	5
0	4	1	0	1	4
1	5	2	1	2	5
2	8	5	4	5	8



Curvas de nivel



Otras representaciones de campos escalares

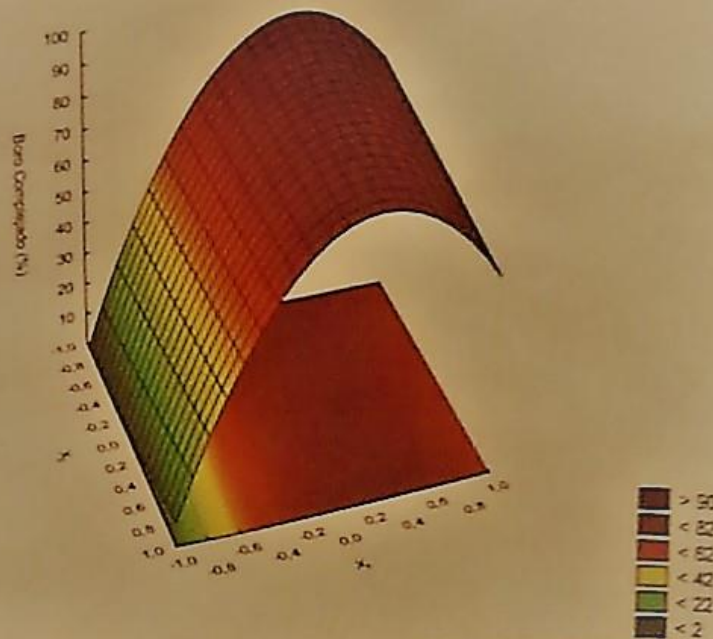
Complejación de Boro con Ácido Cítrico: efecto de la concentración de boro y de las relaciones molares

Javier Rigau¹, Nicolás Casin², Pablo Pacheco², Hugo Saitúa¹

1 INTEQUI-Universidad Nacional de San Luis, Ejército de los Andes 970.

2 INQUISAL-Universidad Nacional de San Luis, Chacabuco y Pedernera
hugosaitua@gmail.com

Fig. 1- Superficie de Respuesta de Boro Complejado (%)



La Figura 1 muestra la superficie de respuesta para (B%), donde puede observarse una cima casi estacionaria en la dirección de X_2 (AC/B), mientras el factor X_1 (B) muestra un efecto cuadrático con un máximo en 0,5 (0,087 M).

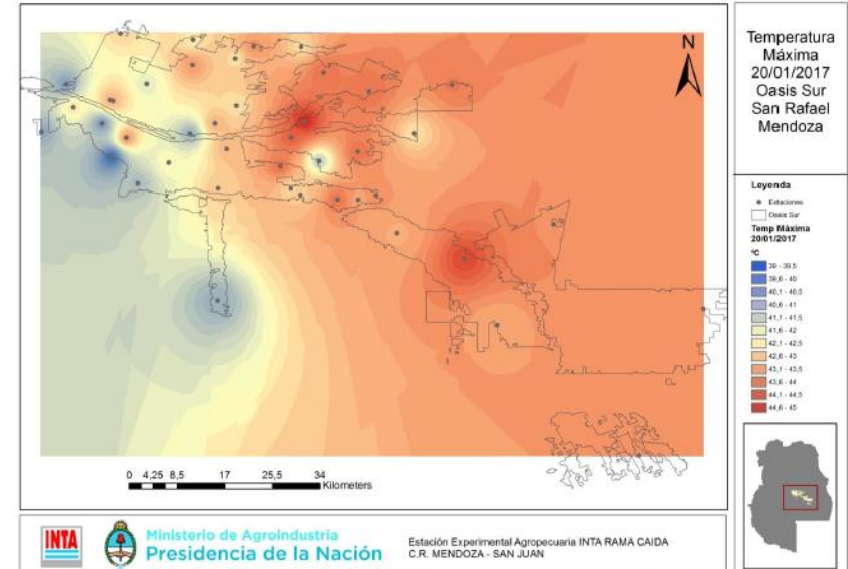


Figura 8. Distribución de las temperaturas máximas registradas el 20/01/2017 en el oasis sur de la provincia de Mendoza (Argentina).

Estudio climático en el oasis sur de la provincia de Mendoza. Datos meteorológicos 2016-2017 | Mayo 2018

Pablo Castro; Rubén Osorio; Carlos Brieva - INTA EEA Rama Caída - PRET Desarrollo del Oasis Sur

11

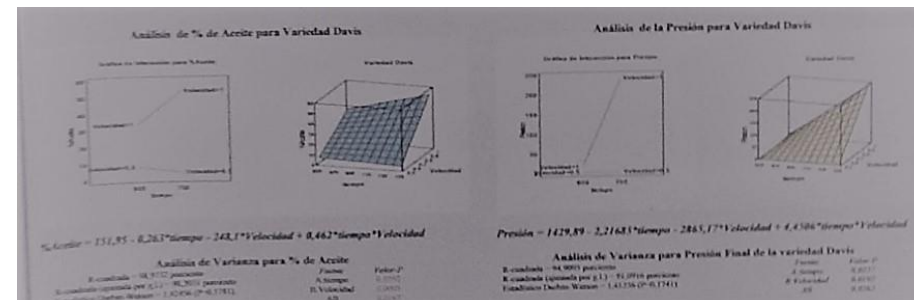
CLICAP 2018 - FCAI - SAN RAFAEL - MENDOZA

Optimización del proceso de prensado de nuez (*Juglans regia L.*) utilizando equipo INSTRON para obtención de aceite. Modelado para su aplicación a escala industrial.

Gerardo Calvo (1); Carolina Peña (1); Celso Camusso (1,2)

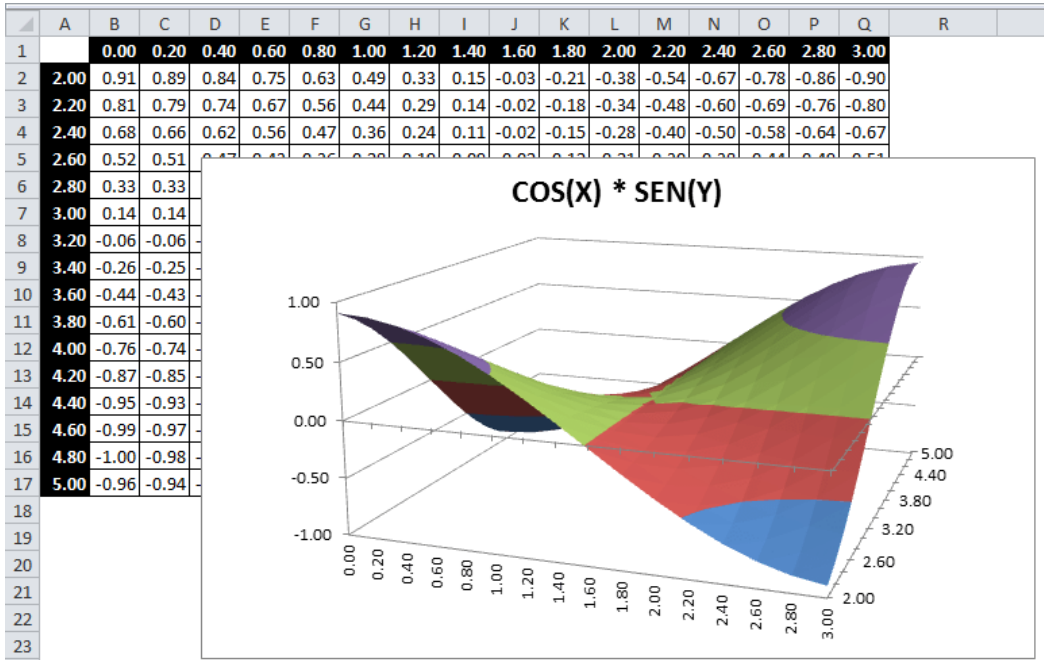
1- Instituto de Tecnología Agroindustrial-Universidad Nacional de La Rioja- Av. Luis de La Fuente S/N. 5.300- La Rioja, Argentina.
e-mail: gerardocalvo@gmail.com

2- Facultad de Ciencias Agropecuarias-Universidad Nacional de Córdoba, C.C. 509 (5.000) Córdoba, Argentina



https://sites.google.com/a/unitru.edu.pe/agroindustrial-science/contenidos/AGROINDSCV1N2/agroindscv1n2_76-83

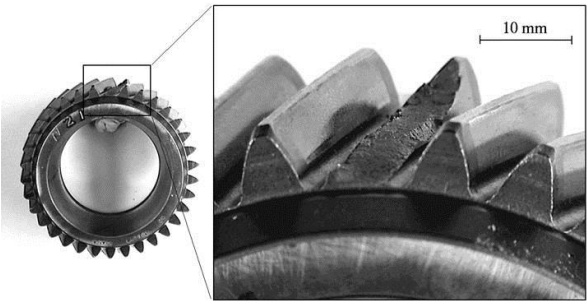
http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-27382016000100231



<https://exceltotal.com/graficar-funciones-matematicas-en-excel/>



<https://www.archdaily.com/296093/the-church-of-st-alloysius-erdy-mchenry-architecture/571db5fae58ecec942000011-the-church-of-st-alloysius-erdy-mchenry-architecture-photo>



<https://clr.es/blog/es/evitar-rotura-por-fatiga-piezas/>

<https://www.absolutviajes.com/la-magica-plataforma-king-cross-londres/>

Función vectorial

Una partícula se mueve en el espacio siguiendo una trayectoria. La función que a cada instante t le asigno su **posición** (x,y,z) es un ejemplo de **función vectorial**, a esta función se asocian las **funciones velocidad** y **aceleración**

Posición

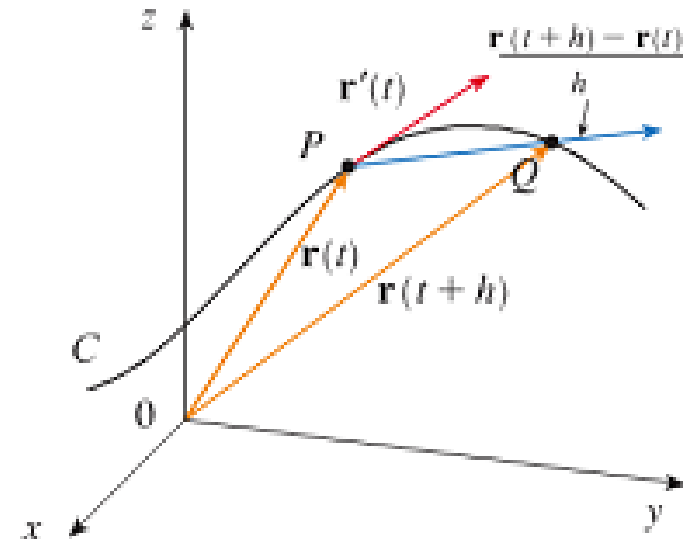
$$\vec{r} = \vec{r}(t) = x(t)\hat{i} + y(t)\hat{j} + z(t)\hat{k}$$

Velocidad

$$\vec{v}(t) = x'(t)\hat{i} + y'(t)\hat{j} + z'(t)\hat{k}$$

Aceleración

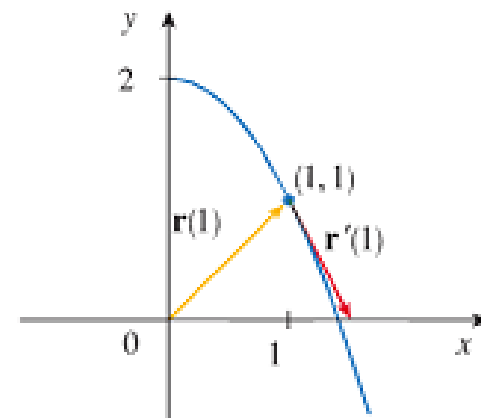
$$\vec{a}(t) = x''(t)\hat{i} + y''(t)\hat{j} + z''(t)\hat{k}$$



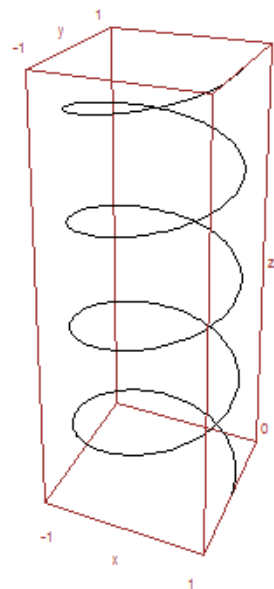
Ejemplos de funciones vectoriales

- $\vec{r}: [0, +\infty) \rightarrow R^2 / \vec{r}(t) = \sqrt{t} \hat{i} + (2 - t)\hat{j} = \langle \sqrt{t}, 2 - t \rangle$

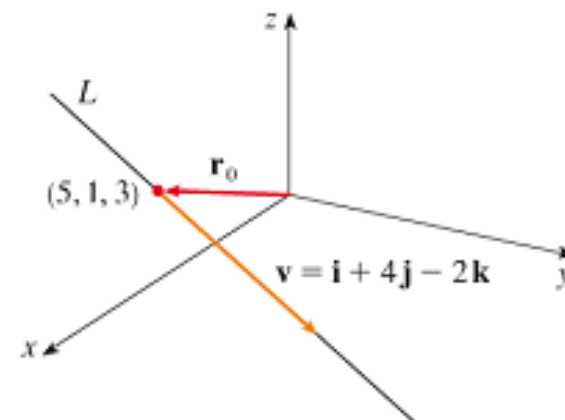
ó $x(t) = \sqrt{t}; y(t) = 2 - t; t \geq 0.$



- $\vec{v}(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}} \hat{i} - \hat{j}$



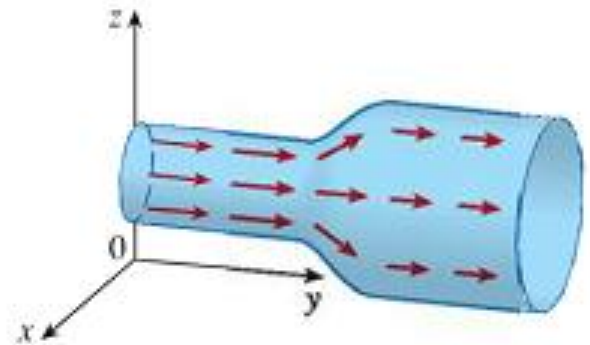
- $\vec{r}: R \rightarrow R^3 \quad \vec{r}(t) = \vec{r}_0 + t\vec{v}$



Steewart, J., «Cálculo de varias variables», C. L.2008

Campo vectorial

Consideremos un fluido en movimiento en estado estacionario que circula por una tubería y sea \vec{v} el **vector velocidad** de una partícula en el interior de la tubería en la **posición (x,y,z)**
¿puedes establecer una regla que relacione estos datos?



en Stewart, J, Obr.cit.

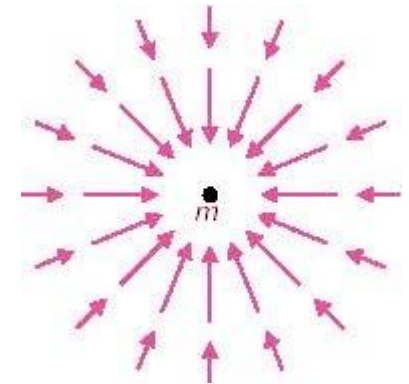
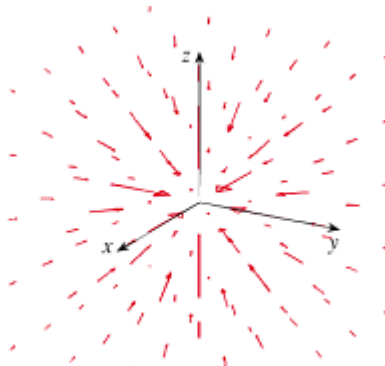
¿Quiénes son las variables independientes?

- A este tipo de función lo llamamos **Campo Vectorial**
En genral, el esquema funcional es:

Ejemplos de campos vectoriales

- Campo de fuerza gravitacional

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = -\frac{mMG}{|\mathbf{x}|^3} \mathbf{x}$$



en Stewart, J, Obr.cit.

- Campo gradiente

$$\nabla f(x, y, z) = \frac{\partial f}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial f}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial f}{\partial z} \mathbf{k}$$

- Rotacional de un campo vectorial (observa la notación)

$$\mathbf{F} = P \mathbf{i} + Q \mathbf{j} + R \mathbf{k}$$

$$\text{rot } \mathbf{F} = \left(\frac{\partial R}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial z} \right) \mathbf{i} + \left(\frac{\partial P}{\partial z} - \frac{\partial R}{\partial x} \right) \mathbf{j} + \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) \mathbf{k}$$

Composición de funciones

Realiza todas las composiciones que puedas entre estas funciones y luego clasifica la función compuesta.

- $\vec{r}: R \rightarrow R^3$ tal que $\vec{r}(t) = \sqrt{t} \hat{i} + t\hat{j} + 2\hat{k}$
- $f: R \rightarrow R$ tal que $f(x) = x^2$
- $\vec{G}: R^4 \rightarrow R^2$ tal que $\vec{G}(x, y, z, t) = (x + z)\hat{i} - t\hat{j}$
- $F: R^3 \rightarrow R$ tal que $F(x, y, z) = zx^2$

Superficies

Superficie de nivel: Conjunto solución de la ecuación

$$f(x, y, z) = k$$

donde **f** es una función de tres variables independientes y **k** es una constante.

Superficie cuádrica: gráfica del conjunto solución una ecuación de segundo grado de la forma:

$$Ax^2 + By^2 + Cz^2 + Dxy + Exz + Fyz + Gx + Hy + Iz + J = 0$$

donde alguno de los coeficientes A, B, C, D, E ó F no es nulo.

Superficie cilíndrica: figura geométrica generada por una recta que se desplaza en forma paralela a una recta **L** pasando por una curva **C**.

Superficie reglada: Superficie **S** en la que por cada punto **P** de **S**, pasa una recta que está contenida en **S**

Superficie de nivel

$$f(x, y, z) = k$$

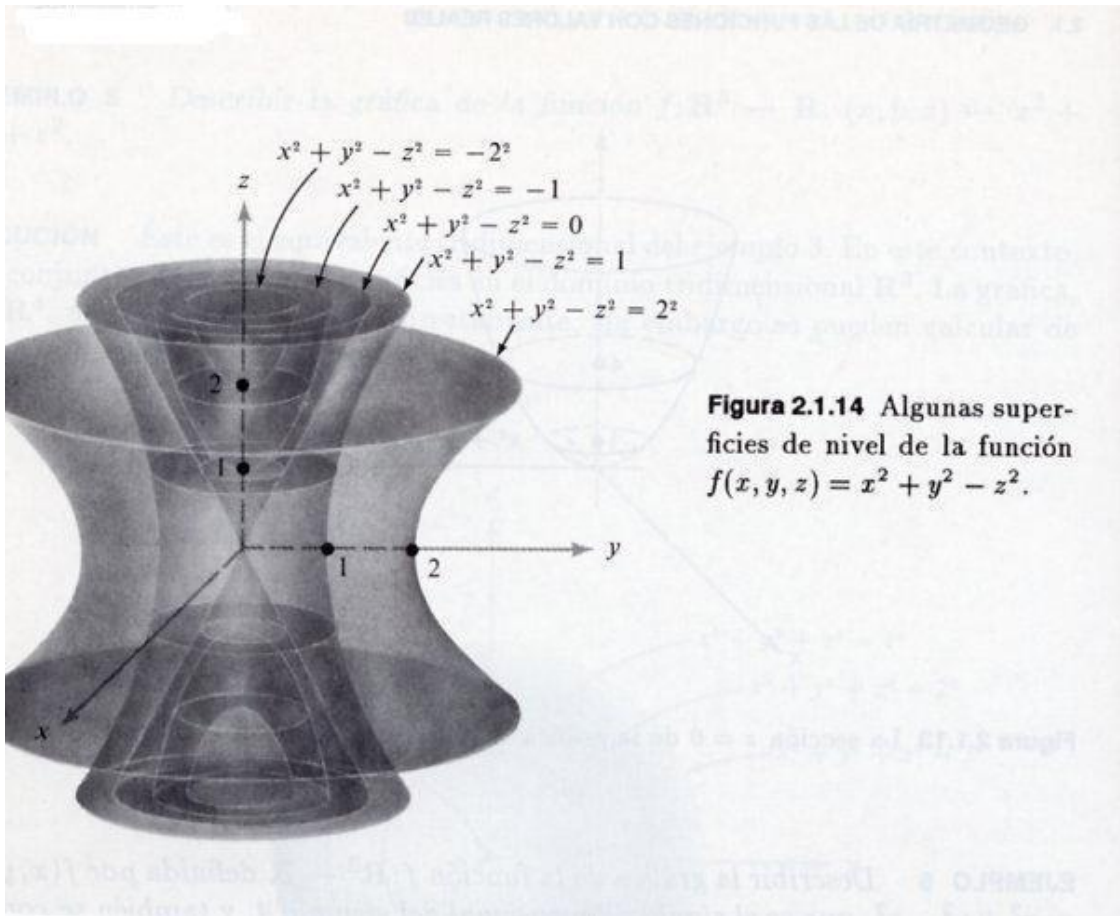
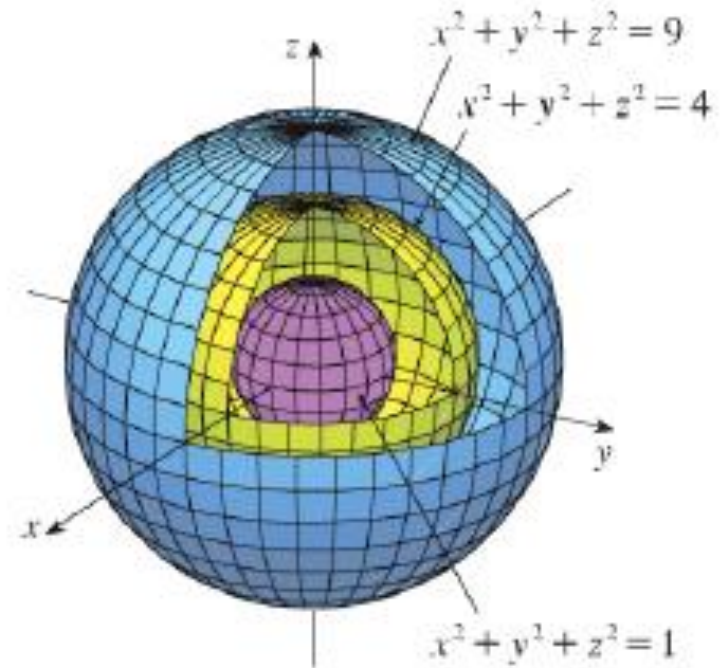


Figura 2.1.14 Algunas superficies de nivel de la función $f(x, y, z) = x^2 + y^2 - z^2$.



en Stewart, J, Obr.cit.

Superficies cuádricas

$$Ax^2 + By^2 + Cz^2 + Dxy + Exz + Fyz + Gx + Hy + Iz + J = 0$$

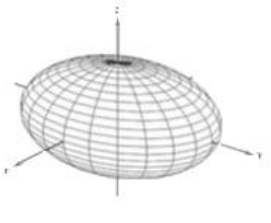
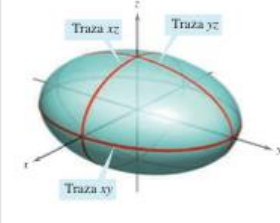
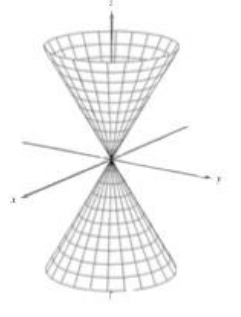
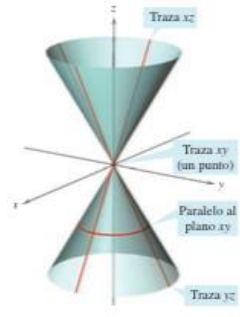
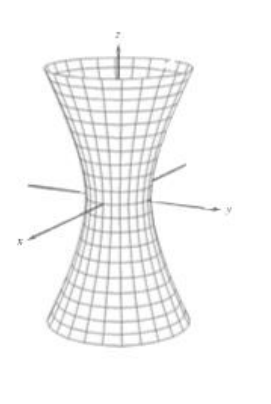
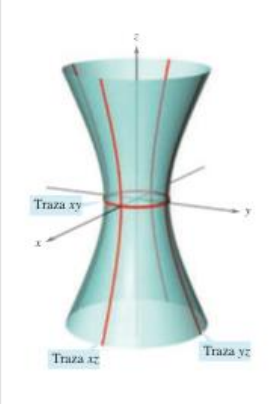
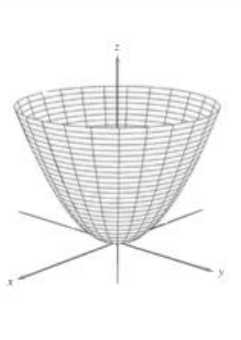
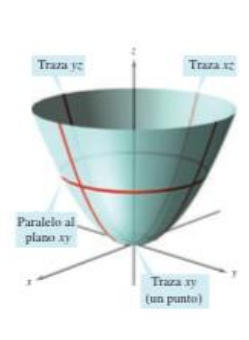
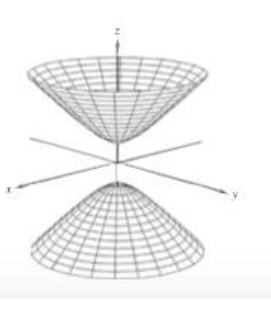
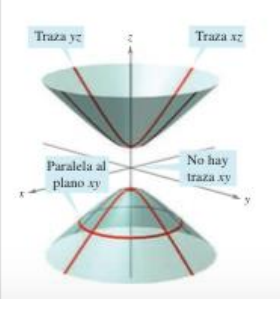
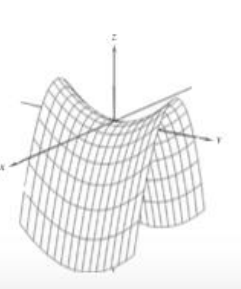
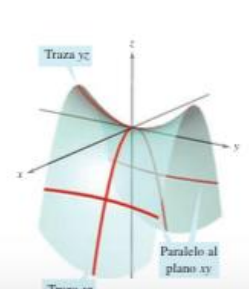
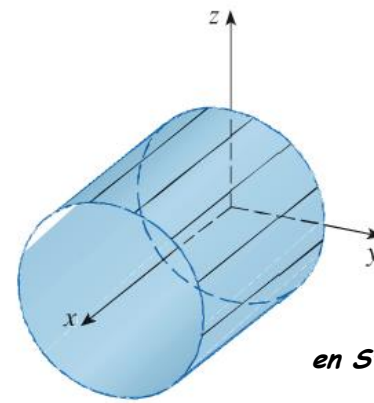
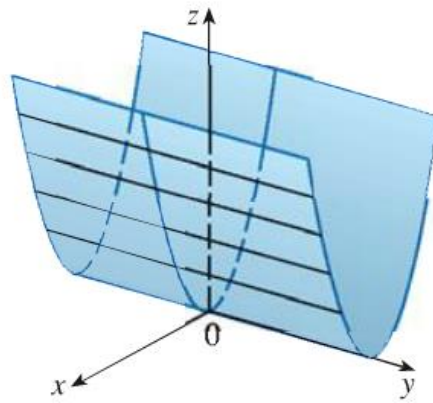
	<p>Elipsoide</p> $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ <p>Traza Plano</p> <p>Elipse Paralelo al plano xy</p> <p>Elipse Paralelo al plano xz</p> <p>Elipse Paralelo al plano yz</p> <p>La superficie es una esfera si $a = b = c \neq 0$.</p>			<p>Cono elíptico</p> $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$ <p>Traza Plano</p> <p>Elipse Paralelo al plano xy</p> <p>Hipérbola Paralelo al plano xz</p> <p>Hipérbola Paralelo al plano yz</p> <p>El eje del cono corresponde a la variable cuyo coeficiente es negativo. Las trazas en los planos coordenados paralelos a este eje son rectas que se cortan.</p>	
	<p>Hiperboloide de una hoja</p> $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$ <p>Traza Plano</p> <p>Elipse Paralelo al plano xy</p> <p>Hipérbola Paralelo al plano xz</p> <p>Hipérbola Paralelo al plano yz</p> <p>El eje del hiperboloide corresponde a la variable cuyo coeficiente es negativo.</p>			<p>Paraboloide elíptico</p> $z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$ <p>Traza Plano</p> <p>Elipse Paralelo al plano xy</p> <p>Parábola Paralelo al plano xz</p> <p>Parábola Paralelo al plano yz</p> <p>El eje del paraboloide corresponde a la variable elevada a la primera potencia.</p>	
	<p>Hiperboloide de dos hojas</p> $\frac{z^2}{c^2} - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ <p>Traza Plano</p> <p>Elipse Paralelo al plano xy</p> <p>Hipérbola Paralelo al plano xz</p> <p>Hipérbola Paralelo al plano yz</p> <p>El eje del hiperboloide corresponde a la variable cuyo coeficiente es positivo. No hay traza en el plano coordenado perpendicular a este eje.</p>			<p>Paraboloide hiperbólica</p> $z = \frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2}$ <p>Traza Plano</p> <p>Hipérbola Paralelo al plano xy</p> <p>Parábola Paralelo al plano xz</p> <p>Parábola Paralelo al plano yz</p> <p>El eje del paraboloide corresponde a la variable elevada a la primera potencia.</p>	

Imagen: Larson 11.6: Superficies cuádricas

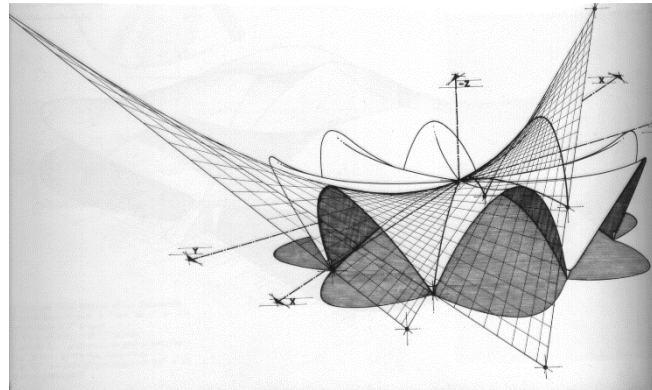
<https://www.geogebra.org/m/pdbrPrMz>

Superficie cilíndrica

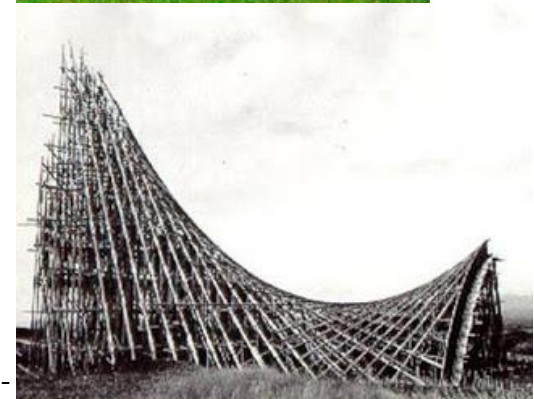


en Stewart, J, Obr.cit.

Superficie reglada



<https://www.actividadeseducativas.es/curvas-superficies-regladas-propiedades-numericas-a-22-es>



https://es.wikipedia.org/wiki/Superficie_reglada

<http://sitioaureo.blogspot.com/2010/08/felix-candela-y-la-arquitectura.html?m=1>

Fin de la presentación ...



... gracias por su seguimiento

... gracias por su participación

