



**MATEMATICKO-FYZIKÁLNÍ  
FAKULTA**  
Univerzita Karlova

## **BAKALÁŘSKÁ PRÁCE**

Matěj Ščerba

# **Analýza videozáznamu skoku o tyči**

Katedra softwarového inženýrství

Vedoucí bakalářské práce: Ing. Michal Bartoš, Ph.D.

Studijní program: Informatika (B1801)

Studijní obor: IOI (1801R008)

Praha 2021

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval(a) samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů, literatury a dalších odborných zdrojů. Tato práce nebyla využita k získání jiného nebo stejného titulu.

Beru na vědomí, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorského zákona v platném znění, zejména skutečnost, že Univerzita Karlova má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle §60 odst. 1 autorského zákona.

V ..... dne .....

Podpis autora

Poděkování.

Název práce: Analýza videozáznamu skoku o tyči

Autor: Matěj Ščerba

Katedra: Katedra softwarového inženýrství

Vedoucí bakalářské práce: Ing. Michal Bartoš, Ph.D., Katedra softwarového inženýrství

Abstrakt: Skok o tyči je jedna z technicky náročnějších lehkootletických disciplín, proto se analýzou skoků na většině mezinárodních závodů zabývají vědci zkoumající pohyb lidského těla. Pro trenéry a závodníky by bylo vhodné, aby měli k dispozici podobné prostředky i při trénincích, aniž by museli investovat do specializované techniky. Má práce tuto problematiku řeší. S použitím počítače a kamery lze z jediného videozáznamu získat model atleta a zároveň analyzovat parametry jím provedeného skoku. Výsledné parametry se posléze zanesou do grafů a jejich hodnoty lze zkoumat i v různých fázích skoku za použití prohlížeče videozáznamu.

Klíčová slova: skok o tyči detekce pozice těla videozáznam

Title: Analysis of pole-vault video recording

Author: Matěj Ščerba

Department: Department of Software Engineering

Supervisor: Ing. Michal Bartoš, Ph.D., Department of Software Engineering

Abstract: Abstract.

Keywords: pole vault human pose detection video recording

# Obsah

|   |           |
|---|-----------|
| <b>Úvod</b>   | <b>2</b>  |
| 0.1 Související práce . . . . .                         | 3         |
| <b>1 Teorie</b>   | <b>4</b>  |
| 1.1 Skok o tyči . . . . .                               | 4         |
| 1.1.1 Analýza technického provedení skoku . . . . .     | 4         |
| 1.1.2 Analýza biomechanických parametrů skoku . . . . . | 5         |
| 1.2 Zpracování obrazu . . . . .                         | 7         |
| 1.2.1 Detekce člověka . . . . .                         | 7         |
| 1.2.2 Tracker . . . . .                                 | 7         |
| 1.2.3 Detekce kostry . . . . .                          | 7         |
| <b>2 Návrh řešení</b>                                   | <b>8</b>  |
| 2.1 Algoritmus . . . . .                                | 8         |
| 2.1.1 Zpracování videa . . . . .                        | 8         |
| 2.1.2 Trasování objektů . . . . .                       | 8         |
| 2.1.3 Reálný pohyb objektů . . . . .                    | 9         |
| 2.1.4 Nalezení atleta . . . . .                         | 9         |
| 2.1.5 Detekce atletovy kostry . . . . .                 | 10        |
| 2.1.6 Konverze detekované kostry do 3D modelu . . . . . | 11        |
| 2.1.7 Analýza parametrů skoku . . . . .                 | 12        |
| 2.1.8 Zobrazení parametrů skoku . . . . .               | 14        |
| 2.1.9 Uložení výstupu . . . . .                         | 15        |
| 2.2 Programové vybavení . . . . .                       | 15        |
| 2.2.1 Počítačové vidění a zpracování obrazu . . . . .   | 15        |
| 2.2.2 Grafické zobrazení výstupu . . . . .              | 16        |
| <b>3 Realizace</b>                                      | <b>17</b> |
| 3.1 Zvolené prostředky . . . . .                        | 17        |
| 3.2 Schéma programu . . . . .                           | 17        |
| <b>4 Experimentální část</b>                            | <b>18</b> |
| <b>Závěr</b>  | <b>19</b> |
| <b>Seznam použité literatury</b>                        | <b>20</b> |
| <b>Seznam obrázků</b>                                   | <b>21</b> |
| <b>Seznam tabulek</b>                                   | <b>22</b> |
| <b>Seznam použitých zkratk</b>                          | <b>23</b> |
| <b>A Přílohy</b>  | <b>24</b> |
| A.1 První příloha . . . . .                             | 24        |

# Úvod

Při trénincích a soutěžích ve skoku o tyči využívají atleti spolu s trenéry videozáznamy provedených skoků. Videozáznam poté využívají pro detekci chyb v technickém provedení skoku a jejich případný vliv na výsledný výkon. Pro výkon při skoku o tyči jsou kromě techniky důležité také biomechanické parametry skoku. Mezi tyto parametry patří například rychlost atleta při rozběhu.

V tréninkovém procesu je důležité sledovat výkonnost atleta. K tomuto účelu slouží především měření času běhu různých vzdáleností. Pro skok o tyči je vhodné aplikovat podobné metody právě při skokanských trénincích. Jednou z možností, jak toho docílit, je použití specializované techniky pro měření rychlosti atleta při rozběhu. Mezi specializovanou techniku lze zařadit radary nebo fotobuňky. Za použití vhodně rozmístěných fotobuněk lze poměrně přesně určit rychlost v různých částech rozběhu. Využití těchto metod je finančně náročné a jediným parametrem, který lze sledovat je pouze rozběhová rychlost atleta.

S rozvojem počítačového vidění přibývá na světových atletických soutěžích studií zabývajících se pohyby sportovců (Athletics, 2021). Výsledky těchto studií jsou pro atlety a jejich trenéry vynikající zpětnou vazbou. Tyto studie využívají několik kamer k zachycení pohybu atleta, kamery nejprve kalibrují za použití přesně změřených konstrukcí s vyznačenými body. Pro analýzu pohybu poté využívají 3D model atleta, který z videí získají. Výsledný model zachycuje polohu kloubů těla a na základě jejich pohybů lze jeho pohyb analyzovat. Takovýto model je možné použít k analýze mnohem více parametrů skoku o tyči než jen rychlosti běhu atleta.

Studie se většinou zabývají porovnáváním pohybu různých atletů na základě získaných parametrů. V tréninkovém prostředí je zvykem využívat pouze videozáznamy a případné porovnání skoků probíhá spuštěním záznamů, které dané skoky zachycují, následným rozbořením techniky jednotlivých skoků a hledáním případných rozdílů. Tato forma porovnání skoků ovšem nebere v potaz biomechanické aspekty pohybu atleta, které mohou techniku skoku ovlivnit. Hodnoty parametrů, kterými se specializované studie zabývají, lze z videa odhadnout pro účely porovnání skoků, ale ani zkušenosti trenérů nejsou schopni přesně určit jejich hodnoty.

Podobné studie pohybu jsou užitečným tréninkovým prostředkem, ovšem jejich využití jen v malém počtu tréninků se nejeví jako reálné. Dostupnějším přístupem k tomuto problému by byla aplikace, běžící na mobilním zařízení, která by analyzovala pohyb atleta na základě modelu získaného z jediného videa. Výsledkem této analýzy by byly graficky znázorněné parametry skoku a případné porovnání s hodnotami parametrů jiných skoků. Takováto aplikace by výrazně přispěla k přesnější analýze tréninkových a závodních skoků mimo soutěže světové úrovně.

Má práce představuje základ pro vznik podobné aplikace. Mým cílem je extrakce modelu atleta z jediného videozáznamu, jeho následná analýza pro získání hodnot příslušných parametrů a následné zobrazení hodnot parametrů jejich zanesením do grafů.

Text jsem rozdělil do tří kapitol. V první se zabývám teorií. V této kapitole popisují skok o tyči, způsoby jeho analýzy, možnosti využití videozáznamů

a důležité biomechanické parametry skoku. Dále se ve stejné kapitole zabývám teorií počítačového vidění, konkrétně detekcí člověka, způsobem fungování trackerů a detekcí kostry člověka.

Druhá kapitola se věnuje realizaci programu. V úvodu této kapitoly se věnuji pracem zabývajícím se související tematikou, následně řešerši dostupných knihoven k realizaci programu, stručnému návrhu řešení a samotné realizaci. V poslední zmíněné části se věnuji podrobnému popisu programu.

Ve třetí a zároveň poslední kapitole se věnuji experimentům, konkrétně zisku testovacích dat a rozboru funkcionality programu na různých videích.

## **0.1 Související práce**

# 1. Teorie

## 1.1 Skok o tyči

Skok o tyči je jedna z technicky náročných atletických disciplín. Atlet se nejprve s tyčí rozběhne po rozběžisti, následně zasune tyč do kastlíku, poté se odrazí, provede skok a dopadne do doskočiště. Kastlík je místo v zemi, kam atlet při rozběhu zasune tyč, aby měl při skoku stabilní oporu,

Atlet se při skoku pohybuje vzhůru za pomoci narovnávací se tyče, kterou ohne s použitím energie získané při rozběhu. Tyče se liší délkou a tvrdostí, tvrdší tyč je náročnější ohnout, aby atleta vynesla přes latku, ale akumulovaná energie tyče je vyšší, a tedy vyústí ve vyšší skok.

Pro pozici těla atleta při rozběhové fázi je typický značně omezený pohyb paží a mírné natočení trupu. Důvodem tohoto nestandardního způsobu běhu je skutečnost, že atlet nese tyč, a přesto se snaží vyvinout maximální kontrolovanou rychlost. Rychlosti, které atlet dosahuje v momentu odrazu, se říká náběhová rychlost. Při skoku o tyči (a všech ostatních skokanských disciplínách) má atlet vyznačené místo, ve kterém začíná svůj pokus. Toto místo si volí sám, vliv na jeho polohu má především fyzická zdatnost atleta a počet kroků rozběhu. Počet kroků závodního rozběhu atletů světové úrovně se pohybuje v rozmezí 16 až 20 kroků, tedy přibližně 35 až 45 metrů od zadní hrany kastlíku. Atlet se rozbíhá s tyčí ve vzduchu, postupně ji spouští, dokud není rovnoběžně se zemí. Následně provádí zásun - pohyb, při němž zasune tyč do kastlíku a dostane paže nad hlavu. V pozici s pažemi nad hlavou se atlet odráží a přenáší energii do tyče. Na charakter skoku má vliv také místo odrazu. Následný skok lze rozdělit do několika částí.

První z nich je odraz, při němž je kladen důraz na efektivitu přenosu energie získané při rozběhu do tyče. Po této krátké fázi skoku následuje zvrát. Jedná se o pohyb způsobený švihnutím odrazové nohy a paže, která se tyče drží výše, proti sobě - směrem dopředu. Po provedení zvrátu se atlet dostane do pozice vzhůru nohama. V této pozici atlet provádí obrat, při němž se otáčí o 180 stupňů podél vertikální osy, aby byl čelem k látce. Následuje odraz od tyče a přechod latky, v této fázi se atlet snaží dostat boky co nejvýš a zajistit tak plynulý skok přes latku. Latku atlet překonává nohama napřed, čelem k látce.

### 1.1.1 Analýza technického provedení skoku

Způsob provedení skoku je podstatným ukazatelem pro výsledný výkon. Jen drobná změna v jediné fázi pokusu může dramaticky ovlivnit charakter a výšku celého skoku. Tím pádem mají skokané o tyči pro nácvik techniky vyhrazeno několik tréninků týdně. Jedná se o skokanské tréninky a tréniny zabývající se nácvikem techniky prostřednictvím gymnastických prvků simulujících pohyb atleta na tyči. Pro mou práci jsou důležitější skokanské tréninky.

Skokanské tréninky začínají podobně, jako ostatní atletické tréninky, tedy rozvíčením. Po klasickém rozvíčení následuje příprava na samotné skákání, tato příprava se u jednotlivých atletů může lišit. Mnoho atletů před samotným skákáním provede několik cvičných zásunů a rozběhů s tyčí. Následují skoky z krátkého rozběhu, standardně se jedná o 6 až 8 kroků, někteří atleti provádí tyto skoky bez



ohýbání tyče. Již na základě těchto cviků lze určit, na jaké prvky skoku by se měl atlet zaměřit. Po této fázi následuje skákání z dlouhého rozběhu. Počet kroků se liší podle fáze sezony, ve které se atlet nachází. V závodním období jsou typické rozběhy delší, v přípravném období kratší, jelikož tréninky v přípravném období jsou zpravidla fyzicky náročnější.

Při tréninku se opakuje následující situace. Atlet provede skok a následně ho konzultuje s trenérem. Předmětem konzultace je především technické provedení skoku. S rozvojem moderních technologií jsou konzultace ve většině případů doprovázeny sledováním a rozbořem videozáznamu zahycujícího právě provedený skok. S pomocí tohoto videozáznamu lze přesně určit místo odrazu a pohyb atleta při rozběhu a následném skoku. Na pořízeném videozáznamu lze spolehlivě detekovat technické nedostatky skoků, které by se atlet měl v následujících pokusech snažit eliminovat.

Videozáznam je nejčastěji pořizován na mobilní telefon, případně tablet. Pozice kamery se nejčastěji nachází na kolmici k rozběžišti, která prochází místem odrazu. Z tohoto místa je poměrně dobře vidět jak rozběh, tak skok. Navíc se takto s velikou přesností dá určit místo odrazu a pozice atletova těla při přenosu energie do tyče při odrazu. Strana, z které je skok natočen se často mění, záleží na prvku skoku, který má trenér s atletem v plánu zkoumat.

Závody probíhají podobně, po každém skoku opět dochází ke konzultaci, ovšem na mezinárodních závodech není běžné, že by atlet viděl záznam skoku, který trenér pořídil, na většině soutěží je to zakázané pravidly. Trenér tedy pouze popisuje nedostatky skoku a probíhá diskuse s atletem ohledně zaměřující se následujícím postupem. Při závodech není kladen takový důraz na změny v technice jako při tréninku, typicky probíhá jen rozbor detailů nebo posouvání místa odrazu pro optimální přenos energie do tyče.

### **1.1.2 Analýza biomechanických parametrů skoku**

S rozvojem moderní techniky přibývá studií zabývajících se pohybem těla atleta při skoku o tyči. Podkladem pro tyto studie jsou především mezinárodní závody, případně mistrovství republiky. Příkladem je biomechanická zpráva z finále mužů Mistrovství světa v atletice 2017 (Gravestock a kol., 2017), na níž se podíleli pracovníci Leeds Beckett University.

K analýze parametrů se využívá několik kamer, jejichž záznam slouží jako podklad k vytvoření modelu atleta v průběhu celého skoku. Tento model je následně analyzován pro získání konkrétních parametrů skoku. Podobné studie se nejčastěji zabývají následujícími parametry:

#### **Délka jednotlivých kroků rozběhu**

Na efektivitu přenosu energie do tyče má vliv délka kroků na konci rozběhu. U většiny atletů je poslední krok rozběhu kratší oproti předešlým krokům. Rozdíl v délce předposledního a posledního kroku se může pohybovat v řádech desítek centimetrů. Důvodem pro zkrácení posledního kroku je sešlápnutí posledního kroku pod tělo atleta, tím atlet ztratí méně horizontální rychlosti při odrazu. Zkrácení posledního kroku doprovází odraz pod menším úhlem, což pro skok o tyči není tak velký problém jako pro skokany do dálky.

## **Doba oporové fáze kroku**

Technika běhu je značně ovlivněna dobou oporové fáze jednotlivých kroků. Doba oporové fáze souvisí s rychlostí běhu, mírou pokrčení stojné nohy a výškou boků a kolen. Z prostého videozáznamu se složitě určuje doba oporové fáze kroku, a tudíž se při této analýze věnuje zvýšená pozornost právě míře pokrčení stojné nohy a výšce boků a kolen.

Doba oporové fáze kroku a délka kroku se kromě analýzy videozáznamu dá měřit speciálními pásy, které se položí na zem po obou stranách rozběžiště.

## **Náběhová rychlost**

Náběhová rychlost má značný vliv na přenos energie rozběhu do tyče, rychlejší atleti tedy zpravidla používají tvrdší a delší tyče, které umožňují vyšší skoky.

Náběhovou rychlost lze měřit několika způsoby. Pro tréninkové účely se nejčastěji používají rovnoměrně rozmístěné fotobuňky, z doby běhu mezi nimi lze snadno vypočítat průměrnou rychlost v daném úseku. Tuto metodu používají především sprinteři, pro skok o tyči není příliš vhodná, rychlost se v momentu odrazu dramaticky mění a tyč může ovlivnit detekci fotobuňek. Následující možností je použití radaru, s kterým lze zanést aktuální rychlost do grafu. Při snímání atleta ze zadu téměř nedochází k chybám měření. Způsob měření náběhové rychlosti použitý ve výše zmíněné studii (Gravestock a kol., 2017) spočívá v analýze detekovaného modelu v souřadném systému, který umožňuje výpočet rychlosti jednotlivých částí těla ve standardních jednotkách, typicky se uvádí v  $\text{ms}^{-1}$ .

## **Výška boků v průběhu rozběhu**

V průběhu rozběhu je zajímavé pozorovat výšku boků, výrazné výkyvy výšky boků mají za následek výkyvy rychlosti. Plynulost rozběhu tedy koreluje s plynulostí výšky boků v průběhu rozběhu. Pro rovný skok je důležité, aby se atlet rozeběhl kontrolovaně, což se může projevit ve výšce boků, výkyvy ve výšce boků také souvisí s proměnlivou délkou kroků a dobou oporové fáze kroku. Nejdůležitější moment pro zkoumání výšky boků jsou poslední kroky rozběhu.

## **Místo odrazu**

Vzdálenost místa odrazu od zadní hrany kastlíku je podstatným ukazatelem efektivity přenosu energie do tyče. Je vhodné, aby měl atlet v místě odrazu horní paži přímo nad sebou. Vhodná vzdálenost místa odrazu je individuální, někteří atleti preferují odraz blíže ke kastlíku než jiní. Pozice odrazu se odvíjí od technického provedení skoku, výšky a odrazových schopností atleta.

## **Výška úchopu**

Hodnota tohoto parametru souvisí s délkou tyče a odvíjí se od ní místo odrazu. Může se uvádět jako vzdálenost úchopu horní ruky od spodního konce tyče nebo jako výška úchopu horní ruky nad zemí, když je tyč svislá v kastlíku. Kastlík je hluboký 20 cm, tedy hodnota po měření první metodou je o 20 cm vyšší než s použitím druhé metody. Hodnota tohoto parametru má vliv na dobu trvání skoku, vyšší úchop znamená delší dobu trvání skoku.

## **Úhel odrazu**

Pro správný převod energie rozběhu do tyče je užitečné zkoumat úhel odrazu. Uvádí se jako úhel mezi zemí a směrem, kterým se po odrazu pohybuje těžiště. Větší úhel znamená vyšší odraz, ale také větší ztrátu rychlosti při odrazu. Optimální hodnota úhlu odrazu různých atletů se liší například v závoslosti na jejich tělesné výšce.

## **Úhly v kloubech při odrazu**

Pozice těla při odrazu je pro přenos energie do tyče také důležitá. Pokud je atletův trup nakloněn dopředu, jeho ramena a paže jsou v lepší pozici pro roztlačení tyče. Naopak pokud je atlet v záklonu, jeho boky po odrazu snáze ujedou směrem dopředu a ramena zůstanou vzadu. To má za důsledek horší roztlačení tyče.

## **Doba trvání skoku**

Doba trvání skoku je vymezena odrazem od země a opuštěním tyče. Na hodnotu tohoto parametru má vliv mnoho faktorů. Technika je jedním z nich, standardně se atleti odrážejí od tyče vzpaženou paží, jsou ovšem atleti, kteří se tyče pustí dříve. Doba skoku za použití klasického odražení se vzpaženou paží se pohybuje okolo 1,3 s, nestandardní technika může tuto hodnotu stlačit až k 0,7 s. Tyto hodnoty se týkají mužského finále z Mistrovství světa v atletice 2017. Dále má na délku skoku vliv tvrdost tyče, tvrdší tyč se snáze - a tedy i rychleji - narovná a skok tak trvá kratší dobu.

## **Převýšení**

S opuštěním tyče souvisí i převýšení. Jedná se o rozdíl zdolané výšky a výšky úchopu nad zemí. Atleti světové úrovně převyšují okolo 130 cm, ženy okolo 70 cm. Převýšení je jedním z hlavních parametrů, které určují výkonnost atleta. Na jeho hodnotu má vliv jak fyzická zdatnost, tak technické provedení skoku.

# **1.2 Zpracování obrazu**

## **1.2.1 Detekce člověka**

## **1.2.2 Tracker**

## **1.2.3 Detekce kostry**

## 2. Návrh řešení

### 2.1 Algoritmus

V této sekci se věnuji stručnému popisu programu bez konkrétních implementačních praktik. Ty rozebírám v sekci 3.

**Vstup**

**Výstup**

#### 2.1.1 Zpracování videa

Prvním krokem k provedení analýzy je zpracování videa. Aby video nebylo otevřené po celou dobu analýzy, rozhodl jsem se při analýze pracovat s jednotlivými snímky, které si ukládám při jediném průchodu videem. Každému snímku také nastavím velikost, aby odpovídala rozlišení 720p. Video v portrétním režimu upravím, aby mělo šířku 720 pixelů, pokud je video natočeno na šířku, změním jeho výšku na 720 pixelů.

#### 2.1.2 Trasování objektů

Pro analýzu videa bylo nutné implementovat trasování objektů. Základ této funkcionality zajišťuje knihovná implementace, ale přesnost trasování atleta při skoku bez modifikací není dostačující.

Trasování atleta při rozběhu nedělá knihovním trackerům problém. Nepřesné trasování nastává při skoku. Důvodem těchto nepřesností je rotace atletova těla. Tato rotace je při skoku výrazná a při vodorovné pozici trupu nemusí atletovo tělo zabírat většinu ohraničujícího rámečku, což způsobí, že tracker začne trasovat pozadí videa a ztratí atleta. [OBRÁZKY RÁMEČKŮ PŘI ROZBĚHU A SKOKU - MOMENT ZTRACENÍ ATLETA A PÁR SNÍMKŮ POTÉ a výsledného řešení ve stejných momentech se stejnou inicializací postavy atleta]

Modifikací vedoucích ke zlepšení přesnosti jsem zkusil několik.

Nejprve jsem otáčel video podle naklonění trupu, které jsem získal detekcí kostry (popsané v sekci 2.1.5). Následně jsem aktualizoval tracker, aby trasoval pouze trup. Jeho pozici jsem opět získával z detekované kostry. Tyto metody selhávaly při chybné detekci kostry, ačkoliv jsem se snažil implementovat kontrolní mechanismus. Například jsem neaktualizoval tracker kostře, jejíž trup byl příliš daleko od právě trasovaného trupu. [OBRÁZEK TOHOTO PROBLÉMU]

Nakonec jsem implementoval metodu, která nezávisí na detekci kostry atleta. Atletovo tělo netrasuji jako celek, ale po částech.

Původní ohraničující rámeček rozdělím na mřížku 3x3 menších rámečků. Každý rámeček trasuji zvlášť a průběžně aktualizuji ty, které netrasují atleta.

Po každých dvou snímcích zkoumám reálný pohyb jednotlivých rámečků za tyto dva snímky (popisu pohybu se věnuji v sekci 2.1.3). Určím rámeček, který se pohnul nejvíce. Pohyb rámečku musí být horizontálně ve stejném směru, jako je rozběh atleta. Následně posunu mřížku tak, aby odpovídala pozici nejvíce se

pohybujícího rámečku. [OBRÁZEK s podrobnějším popisem] Do mřížky poté přesunu rámečky, jejichž trasování selhalo. Selhané rámečky přesunu na původní místo v nové mřížce. [OBRÁZEK před a po]

Mřížku používám pouze pro trasování atleta při detekci kostry, při hledání atleta ve videu není potřeba rámeček rozdělovat, jelikož atleta identifikuji před odrazem.

### 2.1.3 Reálný pohyb objektů

Kamera nemusí typicky není při natáčení skoků statická, tudíž je potřeba reprezentovat pohyb objektů jinak než pouze jejich pozicí ve snímcích videa.

Rozhodl jsem se pro určení pohybu podle vzájemné pozice objektu a pozadí snímku. Pozadí snímku reprezentuji ohraničujícím rámečkem videa, ve kterém se nenachází atlet. Polohu pozadí snímku považuji za statickou. Jedná se o jistou formu projekce 3D prostoru do 2D, která zkresluje realitu.

Ve snímku, ve kterém detekuji objekt, vyberu část snímku, ve které se objekt, jehož pohyb určuji, nenachází. Tím získám pozadí, jehož pozice je statická v průběhu celého videa. Pozici objektu budu následně vztahovat ke středu této oblasti. Určení pozice je v prvním snímku snadné, lze ji vyjádřit výrazem  $p_0 = o_0 - b_0$ , kde  $o_0$  je pozice středu objektu ve snímku,  $b_0$  pozice středu pozadí ve snímku a  $p_0$  výsledná pozice objektu vůči pozadí. Také určím pozici  $t_0$  levého horního rohu snímku vůči středu pozadí, ta je rovna  $t_0 = -b_0$ . Na základě pozice levého horního rohu snímku lze snadno určit pozici objektu:  $p_0 = t_0 + o_0 = o_0 - b_0$ .

Při přechodu do následujícího snímku získám pomocí trackerů pozici objektu a pozadí. Podle pozice pozadí v nyní zpracovávaném snímku získám pozici levého horního snímku vůči pozadí, jelikož se pozadí nepohybuje, reprezentuje tato hodnota pozici levého horního rohu snímku vůči středu původního pozadí. Tuto hodnotu si označím jako  $t_1$ . Podle její hodnoty snadno určím novou pozici objektu, dojdou k ní výrazem  $p_1 = t_1 + o_1$ , kde  $o_1$  je pozice středu objektu v nyní zpracovávaném snímku a  $p_1$  výsledná pozice vůči původnímu středu pozadí.

V průběhu videa pravděpodobně dojde k momentu, kdy se pozorovaná část pozadí dostane mimo záběr. V tuto chvíli aktualizuji pozadí jako novou oblast pozadí právě zpracovávaného snímku. Na základě vzájemné pozice původního a aktualizovaného pozadí určím pozici aktualizovaného pozadí vůči původnímu pozadí, označím si ji jako  $d$ . Pozice objektů v následujících snímcích budu vztahovat k aktualizovanému pozadí, ale k výsledné pozici přičtu  $d$ . Při další aktualizaci pozadí zvýším  $d$  o posun nového pozadí vůči stávajícímu. [OBRÁZEK znázorňující výpočty]

Tyto výpočty vycházejí z vlastností souřadného systému snímku, který popisují v sekci 2.1.6.

### 2.1.4 Nalezení atleta

Pro nalezení atleta stačí určit snímek, ve kterém je atlet dobře vidět, jeho pozici v něm a směr rozběhu. Pozici atleta bude reprezentovat jeho ohraničující rámeček. [OBRÁZEK RÁMEČKU]

Pro nalezení atleta jsem zvolil dva přístupy.

Prvním z nich je manuální. Uživatel po spuštění analýzy vybere snímek, ve kterém je atlet dobře vidět. Následně vyznačí do videa ohraničující rámeček, do něhož se vejde postava atleta.

Druhým přístupem je automatické nalezení atleta. Při automatické detekci atleta je potřeba detekovat postavy ve snímku videa, pro tuto detekci jsem využil knihovni funkci. Výsledkem této detekce je množina ohraničujících rámečků reprezentujících postavy ve snímku. Z těchto postav je potřeba vybrat tu, která reprezentuje atleta.

Atlet provádí na videu specifický pohyb. Nejprve se rozeběhne a poté provede skok, tedy ohraničující rámeček postavy atleta by se ve videu měl pohybovat horizontálně bez výrazných výkyvů ve vertikálním směru, následně se pohybovat směrem vzhůru a nakonec směrem dolů.

Pomocí trasování objektů mohu ve videu zkoumat pohyb postav a na základě jejich reálného pohybu filtrovat postavy, které mohou reprezentovat atleta.

V prvním snímku detekuji postavy a uložím si je do seznamu, následně budu zkoumat jejich pohyb. Jejich pohyb budu zkoumat pomocí trasování objektů a následného určení reálného pohybu.

Pokud se postava v horizontálním směru nepohne za určitou dobu alespoň o danou vzdálenost, smažu ji ze seznamu, jelikož nereprezentuje atleta. Jakmile je seznam postav prázdný, spustím detekci postav znovu v právě zpracovávaném snímku.

V opačném případě považuji postavu za atleta. Tímto okamžikem hledání atleta ve videu končí, jelikož vím, ve kterém snímku jsem atleta detekoval poprvé, jaký byl jeho ohraničující rámeček v daném snímku a směr jeho pohybu.

### 2.1.5 Detekce atletovy kostry

Pro určení atletovy kostry stačí detekovat klouby, které následně spojím úsečkami. Klouby detekuji pomocí konvoluční sítě. Jelikož má implementace očekává, že na snímku je jediná postava, bylo pro dostatečnou kvalitu detekce kloubů potřeba vyříznout ze snímku okno, v němž se nachází atlet a příslušné okno rotovat, aby byl atlet v co nejvzpřímenější pozici. Síť, kterou používám, je totiž natrénovaná na databázi (Andriluka a kol., 2014), v níž je většina postav ve vzpřímené poloze.

Určení pozice atletova okna provádím s použitím rámečků na těle atleta, kterého trasuji. Rámečky uzavřu do co nejmenšího rámečku a v něm naleznu střed. To je střed prvního okna pro detekci kostry. Střed okna v následujících snímcích posouvám směrem ke kyčlím atleta. Tento posun získám z pozice rámečku obsahujícího trackery atletova těla a pozice kyčlí kostry detekované v minulém snímku. [OBRÁZEK posunu okna před a po aktualizaci mřížky] Aby se okno neposunulo příliš daleko od těla atleta při chybné detekci kostry, posouvám střed okna jen v rámci rámečku obsahujícího trackery atletova těla. [OBRÁZEK detekce chybné postavy a následné napravení]

Rotaci okna provádím podle náklonu trupu poslední validně detekované kostry. Validně detekovanou kostrou rozumím kostrou, které jsem detekoval všechny klouby. Abych zamezil rotacím podle chybné detekce, aktualizuji poslední známý úhel náklonu trupu jen v případě, že se od předchozího příliš neliší. Pokud tedy při skoku detekuji kostru postavy, která stojí u místa odrazu, neaktualizuji úhel rotace

a okno rotuji podle posledního známého naklonění trupu atleta. [OBRÁZEK]

Pokud se mi nepodaří detekovat celou kostru, zkusím okno rotovat o určitý úhel oběma směry a vyberu ten s nejúspěšnější detekcí, co se počtů detekovaných kloubů kostry týče.

Jelikož atlet mění v průběhu videa velikost - standardně se zvětšuje, protože se přibližuje ke kameře - je potřeba okno postupně zvětšovat. První okno je dané původním ohraničujícím rámečkem, který pro jistotu lehce zvětším. Velikosti následujících oken určuji podle dosud největší validně detekované kostry. Velikost se rovná vzdálenosti dvou nejvzdálenějších kloubů kostry, ale pro jistotu okno lehce zvětším. Okno je tedy čtvercové, jehož strana má délku velikosti dosud největší validně detekované kostry, která je zvětšena konstantou.

Detekované klouby v okně následně převedu podle pozice okna do souřadného systému snímku, který popíšu v sekci 2.1.6.

## 2.1.6 Konverze detekované kostry do 3D modelu

Klouby kostry reprezentuji v souřadném systému snímku videa. Bod nacházející se na pozici  $(x,y)$  ve snímku se nachází ve vzdálenosti  $x$  pixelů od levé strany snímku a ve vzdálenosti  $y$  pixelů od horní strany snímku.

Jednotkou souřadného systému 3D modelu je pixel. Odhad reálných vzdáleností z videa je poměrně komplikovaný a pro základní parametry skoku bude tento systém dostačující. Pro případnou konverzi na metry lze systém vhodně přeskálovat v budoucnu. Musí se ovšem brát v potaz vzdálenost atleta od kamery, jelikož se jeho velikost v průběhu videa mění. Pro přesnější konverzi bych tedy musel zvolit jiný výpočet reálného pohybu objektů ve videu.

Kloub výsledného 3D modelu reprezentuji jako uspořádanou trojici  $(x,y,z)$ , počátek této soustavy umístím do místa kotníku odrazové nohy při odrazu atleta. Ideální by bylo počátek umístit na zadní hranu kastlíku. Kastlík je schovaný za doskočištěm, tudíž bych jeho pozici musel odhadovat na základě detekce tyče, což by mohlo být nepřesné.

Hodnota první složky určuje horizontální vzdálenost bodu od počátku ve směru rovnoběžným s osou rozběžiště. Tato hodnota stoupá ve směru rozběhu.

Hodnota druhé složky určuje horizontální vzdálenost bodu od počátku ve směru kolmým na osu rozběžiště. Tato hodnota stoupá ve směru od kamery.

Hodnota třetí složky určuje vertikální vzdálenost bodu od počátku. Tato hodnota stoupá ve směru vzhůru.

Pro převod kostry do 3D modelu je tedy třeba sečíst pozici levého horního rohu vůči pozadí a pozici kloubu kostry ve snímku, abych získal pozici  $(x,y)$  kloubu kostry vůči pozadí. Následně převrátím první složku, pokud atlet běží doleva, jinak ji nechám beze změny. Druhou složce výsledného bodu nastavím na 0. Jako hodnotu poslední složky uložím hodnotu  $-y$ . Výsledný bod posunu o  $-d$ , kde  $d$  je pozice kotníku odrazové nohy při odrazu. Tuto hodnotu získám až po analýze parametrů skoku (popsané v sekci 2.1.7), kterou provádím v posunutém souřadném systému, což na parametry skoku nemá vliv.

Konverzi bodu kostry  $(x',y')$  ve snímku, jehož levý horní roh má pozici  $(x'',y'')$

vůči pozadí, do 3D modelu lze reprezentovat takto:

$$\begin{aligned}\text{Při běhu doprava:} \quad & (x, y, z) = (x' + x'', 0, -y' - y'') - d. \\ \text{Při běhu doleva:} \quad & (x, y, z) = (-x' - x'', 0, -y' - y'') - d.\end{aligned}$$

$d$  značí pozici kotníku odrazové nohy při odrazu vůči pozadí.

## 2.1.7 Analýza parametrů skoku

Vzhledem k vlastnostem mnou zvoleného modelu nebude vhodné analyzovat některé parametry skoku. Rozeberu proveditelnost analýzy biomechanických parametrů popsaných v sekci 1.1.2.

### Délka jednotlivých kroků rozběhu

Délka jednotlivých kroků rozběhu je velice citlivá na úhel, pod kterým atleta snímám a jeho vzdálenost od kamery. Vliv vzdálenosti by bylo možné vyřešit reprezentací délky kroku relativně vůči výšce postavy. Ovšem úhel osy kamery vůči rozběžišti v programu nijak neřeším, tudíž se této nepřesnosti nelze jednoduše zbavit.

Proto jsem se rozhodl tento parametr neanalyzovat.

Místo délky kroku jsem se rozhodl implementovat zjišťování hodnoty doby trvání jednotlivých kroků. K získání této hodnoty stačí najít snímky, ve kterých se noha začíná pohybovat směrem vzhůru. Tím získám momenty dokončení odrazů jednotlivých kroků. Doba, která uplyne mezi následujícími kroky je výsledná hodnota.

### Doba oporové fáze kroku

Dobu oporové fáze kroku lze analyzovat mírným rozšířením analýzy doby trvání jednotlivých kroků. Při spuštění stejného algoritmu od konce videa získám momenty došlapů. Spolu s momenty odrazů určím snadno dobu oporové fáze jednotlivých kroků.

Pro přesnost je potřeba vyfiltrovat snímky, ve kterých nedochází ke kroku, příkladem je chvíle po odrazu, při níž atlet švihá odrazovou nohou dopředu. Odrazová noha se tedy po odrazu pohybuje vzhůru a následně dolů, což může být z hlediska algoritmu vnímáno jako krok. Snímek označím za krok jen v případě, že je noha dostatečně nízko. Také je potřeba ohlídat nepřesné detekce kostry, vertikální pohyb nohy tedy musí překročit jistou hodnotu, aby byl snímek považován za moment došlapu, případně odrazu. [OBRÁZEK pohybu nohou s ukázkou švihu při skoku]

Tento parametr jsem se rozhodl analyzovat, ačkoli je jeho přesnost dána také frekvencí snímků videa.

### Náběhová rychlost

Náběhovou rychlost nelze analyzovat v průběhu celého rozběhu příliš přesně ze stejného důvodu, jaký jsem popsal v sekci 2.1.7. V momentu odrazu lze rychlost reprezentovat poměrně přesně, ale jen v jednotkách závislých na pixelech. Pro převod na jednotky s větší vypovídající hodnotou by bylo možné využít délku



tyče nebo výšku atleta. Pro implementaci této metody by bylo potřeba, aby uživatel zadal příslušný parametr - výšku atleta nebo délku tyče - a přesnost by výsledná hodnota by nejspíš nebyla příliš přesná. Lepším způsobem pro analýzu tohoto parametru tak zůstává využití fotobuňek nebo radaru.

Místo analýzy tohoto parametru jsem zkoumal ztrátu horizontální rychlosti ramen a boků při odrazu. Tato změna nezávisí na použitých jednotkách, takže není potřeba odhadovat vzdálenosti. Pro získání těchto hodnot porovnávám změnu pozice ramen a boků daný časový úsek před odrazem, při odrazu a stejný časový úsek po něm.

### **Výška boků v průběhu rozběhu**

Výška boků bez jakéhokoliv škálování v závislosti na velikosti atleta ve videu není příliš vypovídající pro porovnání začátku a konce rozběhu. Vliv na výsledný skok mají spíše lokální výkyvy, především ty, které nastávají v konci rozběhu. Tím pádem je hodnota tohoto parametru užitečná i bez škálování naměřených hodnot.

Výšku boků jsem tedy mezi implementované parametry zahrnul, pro získání jeho hodnoty průměruji výšku levé a pravé kyčle.

### **Místo odrazu**

Přesnost tohoto parametru závisí také na zvoleném modelu, kterým reprezentuji tělo atleta, tedy kolik bodů na těle detekuji. Nejčastěji se udává jako vzdálenost špičky chodidla od zadní hrany kastlíku. Pozici špičky chodidla je složité odhadnout, pokud znám jen pozici kotníku.

Pozice odrazu se jednoduše a přesně určí pouhým okem, především pokud jsou poblíž místa odrazu na zemi značky, proto jsem tento parametr neimplementoval.

### **Výška úchopu**

Podobně jako v předchozím případě (sekce 2.1.7) lze hodnotu tohoto parametru poměrně přesně určit pouhým okem při znalosti délky tyče. Proto nebylo potřeba analýzu tohoto parametru implementovat.

### **Úhel odrazu**

Jelikož je osa kamery standardně kolmá na směr rozběhu, je možnost získání přesné hodnoty tohoto parametru solidní. Úhel určím podobně jako ztrátu rychlosti. Porovnám pozici boků daný časový úsek před odrazem, při odrazu a stejný časový úsek po něm. Na základě rozdílů těchto pozic určím úhel rozběhu (jeho konce) a skoku (jeho počátku) vůči horizontální ose. Po odečtení úhlu rozběhu od úhlu skoku získám úhel odrazu.

Úhel odrazu jsem se tedy rozhodl analyzovat.

### **Úhly v kloubech při odrazu**

Úhly v kloubech kostry lze z modelu získat snadno, ale lze je odhadnout poměrně přesně i bez analýzy programem - alespoň pro účely porovnání skoků.

Nejedná se o tak důležitý parametr jako úhel odrazu, tedy implementaci analýzy úhlů kloubů těla ponechám jako možné rozšíření programu do budoucna.

### **Doba trvání skoku**

Pro získání hodnoty tohoto parametru by bylo užitečné detekovat tyč. Tuto funkcionalitu jsem neimplementoval, tudíž tento parametr není mezi analyzovanými.

### **Převýšení**

Pro určení míry převýšení je také vhodné detekovat tyč. Druhou možností je převod souřadného systému na metry a zadání výšky úchopu. Poté by bylo možné převýšení určit. V budoucích verzích programu by se tento parametr mohl objevit. Zatím jsem ho neimplementoval.

### **Další implementované parametry**

Nad rámec popsaných parametrů jsem se rozhodl implementovat analýzu následujících parametrů.

**Úhel došlapu** Parametrem souvisejícím s dobou oporové fáze kroku je úhel došlapu. Jedná se o úhel mezi kotníkem, kyčlí a vertikálou. Aproximuje vzdálenost došlapu před těžištěm atleta. Pro získání hodnoty tohoto parametru použijí získané snímky, ve kterých dochází k došlapu.

**Náklon trupu** Hodnota tohoto parametru není příliš přesná na začátku rozběhu, ale s postupem času se přesnost zvětšuje díky lepšímu úhlu záběru. Náklon trupu počítám dvěma způsoby. Mezi hlavou, středem kyčlí a vertikálou a mezi středem ramen, středem kyčlí a vertikálou.

## **2.1.8 Zobrazení parametrů skoku**

Výsledné parametry je vhodné uživateli přehledně zobrazit. Rozhodl jsem se pro vlastní prohlížeč snímků videa. Lze se mezi snímky pohybovat dopředu i dozadu. Ve výchozím režimu se zobrazí video se zakreslenou kostrou, jejíž zakreslení do snímku lze vypnout a znovu zapnout.

Při prohlížení daného snímku vypíše program do konzole hodnoty příslušných parametrů. Parametry jsem rozdělil do kategorií podle části skoku, při které jsou podstatné. Například úhel došlapu je irelevantní při skoku, ale je důležitý při rozběhu. Tedy při snímku rozběhu se vypíše například úhel naklonění trupu v daném snímku a doba trvání právě probíhajícího kroku. Parametry související s odrazem vypíše program při zobrazení snímku, který reprezentuje moment odrazu. [OB-RÁZKY]

Po ukončení prohlížeče snímků zobrazím uživateli hodnoty parametrů zanesených do grafů.

### 2.1.9 Uložení výstupu

Hodnoty parametrů vypíšu do souboru pro případnou hlubší biomechanickou analýzu. Jedná se o .csv soubor, jehož formát je následující.

Parametry ukládám po sloupcích. První sloupec obsahuje čísla snímků videa, následující sloupce obsahují parametry.

První řádek souboru obsahuje název analyzovaného videa, druhý názvy parametrů, počínaje od druhého sloupce.

Parametry, které reprezentuje jedna hodnota, zabírají jen první řádek hodnot.

Parametry, které neodpovídají snímkům, ale obsahují více hodnot (například doba trvání jednotlivých kroků), jsou uloženy postupně od prvního řádku, dokud jejich hodnoty znám.

Parametry, pro které znám hodnotu v každém snímku, jsou uloženy v řádcích odpovídajícím příslušným snímkům videa. [UKÁZKA]

Aby uživatel nemusel video analyzovat znovu, je mu umožněno načtení modelu ze souboru. Ten vykreslí kostru do videa a analyzuje parametry. Pozici kloubu kostry ve snímku videa získám inverzní konverze popsané v sekci 2.1.6

Po analýze videa se výsledný model uloží do textového souboru. První řádek obsahuje název analyzovaného videa.

Následně se opakují části reprezentující detekce daného snímku. Na prvním řádku této části je číslo snímku videa, následuje pozice levého horního rohu snímku (ve 3D souřadnicích). Na dalším řádku následuje pozice kloubu kostry těla ve 3D souřadnicích. Tyto klouby jsou uloženy postupně, podle zvoleného modelu reprezentace těla, ten je popsán v sekci ?. [UKÁZKA]

## 2.2 Programové vybavení

### 2.2.1 Počítačové vidění a zpracování obrazu

Pro potřeby počítačového vidění a zpracování obrazu lze využít několik knihoven.

**OpenCV** (Bradski, 2000) je jednou z nejrozšířenějších open-source knihoven. Mezi její výhody patří všestrannost. Je vhodnou volbou pro zpracování obrazu, videí a vytváření modelů počítačového vidění a strojového učení. OpenCV vznikla již v roce 2000, což je jedním z důvodů, proč ji využívá a udržuje mnoho vývojářů. Na internetu lze tedy najít mnoho informací o naprosté většině funkcionality, kterou tato knihovna disponuje.

OpenCV lze spustit na různých platformách a je vhodnou volbou i pro mobilní zařízení, což může být užitečné pro budoucí rozšíření aplikace. Tuto knihovnu lze použít v programu psaném v jazycích C, C++, Python nebo Octave.

**OpenVINO** je knihovna z dílny společnosti Intel. Existuje ve dvou verzích, jako open-source a jako distribuce spravovaná právě společností Intel. Knihovna disponuje solidní zásobou modelů hlubokého učení pro potřeby počítačového vidění a jejich optimalizací pro procesory společnosti Intel.

Ačkoliv se vývojáři snaží podporovat i jiné procesory, může být spuštění této knihovny na procesorech s jinou architekturou problematické. Možnosti knihovny pro zpracování obrazu jsou omezené, takže se často používá v kombinaci s OpenCV. API této knihovny je určené pro jazyky C, C++ a Python.

**VisionWorks** Společnost NVidia vyvinula knihovnu VisionWorks, která využívá rychlosti grafických karet. Tato knihovna slouží především k detekci a trasování objektů. Má výborné výsledky v oblasti autonomního řízení, což není příliš použitelné v mém programu.

**Vision Workbench** NASA spravuje vlastní knihovnu Vision Workbench zabývající se počítačovým viděním a zpracováním obrazu. Hlavním cílem této knihovny je zpracování obrazu a počítačové vidění pro vesmírné roboty.

## 2.2.2 Grafické zobrazení výstupu

Užitečným prvkem při analýze videozáznamu je přehrávač videa. Pro mé potřeby by bylo vhodné, aby se pro daný snímek zobrazovaly hodnoty parametrů, takže přehrávač videa nahradím prohlížečem snímků videa.

Pro analýzu parametrů a jejich případné porovnání je vhodné jejich hodnoty zanást do grafů.

**gnuplot** Jedním z nejrozšířenějších programů pro tvorbu grafů je gnuplot (Williams a kol., 2013). Program se spouští z příkazové řádky a běží na několika platformách. Jedná se o program, jehož první verze vznikla už v roce 1986, takže má, podobně jako OpenCV, velké množství uživatelů, kteří s ním mají bohaté zkušenosti.

Gnuplot zpracovává vstup z příkazové řádky nebo skriptů, které popisují, jaká data se mají vykreslit. Příkazy nejsou psané v žádném programovacím jazyce, ale mají vlastní syntaxi.

**MATLAB** Velké množství vědců používá pro práci s daty MATLAB (MATLAB, 2010). Jedná se o programovací jazyk, který se specializuje například na numerické výpočty, práci s maticemi nebo zanášení dat do grafů.

MATLAB je možné provázat s jinými programovacími jazyky, mezi něž patří C, Java nebo Python.

**Matplotlib** Stále větší oblibě se těší programovací jazyk Python, který disponuje knihovnou pro generování grafů. Tato knihovna se jmenuje Matplotlib (Hunter, 2007), která se používá pouze pomocí jazyka Python. Standardním způsobem práce s touto knihovnou je přes modul Pyplot, jehož funkcionalita je podobná MATLABu. Pyplot disponuje množinou funkcí, které umí vykreslit různé typy grafů. Výhodou použití Pythonu je také snadné spuštění skriptů, které není potřeba manuálně kompilovat před jejich spuštěním.

Skripty psané v Pythonu lze spouštět přímo z kódu jazyka C++, což umožňuje automatické zobrazení grafů po doběhnutí analýzy videa skoku o tyči.

## 3. Realizace

### 3.1 Zvolené prostředky

### 3.2 Schéma programu

## 4. Experimentální část

# Závěr

# Seznam použité literatury

- ANDRILUKA, M., PISHCHULIN, L., GEHLER, P. a SCHIELE, B. (2014). 2D Human Pose Estimation: New Benchmark and State of the Art Analysis. In *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*.
- ATHLETICS, W. (2021). Research centre. [online]. URL <https://www.worldathletics.org/about-iaaf/documents/research-centre>. Naposledy navštíveno 17. 5. 2021.
- BRADSKI, G. (2000). The OpenCV Library. *Dr. Dobb's Journal of Software Tools*.
- GRAVESTOCK, H., BISSAS, A. a MERLINO, S. (2017). Biomechanical report for the IAAF World Championships London 2017: Pole Vault Men's. URL <https://www.worldathletics.org/download/download?filename=e2903e25-0ee3-43d2-b031-1af5a3b84fb8.pdf&urlslug=Men%20s%20pole%20vault%20-%202017%20IAAF%20World%20Championships%20Biomechanical%20report>.
- HUNTER, J. D. (2007). Matplotlib: A 2D graphics environment. *Computing in Science & Engineering*, **9**(3), 90–95. doi: 10.1109/MCSE.2007.55.
- MATLAB (2010). *version 7.10.0 (R2010a)*. The MathWorks Inc., Natick, Massachusetts.
- WILLIAMS, T., KELLEY, C. a MANY OTHERS (2013). Gnuplot 4.6: an interactive plotting program. [online]. URL <http://gnuplot.sourceforge.net/>.



# Seznam obrázků

# Seznam tabulek

# Seznam použitých zkratek

## A. Přílohy

### A.1 První příloha