

Beadandó dolgozat feladatok

ötödik osztály, 2019. május, 9/10

Kedves tanulók!

Úgy érzem sikerült megtalálni a közös utat, ami az órák tartalmi részét illeti. A száraz és szigorú matematikai logika végigjárása helyett a játékos vonalon haladunk, és úgy érzem, hogy ezzel többet tanultatok, több matematikai tudás ragadt meg, mint korábban.

A legutóbbi beadandó dolgozaton rendkívül sokat dolgoztam. Sajnos erre most nem volt lehetőségem, ráadásul nem adhatok két hetet a beadásra sem, mert szorít minket az év vége. Ezért ez alkalommal a készségfejlesztés lesz az elsődleges cél, ami egy egyszerűbb, de sajnos kevésbé izgalmas feladatsort fog eredményezni.

A könnyedebb órák ellenére is meg kell tanulni a matematikai módszereket és összefüggéseket. Ezeken az órákon is bemutattam és kipróbáltunk számos ilyen módszert. Nem kérek olyasmit tehát, amit nem láttatok, és amit nem próbáltunk ki.

Mindenki kapott segédlapot a mértékegységek átváltásához. Aki viszont elhagyta, itt tudja pótolni:

<https://github.com/matektankor/segedanyag>

Arra kérek titeket, hogy először mindenképpen dolgozzatok egyedül, és a születeket vagy más felnőtteket csak akkor vonjatok be a feladatok megoldásába, ha feltétlenül szükséges, és csak annyi ideig, amíg meg nem értitek azt amit egyedül nem sikerült. Ez a feladat nektek van kiadva. Többet is tanultok belőle, ha egyedül jöttök rá valamire.

1. Természetes törtek

A természetes törtek teljes megértéséig még nem jutottatok el. Nem kell aggódni, voltam a hatodikasoknál, és ők sem értik még ezeket teljesen. Igazából még nem nagyon találkoztam olyannal, aki nyolcadikos koráig eljutott volna oda, hogy teljes könnyedséggel kezelje ezeket, és ismerje az átjárást a természetes és a tizedes törtek, valamint a százalékos alak között. Habár ezek ismerete év végére már szükséges volna, nem léphetünk túl nagyot, ezért a következő feladatok nem lesznek túl bonyolultak.

A természetes törtek esetén meg kell szokni, hogy nem a felső, hanem az alsó számra (a nevezőre) tekintünk először, ugyanis az mondja meg, hogy mennyibe tört dolgokkal van dolgunk. Ha a nevező 2, akkor fél részeink vannak, ha 4, akkor negyed részeink, és ha 118, akkor száztizennyolcad részeink. Minden rész ugyanolyan mint a többi, és együtt 118-an adnak egy egészt, 236-an pedig két egészt. Ha viszont csak 59 ilyenünk van, akkor csak fél egészünk van. Azt, hogy mennyi van ezekből az azonos darabkákból, a felső szám (a számláló) mondja meg. Az utolsó esetben, amikor 59 darab 118-ad részünk volt, a számláló tehát 59, a tört pedig $\frac{59}{118}$.

Miért egy fél egész az $\frac{59}{118}$? Ha a számlálónak és a nevezőnek van közös osztója¹, akkor e közös osztóval eloszthatjuk külön-külön a számlálót is és a nevezőt is, és a kapott tört értéke nem változik, azaz továbbra is ugyanazt a dolgot fogja jelenteni, mint az egyszerűsítés előtt. E műveletet ugyanis egyszerűsítésnek hívjuk. Vegyük észre, hogy az $\frac{59}{118}$ számlálója is és nevezője is maradék nélkül osztható 59-cel. Az egyszerűsítés után tehát az $\frac{1}{2}$ törtet kapjuk, ami egy fél egész.

A számlálót és a nevezőt meg is szorozhatjuk ugyanazzal a számmal, természetesen akkor sem változik a tört értéke. $\frac{1}{2}$ és $\frac{2}{4}$ tehát ugyanannyi, ahogy $\frac{59}{118}$ is, amikor az $\frac{1}{2}$ -et 59-cel bővítjük. Ez utóbbi művelet neve ugyanis a bővítés.

Ha két tört nevezője azonos, akkor az összeadás és kivonás könnyű velük: csak a számlálókat kell összeadni vagy kivonni.

$$\begin{aligned}\frac{1}{2} + \frac{1}{2} &= \frac{2}{2} = \frac{1}{1} = 1 \\ \frac{1}{2} + \frac{5}{2} &= 3 \\ \frac{70}{118} - \frac{11}{118} &= \frac{59}{118} = \frac{1}{2}\end{aligned}$$

Ha viszont a két törtnek nem azonos a nevezője, akkor nem tudjuk azonnal elvégezni az összeadást vagy a kivonást, előbb valamiféleképpen közös nevezőre kell hozni őket. Úgy kell tehát egyszerűsíteniük vagy bővíteniük egyiket, másikat, vagy mindkettőt, hogy a két tört nevezője azonos legyen. Ha például a feladat a következő kiszámítása, akkor a számlálókkal nem végezhetjük el a kivonást, mert a nevezők különböznek:

$$\frac{3}{2} - \frac{59}{118}$$

Ha viszont az $\frac{59}{118}$ -at egyszerűsítjük $\frac{1}{2}$ formába, akkor máris láthatjuk, hogy

$$\frac{3}{2} - \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1.$$

Természetesen bővíthettük volna a $\frac{3}{2}$ -et is 59-cel, azaz megszorozzuk a számlálót és a nevezőt is 59-cel. Ezzel a nevező 118 lesz, a számláló pedig $3 \cdot 59 = 177$. Így

$$\frac{177}{118} - \frac{59}{118} = \frac{118}{118} = 1.$$

Muszáj volt ide sűrítennem az elméletet, mert a külön segédanyagokat nagyon kevesen olvastátok el.

¹ ennek kiderítésére alkalmas a prímtényezős felbontás

Feladat 1.1 Ha eddig nem tetted, olvasd el a fenti szöveget a természetes törték-ről, és foglald össze legalább 30 szóval. 10 pont
 Volt valami, amit nem értettél belőle? Ha igen, írd le legalább 20 szóval. 5 pont

Feladat 1.2 Mennyi egészt írnak le a következő tört alakok: 2 pont/db

| | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------------|-------------------|
| $\frac{3}{3}$ | $\frac{14}{7}$ | $\frac{12345}{12345}$ | $\frac{10}{1}$ |
| $\frac{400}{2}$ | $\frac{1}{1}$ | $\frac{125}{5}$ | $\frac{500}{100}$ |
| $\frac{99}{9}$ | $\frac{990}{9}$ | $\frac{999}{9}$ | $\frac{1008}{9}$ |

Feladat 1.3 Egyszerűsítsd a következő törtéket: 2 pont/db

| | | | |
|-------------------|-----------------|---------------------|---------------------|
| $\frac{14}{63}$ | $\frac{28}{56}$ | $\frac{7192}{8091}$ | $\frac{6832}{2928}$ |
| $\frac{48}{48}$ | $\frac{60}{60}$ | $\frac{3}{3}$ | $\frac{126}{567}$ |
| $\frac{300}{300}$ | $\frac{35}{35}$ | $\frac{32}{96}$ | $\frac{160}{224}$ |

Feladat 1.4 Bővítsd a törtéket a 2-től 10-ig terjedő természetes számokkal. Min-den számot csak egyszer használhatsz, de te döntheted el, hogy melyik törtet bőví-ted 2-vel, melyiket 3-mal, melyiket 4-gyel és így tovább: 2 pont/db

| | | |
|------------------|-----------------|-----------------|
| $\frac{717}{15}$ | $\frac{16}{63}$ | $\frac{2}{31}$ |
| $\frac{38}{98}$ | $\frac{3}{9}$ | $\frac{23}{60}$ |
| $\frac{92}{25}$ | $\frac{2}{3}$ | $\frac{48}{71}$ |

Feladat 1.5 Végezd el az alábbi műveleteket: 2 pont/db

$$\frac{62}{70} - \frac{9}{70}$$

$$\frac{6}{27} + \frac{41}{27}$$

$$\frac{37}{6} + \frac{82}{6}$$

$$\frac{5}{78} - \frac{2}{78}$$

$$\frac{278}{2} - \frac{87}{2}$$

$$\frac{8}{22} - \frac{8}{22}$$

$$\frac{845}{73} - \frac{5}{73}$$

$$\frac{7}{10} + \frac{41}{10}$$

$$\frac{64}{83} + \frac{1}{83}$$

$$\frac{3}{23} + \frac{58}{23}$$

$$\frac{954}{4} - \frac{7}{4}$$

$$\frac{877}{7} + \frac{4}{7}$$

Feladat 1.6 Végezd el az alábbi műveleteket:

4 pont/db

$$\frac{376}{9} + \frac{6}{58}$$

$$\frac{73}{5} - \frac{71}{131}$$

$$\frac{8}{291} - \frac{3}{373}$$

$$\frac{5}{2} - \frac{4}{9}$$

$$\frac{6}{97} + \frac{114}{52}$$

$$\frac{7}{77} + \frac{79}{64}$$

$$\frac{794}{5} - \frac{1}{22}$$

$$\frac{99}{232} - \frac{7}{350}$$

$$\frac{4}{22} + \frac{799}{9}$$

$$\frac{195}{33} - \frac{7}{6}$$

$$\frac{6}{9} + \frac{75}{6}$$

$$\frac{80}{59} - \frac{1}{3}$$

2. Mértékek

Feladat 2.1 Fejezd ki az alapegységben és jelezd, hogy milyen mértékről van szó:

2 + 1 pont/db

75000000 mg

8 m

30 min

2358 dkg

9 m³

1 d

78 s

43 km

68 t

9 kg

22000 l

73 m²

0 dm

837000 g

4751000 mm

80400 cm

22 h

3 ha

Feladat 2.2 Fejezd ki a megadott egységben és jelezd, hogy milyen mértékről van szó:

4 + 1 pont/db

| | |
|--|--|
| $2441 \text{ mg} = \dots \text{ t}$ | $316 \text{ dm}^3 = \dots \text{ l}$ |
| $49 \text{ cm}^3 = \dots \text{ dl}$ | $89 \text{ s} = \dots \text{ h}$ |
| $6391 \text{ l} = \dots \text{ m}^3$ | $97 \text{ mm}^2 = \dots \text{ dm}^2$ |
| $822 \text{ min} = \dots \text{ d}$ | $52 \text{ dkg} = \dots \text{ kg}$ |
| $84 \text{ g} = \dots \text{ t}$ | $5798 \text{ s} = \dots \text{ d}$ |
| $630 \text{ m}^2 = \dots \text{ km}^2$ | $4883 \text{ ml} = \dots \text{ hl}$ |
| $896 \text{ cl} = \dots \text{ km}^3$ | $525 \text{ dkg} = \dots \text{ kg}$ |
| $48 \text{ m} = \dots \text{ km}$ | $56 \text{ cm}^2 = \dots \text{ ha}$ |
| $4 \text{ cl} = \dots \text{ l}$ | $23 \text{ cm}^3 = \dots \text{ l}$ |
| $7900 \text{ min} = \dots \text{ h}$ | $8 \text{ cm}^2 = \dots \text{ ha}$ |

Hosszúhetény, 2019. május 27.