

Těžba dřeva z důrazem na maximalizaci zisku

Lea Petřivalská, Matěj Pekár

Jaro 2023

1 Úvod

Les je komplexní ekosystém na němž je lidská civilizace po celém světě odnepaměti závislá. Vedle enviromentální role lesa, která zahrnuje zejména tvorbu kyslíku, zvyšování biodiverzity či stabilizaci klimatu, je les také významným hospodářským prvkem. Dřevo je nepostradatelnou primární surovinou využívanou především ve stavebnictví, papírenství, nábytkářství a mnoha dalších odvětvích. Aby les zůstal výnosným, dlouhodobě udržitelným zdrojem, je klíčové jeho vhodné obhospodařování. Proto se v našem projektu zaměřujeme na optimalizaci vybraných parametrů hospodářské úpravy lesa vzhledem k množství vytěženého dřeva, tak abychom dlouhodobě docílili maximálního zisku.

Prvním ze zkoumaných parametrů je takzvané *obmýetí*, tedy věk kdy je z hospodářského hlediska nejvýhodnější daný porost kácet. Dobou obmýetí se zabývá lesnický výzkum a bývá stanovena zvlášť pro každý druh stromu a typ stanoviště. Jedná se o jeden ze základních atributů lesního hospodářského plánu.

Druhý parametr, který jsme s pomocí modelu zkoumali, je *rozestup sazenic*. Vzdálenost stromů v lese významně ovlivňuje jejich růst a v obecnosti platí, že stromy sazené v řídkém sponu mají významnější tloušťkový přírůstek, zatímco stromy sazené na husto rostou více do výšky [1]. Tohoto efektu se v lesnictví využívá k dosažení požadovaných hodnot porostních veličin (tj. zásoba dřeva, střední tloušťka, střední výška, ...) pomocí vhodných dendrometrických postupů.

Cílem projektu bylo vytvořit jednoduchý sukcesní model lesa za přítomnosti obhospodařovací strategie parametrizované obmýetím a rozestupem sazenic, následně s jeho pomocí zjistit závislost výše celkového zisku na těchto parametrech a nalézt jejich optimální hodnoty.

2 Metodika

K implementaci modelu jsme zvolili prostředí NetLogo vhodné pro multiagentní modelování komplexních systémů. Agenti v našem modelu

představují jednotlivé stromy a jsou umístěni do čtvercového sponu o rozloze 625 m^2 ve vzdálenosti *tree-distance*. Velikost stromu je v simulaci znázorněna velikostí agenta a stáří stromu jeho barevným odstínem.

Každý strom je charakterizovaný svým věkem, průměrem kmene a výškou. V modelu uvažujeme také odumřelé stromy, které na rozdíl od stromů živých již dále nepřirůstají, a těží se přednostně. Abychom zachovali jednoduchost modelu rozhodli jsme se modelovat monokulturní porost, všechny stromy se tak řídí stejnými pravidly vycházejícími z dat o smrkových lesích.

2.1 Sazení

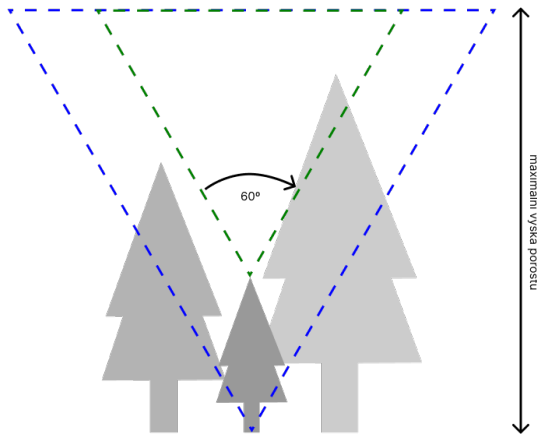
Výsadba stromů probíhá při vytvoření lesa a po každém kácení. Stromy jsou sazeny na každé volné místo v síti. Cenu sazenice, již jsme stanovili na 10 Kč/ks zahrnujeme do nákladů, které jsou později strženy z celkového zisku. Sazenice mají výšku v rozmezí 26–35 cm a průměr 5 mm. Předpokládáme, že strom je v době zasazení starý 3 roky.

2.2 Roční přírůstek

Výškový a šířkový přírůstek každého individuálního stromu je vyhodnocován meziročně a bere v potaz stáří stromu a *kompetice*.

2.2.1 Kompetice

Míru meziročního přírůstku významně ovlivňuje množství světla dopadajícího na daný strom. Proto vztah pro výpočet meziročních přírůstků v modelu obsahuje *kompetiční koeficient*, který zohledňuje množství a vzrůst okolních stromů. Předpokládáme, že sluneční světlo dopadá na uvažovaný strom pod úhlem 60° . Uvažujeme proto pouze stromy zasahující do oblasti rotačního kužele majícího vrchol ve špičce stromu pro výškový koeficient, a v základně stromu pro šířkový koeficient (obrázek 1). Stromy v této oblasti blokují tím více světla, čím větší mají korunu. Ve výpočtu koeficientu proto bereme v po-



Obrázek 1: Oblast kompetice ovlivňující výšku (zelená) a šířku (modrá) prostředního stromu. Stromy zasahující do této oblasti jsou zahrnuty v kompetičním koeficientu. Zdroj: [2].

taz obsah základny kmene, neboť tento údaj má největší spojitost s velikostí koruny stromu [3].

Míru kompetice CR udává vztah

$$CR = \sum_{t \in T} \pi \left(\frac{D_t}{2} \right)^2,$$

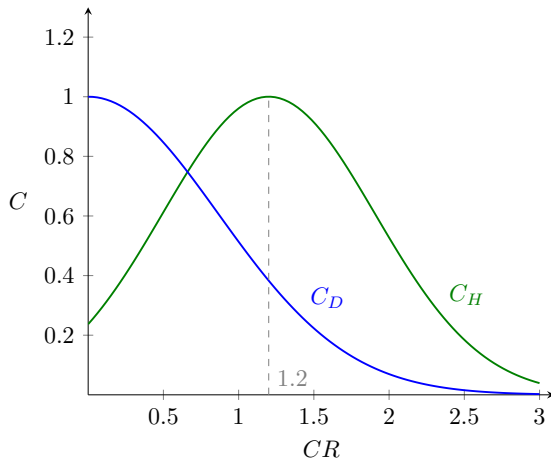
kde T je množina stromů zasahujících do dané oblasti kompetice.

Kompetiční koeficient pro výškový přírůstek C_H je dán vztahem

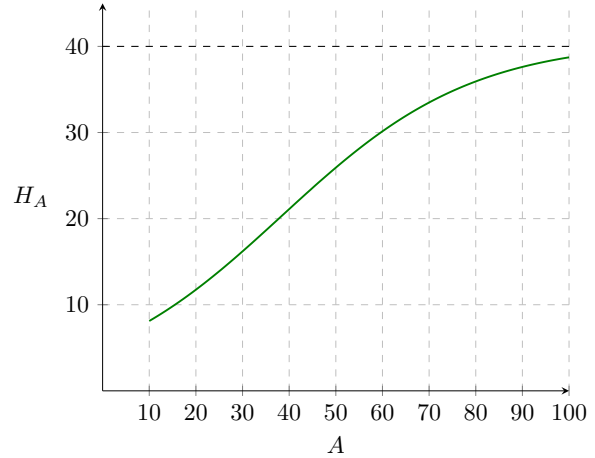
$$C_H = \exp(-(CR - 1.2)^2).$$

Kompetiční koeficient pro šířkový přírůstek C_D je dán vztahem

$$C_D = \exp\left(\frac{-CR^2}{1.5}\right).$$



Obrázek 2: Graf závislosti kompetičního koeficientu na míře kompetice.



Obrázek 3: Růstová křivka výšky smrkového porostu v závislosti na věku [4].

2.2.2 Výškový přírůstek

Výškový přírůstek se řídí grafem závislosti růstu smrkového porostu na věku (obrázek 3) a je škálován kompetičním koeficientem. Závislost výšky stromu na věku je dána logistickou rovnicí růstu

$$H_A = \frac{KN}{(K - N)e^{-rA} + N},$$

kde A je aktuální stáří stromu a parametry K , N a r jsou analyticky určené konstanty udávající tvar růstové funkce.

Potenciální meziroční přírůstek $\frac{dH_A}{dA}$ potom získáme jako

$$\frac{dH_A}{dA} = rH_A \left(1 - \frac{H_A}{K}\right).$$

Výsledný vztah pro výpočet ročního přírůstku zohledňující věk stromu i kompetici je tedy

$$\Delta H = \frac{dH_A}{dA} \cdot C_H.$$

2.2.3 Šířkový přírůstek

Očekávaný šířkový přírůstek odpovídá dvojnásobku průměrné šířky letokruhu a je opět škálován kompetičním koeficientem. Šířkový přírůstek stromu tedy získáme jako

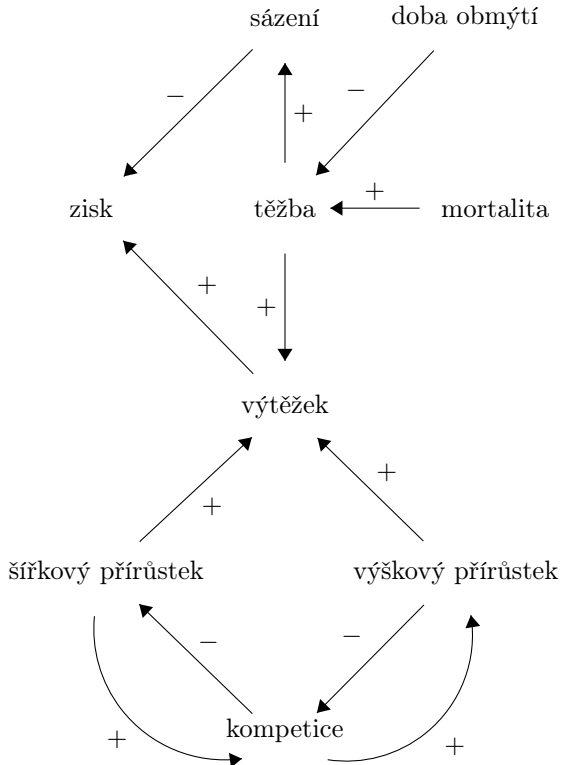
$$\Delta D = 2 \cdot \bar{d} \cdot C_D,$$

kde $\bar{d} = 0.0025$ je průměrná šířka smrkového letokruhu v metrech [5].

2.3 Mortalita

Pravděpodobnost odumření stromu je definována jako

$$P_M = C_M + A_M.$$



Obrázek 4: Graf pozitivních a negativních vazeb v modelu.

Koeficient C_M nemá v tomto případě význam kompetičního koeficientu jako tomu bylo u přírůstku, neboť vzrůst okolních stromů nemá přímý vliv na úmrtnost [6]. Odvíjí se však od procenta mrtvých sousedů N_M , které exponenciálně škálujeme na rozmezí 0–0.01,

$$C_M = \exp(0.01 \cdot N_M) - 1.$$

Parametr A_M modeluje vliv stáří stromu. Nejvíce náchylné na úmrtí jsou velmi mladé a velmi staré stromy, proto tento faktor modelujeme pomocí Gaussovy křivky, tedy

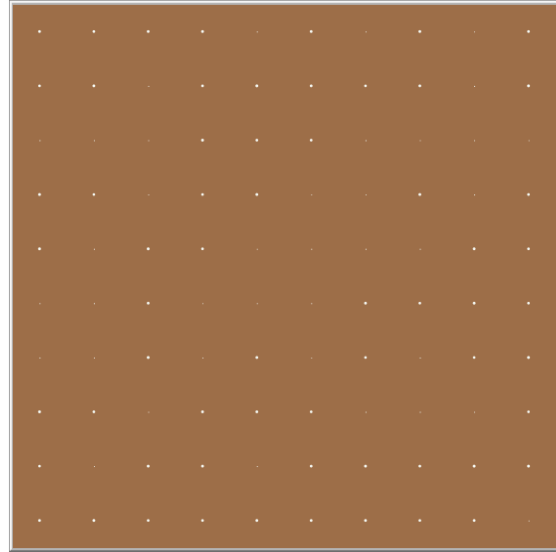
$$A_M = 1 - \exp\left(-\frac{(A - 40)^2}{100000}\right).$$

V simulaci jsou odumřelé stromy reprezentovány červenou barvou.

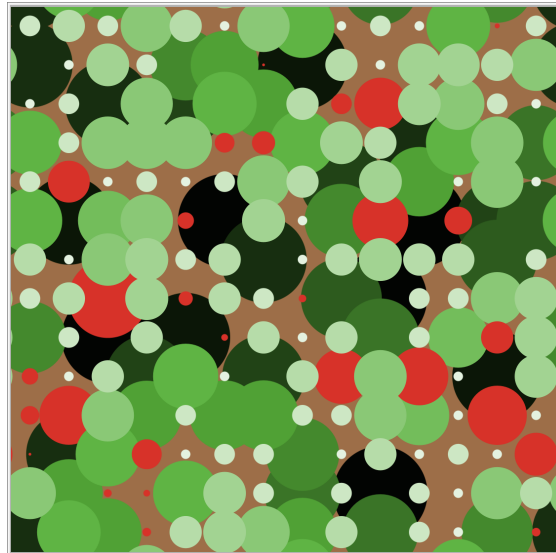
2.4 Těžba a zisk

Těžba probíhá jednou za 10 let. Strom je doporučen k těžbě v případě, že odumře nebo dosáhne věku obmýetí. Mrtvé stromy jsou těženy přednostně, neboť dále nerostou, jejich dřevo klesá na kvalitě a jsou potenciálními šířiteli nemocí. Maximální počet stromů pokácených v jednom roce nesmí přesáhnout třetinu celkového počtu stromů v lese.

Zisk se odvíjí od vytěženého objemu a ceny dřeva, kterou jsme stanovili na 500 Kč/m³.



(a) Nově vysazený les.



(b) Vzrostlý les.

Obrázek 5: Ilustrace průběhu simulace.

V případě, že má strom průměr menší než 10 cm, je neprodejný a nepřináší žádný zisk. Objem kmene [7] je vypočítán z výšky stromu a šířky kmene jako

$$V = \frac{\pi D^2 H}{8},$$

kde H je výška stromu a D je průměr kmene.

3 Průběh simulace

Před začátkem simulace je třeba zvolit hodnoty parametrů **rotation-age** a **tree-distance**. Simulace začíná zalesněním prázdného pole. Po každé iteraci (i.e. uplynutí jednoho roku) jsou vyhodnoceny roční přírůstky a úmrtnost. Dále jsou aktualizovány souhrnné statistiky, jako je

průměrná výška a šířka porostu či průměrný věk.

Těžba probíhá každých deset let. Stromy vybrané k těžbě jsou odstraněny z pole a nahrazeny novými sazenicemi. Zároveň s těžbou se aktualizují hodnoty celkového výtěžku a zisku.

Počet iterací simulace není omezen, avšak průběh simulace má tendenci po určitém čase konvergovat k stabilním hodnotám.

Zpětné vazby v našem modelu ilustruje obrázek 4. Vazby mezi přírůstky a kompeticí jsou určeny z perspektivy jednoho stromu, tedy čím větší má daný strom výškový přírůstek, tím nižší má mezi okolními stromy výškovou kompetici.

4 Analýza modelu

Analýzu modelu jsme prováděli na kombinaci parametrů `tree-distance` a `rotation-age`. Pro parametr `tree-distance` jsme testovali hodnoty z rozsahu 1 až 5 m s krokem 0.25 m, pro parametr `rotation-age` hodnoty z rozsahu 30 až 150 let s krokem 10 let. Simulovali jsme vždy 5 000 iterací.

Hlavní zkoumanou proměnnou je průměrný zisk za jedno těžební období. Jak lze vidět na obrázku 6a, maximální zisk je dosažen při obmýtní mezi 60 a 90 lety a rozestupu sazenic blízkému 1.25 metru. Všimněme si, že průměrný zisk na strom při těchto parametrech je poměrně malý (obrázek 6b), ale kvadratický nárůst počtu stromů se zmenšující se vzdáleností tento rozdíl kompenzuje.

Vliv hustoty lesa na šířku kmene odpovídá našemu očekávání (obrázek 7b), tj. reflektuje kompetiční křivku. Zajímavé je chování výšky porostu (obrázek 7a) ve vzdálenosti menší 1.5 metru. Zde pozorujeme stoupající trend a teprve potom dochází k poklesu. Toto chování je pravděpodobně způsobené příliš silnou kompeticí v malých vzdálenostech, která neumožňuje mladým stromům dosáhnout potřebné výšky.

Zajímavé je srovnání efektu rostoucí vzdálenosti na výšku (obrázek 7a) a šířku (obrázek 7b) porostu. Vidíme, že s rostoucí vzdáleností (klesající hustotou) výška porostu klesá a šířka roste. To odpovídá efektu pozorovanému v reálném světě, kdy se právě z těchto důvodů sází nové stromy na husto, aby se umocnil výškový růst a posléze jsou provedeny výchovné zásahy, aby kmeny nabyly na šířce [8].

Procento úmrtnosti (obrázek 8) v zásadě reflektuje křivku mortality, tj. závisí zejména na stáří stromu (ovlivněné dobou obmýtní). Zvláštní je náhlý nárůst v úmrtnosti od 100 let obmýtní se zvyšující se vzdáleností stromů. Jelikož vzdálenost stromu by neměla mít žádný vliv na mortalitu, nenapadá nás žádné racionální vysvětlení

tohoto chování. Je možné, že se jedná pouze o šum v datech.

5 Diskuze

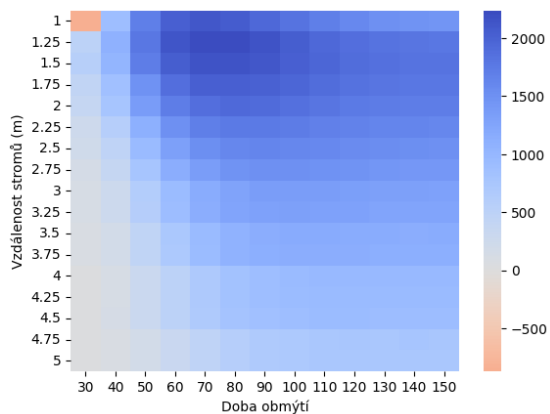
Díky využití reálných dat o smrkových lesích se výsledky našich experimentů dramaticky neliší od hodnot běžných v lesním hospodářství. Optimální dobu obmýtní jsme vymezili intervalem od 60 do 90 let. Průměrná obmýtní doba hospodářských lesů v ČR je 110.9 roku [9]. Optimum pro rozestup sazenic při daném intervalu obmýtní jsme stanovili na 1.25 m. Pro zalesňování holin smrkem je doporučený rozestup sazenic 1.5×1.5 m. V důsledku výchovných zásahů se pak průměrná vzdálenost stromů v lese s časem zvyšuje. Těmito zásahy se v našem modelu nezabýváme, což může být jednou z příčin zkreslení v našich experimentech.

Skutečný les je pochopitelně neobyčejně komplexním systémem závislým na celé řadě dalších faktorů, jako jsou např. klimatické jevy. Současná struktura hospodářských lesů je navíc významně ovlivněna historickým vývojem lesohospodářství v naší zemi. Například průměrná doba obmýtní (hospodářských a ochranných lesů) byla historicky nejkratší v roce 1934 a od té doby má tendenci se stále zvyšovat. V důsledku prodlužování doby obmýtní neodpovídá věkové rozložení stromů v českých lesích normalitě a roste procento přestárých stromů, což s sebou nese zhoršení zdravotního stavu lesů, snížení kvality dříví a růst nahodilých těžeb [9].

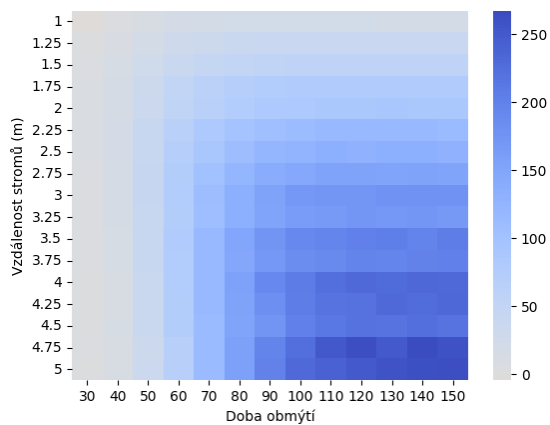
Právě z řešením přestárlosti lesů, ale i změny klimatu a mnoha jiných problémů, s nimiž se moderní lesnictví potýká, mohou pomoci podobné matematické modely. Jedním z možných rozšíření je tak například inicializace počátečního porostu z existujících dat. Takové rozšíření by umožnilo simulovat účinky různých obhospodařovacích strategií na konkrétní les v požadovaném časovém horizontu a testovat jejich efektivitu.

6 Závěr

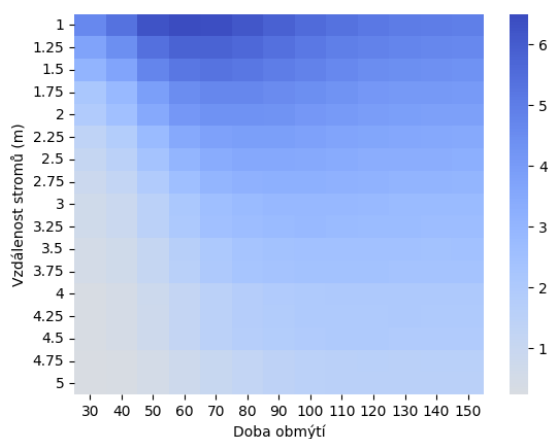
Podařilo se nám naplnit cíl projektu a vytvořit model pomocí něhož jsme zanalyzovali vliv vybraných parametrů na celkový zisk a našli jejich optimální hodnoty. Ověřili jsme, že zisk nelineárně závisí na obou těchto parametrech a pro dosažení dlouhodobě maximálního zisku je třeba najít jejich vhodnou kombinaci. Následně jsme porovnali naše výsledky s hodnotami používanými v reálném světě a diskutovali jsme možné rozšíření a využití modelu k řešení současných problémů v lesnictví.



(a) Průměrný zisk za jedno těžební období.

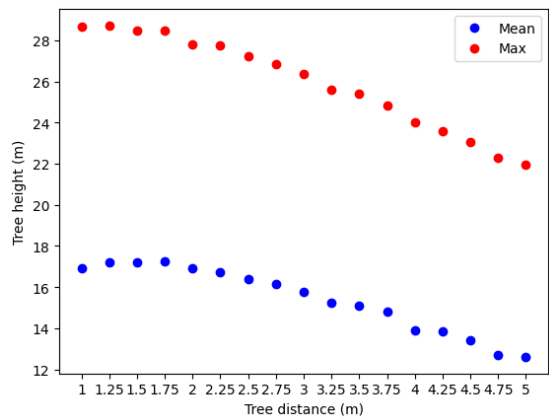


(b) Průměrný zisk za strom za jedno těžební období.

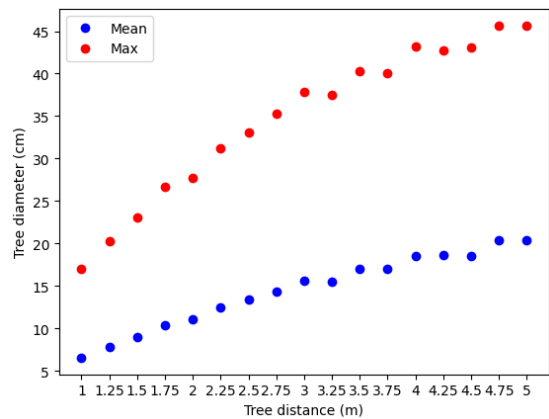


(c) Průměrný objem dřeva (m^3) za jedno těžební období.

Obrázek 6: Teplotní mapy závislosti průměrného zisku a výtěžku na *tree-distance* a *rotation-age*.

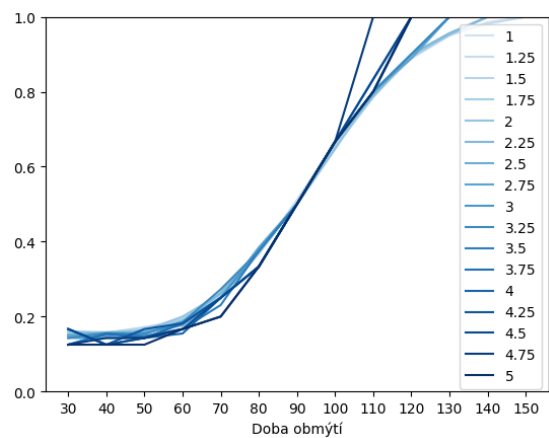


(a) Průměrná a maximální výška stromu.



(b) Průměrná a maximální šířka kmene stromu.

Obrázek 7: Grafy rozměrů strom v závislosti na *tree-distance* a *rotation-age*.



Obrázek 8: Procento mrtvých stromů při těžbě pro rozestup stromů 1–5 m reprezentovaný barevným odstínem křivky.

Reference

- [1] Julian C. Fox a Huiquan Bi a Peter K. Ades. Spatial dependence and individual-tree growth models: I. characterising spatial dependence. *Forest Ecology and Management*, 245(1):10–19, 2007.
- [2] Marek Fabrika a Hans Pretzsch. *Analýza a modelovanie lesných ekosystémov*. Technická Univ., 2011.
- [3] Don C. Bragg. A local basal area adjustment for crown width prediction. *Northern Journal of Applied Forestry*, 18(1):22–28, 2001.
- [4] Martin Černý a Jan Pařez. *Taxační tabulky. Graf závislosti střední výšky hlavního smrkového porostu na věku*. 1990.
- [5] Vladimír Gryc a Jiří Holan. Vliv polohy ve kmeni na šířku letokruhu u smrku s výskytem reakčního dřeva. *Acta Universitatis Agriculturae et Silviculturae Mendelianae Brunensis*, 52:59–72, 2004.
- [6] Danaë Rozendaal et al. Competition influences tree growth, but not mortality, across environmental gradients in amazonia and tropical africa. *Ecology*, 101(7), 2020.
- [7] G. Li a S. P. Harrison a I. C. Prentice a D. Falster. Simulation of tree-ring widths with a model for primary production, carbon allocation, and growth. *Biogeosciences*, 11(23), 2014.
- [8] Dušan Kacálek a David Dušek a Renáta Smolíková. Růstová reakce smrkových mlazin nižších poloh na výchovný zásah. *Zprávy lesnického výzkumu*, 67(4):217–225, 2022.
- [9] Vladimír Simanov. Věková struktura lesů. *Lesnická práce roč. 92*, (9/13), 2013.