Definicijsko območje in zaloga vrednosti

28. oktober 2017

$$f(x) = \log(|\sqrt{1-x^2} - 2| - \frac{3}{2})$$

- najprej izračunajmo definicijsko območje znotraj logaritma. $\sqrt{1-x^2}$ bo definiran ko bo $1 - x^2 > 0 \to 1 > x^2 \leftrightarrow |x| < 1$

- sedaj se osredotočimo na absolutno vrednost $|\sqrt{1-x^2} - 2|$ in upoštevajmo da vemo da je $|x| < 1$

  hitro se vidi da je $|\sqrt{1-x^2}|$ vedno manjši kvečjemu enak 1 ko je $|x| < 1$ (lahko narišeš graf ali pa rešiš enačbo$\sqrt{1-x^2} - 2 = 0$ in vidiš da je $\sqrt{1-x^2} - 2$ vedno manjše od 0 ko je $|x| < 1$)
  zato bo $|\sqrt{1-x^2} - 2| = 2 - \sqrt{1-x^2}$

  naša enačba ima sedaj obliko

  $$f(x) = \log(2 - \sqrt{1-x^2} - \frac{3}{2}) = \log(\frac{1}{2} - \sqrt{1-x^2})$$

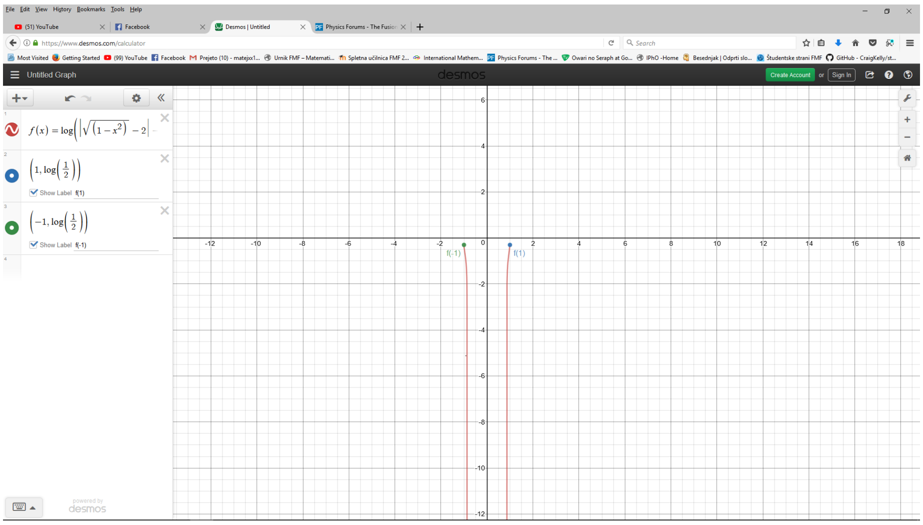
- sedaj zračunamo kdaj bo $\frac{1}{2} - \sqrt{1-x^2} > 0$ sa je logaritem definiran takrt ko je tisto znotraj njega več kot 0

  koren damo na eno stran. Potem kvadriramo in dobimo rešitve $x \in (-1, \frac{\sqrt{3}}{2}) \vee (\frac{\sqrt{3}}{2}, 1)$ in to je potem našo definicijsko območje

- zalogo vrednosti: vemo da je logaritemska funkcija naraščajoča zato bo svoj maks dosegla takrat ko bo tisto znotraj največje.To je pri nama ko bo x=1 ali x=-1 in takrat bo $f(1) = \log(\frac{1}{2})$
  minimum pa takrat ko bo tisto znotrja najmanjše kar je pri nama ko je $x = \frac{\sqrt{3}}{2} \vee x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \to f(\frac{\sqrt{3}}{2}) = \log(1/2 - \sqrt{1 - (\frac{\sqrt{3}}{2})^2} =) \log(0) = -\infty$
  Tuki bi mogoč lahko kdo komplciral ker $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ni v definicijskem območju vendar ko se vrednosti približujejo $\frac{\sqrt{3}}{2}$ je logaritem poljubno blizu 0

  iz tega sledi da je zaloga vrednosti te funkcije od $(-\infty, \log(\frac{1}{2})$ **opomba:** Zalogo vrednosti lahko ponavadi zračunaš tudi tako da zračunaš odvod in iščeš max/min pri tem pa moraš še pogledati limite na robu definicijskega območja

  spodaj je še slika funkcije za lažjo predstavo


Untitled Graph
desmos
Create Account
Sign In
$f(x) = \log\left(\left|\sqrt{(1-x^2)} - 2\right|\right)$
$\left(1, \log\left(\frac{1}{2}\right)\right)$
Show Label f(1)
$\left(-1, \log\left(\frac{1}{2}\right)\right)$
Show Label f(-1)
f(-1)
f(1)