Grafuri euleriene

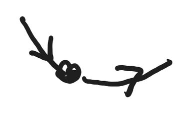
1) $G=(V,E)$ graf neorientat

Th EULER G, $E\neq\emptyset$ conex (+ vf izolate)
G eulerian $\Leftrightarrow$ toate vf au grad par

Cor G are un lanț eulerian
$\Leftrightarrow$ are cel mult 2 vf de grad impar

2) G ~~ne~~ orientat

Th Euler: G-orientat, $E\neq\emptyset$, conex — gr neor. asociat e conex
Ut G eulerian $\Leftrightarrow$ $\forall x$ $d^+(x)=d^-(x)$



G are drum eulerian $\Leftrightarrow$
a) $\forall x$ $d^+(x)=d^-(x)$ sau
b) $\exists x\neq y\in V$ a.î.

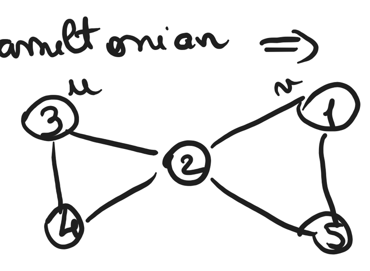
$d^+(x)=1+d^-(x)$
$d^+(y)=d^-(y)-1$
$d^+(v)=d^-(v)$ $\forall v\in V$

Grafuri hamiltoniene

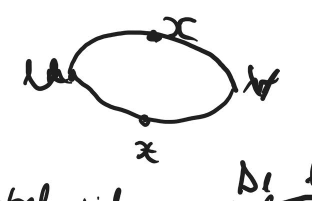
G neor: → ciclu ham = ciclu elem cu $V(C)=V(G)$
(trece prin toate vf o singură dată)
→ lanț ham
→ graf ham

Cond necesare sau suficiente

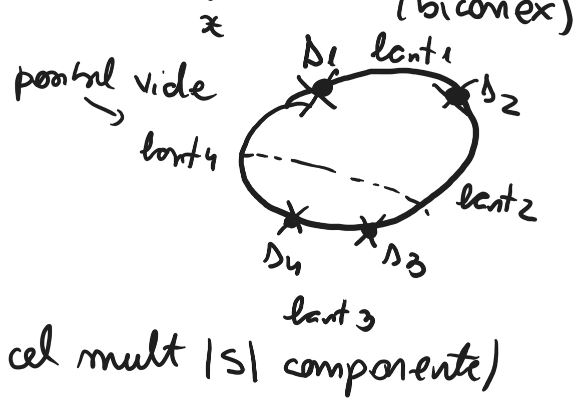
1) G hamiltonian $\Rightarrow$ nu are puncte critice
(tăietură cu 1 elem)



pt critic $\in\forall$ u-v lanț
⇓
2-conex
(biconex)

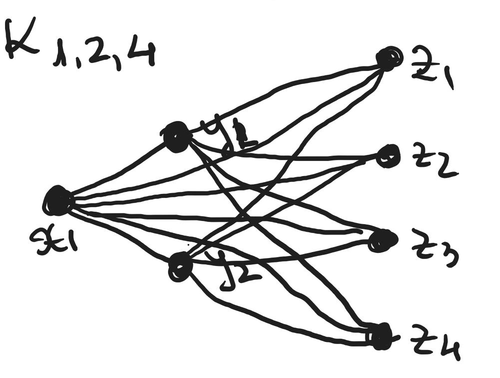


2) G hamiltonian $\Rightarrow$
$\forall S\subsetneq V$
nr comp conexe din
$G-S\leq|S|$



(deoarece $C-S$ are cel mult $|S|$ componente)
ciclu hamilt
și nr comp $(G-S)\leq$ nr comp $(C-S)\leq|S|$)
graf — ciclu

Exp $K_{1,2,4}$



$S=\{x_1,y_1,y_2\}$
$K_{1,2,4}-S \Rightarrow$ 4 comp conexe
(z_1,z_2,z_3,z_4)
$\Rightarrow$ nu este hamilt

Cond suficiente

Th DIRAC G neorientat, $n\geq3$
dacă $\forall x$ $d(x)\geq\frac{n}{2}$ $\Rightarrow$ G este hamilt

Th ORE
Dacă $\forall x,y$ neadiac. $d(x)+d(y)\geq n$
$\Rightarrow$ G hamilt

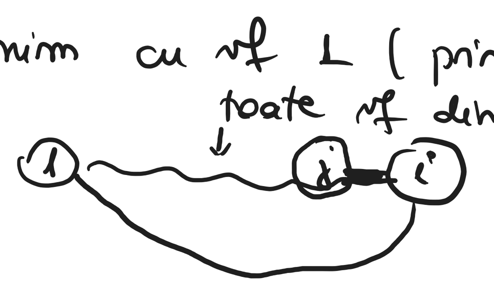
Alg pt det unui ciclu ham.

Pb. Dat G, să se det dc $\exists$ ciclu ham → NP-complete

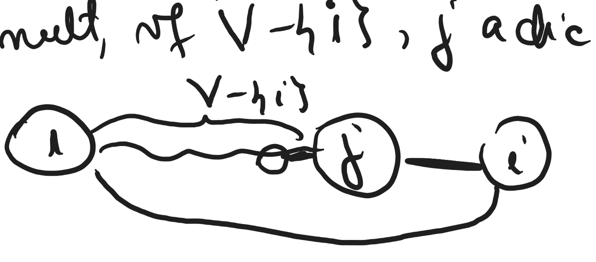
1) Gen toate perm și testăm dacă corespund unui ciclu hamilt $O(n!\cdot n)$

2) Programare dinamică

- Pornim cu vf 1 (primul din ciclu)



$\exists i$ a.î. $\exists$ lanț de la 1 la i elementar cu mulț vf V ?
(cu i adiacent cu 1)
⇓
$\exists j$ a.î. $\exists$ lanț de la 1 la j cu mulț vf $V-\{i\}$, j adiac cu i

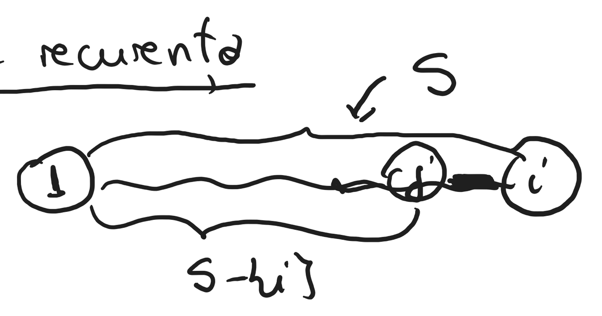


Subpb: $\exists$ lanț elem de la 1 la i cu mulț vf S pt $\forall i$, $\forall S\subseteq V$

Not $dp[i][S]=True \Leftrightarrow \exists$ 1-i lanț elem cu mulț vf S
dim matricei (nr de subpb)
$n\times2^n$

Sol pb: $\exists i$ cu $dp[i][V]=True$ și i adiacent cu 1
(V ← toate vf)

Rel de recurență



$dp[i][S]=True \Leftrightarrow \exists j\in S$ adiac cu i
a.î. $dp[j][S-\{i\}]=True$

Știm direct
$dp[1][\{1\}]=True$ (lanț cu 1 vf: [1]) — constr pornește de la
~~(#)~~
$dp[i][S]=False$ pt $i\notin S$

S submulț. → șir binar (vector caract)
↓
mem repr în baza 10

$n=4$
$S=\{1,3\}$ → $\begin{array}{cccc}4&3&2&1\\ \hline 0&1&0&1\end{array}$ → ~~x~~ $=5$

subm → nr $0,1,\dots,2^n-1$
$2^n = 1<<n$

$i\in S$ pt S repr cu x : $x\,\&\,(1<<i)\;!=0$ — $V=\{0,\dots,n-1\}$
care ~~este~~ repr. lui $S-\{i\}$: $x\,\hat{}\,(1<<i)$ — i sau i-1
$(i\in S)$

| 1 |

xor
00 1 000