Variabile aleatoare condiționate și media condiționată (în caz discret)

Fie X, Y două v.a. discrete cu repartiția comună:

X \ Y	y_1	y_2	...	y_j	...	y_m	p_i
x_1	π_{11}	π_{12}		π_{1j}	----	π_{1m}	p_1
x_2							
x_i	π_{i1}	----		π_{ij}	----	π_{im}	p_i
x_m	π_{m1}			π_{mj}		π_{mm}	p_m
q_j	q_1	---		q_j	--	q_m	1

Exemplu:

X \ Y	-1	0	2	p_i
-2	0.2	0.3	0.1	0.6
1	0.1	0.1	0.2	0.4
q_j	0.3	0.4	0.3	1

$$X \mid Y = y_j : \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_m \\ \dfrac{\pi_{1j}}{q_j} & \dfrac{\pi_{2j}}{q_j} & \cdots & \dfrac{\pi_{mj}}{q_j} \end{pmatrix}$$

$$Y \mid X = x_i : \begin{pmatrix} y_1 & y_2 & \cdots & y_m \\ \dfrac{\pi_{i1}}{p_i} & \dfrac{\pi_{i2}}{p_i} & \cdots & \dfrac{\pi_{im}}{p_i} \end{pmatrix}$$

$$X \mid Y = -1 : \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ \dfrac{0.2}{0.3} & \dfrac{0.1}{0.3} \end{pmatrix}$$

$$Y \mid X = 1 : \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ \dfrac{0.1}{0.4} & \dfrac{0.1}{0.4} & \dfrac{0.2}{0.4} \end{pmatrix}$$

$$\boxed{E(X \mid Y) = \sum_x x \cdot P(X = x \mid Y = y)}$$

<u>Obs.</u> : $E(X \mid Y)$ se numește media condiționată a lui X în raport cu Y și este o v.a. !