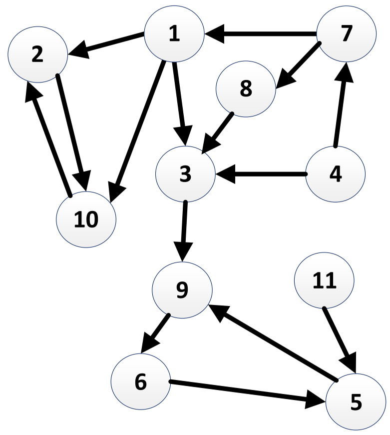
EXEMPLU DE SUBIECT EXAMEN LA ALGORITMI FUNDAMENTALI

Notă – Acesta este doar un exemplu, numărul de subiecte și punctajele sunt orientative

Pentru graful din imaginea din stânga rezolvați cerințele 1-4 și justificați răspunsurile; vecinii unui vârf se consideră în ordine lexicografică



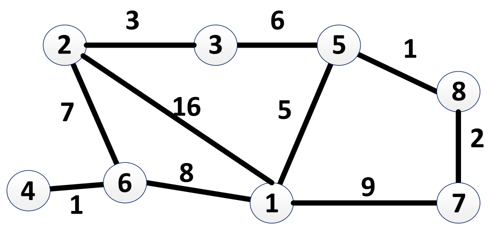
1) (0,5p) Admite graful o sortare topologică? Justificați.

2) (0,5p) Exemplificați (cu explicații) cum funcționează parcurgerea în lățime bf(7) până când este vizitat vârful 9; vecinii unui vârf se consideră în ordine lexicografică

3) (0,75p) Care sunt componentele tare conexe ale grafului? Adăugați un arc astfel încât să creați o componentă tare conexă cât mai mare.

4) (0,75p) Considerăm graful neorientat H asociat acestui graf obținut astfel: două vârfuri x și y sunt adiacente în H dacă există arc de la x la y sau de la y la x în graf. Puneți ponderi pe muchiile grafului H astfel încât graful să aibă un unic arbore parțial de cost minim, dar să existe și muchii cu aceeași pondere.

Pentru graful din imaginea din stânga rezolvați cerințele 5 și 6:

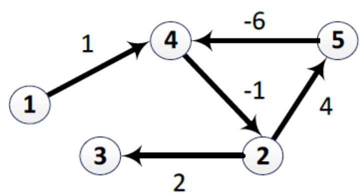


5) (0,5p) Exemplificați pașii algoritmului lui Dijkstra (cu explicații) pornind din vârful 2

6) (0,5p) Exemplificați pașii algoritmului lui Prim (cu explicații) pornind din vârful 2

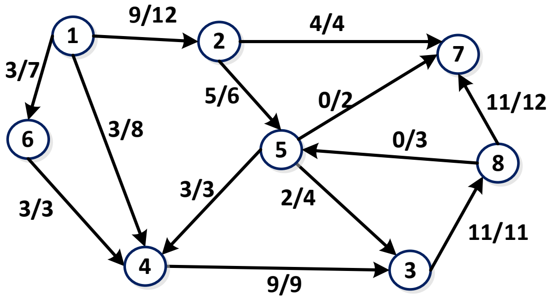
7) (0,5p) Fie G = (V, E, w) un graf orientat ponderat, cu ponderi numere întregi și s un vârf în G. Considerăm algoritmul lui Bellman Ford descris în următorul pseudocod:

```
pentru fiecare u∈V executa
     d[u] = infinit;
d[s] = 0
pentru i = 1, |V|-1 executa
     pentru fiecare uv ∈ E executa
          daca d[u]+w(u,v)<d[v] atunci
               d[v] = d[u]+w(u,v)
```



Considerăm graful din figura din dreapta pseudocodului. La finalul execuției pseudocodului de mai sus pentru acest graf, s=1 și arcele considerate în ordinea E={(1,4), (2,3), (4,2), (2,5), (5,4)} vectorul d are elementele [0, -9, -4, -11, -5]. Adăugați în pseudocod instrucțiunile necesare (cu explicații) pentru ca algoritmul să testeze existența unui circuit cu cost negativ în graf accesibil din s (=pentru care există un drum de la s la un vârf al său) și ilustrați-le pe graful dat ca exemplu (cu explicații).

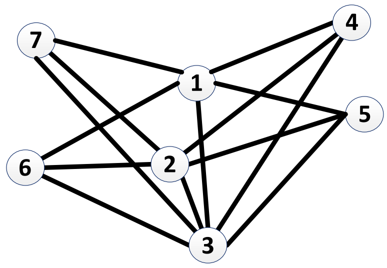
8) **(1p)**



În rețeaua de transport din figura alăturată pe un arc e sunt trecute valorile f(e)/c(e) reprezentând flux/capacitate. Sursa este vârful 1, iar destinația 7.

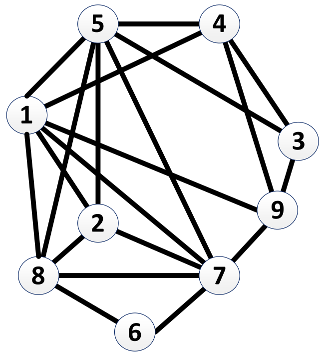
Ilustrați pașii algoritmului Ford-Fulkerson pentru această rețea pornind de la fluxul indicat și alegând la fiecare pas un s-t lanț f-nesaturat de lungime minimă (algoritmul Edmonds-Karp). Indicați o tăietură (s-t tăietură) minimă în rețea (se vor indica vârfurile din bipartiție, arcele directe, arcele inverse) și determinați capacitatea acestei tăieturi. Justificați răspunsurile.

9) **(1,5p)** a) Fie G=(V,E) un graf neorientat hamiltonian conex. Arătați că pentru orice mulțime nevidă X de vârfuri strict inclusă în V se verifică următoarea proprietate: graful obținut din G prin eliminarea vârfurilor din X are cel mult |X| componente conexe.



b) Folosind a), arătați că graful alăturat nu este hamiltonian.

c) Adăgați la G o muchie astfel încât să devină hamiltomian. Verifică noul graf proprietatea din Teorema lui Dirac?



10) **(0,5p)** Descrieți algoritmul de 6-colorare a vârfurilor unui graf neorientat conex planar și exemplificați acest algoritm pentru graful alăturat. Motivați de ce graful este planar.

11) **(0,5p)** Descrieți pe scurt algoritmul de determinare a distanței de editare între două cuvinte și explicați relațiile de recurență pentru calculul acestei distanțe. Ilustrați algoritmul pentru cuvintele "**antrenat**" si "**entorsa**", scriind matricea cu valorile subproblemelor și explicând cum au fost acestea calculate.

12) **(1,5p)**

Luna a ieșit la o plimbare printre stele. Ea poate porni din oricare din cele n stele din galaxie si se poate mișca doar între anumite (m) perechi de stele într-o direcție(data). Luna vrea sa viziteze cel puțin p stele distincte dar sa nu obosească prea rău, așa ca ajutați-o găsind drumul minim care trece prin cel puțin p stele. În drumul sau Luna poate trece printr-o stea de mai multe ori. Explicați soluția și justificați corectitudinea algoritmului ales. (soluție corectă, discuții complexitate)
https://leetcode.com/problems/shortest-path-visiting-all-nodes/