

# Beadandó dolgozat megoldások

ötödik osztály, 2019. április, 5/12

## 1. Összeadás és kivonás

### Megoldás 1.2

2 · 5 = 10 pont

Forrás: Imrecze et al.: *Fejtörő feladatok felsősöknek*  
(III.2.17)

770 és 77. Ha a kisebbik szám  $x$ , akkor a nagyobb  $10x$ . Márpedig  $x + 10x = 11x$ , és így  $11x = 847$ , amiből  $x = 77$ .

A feladat rendesen valószínűleg kevesebbet érne, de a cél a magasabb pontszámmal most az, hogy motiváljon arra, hogy foglalkozzanak vele, ami viszont előkészíti az egyenlettel való megoldás és így az egyenletek bemutatását.

### Megoldás 1.3

2 pont/db

$$317554 + 61531 = 379085$$

$$28777 + 68531 = 97308$$

$$98621 + 602043 = 700664$$

$$15775 + 2524 = 18299$$

$$6228 + 16556 = 22784$$

$$732201 - 3230 = 728971$$

$$6590 - 6210 = 380$$

$$723790 - 92424 = 631366$$

$$183084 - 91390 = 91694$$

$$6283 - 2833 = 3450$$

$$94765 + 73582 = 168347$$

$$35118 + 7781 = 42899$$

$$99602 + 18492 = 118094$$

$$30531 + 9328 = 39859$$

$$443550 + 1824 = 445374$$

$$63088 - 30729 = 32359$$

$$10601 - 9330 = 1271$$

$$89164 - 4137 = 85027$$

$$630265 - 84187 = 546078$$

$$89768 - 74068 = 15700$$

### Megoldás 1.4

2 pont/db

$$(-82) - (-25) + (-21) = -78$$

$$(-29) + 414 + 95 = 480$$

$$90 + (-86) + (-4) = 0$$

$$71 - 245 - 0 = -174$$

$$0 - 57 - 34 = -91$$

$$6 + (-517) + 21 = -490$$

$$298 + 30 - 143 = 185$$

$$(-1) - (-94) - (-72) = 165$$

$$2 - 16 - (-526) = 512$$

$$(-5) + 12 - 69 = -62$$

### Megoldás 1.5

5 · 2 = 10 pont

Forrás: Imrecze et al.: *Fejtörő feladatok felsősöknek*  
(III.2.9)

Mivel:

$$\begin{aligned}
\mathbf{B} + \mathbf{B} &< 19, & \text{azért} & \mathbf{A} = 1; \\
\mathbf{E} + \mathbf{E} &= \mathbf{E}, & \text{azért} & \mathbf{E} = 0; \\
\mathbf{E} &= 0, & \text{azért} & \mathbf{B} + \mathbf{B} = 10 \quad \text{és} \quad \mathbf{B} = 5; \\
\mathbf{C} + \mathbf{A} &= 5, & \text{azért} & \mathbf{C} = 4; \\
\mathbf{C} &= 4, & \text{azért} & \mathbf{D} + \mathbf{D} = 4 \quad \text{és} \quad \mathbf{D} = 2.
\end{aligned}$$

Az összeadás tehát:

$$\begin{array}{r}
5240 \\
+5210 \\
\hline
10450
\end{array}$$

### Megoldás 1.6

20 pont

A megoldás 5050. Egy Gaussról szóló híres történet, amely a szájhagyomány útján átalakult, arról szól, hogy Gauss általános iskolai tanára, J. G. Büttner diákjait az-zal akarta lefoglalni, hogy 1-től 100-ig adják össze az egész számokat. A fiatal Gauss mindenki megdöbbenésére másodpercek alatt előrukkolt a helyes megoldással, meg-villantva matematikai éleselméjűségét: a számsor alá visszafele leírta a számokat, majd az oszlopokat összeadta, így azonos összegeket kapott:

$$1 + 100 = 2 + 99 = 3 + 98 = \dots = 50 + 51 = 101.$$

Ez összesen 50 darab számpárt jelentett, és így  $50 \cdot 101 = 5050$ .

A 20 pont a fáradságos munkát vagy a találékonyságot hivatott díjazni, valamint motivál a feladat elvégzésére és ezzel megágyaz a fenti történet és egyúttal a számtani sorok bemutatásának.

### Megoldás 1.7

10 pont

$A = 1, \acute{A} = 2, B = 3, C = 4, Cs = 5, D = 6, Dz = 7, Dzs = 8, E = 9, \acute{E} = 10, F = 11, G = 12, Gy = 13, H = 14, I = 15, \acute{I} = 16, J = 17, K = 18, L = 19, Ly = 20, M = 21, N = 22, Ny = 23, O = 24, \acute{O} = 25, \ddot{O} = 26, \acute{O} = 27, P = 28, Q = 29, R = 30, S = 31, Sz = 32, T = 33, Ty = 34, U = 35, \acute{U} = 36, \ddot{U} = 37, \acute{U} = 38, V = 39, W = 40, X = 41, Y = 42, Z = 43, Zs = 44.$

A feladat burkoltan az is, hogy megtanuljuk, hogy mi a különbség a 40 betűs magyar ábécé és a 44 betűs kiterjesztett magyar ábécé között. Ez utóbbi tartalmazza a Q, W, X, Y betűket is. Az interneten a „magyar ábécé” keresőszó segítségével nyerhet az ember felvilágosítást erről. Emellett a adatok kódolásába is bevezet.

## 2. Prímszámok

### Megoldás 2.2

$4 + 4 = 8$  pont

Forrás: Imrecze et al.: *Fejttörő feladatok felsősöknek* (III.1.10)

Sárinak igaza volt és a kockák felső lapján 3, 3, és 5 vagy 5, 5 és 3 pötty lehetett.

A három kockával legfeljebb  $3 \cdot 6 = 18$ -at lehet dobni. Ennél kisebb, de 10-nél nagyobb törzsszámok: 11 és 13. A 11 három törzsszám összegeként csak mint  $3+3+5$  kapható, a 13 pedig mint  $5 + 5 + 3$ . Más megoldás nincs.

### Megoldás 2.3

20 pont

2	3	5	7	11	13
17	19	23	29	31	37
41	43	47	53	59	61
67	71	73	79	83	89
97	101	103	107	109	113
127	131	137	139	149	151
157	163	167	173	179	181
191	193	197	199		

### Megoldás 2.4

12 pont

Forrás: Imrecze et al.: *Fejtörő feladatok felsősöknek* (III.1.5)

Az ötjegyű szám: 23572. Az egyjegyű törzsszámok: 2, 3, 5, 7 összege 17, és ha közülük a 2-t adjuk a 17-hez, csak akkor jutunk törzsszámhoz. Az **MA** csak 23 lehet, mert sem 25, sem 27 nem prímszám. Tehát **M** = 2, **A** = 3. Az **MLO** vagy 257 vagy 275 lehetne, de 275 nem törzsszám, ezért **L** = 5, **O** = 7.

### Megoldás 2.5

2 pont/db

$124 = 2^2 \cdot 31$	$280 = 2^3 \cdot 5 \cdot 7$
$132 = 2^2 \cdot 3 \cdot 11$	$24 = 2^3 \cdot 3$
$88 = 2^3 \cdot 11$	$1672 = 2^3 \cdot 11 \cdot 19$
$120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$	$2002 = 2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$
$96 = 2^5 \cdot 3$	$10472 = 2^3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 17$
$64 = 2^6$	$80 = 2^4 \cdot 5$
$72 = 2^3 \cdot 3^2$	$3420 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 19$
$168 = 2^3 \cdot 3 \cdot 7$	$48 = 2^4 \cdot 3$
$84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$	$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$
$1815 = 3 \cdot 5 \cdot 11^2$	$8 = 2^3$

### Megoldás 2.6

Forrás: Imrecze et al.: *Fejtörő feladatok felsősöknek* (III.1.27)

Egy kész törzsszámtáblázat segítségével (lásd Feladat 2.3) könnyen megoldhatjuk a feladatot – azonban e nélkül is célhoz érhetünk.

Az *a)* kérdésre a választ megtaláljuk a *Prímszámok* segédanyag *Eratoszthenész szitája* című fejezetében. De a következőképpen is gondolkodhatunk: jelöljük  $n$ -nel a  $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$  számot, ekkor az  $n + 2$ ,  $n + 3$ ,  $n + 4$ , ...,  $n + 11$  tíz egymást

követő szám között nincs prímszám, hiszen mindegyiknek van 1-nél nagyobb és nála kisebb osztója, mert mindegyik osztható a 2, 3, 5, 7, 11 törzsszámok valamelyikével. A prímszámtáblázatból azt olvashatjuk ki, hogy először a 114-gyel kezdődő 10 (13) egymást követő szám között nem találunk prímet. 3 pont

*b)* Például: 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57; 3 pont

*c)* Például: 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 57, 28; 3 pont

*d)* Például: 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16; 3 pont

*e)* Például: 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12. 3 pont

Öt prímszám is előfordulhat tíz egymást követő szám között: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, de ennél több nem, hiszen a 2-nél nagyobb páros számok nem törzsszámok és tíz egymást követő szám között öt páros van. 3 pont

Hosszúhetény, 2019. április 14.