

## Calculul medianei și modului unei v.a. continue

Fie  $X$  o v.a. continuă cu densitatea de probabilitate  $f$  și funcția de repartiție  $F$ .

Dacă  $F$  este continuă și strict crescătoare atunci mediانا  $m_e$  se determină în mod unic rezolvând ecuația:

$$F(m_e) = \frac{1}{2}$$

Modul (punct modal) al v.a.  $X$  este orice punct de maxim local al funcției  $f$ .

Obs. În cazul v.a. discrete modul reprezintă valoarea cea mai probabilă.

Vrem să rezolvăm ecuația:

$$F(m_e) = \frac{1}{2} \quad \text{Observăm că } m_e \notin (-\infty, 0) \cup [2, \infty).$$

P.  $x \in [0, 1)$  ecuația devine  $\frac{m_e^2}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow m_e = \pm 1$

P.  $x \in [1, 2)$  ecuația devine  $-\frac{m_e^2 + 4m_e - 2}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow m_e \in \{-3, -1\}$

$\Rightarrow m_e = 1$

## Exemplu

Fie  $X$  o v.a. continuă def. de:

$$f(x) = \begin{cases} x, & x \in [0, 1] \\ 2-x, & x \in (1, 2] \\ 0, & \text{în rest} \end{cases}$$

Determinați mediana și modul.

Determinăm funcția de repartiție:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{x^2}{2}, & 0 \leq x < 1 \\ \frac{-x^2 + 4x - 2}{2}, & 1 \leq x < 2 \\ 1, & x \geq 2 \end{cases}$$

(vezi materialele de la v.a. continue pentru detalii!)

$x$	$-\infty$	0	1	2	$\infty$
$f(x)$	+	+	+	+	+
$F(x)$	0	$\rightarrow 0$	$\rightarrow 1$	$\rightarrow 1$	1

Valoarea modală este  $m_o = 1$