

Beadandó dolgozat feladatok

ötödik osztály, 2019. május, 1/10

Kedves tanulók!

Úgy érzem sikerült megtalálni a közös utat, ami az órák tartalmi részét illeti. A száraz és szigorú matematikai logika végigjárása helyett a játékos vonalon haladunk, és úgy érzem, hogy ezzel többet tanultatok, több matematikai tudás ragadt meg, mint korábban.

A legutóbbi beadandó dolgozaton rendkívül sokat dolgoztam. Sajnos erre most nem volt lehetőségem, ráadásul nem adhatok két hetet a beadásra sem, mert szorít minket az év vége. Ezért ez alkalommal a készségfejlesztés lesz az elsődleges cél, ami egy egyszerűbb, de sajnos kevésbé izgalmas feladatsort fog eredményezni.

A könnyedebb órák ellenére is meg kell tanulni a matematikai módszereket és összefüggéseket. Ezeken az órákon is bemutattam és kipróbáltunk számos ilyen módszert. Nem kérek olyasmit tehát, amit nem láttatok, és amit nem próbáltunk ki.

Mindenki kapott segédlapot a mértékegységek átváltásához. Aki viszont elhagyta, itt tudja pótolni:

<https://github.com/matektankor/segedanyag>

Arra kérek titeket, hogy először mindenképpen dolgozzatok egyedül, és a születeket vagy más felnőtteket csak akkor vonjatok be a feladatok megoldásába, ha feltétlenül szükséges, és csak annyi ideig, amíg meg nem értitek azt amit egyedül nem sikerült. Ez a feladat nektek van kiadva. Többet is tanultok belőle, ha egyedül jöttök rá valamire.

1. Természetes törtek

A természetes törtek teljes megértéséig még nem jutottatok el. Nem kell aggódni, voltam a hatodikasoknál, és ők sem értik még ezeket teljesen. Igazából még nem nagyon találkoztam olyannal, aki nyolcadikos koráig eljutott volna oda, hogy teljes könnyedséggel kezelje ezeket, és ismerje az átjárást a természetes és a tizedes törtek, valamint a százalékos alak között. Habár ezek ismerete év végére már szükséges volna, nem léphetünk túl nagyot, ezért a következő feladatok nem lesznek túl bonyolultak.

A természetes törtek esetén meg kell szokni, hogy nem a felső, hanem az alsó számra (a nevezőre) tekintünk először, ugyanis az mondja meg, hogy mennyibe tört dolgokkal van dolgunk. Ha a nevező 2, akkor fél részeink vannak, ha 4, akkor negyed részeink, és ha 118, akkor száztizennyolcad részeink. Minden rész ugyanolyan mint a többi, és együtt 118-an adnak egy egészt, 236-an pedig két egészt. Ha viszont csak 59 ilyenünk van, akkor csak fél egészünk van. Azt, hogy mennyi van ezekből az azonos darabkákból, a felső szám (a számláló) mondja meg. Az utolsó esetben, amikor 59 darab 118-ad részünk volt, a számláló tehát 59, a tört pedig $\frac{59}{118}$.

Miért egy fél egész az $\frac{59}{118}$? Ha a számlálónak és a nevezőnek van közös osztója¹, akkor e közös osztóval eloszthatjuk külön-külön a számlálót is és a nevezőt is, és a kapott tört értéke nem változik, azaz továbbra is ugyanazt a dolgot fogja jelenteni, mint az egyszerűsítés előtt. E műveletet ugyanis egyszerűsítésnek hívjuk. Vegyük észre, hogy az $\frac{59}{118}$ számlálója is és nevezője is maradék nélkül osztható 59-cel. Az egyszerűsítés után tehát az $\frac{1}{2}$ törtet kapjuk, ami egy fél egész.

A számlálót és a nevezőt meg is szorozhatjuk ugyanazzal a számmal, természetesen akkor sem változik a tört értéke. $\frac{1}{2}$ és $\frac{2}{4}$ tehát ugyanannyi, ahogy $\frac{59}{118}$ is, amikor az $\frac{1}{2}$ -et 59-cel bővítjük. Ez utóbbi művelet neve ugyanis a bővítés.

Ha két tört nevezője azonos, akkor az összeadás és kivonás könnyű velük: csak a számlálókat kell összeadni vagy kivonni.

$$\begin{aligned}\frac{1}{2} + \frac{1}{2} &= \frac{2}{2} = \frac{1}{1} = 1 \\ \frac{1}{2} + \frac{5}{2} &= 3 \\ \frac{70}{118} - \frac{11}{118} &= \frac{59}{118} = \frac{1}{2}\end{aligned}$$

Ha viszont a két törtnek nem azonos a nevezője, akkor nem tudjuk azonnal elvégezni az összeadást vagy a kivonást, előbb valamiféleképpen közös nevezőre kell hozni őket. Úgy kell tehát egyszerűsíteniük vagy bővíteniük egyiket, másikat, vagy mindkettőt, hogy a két tört nevezője azonos legyen. Ha például a feladat a következő kiszámítása, akkor a számlálókkal nem végezhetjük el a kivonást, mert a nevezők különböznek:

$$\frac{3}{2} - \frac{59}{118}$$

Ha viszont az $\frac{59}{118}$ -at egyszerűsítjük $\frac{1}{2}$ formába, akkor máris láthatjuk, hogy

$$\frac{3}{2} - \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1.$$

Természetesen bővíthettük volna a $\frac{3}{2}$ -et is 59-cel, azaz megszorozzuk a számlálót és a nevezőt is 59-cel. Ezzel a nevező 118 lesz, a számláló pedig $3 \cdot 59 = 177$. Így

$$\frac{177}{118} - \frac{59}{118} = \frac{118}{118} = 1.$$

Muszáj volt ide sűrítennem az elméletet, mert a külön segédanyagokat nagyon kevesen olvastátok el.

¹ ennek kiderítésére alkalmas a prímtényezős felbontás

Feladat 1.1 Ha eddig nem tetted, olvasd el a fenti szöveget a természetes törték-ről, és foglald össze legalább 30 szóval. 10 pont
Volt valami, amit nem értettél belőle? Ha igen, írd le legalább 20 szóval. 5 pont

Feladat 1.2 Mennyi egészt írnak le a következő tört alakok: 2 pont/db

$\frac{3}{3}$	$\frac{14}{7}$	$\frac{12345}{12345}$	$\frac{10}{1}$
$\frac{400}{2}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{125}{5}$	$\frac{500}{100}$
$\frac{99}{9}$	$\frac{990}{9}$	$\frac{999}{9}$	$\frac{1008}{9}$

Feladat 1.3 Egyszerűsítsd a következő törtéket: 2 pont/db

$\frac{32}{56}$	$\frac{96}{192}$	$\frac{14}{10}$	$\frac{36}{36}$
$\frac{5}{10}$	$\frac{180}{120}$	$\frac{92}{368}$	$\frac{63}{49}$
$\frac{357}{306}$	$\frac{3393}{3393}$	$\frac{25}{25}$	$\frac{4144}{5328}$

Feladat 1.4 Bővítsd a törtéket a 2-től 10-ig terjedő természetes számokkal. Minden számot csak egyszer használhatsz, de te döntheted el, hogy melyik törtet bővíted 2-vel, melyiket 3-mal, melyiket 4-gyel és így tovább: 2 pont/db

$\frac{1}{8}$	$\frac{4}{29}$	$\frac{6}{8}$
$\frac{18}{8}$	$\frac{45}{69}$	$\frac{9}{53}$
$\frac{63}{1}$	$\frac{8}{7}$	$\frac{5}{6}$

Feladat 1.5 Végezd el az alábbi műveleteket: 2 pont/db

$$\frac{20}{3} + \frac{673}{3}$$

$$\frac{7}{3} - \frac{7}{3}$$

$$\frac{868}{1} + \frac{507}{1}$$

$$\frac{12}{89} - \frac{3}{89}$$

$$\frac{81}{64} + \frac{45}{64}$$

$$\frac{572}{43} - \frac{50}{43}$$

$$\frac{568}{4} - \frac{7}{4}$$

$$\frac{981}{8} + \frac{8}{8}$$

$$\frac{73}{92} - \frac{1}{92}$$

$$\frac{38}{4} - \frac{34}{4}$$

$$\frac{144}{22} - \frac{1}{22}$$

$$\frac{0}{41} + \frac{0}{41}$$

Feladat 1.6 Végezd el az alábbi műveleteket:

4 pont/db

$$\frac{758}{8} - \frac{60}{9}$$

$$\frac{72}{7} - \frac{1}{6}$$

$$\frac{76}{8} + \frac{4}{243}$$

$$\frac{80}{8} + \frac{23}{634}$$

$$\frac{22}{7} + \frac{7}{2}$$

$$\frac{7}{14} + \frac{60}{9}$$

$$\frac{832}{40} + \frac{702}{6}$$

$$\frac{2}{274} - \frac{0}{80}$$

$$\frac{608}{657} + \frac{31}{3}$$

$$\frac{63}{99} - \frac{3}{10}$$

$$\frac{42}{2} + \frac{3}{2}$$

$$\frac{832}{7} - \frac{23}{92}$$

2. Mértékek

Feladat 2.1 Fejezd ki az alapegységben és jelezd, hogy milyen mértékről van szó:

2 + 1 pont/db

800 cm

5000 mm

8028 t

22 dkg

4000000 mg

7 h

60000 l

86 m

17 m³

346 m²

7930 kg

35 min

4000 g

2 d

160 dm

76 s

8170 ha

6101 km

Feladat 2.2 Fejezd ki a megadott egységben és jelezd, hogy milyen mértékről van szó:

4 + 1 pont/db

$43 \text{ h} = \dots \text{ d}$	$57 \text{ cm} = \dots \text{ m}$
$6981 \text{ cm}^2 = \dots \text{ ha}$	$98 \text{ dm} = \dots \text{ km}$
$251 \text{ mm}^3 = \dots \text{ l}$	$4 \text{ dl} = \dots \text{ l}$
$5 \text{ cm} = \dots \text{ m}$	$918 \text{ s} = \dots \text{ min}$
$438 \text{ s} = \dots \text{ h}$	$42 \text{ ha} = \dots \text{ km}^2$
$553 \text{ dm}^3 = \dots \text{ hl}$	$215 \text{ mg} = \dots \text{ kg}$
$8912 \text{ g} = \dots \text{ dkg}$	$33 \text{ mm}^2 = \dots \text{ m}^2$
$87 \text{ cm}^3 = \dots \text{ ml}$	$68 \text{ t} = \dots \text{ t}$
$3694 \text{ cm}^2 = \dots \text{ ha}$	$7166 \text{ mg} = \dots \text{ dkg}$
$51 \text{ mm}^2 = \dots \text{ km}^2$	$412 \text{ min} = \dots \text{ d}$

Hosszúhetény, 2019. május 27.

Beadandó dolgozat feladatok

ötödik osztály, 2019. május, 2/10

Kedves tanulók!

Úgy érzem sikerült megtalálni a közös utat, ami az órák tartalmi részét illeti. A száraz és szigorú matematikai logika végigjárása helyett a játékos vonalon haladunk, és úgy érzem, hogy ezzel többet tanultatok, több matematikai tudás ragadt meg, mint korábban.

A legutóbbi beadandó dolgozaton rendkívül sokat dolgoztam. Sajnos erre most nem volt lehetőségem, ráadásul nem adhatok két hetet a beadásra sem, mert szorít minket az év vége. Ezért ez alkalommal a készségfejlesztés lesz az elsődleges cél, ami egy egyszerűbb, de sajnos kevésbé izgalmas feladatsort fog eredményezni.

A könnyedebb órák ellenére is meg kell tanulni a matematikai módszereket és összefüggéseket. Ezeken az órákon is bemutattam és kipróbáltunk számos ilyen módszert. Nem kérek olyasmit tehát, amit nem láttatok, és amit nem próbáltunk ki.

Mindenki kapott segédlapot a mértékegységek átváltásához. Aki viszont elhagyta, itt tudja pótolni:

<https://github.com/matektankor/segedanyag>

Arra kérek titeket, hogy először mindenképpen dolgozzatok egyedül, és a születeket vagy más felnőtteket csak akkor vonjatok be a feladatok megoldásába, ha feltétlenül szükséges, és csak annyi ideig, amíg meg nem értitek azt amit egyedül nem sikerült. Ez a feladat nektek van kiadva. Többet is tanultok belőle, ha egyedül jöttök rá valamire.

1. Természetes törtek

A természetes törtek teljes megértéséig még nem jutottatok el. Nem kell aggódni, voltam a hatodikasoknál, és ők sem értik még ezeket teljesen. Igazából még nem nagyon találkoztam olyannal, aki nyolcadikos koráig eljutott volna oda, hogy teljes könnyedséggel kezelje ezeket, és ismerje az átjárást a természetes és a tizedes törtek, valamint a százalékos alak között. Habár ezek ismerete év végére már szükséges volna, nem léphetünk túl nagyot, ezért a következő feladatok nem lesznek túl bonyolultak.

A természetes törtek esetén meg kell szokni, hogy nem a felső, hanem az alsó számra (a nevezőre) tekintünk először, ugyanis az mondja meg, hogy mennyibe tört dolgokkal van dolgunk. Ha a nevező 2, akkor fél részeink vannak, ha 4, akkor negyed részeink, és ha 118, akkor száztizennyolcad részeink. Minden rész ugyanolyan mint a többi, és együtt 118-an adnak egy egészt, 236-an pedig két egészt. Ha viszont csak 59 ilyenünk van, akkor csak fél egészünk van. Azt, hogy mennyi van ezekből az azonos darabkákból, a felső szám (a számláló) mondja meg. Az utolsó esetben, amikor 59 darab 118-ad részünk volt, a számláló tehát 59, a tört pedig $\frac{59}{118}$.

Miért egy fél egész az $\frac{59}{118}$? Ha a számlálónak és a nevezőnek van közös osztója¹, akkor e közös osztóval eloszthatjuk külön-külön a számlálót is és a nevezőt is, és a kapott tört értéke nem változik, azaz továbbra is ugyanazt a dolgot fogja jelenteni, mint az egyszerűsítés előtt. E műveletet ugyanis egyszerűsítésnek hívjuk. Vegyük észre, hogy az $\frac{59}{118}$ számlálója is és nevezője is maradék nélkül osztható 59-cel. Az egyszerűsítés után tehát az $\frac{1}{2}$ törtet kapjuk, ami egy fél egész.

A számlálót és a nevezőt meg is szorozhatjuk ugyanazzal a számmal, természetesen akkor sem változik a tört értéke. $\frac{1}{2}$ és $\frac{2}{4}$ tehát ugyanannyi, ahogy $\frac{59}{118}$ is, amikor az $\frac{1}{2}$ -et 59-cel bővítjük. Ez utóbbi művelet neve ugyanis a bővítés.

Ha két tört nevezője azonos, akkor az összeadás és kivonás könnyű velük: csak a számlálókat kell összeadni vagy kivonni.

$$\begin{aligned}\frac{1}{2} + \frac{1}{2} &= \frac{2}{2} = \frac{1}{1} = 1 \\ \frac{1}{2} + \frac{5}{2} &= 3 \\ \frac{70}{118} - \frac{11}{118} &= \frac{59}{118} = \frac{1}{2}\end{aligned}$$

Ha viszont a két törtnek nem azonos a nevezője, akkor nem tudjuk azonnal elvégezni az összeadást vagy a kivonást, előbb valamiféleképpen közös nevezőre kell hozni őket. Úgy kell tehát egyszerűsíteniük vagy bővíteniük egyiket, másikat, vagy mindkettőt, hogy a két tört nevezője azonos legyen. Ha például a feladat a következő kiszámítása, akkor a számlálókkal nem végezhetjük el a kivonást, mert a nevezők különböznek:

$$\frac{3}{2} - \frac{59}{118}$$

Ha viszont az $\frac{59}{118}$ -at egyszerűsítjük $\frac{1}{2}$ formába, akkor máris láthatjuk, hogy

$$\frac{3}{2} - \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1.$$

Természetesen bővíthettük volna a $\frac{3}{2}$ -et is 59-cel, azaz megszorozzuk a számlálót és a nevezőt is 59-cel. Ezzel a nevező 118 lesz, a számláló pedig $3 \cdot 59 = 177$. Így

$$\frac{177}{118} - \frac{59}{118} = \frac{118}{118} = 1.$$

Muszáj volt ide sűrítennem az elméletet, mert a külön segédanyagokat nagyon kevesen olvastátok el.

¹ ennek kiderítésére alkalmas a prímtényezős felbontás

Feladat 1.1 Ha eddig nem tetted, olvasd el a fenti szöveget a természetes törték-ről, és foglald össze legalább 30 szóval. 10 pont
 Volt valami, amit nem értettél belőle? Ha igen, írd le legalább 20 szóval. 5 pont

Feladat 1.2 Mennyi egészt írnak le a következő tört alakok: 2 pont/db

$\frac{3}{3}$	$\frac{14}{7}$	$\frac{12345}{12345}$	$\frac{10}{1}$
$\frac{400}{2}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{125}{5}$	$\frac{500}{100}$
$\frac{99}{9}$	$\frac{990}{9}$	$\frac{999}{9}$	$\frac{1008}{9}$

Feladat 1.3 Egyszerűsítsd a következő törtéket: 2 pont/db

$\frac{160}{200}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{30}{25}$	$\frac{14}{4}$
$\frac{128}{448}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{143}{572}$	$\frac{45}{27}$
$\frac{56}{48}$	$\frac{605}{484}$	$\frac{5301}{5301}$	$\frac{4}{28}$

Feladat 1.4 Bővítsd a törtéket a 2-től 10-ig terjedő természetes számokkal. Minden számot csak egyszer használhatsz, de te döntheted el, hogy melyik törtet bővíted 2-vel, melyiket 3-mal, melyiket 4-gyel és így tovább: 2 pont/db

$\frac{47}{5}$	$\frac{4}{92}$	$\frac{74}{70}$
$\frac{5}{63}$	$\frac{3}{17}$	$\frac{179}{7}$
$\frac{6}{9}$	$\frac{7}{53}$	$\frac{2}{7}$

Feladat 1.5 Végezd el az alábbi műveleteket: 2 pont/db

$$\frac{491}{8} + \frac{0}{8}$$

$$\frac{13}{13} + \frac{82}{13}$$

$$\frac{68}{1} + \frac{115}{1}$$

$$\frac{545}{7} - \frac{81}{7}$$

$$\frac{52}{69} - \frac{20}{69}$$

$$\frac{516}{76} + \frac{497}{76}$$

$$\frac{54}{7} - \frac{26}{7}$$

$$\frac{47}{9} + \frac{2}{9}$$

$$\frac{9}{28} + \frac{4}{28}$$

$$\frac{98}{4} - \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{21} + \frac{1}{21}$$

$$\frac{80}{7} - \frac{58}{7}$$

Feladat 1.6 Végezd el az alábbi műveleteket:

4 pont/db

$$\frac{461}{240} + \frac{9}{478}$$

$$\frac{3}{211} + \frac{5}{946}$$

$$\frac{3}{3} + \frac{2}{7}$$

$$\frac{19}{374} - \frac{3}{726}$$

$$\frac{1}{43} + \frac{1}{58}$$

$$\frac{89}{18} + \frac{2}{550}$$

$$\frac{88}{8} - \frac{88}{900}$$

$$\frac{785}{2} - \frac{94}{811}$$

$$\frac{79}{75} - \frac{0}{40}$$

$$\frac{381}{6} - \frac{97}{242}$$

$$\frac{39}{5} - \frac{7}{769}$$

$$\frac{1}{60} + \frac{191}{34}$$

2. Mértékek

Feladat 2.1 Fejezd ki az alapegységben és jelezd, hogy milyen mértékről van szó:

2 + 1 pont/db

99500 cm

0 mm

0 l

0 km

5000000 mg

700 dm

24 h

89 s

868 m³

71 min

58 t

4 dkg

5 ha

632 m²

19 kg

132 m

574000 g

1 d

Feladat 2.2 Fejezd ki a megadott egységben és jelezd, hogy milyen mértékről van szó:

4 + 1 pont/db

$66 \text{ hl} = \dots \text{ m}^3$	$51 \text{ s} = \dots \text{ h}$
$48 \text{ g} = \dots \text{ t}$	$87 \text{ cm}^2 = \dots \text{ ha}$
$8 \text{ mg} = \dots \text{ dkg}$	$680 \text{ cm}^3 = \dots \text{ dl}$
$163 \text{ dm} = \dots \text{ km}$	$871 \text{ min} = \dots \text{ d}$
$7606 \text{ cm} = \dots \text{ m}$	$216 \text{ dm}^3 = \dots \text{ l}$
$11 \text{ kg} = \dots \text{ t}$	$3 \text{ mm}^3 = \dots \text{ km}^3$
$5 \text{ ha} = \dots \text{ km}^2$	$1947 \text{ ml} = \dots \text{ cl}$
$51 \text{ mm} = \dots \text{ m}$	$98 \text{ mg} = \dots \text{ t}$
$253 \text{ dkg} = \dots \text{ t}$	$129 \text{ min} = \dots \text{ h}$
$873 \text{ mm}^3 = \dots \text{ cl}$	$4861 \text{ dm}^2 = \dots \text{ m}^2$

Hosszúhetény, 2019. május 27.

Beadandó dolgozat feladatok

ötödik osztály, 2019. május, 3/10

Kedves tanulók!

Úgy érzem sikerült megtalálni a közös utat, ami az órák tartalmi részét illeti. A száraz és szigorú matematikai logika végigjárása helyett a játékos vonalon haladunk, és úgy érzem, hogy ezzel többet tanultatok, több matematikai tudás ragadt meg, mint korábban.

A legutóbbi beadandó dolgozaton rendkívül sokat dolgoztam. Sajnos erre most nem volt lehetőségem, ráadásul nem adhatok két hetet a beadásra sem, mert szorít minket az év vége. Ezért ez alkalommal a készségfejlesztés lesz az elsődleges cél, ami egy egyszerűbb, de sajnos kevésbé izgalmas feladatsort fog eredményezni.

A könnyedebb órák ellenére is meg kell tanulni a matematikai módszereket és összefüggéseket. Ezeken az órákon is bemutattam és kipróbáltunk számos ilyen módszert. Nem kérek olyasmit tehát, amit nem láttatok, és amit nem próbáltunk ki.

Mindenki kapott segédlapot a mértékegységek átváltásához. Aki viszont elhagyta, itt tudja pótolni:

<https://github.com/matektankor/segedanyag>

Arra kérek titeket, hogy először mindenképpen dolgozzatok egyedül, és a születeket vagy más felnőtteket csak akkor vonjatok be a feladatok megoldásába, ha feltétlenül szükséges, és csak annyi ideig, amíg meg nem értitek azt amit egyedül nem sikerült. Ez a feladat nektek van kiadva. Többet is tanultok belőle, ha egyedül jöttök rá valamire.

1. Természetes törtek

A természetes törtek teljes megértéséig még nem jutottatok el. Nem kell aggódni, voltam a hatodikasoknál, és ők sem értik még ezeket teljesen. Igazából még nem nagyon találkoztam olyannal, aki nyolcadikos koráig eljutott volna oda, hogy teljes könnyedséggel kezelje ezeket, és ismerje az átjárást a természetes és a tizedes törtek, valamint a százalékos alak között. Habár ezek ismerete év végére már szükséges volna, nem léphetünk túl nagyot, ezért a következő feladatok nem lesznek túl bonyolultak.

A természetes törtek esetén meg kell szokni, hogy nem a felső, hanem az alsó számra (a nevezőre) tekintünk először, ugyanis az mondja meg, hogy mennyibe tört dolgokkal van dolgunk. Ha a nevező 2, akkor fél részeink vannak, ha 4, akkor negyed részeink, és ha 118, akkor száztizennyolcad részeink. Minden rész ugyanolyan mint a többi, és együtt 118-an adnak egy egészt, 236-an pedig két egészt. Ha viszont csak 59 ilyenünk van, akkor csak fél egészünk van. Azt, hogy mennyi van ezekből az azonos darabkákból, a felső szám (a számláló) mondja meg. Az utolsó esetben, amikor 59 darab 118-ad részünk volt, a számláló tehát 59, a tört pedig $\frac{59}{118}$.

Miért egy fél egész az $\frac{59}{118}$? Ha a számlálónak és a nevezőnek van közös osztója¹, akkor e közös osztóval eloszthatjuk külön-külön a számlálót is és a nevezőt is, és a kapott tört értéke nem változik, azaz továbbra is ugyanazt a dolgot fogja jelenteni, mint az egyszerűsítés előtt. E műveletet ugyanis egyszerűsítésnek hívjuk. Vegyük észre, hogy az $\frac{59}{118}$ számlálója is és nevezője is maradék nélkül osztható 59-cel. Az egyszerűsítés után tehát az $\frac{1}{2}$ törtet kapjuk, ami egy fél egész.

A számlálót és a nevezőt meg is szorozhatjuk ugyanazzal a számmal, természetesen akkor sem változik a tört értéke. $\frac{1}{2}$ és $\frac{2}{4}$ tehát ugyanannyi, ahogy $\frac{59}{118}$ is, amikor az $\frac{1}{2}$ -et 59-cel bővítjük. Ez utóbbi művelet neve ugyanis a bővítés.

Ha két tört nevezője azonos, akkor az összeadás és kivonás könnyű velük: csak a számlálókat kell összeadni vagy kivonni.

$$\begin{aligned}\frac{1}{2} + \frac{1}{2} &= \frac{2}{2} = \frac{1}{1} = 1 \\ \frac{1}{2} + \frac{5}{2} &= 3 \\ \frac{70}{118} - \frac{11}{118} &= \frac{59}{118} = \frac{1}{2}\end{aligned}$$

Ha viszont a két törtnek nem azonos a nevezője, akkor nem tudjuk azonnal elvégezni az összeadást vagy a kivonást, előbb valamiféleképpen közös nevezőre kell hozni őket. Úgy kell tehát egyszerűsíteniük vagy bővíteniük egyiket, másikat, vagy mindkettőt, hogy a két tört nevezője azonos legyen. Ha például a feladat a következő kiszámítása, akkor a számlálókkal nem végezhetjük el a kivonást, mert a nevezők különböznek:

$$\frac{3}{2} - \frac{59}{118}$$

Ha viszont az $\frac{59}{118}$ -at egyszerűsítjük $\frac{1}{2}$ formába, akkor máris láthatjuk, hogy

$$\frac{3}{2} - \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1.$$

Természetesen bővíthettük volna a $\frac{3}{2}$ -et is 59-cel, azaz megszorozzuk a számlálót és a nevezőt is 59-cel. Ezzel a nevező 118 lesz, a számláló pedig $3 \cdot 59 = 177$. Így

$$\frac{177}{118} - \frac{59}{118} = \frac{118}{118} = 1.$$

Muszáj volt ide sűrítennem az elméletet, mert a külön segédanyagokat nagyon kevesen olvasták el.

¹ ennek kiderítésére alkalmas a prímtényezős felbontás

Feladat 1.1 Ha eddig nem tetted, olvasd el a fenti szöveget a természetes törték-ről, és foglald össze legalább 30 szóval. 10 pont
 Volt valami, amit nem értettél belőle? Ha igen, írd le legalább 20 szóval. 5 pont

Feladat 1.2 Mennyi egészt írnak le a következő tört alakok: 2 pont/db

$\frac{3}{3}$	$\frac{14}{7}$	$\frac{12345}{12345}$	$\frac{10}{1}$
$\frac{400}{2}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{125}{5}$	$\frac{500}{100}$
$\frac{99}{9}$	$\frac{990}{9}$	$\frac{999}{9}$	$\frac{1008}{9}$

Feladat 1.3 Egyszerűsítsd a következő törtéket: 2 pont/db

$\frac{8}{64}$	$\frac{9}{6}$	$\frac{329}{188}$	$\frac{63}{18}$
$\frac{4674}{6232}$	$\frac{36}{54}$	$\frac{810}{810}$	$\frac{536}{2144}$
$\frac{2988}{4980}$	$\frac{102}{136}$	$\frac{5}{5}$	$\frac{94}{376}$

Feladat 1.4 Bővítsd a törtéket a 2-től 10-ig terjedő természetes számokkal. Minden számot csak egyszer használhatsz, de te döntheted el, hogy melyik törtet bővíted 2-vel, melyiket 3-mal, melyiket 4-gyel és így tovább: 2 pont/db

$\frac{54}{8}$	$\frac{5}{51}$	$\frac{35}{46}$
$\frac{31}{18}$	$\frac{5}{39}$	$\frac{9}{3}$
$\frac{21}{2}$	$\frac{18}{73}$	$\frac{69}{8}$

Feladat 1.5 Végezd el az alábbi műveleteket: 2 pont/db

$$\frac{16}{20} + \frac{4}{20}$$

$$\frac{892}{1} + \frac{1}{1}$$

$$\frac{709}{71} - \frac{698}{71}$$

$$\frac{18}{40} - \frac{2}{40}$$

$$\frac{424}{1} + \frac{6}{1}$$

$$\frac{83}{4} - \frac{80}{4}$$

$$\frac{70}{37} - \frac{5}{37}$$

$$\frac{936}{26} - \frac{493}{26}$$

$$\frac{27}{9} + \frac{92}{9}$$

$$\frac{98}{7} + \frac{686}{7}$$

$$\frac{69}{15} - \frac{4}{15}$$

$$\frac{57}{5} - \frac{17}{5}$$

Feladat 1.6 Végezd el az alábbi műveleteket:

4 pont/db

$$\frac{9}{8} + \frac{2}{89}$$

$$\frac{23}{2} - \frac{4}{199}$$

$$\frac{30}{93} + \frac{50}{67}$$

$$\frac{1}{5} + \frac{0}{3}$$

$$\frac{2}{1} - \frac{36}{481}$$

$$\frac{5}{517} + \frac{26}{6}$$

$$\frac{36}{3} + \frac{5}{68}$$

$$\frac{4}{2} - \frac{10}{7}$$

$$\frac{95}{1} - \frac{38}{66}$$

$$\frac{9}{3} - \frac{2}{6}$$

$$\frac{10}{2} - \frac{7}{19}$$

$$\frac{97}{12} - \frac{61}{8}$$

2. Mértékek

Feladat 2.1 Fejezd ki az alapegységben és jelezd, hogy milyen mértékről van szó:

2 + 1 pont/db

6 m²

78 min

9000000 mg

2 d

6 m³

4527000 mm

2000 l

50 dm

9 kg

18 h

5 t

3984 dkg

300 cm

19 km

69 s

6 ha

3000 g

9 m

Feladat 2.2 Fejezd ki a megadott egységben és jelezd, hogy milyen mértékről van szó:

4 + 1 pont/db

$569 \text{ g} = \dots \text{ dkg}$	$2 \text{ min} = \dots \text{ h}$
$753 \text{ m}^2 = \dots \text{ ha}$	$628 \text{ s} = \dots \text{ d}$
$823 \text{ t} = \dots \text{ t}$	$615 \text{ s} = \dots \text{ min}$
$5 \text{ mm}^2 = \dots \text{ ha}$	$4609 \text{ mg} = \dots \text{ kg}$
$721 \text{ mm} = \dots \text{ cm}$	$505 \text{ dm} = \dots \text{ km}$
$46 \text{ l} = \dots \text{ l}$	$2063 \text{ mm} = \dots \text{ km}$
$5 \text{ dm} = \dots \text{ m}$	$15 \text{ cm} = \dots \text{ m}$
$7 \text{ mm} = \dots \text{ dm}$	$5876 \text{ h} = \dots \text{ d}$
$6 \text{ mm}^3 = \dots \text{ m}^3$	$16 \text{ dl} = \dots \text{ km}^3$
$6855 \text{ mg} = \dots \text{ kg}$	$344 \text{ mm} = \dots \text{ cm}$

Hosszúhetény, 2019. május 27.

Beadandó dolgozat feladatok

ötödik osztály, 2019. május, 4/10

Kedves tanulók!

Úgy érzem sikerült megtalálni a közös utat, ami az órák tartalmi részét illeti. A száraz és szigorú matematikai logika végigjárása helyett a játékos vonalon haladunk, és úgy érzem, hogy ezzel többet tanultatok, több matematikai tudás ragadt meg, mint korábban.

A legutóbbi beadandó dolgozaton rendkívül sokat dolgoztam. Sajnos erre most nem volt lehetőségem, ráadásul nem adhatok két hetet a beadásra sem, mert szorít minket az év vége. Ezért ez alkalommal a készségfejlesztés lesz az elsődleges cél, ami egy egyszerűbb, de sajnos kevésbé izgalmas feladatsort fog eredményezni.

A könnyedebb órák ellenére is meg kell tanulni a matematikai módszereket és összefüggéseket. Ezeken az órákon is bemutattam és kipróbáltunk számos ilyen módszert. Nem kérek olyasmit tehát, amit nem láttatok, és amit nem próbáltunk ki.

Mindenki kapott segédlapot a mértékegységek átváltásához. Aki viszont elhagyta, itt tudja pótolni:

<https://github.com/matektankor/segedanyag>

Arra kérek titeket, hogy először mindenképpen dolgozzatok egyedül, és a születeket vagy más felnőtteket csak akkor vonjatok be a feladatok megoldásába, ha feltétlenül szükséges, és csak annyi ideig, amíg meg nem értitek azt amit egyedül nem sikerült. Ez a feladat nektek van kiadva. Többet is tanultok belőle, ha egyedül jöttök rá valamire.

1. Természetes törtek

A természetes törtek teljes megértéséig még nem jutottatok el. Nem kell aggódni, voltam a hatodikasoknál, és ők sem értik még ezeket teljesen. Igazából még nem nagyon találkoztam olyannal, aki nyolcadikos koráig eljutott volna oda, hogy teljes könnyedséggel kezelje ezeket, és ismerje az átjárást a természetes és a tizedes törtek, valamint a százalékos alak között. Habár ezek ismerete év végére már szükséges volna, nem léphetünk túl nagyot, ezért a következő feladatok nem lesznek túl bonyolultak.

A természetes törtek esetén meg kell szokni, hogy nem a felső, hanem az alsó számra (a nevezőre) tekintünk először, ugyanis az mondja meg, hogy mennyibe tört dolgokkal van dolgunk. Ha a nevező 2, akkor fél részeink vannak, ha 4, akkor negyed részeink, és ha 118, akkor száztizennyolcad részeink. Minden rész ugyanolyan mint a többi, és együtt 118-an adnak egy egészt, 236-an pedig két egészt. Ha viszont csak 59 ilyenünk van, akkor csak fél egészünk van. Azt, hogy mennyi van ezekből az azonos darabkákból, a felső szám (a számláló) mondja meg. Az utolsó esetben, amikor 59 darab 118-ad részünk volt, a számláló tehát 59, a tört pedig $\frac{59}{118}$.

Miért egy fél egész az $\frac{59}{118}$? Ha a számlálónak és a nevezőnek van közös osztója¹, akkor e közös osztóval eloszthatjuk külön-külön a számlálót is és a nevezőt is, és a kapott tört értéke nem változik, azaz továbbra is ugyanazt a dolgot fogja jelenteni, mint az egyszerűsítés előtt. E műveletet ugyanis egyszerűsítésnek hívjuk. Vegyük észre, hogy az $\frac{59}{118}$ számlálója is és nevezője is maradék nélkül osztható 59-cel. Az egyszerűsítés után tehát az $\frac{1}{2}$ törtet kapjuk, ami egy fél egész.

A számlálót és a nevezőt meg is szorozhatjuk ugyanazzal a számmal, természetesen akkor sem változik a tört értéke. $\frac{1}{2}$ és $\frac{2}{4}$ tehát ugyanannyi, ahogy $\frac{59}{118}$ is, amikor az $\frac{1}{2}$ -et 59-cel bővítjük. Ez utóbbi művelet neve ugyanis a bővítés.

Ha két tört nevezője azonos, akkor az összeadás és kivonás könnyű velük: csak a számlálókat kell összeadni vagy kivonni.

$$\begin{aligned}\frac{1}{2} + \frac{1}{2} &= \frac{2}{2} = \frac{1}{1} = 1 \\ \frac{1}{2} + \frac{5}{2} &= 3 \\ \frac{70}{118} - \frac{11}{118} &= \frac{59}{118} = \frac{1}{2}\end{aligned}$$

Ha viszont a két törtnek nem azonos a nevezője, akkor nem tudjuk azonnal elvégezni az összeadást vagy a kivonást, előbb valamiféleképpen közös nevezőre kell hozni őket. Úgy kell tehát egyszerűsíteniük vagy bővíteniük egyiket, másikat, vagy mindkettőt, hogy a két tört nevezője azonos legyen. Ha például a feladat a következő kiszámítása, akkor a számlálókkal nem végezhetjük el a kivonást, mert a nevezők különböznek:

$$\frac{3}{2} - \frac{59}{118}$$

Ha viszont az $\frac{59}{118}$ -at egyszerűsítjük $\frac{1}{2}$ formába, akkor máris láthatjuk, hogy

$$\frac{3}{2} - \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1.$$

Természetesen bővíthettük volna a $\frac{3}{2}$ -et is 59-cel, azaz megszorozzuk a számlálót és a nevezőt is 59-cel. Ezzel a nevező 118 lesz, a számláló pedig $3 \cdot 59 = 177$. Így

$$\frac{177}{118} - \frac{59}{118} = \frac{118}{118} = 1.$$

Muszáj volt ide sűrítennem az elméletet, mert a külön segédanyagokat nagyon kevesen olvastátok el.

¹ ennek kiderítésére alkalmas a prímtényezős felbontás

Feladat 1.1 Ha eddig nem tetted, olvasd el a fenti szöveget a természetes törték-ről, és foglald össze legalább 30 szóval. 10 pont
Volt valami, amit nem értettél belőle? Ha igen, írd le legalább 20 szóval. 5 pont

Feladat 1.2 Mennyi egészt írnak le a következő tört alakok: 2 pont/db

$\frac{3}{3}$	$\frac{14}{7}$	$\frac{12345}{12345}$	$\frac{10}{1}$
$\frac{400}{2}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{125}{5}$	$\frac{500}{100}$
$\frac{99}{9}$	$\frac{990}{9}$	$\frac{999}{9}$	$\frac{1008}{9}$

Feladat 1.3 Egyszerűsítsd a következő törtéket: 2 pont/db

$\frac{488}{488}$	$\frac{72}{81}$	$\frac{30}{25}$	$\frac{702}{2106}$
$\frac{7}{14}$	$\frac{1565}{1565}$	$\frac{507}{676}$	$\frac{14}{10}$
$\frac{16}{18}$	$\frac{21}{28}$	$\frac{288}{288}$	$\frac{81}{18}$

Feladat 1.4 Bővítsd a törtéket a 2-től 10-ig terjedő természetes számokkal. Minden számot csak egyszer használhatsz, de te döntheted el, hogy melyik törtet bővíted 2-vel, melyiket 3-mal, melyiket 4-gyel és így tovább: 2 pont/db

$\frac{9}{24}$	$\frac{318}{73}$	$\frac{8}{9}$
$\frac{7}{58}$	$\frac{7}{4}$	$\frac{1}{91}$
$\frac{70}{63}$	$\frac{87}{98}$	$\frac{0}{88}$

Feladat 1.5 Végezd el az alábbi műveleteket: 2 pont/db

$$\frac{3}{69} - \frac{0}{69}$$

$$\frac{7}{2} - \frac{3}{2}$$

$$\frac{10}{9} + \frac{95}{9}$$

$$\frac{87}{4} - \frac{31}{4}$$

$$\frac{7}{65} + \frac{85}{65}$$

$$\frac{2}{6} - \frac{1}{6}$$

$$\frac{4}{67} - \frac{2}{67}$$

$$\frac{86}{28} + \frac{18}{28}$$

$$\frac{27}{3} - \frac{1}{3}$$

$$\frac{82}{43} + \frac{39}{43}$$

$$\frac{795}{5} - \frac{11}{5}$$

$$\frac{23}{7} - \frac{2}{7}$$

Feladat 1.6 Végezd el az alábbi műveleteket:

4 pont/db

$$\frac{82}{92} + \frac{67}{53}$$

$$\frac{433}{125} - \frac{6}{8}$$

$$\frac{89}{63} + \frac{6}{548}$$

$$\frac{5}{8} - \frac{9}{67}$$

$$\frac{147}{14} + \frac{56}{565}$$

$$\frac{729}{62} - \frac{1}{4}$$

$$\frac{55}{74} + \frac{641}{9}$$

$$\frac{35}{5} - \frac{51}{25}$$

$$\frac{43}{80} - \frac{2}{57}$$

$$\frac{1}{69} + \frac{15}{892}$$

$$\frac{9}{84} + \frac{31}{9}$$

$$\frac{0}{28} + \frac{65}{36}$$

2. Mértékek

Feladat 2.1 Fejezd ki az alapegységben és jelezd, hogy milyen mértékről van szó:

2 + 1 pont/db

1000 g

64310 dm

72 s

5085 m³

5 h

1 d

7691 ha

36 min

4 m

9 km

96 kg

7000 l

2200 cm

457000 mm

70 m²

1 t

3 dkg

6000000 mg

Feladat 2.2 Fejezd ki a megadott egységben és jelezd, hogy milyen mértékről van szó:

4 + 1 pont/db

$7446 \text{ mm}^2 = \dots \text{ ha}$	$9679 \text{ mm}^3 = \dots \text{ cl}$
$942 \text{ cm}^2 = \dots \text{ km}^2$	$88 \text{ dl} = \dots \text{ l}$
$19 \text{ s} = \dots \text{ d}$	$23 \text{ g} = \dots \text{ kg}$
$17 \text{ min} = \dots \text{ h}$	$375 \text{ h} = \dots \text{ d}$
$4271 \text{ dm}^2 = \dots \text{ ha}$	$9 \text{ m}^2 = \dots \text{ ha}$
$391 \text{ cm}^2 = \dots \text{ km}^2$	$67 \text{ m} = \dots \text{ km}$
$359 \text{ dm}^2 = \dots \text{ ha}$	$852 \text{ s} = \dots \text{ min}$
$510 \text{ cm}^2 = \dots \text{ dm}^2$	$293 \text{ t} = \dots \text{ t}$
$1514 \text{ dm}^3 = \dots \text{ hl}$	$4 \text{ min} = \dots \text{ d}$
$5508 \text{ mm}^2 = \dots \text{ m}^2$	$630 \text{ mg} = \dots \text{ dkg}$

Hosszúhetény, 2019. május 27.

Beadandó dolgozat feladatok

ötödik osztály, 2019. május, 5/10

Kedves tanulók!

Úgy érzem sikerült megtalálni a közös utat, ami az órák tartalmi részét illeti. A száraz és szigorú matematikai logika végigjárása helyett a játékos vonalon haladunk, és úgy érzem, hogy ezzel többet tanultatok, több matematikai tudás ragadt meg, mint korábban.

A legutóbbi beadandó dolgozaton rendkívül sokat dolgoztam. Sajnos erre most nem volt lehetőségem, ráadásul nem adhatok két hetet a beadásra sem, mert szorít minket az év vége. Ezért ez alkalommal a készségfejlesztés lesz az elsődleges cél, ami egy egyszerűbb, de sajnos kevésbé izgalmas feladatsort fog eredményezni.

A könnyedebb órák ellenére is meg kell tanulni a matematikai módszereket és összefüggéseket. Ezeken az órákon is bemutattam és kipróbáltunk számos ilyen módszert. Nem kérek olyasmit tehát, amit nem láttatok, és amit nem próbáltunk ki.

Mindenki kapott segédlapot a mértékegységek átváltásához. Aki viszont elhagyta, itt tudja pótolni:

<https://github.com/matektankor/segedanyag>

Arra kérek titeket, hogy először mindenképpen dolgozzatok egyedül, és a születeket vagy más felnőtteket csak akkor vonjatok be a feladatok megoldásába, ha feltétlenül szükséges, és csak annyi ideig, amíg meg nem értitek azt amit egyedül nem sikerült. Ez a feladat nektek van kiadva. Többet is tanultok belőle, ha egyedül jöttök rá valamire.

1. Természetes törtek

A természetes törtek teljes megértéséig még nem jutottatok el. Nem kell aggódni, voltam a hatodikasoknál, és ők sem értik még ezeket teljesen. Igazából még nem nagyon találkoztam olyannal, aki nyolcadikos koráig eljutott volna oda, hogy teljes könnyedséggel kezelje ezeket, és ismerje az átjárást a természetes és a tizedes törtek, valamint a százalékos alak között. Habár ezek ismerete év végére már szükséges volna, nem léphetünk túl nagyot, ezért a következő feladatok nem lesznek túl bonyolultak.

A természetes törtek esetén meg kell szokni, hogy nem a felső, hanem az alsó számra (a nevezőre) tekintünk először, ugyanis az mondja meg, hogy mennyibe tört dolgokkal van dolgunk. Ha a nevező 2, akkor fél részeink vannak, ha 4, akkor negyed részeink, és ha 118, akkor száztizennyolcad részeink. Minden rész ugyanolyan mint a többi, és együtt 118-an adnak egy egészt, 236-an pedig két egészt. Ha viszont csak 59 ilyenünk van, akkor csak fél egészünk van. Azt, hogy mennyi van ezekből az azonos darabkákból, a felső szám (a számláló) mondja meg. Az utolsó esetben, amikor 59 darab 118-ad részünk volt, a számláló tehát 59, a tört pedig $\frac{59}{118}$.

Miért egy fél egész az $\frac{59}{118}$? Ha a számlálónak és a nevezőnek van közös osztója¹, akkor e közös osztóval eloszthatjuk külön-külön a számlálót is és a nevezőt is, és a kapott tört értéke nem változik, azaz továbbra is ugyanazt a dolgot fogja jelenteni, mint az egyszerűsítés előtt. E műveletet ugyanis egyszerűsítésnek hívjuk. Vegyük észre, hogy az $\frac{59}{118}$ számlálója is és nevezője is maradék nélkül osztható 59-cel. Az egyszerűsítés után tehát az $\frac{1}{2}$ törtet kapjuk, ami egy fél egész.

A számlálót és a nevezőt meg is szorozhatjuk ugyanazzal a számmal, természetesen akkor sem változik a tört értéke. $\frac{1}{2}$ és $\frac{2}{4}$ tehát ugyanannyi, ahogy $\frac{59}{118}$ is, amikor az $\frac{1}{2}$ -et 59-cel bővítjük. Ez utóbbi művelet neve ugyanis a bővítés.

Ha két tört nevezője azonos, akkor az összeadás és kivonás könnyű velük: csak a számlálókat kell összeadni vagy kivonni.

$$\begin{aligned}\frac{1}{2} + \frac{1}{2} &= \frac{2}{2} = \frac{1}{1} = 1 \\ \frac{1}{2} + \frac{5}{2} &= 3 \\ \frac{70}{118} - \frac{11}{118} &= \frac{59}{118} = \frac{1}{2}\end{aligned}$$

Ha viszont a két törtnek nem azonos a nevezője, akkor nem tudjuk azonnal elvégezni az összeadást vagy a kivonást, előbb valamiféleképpen közös nevezőre kell hozni őket. Úgy kell tehát egyszerűsíteniük vagy bővíteniük egyiket, másikat, vagy mindkettőt, hogy a két tört nevezője azonos legyen. Ha például a feladat a következő kiszámítása, akkor a számlálókkal nem végezhetjük el a kivonást, mert a nevezők különböznek:

$$\frac{3}{2} - \frac{59}{118}$$

Ha viszont az $\frac{59}{118}$ -at egyszerűsítjük $\frac{1}{2}$ formába, akkor máris láthatjuk, hogy

$$\frac{3}{2} - \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1.$$

Természetesen bővíthettük volna a $\frac{3}{2}$ -et is 59-cel, azaz megszorozzuk a számlálót és a nevezőt is 59-cel. Ezzel a nevező 118 lesz, a számláló pedig $3 \cdot 59 = 177$. Így

$$\frac{177}{118} - \frac{59}{118} = \frac{118}{118} = 1.$$

Muszáj volt ide sűrítennem az elméletet, mert a külön segédanyagokat nagyon kevesen olvasták el.

¹ ennek kiderítésére alkalmas a prímtényezős felbontás

Feladat 1.1 Ha eddig nem tetted, olvasd el a fenti szöveget a természetes törték-ről, és foglald össze legalább 30 szóval. 10 pont
Volt valami, amit nem értettél belőle? Ha igen, írd le legalább 20 szóval. 5 pont

Feladat 1.2 Mennyi egészt írnak le a következő tört alakok: 2 pont/db

$\frac{3}{3}$	$\frac{14}{7}$	$\frac{12345}{12345}$	$\frac{10}{1}$
$\frac{400}{2}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{125}{5}$	$\frac{500}{100}$
$\frac{99}{9}$	$\frac{990}{9}$	$\frac{999}{9}$	$\frac{1008}{9}$

Feladat 1.3 Egyszerűsítsd a következő törtéket: 2 pont/db

$\frac{280}{168}$	$\frac{3108}{3108}$	$\frac{56}{32}$	$\frac{6}{12}$
$\frac{7}{7}$	$\frac{219}{511}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{450}{270}$
$\frac{10}{4}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{10}{12}$

Feladat 1.4 Bővítsd a törtéket a 2-től 10-ig terjedő természetes számokkal. Minden számot csak egyszer használhatsz, de te döntheted el, hogy melyik törtet bővíted 2-vel, melyiket 3-mal, melyiket 4-gyel és így tovább: 2 pont/db

$\frac{96}{7}$	$\frac{604}{33}$	$\frac{1}{5}$
$\frac{195}{3}$	$\frac{40}{3}$	$\frac{31}{96}$
$\frac{777}{7}$	$\frac{4}{65}$	$\frac{812}{89}$

Feladat 1.5 Végezd el az alábbi műveleteket: 2 pont/db

$\frac{8}{69} + \frac{10}{69}$	$\frac{872}{6} + \frac{3}{6}$	$\frac{8}{93} + \frac{216}{93}$
$\frac{867}{2} - \frac{410}{2}$	$\frac{18}{8} - \frac{1}{8}$	$\frac{2}{87} - \frac{2}{87}$
$\frac{78}{47} - \frac{1}{47}$	$\frac{7}{6} + \frac{84}{6}$	$\frac{144}{85} - \frac{8}{85}$
$\frac{7}{71} - \frac{4}{71}$	$\frac{8}{28} + \frac{7}{28}$	$\frac{900}{36} - \frac{30}{36}$

Feladat 1.6 Végezd el az alábbi műveleteket:

4 pont/db

$\frac{497}{3} - \frac{91}{63}$	$\frac{766}{2} - \frac{58}{37}$	$\frac{655}{47} + \frac{62}{96}$
$\frac{9}{2} + \frac{54}{35}$	$\frac{223}{761} + \frac{9}{3}$	$\frac{7}{37} + \frac{84}{950}$
$\frac{59}{109} - \frac{7}{35}$	$\frac{21}{1} + \frac{426}{385}$	$\frac{7}{8} + \frac{67}{721}$
$\frac{309}{7} - \frac{2}{57}$	$\frac{53}{46} + \frac{5}{47}$	$\frac{34}{531} + \frac{20}{27}$

2. Mértékek

Feladat 2.1 Fejezd ki az alapegységben és jelezd, hogy milyen mértékről van szó:

2 + 1 pont/db

77 s	461 dkg	41 m ²
6698 m	51 kg	4300 cm
24000 mm	427 ha	0 g
20 min	15 h	2 d
49 km	340 dm	4000000 mg
305 t	80000 l	509 m ³

Feladat 2.2 Fejezd ki a megadott egységben és jelezd, hogy milyen mértékről van szó:

4 + 1 pont/db

$49 \text{ g} = \dots \text{ t}$	$8981 = \dots \text{ m}^3$
$6 \text{ s} = \dots \text{ min}$	$710 \text{ h} = \dots \text{ d}$
$248 \text{ mg} = \dots \text{ kg}$	$47 \text{ cm}^3 = \dots \text{ dl}$
$8 \text{ mm} = \dots \text{ dm}$	$60 \text{ dkg} = \dots \text{ t}$
$402 \text{ cm}^2 = \dots \text{ ha}$	$10 \text{ m} = \dots \text{ km}$
$50 \text{ s} = \dots \text{ h}$	$68 \text{ mm}^2 = \dots \text{ ha}$
$113 \text{ m}^2 = \dots \text{ km}^2$	$695 \text{ ha} = \dots \text{ km}^2$
$87 \text{ mm} = \dots \text{ dm}$	$21 \text{ mm}^2 = \dots \text{ cm}^2$
$77 \text{ min} = \dots \text{ d}$	$562 \text{ cm} = \dots \text{ m}$
$3754 \text{ dm}^2 = \dots \text{ ha}$	$82 \text{ dm}^3 = \dots \text{ hl}$

Hosszúhetény, 2019. május 27.

Beadandó dolgozat feladatok

ötödik osztály, 2019. május, 6/10

Kedves tanulók!

Úgy érzem sikerült megtalálni a közös utat, ami az órák tartalmi részét illeti. A száraz és szigorú matematikai logika végigjárása helyett a játékos vonalon haladunk, és úgy érzem, hogy ezzel többet tanultatok, több matematikai tudás ragadt meg, mint korábban.

A legutóbbi beadandó dolgozaton rendkívül sokat dolgoztam. Sajnos erre most nem volt lehetőségem, ráadásul nem adhatok két hetet a beadásra sem, mert szorít minket az év vége. Ezért ez alkalommal a készségfejlesztés lesz az elsődleges cél, ami egy egyszerűbb, de sajnos kevésbé izgalmas feladatsort fog eredményezni.

A könnyedebb órák ellenére is meg kell tanulni a matematikai módszereket és összefüggéseket. Ezeken az órákon is bemutattam és kipróbáltunk számos ilyen módszert. Nem kérek olyasmit tehát, amit nem láttatok, és amit nem próbáltunk ki.

Mindenki kapott segédlapot a mértékegységek átváltásához. Aki viszont elhagyta, itt tudja pótolni:

<https://github.com/matektankor/segedanyag>

Arra kérek titeket, hogy először mindenképpen dolgozzatok egyedül, és a születeket vagy más felnőtteket csak akkor vonjatok be a feladatok megoldásába, ha feltétlenül szükséges, és csak annyi ideig, amíg meg nem értitek azt amit egyedül nem sikerült. Ez a feladat nektek van kiadva. Többet is tanultok belőle, ha egyedül jöttök rá valamire.

1. Természetes törtek

A természetes törtek teljes megértéséig még nem jutottatok el. Nem kell aggódni, voltam a hatodikasoknál, és ők sem értik még ezeket teljesen. Igazából még nem nagyon találkoztam olyannal, aki nyolcadikos koráig eljutott volna oda, hogy teljes könnyedséggel kezelje ezeket, és ismerje az átjárást a természetes és a tizedes törtek, valamint a százalékos alak között. Habár ezek ismerete év végére már szükséges volna, nem léphetünk túl nagyot, ezért a következő feladatok nem lesznek túl bonyolultak.

A természetes törtek esetén meg kell szokni, hogy nem a felső, hanem az alsó számra (a nevezőre) tekintünk először, ugyanis az mondja meg, hogy mennyibe tört dolgokkal van dolgunk. Ha a nevező 2, akkor fél részeink vannak, ha 4, akkor negyed részeink, és ha 118, akkor száztizennyolcad részeink. Minden rész ugyanolyan mint a többi, és együtt 118-an adnak egy egészt, 236-an pedig két egészt. Ha viszont csak 59 ilyenünk van, akkor csak fél egészünk van. Azt, hogy mennyi van ezekből az azonos darabkákból, a felső szám (a számláló) mondja meg. Az utolsó esetben, amikor 59 darab 118-ad részünk volt, a számláló tehát 59, a tört pedig $\frac{59}{118}$.

Miért egy fél egész az $\frac{59}{118}$? Ha a számlálónak és a nevezőnek van közös osztója¹, akkor e közös osztóval eloszthatjuk külön-külön a számlálót is és a nevezőt is, és a kapott tört értéke nem változik, azaz továbbra is ugyanazt a dolgot fogja jelenteni, mint az egyszerűsítés előtt. E műveletet ugyanis egyszerűsítésnek hívjuk. Vegyük észre, hogy az $\frac{59}{118}$ számlálója is és nevezője is maradék nélkül osztható 59-cel. Az egyszerűsítés után tehát az $\frac{1}{2}$ törtet kapjuk, ami egy fél egész.

A számlálót és a nevezőt meg is szorozhatjuk ugyanazzal a számmal, természetesen akkor sem változik a tört értéke. $\frac{1}{2}$ és $\frac{2}{4}$ tehát ugyanannyi, ahogy $\frac{59}{118}$ is, amikor az $\frac{1}{2}$ -et 59-cel bővítjük. Ez utóbbi művelet neve ugyanis a bővítés.

Ha két tört nevezője azonos, akkor az összeadás és kivonás könnyű velük: csak a számlálókat kell összeadni vagy kivonni.

$$\begin{aligned}\frac{1}{2} + \frac{1}{2} &= \frac{2}{2} = \frac{1}{1} = 1 \\ \frac{1}{2} + \frac{5}{2} &= 3 \\ \frac{70}{118} - \frac{11}{118} &= \frac{59}{118} = \frac{1}{2}\end{aligned}$$

Ha viszont a két törtnek nem azonos a nevezője, akkor nem tudjuk azonnal elvégezni az összeadást vagy a kivonást, előbb valamiféleképpen közös nevezőre kell hozni őket. Úgy kell tehát egyszerűsíteniük vagy bővíteniük egyiket, másikat, vagy mindkettőt, hogy a két tört nevezője azonos legyen. Ha például a feladat a következő kiszámítása, akkor a számlálókkal nem végezhetjük el a kivonást, mert a nevezők különböznek:

$$\frac{3}{2} - \frac{59}{118}$$

Ha viszont az $\frac{59}{118}$ -at egyszerűsítjük $\frac{1}{2}$ formába, akkor máris láthatjuk, hogy

$$\frac{3}{2} - \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1.$$

Természetesen bővíthettük volna a $\frac{3}{2}$ -et is 59-cel, azaz megszorozzuk a számlálót és a nevezőt is 59-cel. Ezzel a nevező 118 lesz, a számláló pedig $3 \cdot 59 = 177$. Így

$$\frac{177}{118} - \frac{59}{118} = \frac{118}{118} = 1.$$

Muszáj volt ide sűrítennem az elméletet, mert a külön segédanyagokat nagyon kevesen olvastátok el.

¹ ennek kiderítésére alkalmas a prímtényezős felbontás

Feladat 1.1 Ha eddig nem tetted, olvasd el a fenti szöveget a természetes törtokról, és foglald össze legalább 30 szóval. 10 pont
 Volt valami, amit nem értettél belőle? Ha igen, írd le legalább 20 szóval. 5 pont

Feladat 1.2 Mennyi egészt írnak le a következő tört alakok: 2 pont/db

$\frac{3}{3}$	$\frac{14}{7}$	$\frac{12345}{12345}$	$\frac{10}{1}$
$\frac{400}{2}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{125}{5}$	$\frac{500}{100}$
$\frac{99}{9}$	$\frac{990}{9}$	$\frac{999}{9}$	$\frac{1008}{9}$

Feladat 1.3 Egyszerűsítsd a következő törtet: 2 pont/db

$\frac{176}{352}$	$\frac{16}{16}$	$\frac{5425}{6975}$	$\frac{4}{9}$
$\frac{1407}{804}$	$\frac{14}{28}$	$\frac{21}{15}$	$\frac{2}{2}$
$\frac{9}{5}$	$\frac{81}{18}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{2608}{3260}$

Feladat 1.4 Bővítsd a törtet a 2-től 10-ig terjedő természetes számokkal. Minden számot csak egyszer használhatsz, de te döntheted el, hogy melyik törtet bővíted 2-vel, melyiket 3-mal, melyiket 4-gyel és így tovább: 2 pont/db

$\frac{45}{21}$	$\frac{71}{11}$	$\frac{6}{43}$
$\frac{5}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{90}{34}$
$\frac{18}{30}$	$\frac{25}{6}$	$\frac{3}{2}$

Feladat 1.5 Végezd el az alábbi műveleteket: 2 pont/db

$$\frac{632}{2} + \frac{69}{2}$$

$$\frac{93}{17} - \frac{1}{17}$$

$$\frac{26}{2} - \frac{4}{2}$$

$$\frac{6}{3} + \frac{11}{3}$$

$$\frac{7}{65} + \frac{73}{65}$$

$$\frac{714}{94} + \frac{1}{94}$$

$$\frac{90}{8} - \frac{9}{8}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{735}{3}$$

$$\frac{3}{93} + \frac{544}{93}$$

$$\frac{120}{6} - \frac{36}{6}$$

$$\frac{676}{24} - \frac{5}{24}$$

$$\frac{87}{1} - \frac{8}{1}$$

Feladat 1.6 Végezd el az alábbi műveleteket:

4 pont/db

$$\frac{282}{6} - \frac{1}{663}$$

$$\frac{17}{3} + \frac{248}{5}$$

$$\frac{1}{7} + \frac{3}{682}$$

$$\frac{295}{94} + \frac{0}{49}$$

$$\frac{516}{10} + \frac{33}{489}$$

$$\frac{68}{12} + \frac{518}{898}$$

$$\frac{553}{4} - \frac{8}{524}$$

$$\frac{3}{738} + \frac{8}{505}$$

$$\frac{991}{9} + \frac{5}{992}$$

$$\frac{4}{53} - \frac{1}{268}$$

$$\frac{3}{65} + \frac{35}{597}$$

$$\frac{9}{6} - \frac{11}{40}$$

2. Mértékek

Feladat 2.1 Fejezd ki az alapegységben és jelezd, hogy milyen mértékről van szó:

2 + 1 pont/db

5 m²

1600 cm

9 m

34 kg

689000 g

5000000 mg

0 dm

0 mm

13 min

979 km

5 s

1 d

47 ha

8 m³

24 h

523000 l

102 t

1 dkg

Feladat 2.2 Fejezd ki a megadott egységben és jelezd, hogy milyen mértékről van szó:

4 + 1 pont/db

$29 \text{ cm} = \dots \text{ km}$	$6276 \text{ dl} = \dots \text{ hl}$
$99 \text{ m}^2 = \dots \text{ km}^2$	$1218 \text{ mm} = \dots \text{ dm}$
$58 \text{ dkg} = \dots \text{ kg}$	$2 \text{ t} = \dots \text{ t}$
$370 \text{ mm}^2 = \dots \text{ dm}^2$	$996 \text{ mg} = \dots \text{ g}$
$73 \text{ h} = \dots \text{ d}$	$859 \text{ s} = \dots \text{ min}$
$318 \text{ ha} = \dots \text{ ha}$	$839 \text{ mm} = \dots \text{ m}$
$3130 \text{ mm}^3 = \dots \text{ dm}^3$	$694 \text{ dm} = \dots \text{ km}$
$583 \text{ mg} = \dots \text{ kg}$	$900 \text{ g} = \dots \text{ t}$
$3372 \text{ dm}^2 = \dots \text{ ha}$	$301 = \dots \text{ km}^3$
$9673 \text{ dkg} = \dots \text{ t}$	$992 \text{ g} = \dots \text{ kg}$

Hosszúhetény, 2019. május 27.

Beadandó dolgozat feladatok

ötödik osztály, 2019. május, 7/10

Kedves tanulók!

Úgy érzem sikerült megtalálni a közös utat, ami az órák tartalmi részét illeti. A száraz és szigorú matematikai logika végigjárása helyett a játékos vonalon haladunk, és úgy érzem, hogy ezzel többet tanultatok, több matematikai tudás ragadt meg, mint korábban.

A legutóbbi beadandó dolgozaton rendkívül sokat dolgoztam. Sajnos erre most nem volt lehetőségem, ráadásul nem adhatok két hetet a beadásra sem, mert szorít minket az év vége. Ezért ez alkalommal a készségfejlesztés lesz az elsődleges cél, ami egy egyszerűbb, de sajnos kevésbé izgalmas feladatsort fog eredményezni.

A könnyedebb órák ellenére is meg kell tanulni a matematikai módszereket és összefüggéseket. Ezeken az órákon is bemutattam és kipróbáltunk számos ilyen módszert. Nem kérek olyasmit tehát, amit nem láttatok, és amit nem próbáltunk ki.

Mindenki kapott segédlapot a mértékegységek átváltásához. Aki viszont elhagyta, itt tudja pótolni:

<https://github.com/matektankor/segedanyag>

Arra kérek titeket, hogy először mindenképpen dolgozzatok egyedül, és a születeket vagy más felnőtteket csak akkor vonjatok be a feladatok megoldásába, ha feltétlenül szükséges, és csak annyi ideig, amíg meg nem értitek azt amit egyedül nem sikerült. Ez a feladat nektek van kiadva. Többet is tanultok belőle, ha egyedül jöttök rá valamire.

1. Természetes törtek

A természetes törtek teljes megértéséig még nem jutottatok el. Nem kell aggódni, voltam a hatodikasoknál, és ők sem értik még ezeket teljesen. Igazából még nem nagyon találkoztam olyannal, aki nyolcadikos koráig eljutott volna oda, hogy teljes könnyedséggel kezelje ezeket, és ismerje az átjárást a természetes és a tizedes törtek, valamint a százalékos alak között. Habár ezek ismerete év végére már szükséges volna, nem léphetünk túl nagyot, ezért a következő feladatok nem lesznek túl bonyolultak.

A természetes törtek esetén meg kell szokni, hogy nem a felső, hanem az alsó számra (a nevezőre) tekintünk először, ugyanis az mondja meg, hogy mennyibe tört dolgokkal van dolgunk. Ha a nevező 2, akkor fél részeink vannak, ha 4, akkor negyed részeink, és ha 118, akkor száztizennyolcad részeink. Minden rész ugyanolyan mint a többi, és együtt 118-an adnak egy egészt, 236-an pedig két egészt. Ha viszont csak 59 ilyenünk van, akkor csak fél egészünk van. Azt, hogy mennyi van ezekből az azonos darabkákból, a felső szám (a számláló) mondja meg. Az utolsó esetben, amikor 59 darab 118-ad részünk volt, a számláló tehát 59, a tört pedig $\frac{59}{118}$.

Miért egy fél egész az $\frac{59}{118}$? Ha a számlálónak és a nevezőnek van közös osztója¹, akkor e közös osztóval eloszthatjuk külön-külön a számlálót is és a nevezőt is, és a kapott tört értéke nem változik, azaz továbbra is ugyanazt a dolgot fogja jelenteni, mint az egyszerűsítés előtt. E műveletet ugyanis egyszerűsítésnek hívjuk. Vegyük észre, hogy az $\frac{59}{118}$ számlálója is és nevezője is maradék nélkül osztható 59-cel. Az egyszerűsítés után tehát az $\frac{1}{2}$ törtet kapjuk, ami egy fél egész.

A számlálót és a nevezőt meg is szorozhatjuk ugyanazzal a számmal, természetesen akkor sem változik a tört értéke. $\frac{1}{2}$ és $\frac{2}{4}$ tehát ugyanannyi, ahogy $\frac{59}{118}$ is, amikor az $\frac{1}{2}$ -et 59-cel bővítjük. Ez utóbbi művelet neve ugyanis a bővítés.

Ha két tört nevezője azonos, akkor az összeadás és kivonás könnyű velük: csak a számlálókat kell összeadni vagy kivonni.

$$\begin{aligned}\frac{1}{2} + \frac{1}{2} &= \frac{2}{2} = \frac{1}{1} = 1 \\ \frac{1}{2} + \frac{5}{2} &= 3 \\ \frac{70}{118} - \frac{11}{118} &= \frac{59}{118} = \frac{1}{2}\end{aligned}$$

Ha viszont a két törtnek nem azonos a nevezője, akkor nem tudjuk azonnal elvégezni az összeadást vagy a kivonást, előbb valamiféleképpen közös nevezőre kell hozni őket. Úgy kell tehát egyszerűsíteniük vagy bővíteniük egyiket, másikat, vagy mindkettőt, hogy a két tört nevezője azonos legyen. Ha például a feladat a következő kiszámítása, akkor a számlálókkal nem végezhetjük el a kivonást, mert a nevezők különböznek:

$$\frac{3}{2} - \frac{59}{118}$$

Ha viszont az $\frac{59}{118}$ -at egyszerűsítjük $\frac{1}{2}$ formába, akkor máris láthatjuk, hogy

$$\frac{3}{2} - \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1.$$

Természetesen bővíthettük volna a $\frac{3}{2}$ -et is 59-cel, azaz megszorozzuk a számlálót és a nevezőt is 59-cel. Ezzel a nevező 118 lesz, a számláló pedig $3 \cdot 59 = 177$. Így

$$\frac{177}{118} - \frac{59}{118} = \frac{118}{118} = 1.$$

Muszáj volt ide sűrítennem az elméletet, mert a külön segédanyagokat nagyon kevesen olvasták el.

¹ ennek kiderítésére alkalmas a prímtényezős felbontás

Feladat 1.1 Ha eddig nem tetted, olvasd el a fenti szöveget a természetes törtke-
ről, és foglald össze legalább 30 szóval. 10 pont
Volt valami, amit nem értettél belőle? Ha igen, írd le legalább 20 szóval. 5 pont

Feladat 1.2 Mennyi egészt írnak le a következő tört alakok: 2 pont/db

$\frac{3}{3}$	$\frac{14}{7}$	$\frac{12345}{12345}$	$\frac{10}{1}$
$\frac{400}{2}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{125}{5}$	$\frac{500}{100}$
$\frac{99}{9}$	$\frac{990}{9}$	$\frac{999}{9}$	$\frac{1008}{9}$

Feladat 1.3 Egyszerűsítsd a következő törtket: 2 pont/db

$\frac{18}{14}$	$\frac{16}{16}$	$\frac{144}{192}$	$\frac{14}{18}$
$\frac{651}{372}$	$\frac{230}{276}$	$\frac{9}{63}$	$\frac{12}{16}$
$\frac{1}{8}$	$\frac{7}{7}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{939}{939}$

Feladat 1.4 Bővítsd a törtket a 2-től 10-ig terjedő természetes számokkal. Min-
den számot csak egyszer használhatsz, de te döntheted el, hogy melyik törtet bőví-
ted 2-vel, melyiket 3-mal, melyiket 4-gyel és így tovább: 2 pont/db

$\frac{7}{5}$	$\frac{3}{53}$	$\frac{13}{2}$
$\frac{9}{72}$	$\frac{12}{2}$	$\frac{17}{76}$
$\frac{50}{34}$	$\frac{32}{27}$	$\frac{1}{6}$

Feladat 1.5 Végezd el az alábbi műveleteket: 2 pont/db

$$\frac{107}{4} - \frac{4}{4}$$

$$\frac{4}{69} - \frac{3}{69}$$

$$\frac{3}{51} + \frac{144}{51}$$

$$\frac{75}{26} - \frac{5}{26}$$

$$\frac{35}{6} + \frac{2}{6}$$

$$\frac{83}{5} + \frac{8}{5}$$

$$\frac{52}{2} + \frac{71}{2}$$

$$\frac{98}{4} + \frac{510}{4}$$

$$\frac{1}{7} + \frac{20}{7}$$

$$\frac{50}{26} + \frac{604}{26}$$

$$\frac{64}{47} - \frac{48}{47}$$

$$\frac{20}{4} + \frac{32}{4}$$

Feladat 1.6 Végezd el az alábbi műveleteket:

4 pont/db

$$\frac{7}{91} - \frac{1}{253}$$

$$\frac{9}{12} - \frac{5}{212}$$

$$\frac{97}{195} + \frac{6}{24}$$

$$\frac{79}{393} + \frac{790}{1}$$

$$\frac{71}{7} - \frac{3}{4}$$

$$\frac{881}{47} - \frac{264}{524}$$

$$\frac{729}{2} + \frac{1}{24}$$

$$\frac{7}{6} - \frac{1}{5}$$

$$\frac{78}{4} - \frac{27}{5}$$

$$\frac{90}{13} - \frac{3}{333}$$

$$\frac{84}{2} + \frac{92}{862}$$

$$\frac{5}{9} - \frac{3}{79}$$

2. Mértékek

Feladat 2.1 Fejezd ki az alapegységben és jelezd, hogy milyen mértékről van szó:

2 + 1 pont/db

5000 cm

1 m

1 d

943 ha

659000 l

9136 m³

23000 mm

8 dkg

92000 g

5 km

89 s

22 h

70000000 mg

6 kg

20 min

30 m²

987 t

30 dm

Feladat 2.2 Fejezd ki a megadott egységben és jelezd, hogy milyen mértékről van szó:

4 + 1 pont/db

$80 \text{ m}^2 = \dots \text{ ha}$	$85 \text{ mm} = \dots \text{ dm}$
$658 \text{ ml} = \dots \text{ hl}$	$715 \text{ cm}^2 = \dots \text{ dm}^2$
$33 \text{ cl} = \dots \text{ l}$	$5 \text{ dm}^3 = \dots \text{ m}^3$
$6583 \text{ cm} = \dots \text{ m}$	$5 \text{ g} = \dots \text{ t}$
$486 \text{ cm} = \dots \text{ m}$	$889 \text{ min} = \dots \text{ d}$
$44 \text{ s} = \dots \text{ h}$	$9401 \text{ cm}^3 = \dots \text{ dl}$
$5008 \text{ mm}^3 = \dots \text{ km}^3$	$9 \text{ mg} = \dots \text{ t}$
$59 \text{ ha} = \dots \text{ km}^2$	$3 \text{ s} = \dots \text{ h}$
$71 \text{ dm} = \dots \text{ km}$	$873 \text{ mm} = \dots \text{ km}$
$20 \text{ dl} = \dots \text{ l}$	$2143 \text{ mm}^3 = \dots \text{ l}$

Hosszúhetény, 2019. május 27.

Beadandó dolgozat feladatok

ötödik osztály, 2019. május, 8/10

Kedves tanulók!

Úgy érzem sikerült megtalálni a közös utat, ami az órák tartalmi részét illeti. A száraz és szigorú matematikai logika végigjárása helyett a játékos vonalon haladunk, és úgy érzem, hogy ezzel többet tanultatok, több matematikai tudás ragadt meg, mint korábban.

A legutóbbi beadandó dolgozaton rendkívül sokat dolgoztam. Sajnos erre most nem volt lehetőségem, ráadásul nem adhatok két hetet a beadásra sem, mert szorít minket az év vége. Ezért ez alkalommal a készségfejlesztés lesz az elsődleges cél, ami egy egyszerűbb, de sajnos kevésbé izgalmas feladatsort fog eredményezni.

A könnyedebb órák ellenére is meg kell tanulni a matematikai módszereket és összefüggéseket. Ezeken az órákon is bemutattam és kipróbáltunk számos ilyen módszert. Nem kérek olyasmit tehát, amit nem láttatok, és amit nem próbáltunk ki.

Mindenki kapott segédlapot a mértékegységek átváltásához. Aki viszont elhagyta, itt tudja pótolni:

<https://github.com/matektankor/segedanyag>

Arra kérek titeket, hogy először mindenképpen dolgozzatok egyedül, és a születeket vagy más felnőtteket csak akkor vonjatok be a feladatok megoldásába, ha feltétlenül szükséges, és csak annyi ideig, amíg meg nem értitek azt amit egyedül nem sikerült. Ez a feladat nektek van kiadva. Többet is tanultok belőle, ha egyedül jöttök rá valamire.

1. Természetes törtek

A természetes törtek teljes megértéséig még nem jutottatok el. Nem kell aggódni, voltam a hatodikasoknál, és ők sem értik még ezeket teljesen. Igazából még nem nagyon találkoztam olyannal, aki nyolcadikos koráig eljutott volna oda, hogy teljes könnyedséggel kezelje ezeket, és ismerje az átjárást a természetes és a tizedes törtek, valamint a százalékos alak között. Habár ezek ismerete év végére már szükséges volna, nem léphetünk túl nagyot, ezért a következő feladatok nem lesznek túl bonyolultak.

A természetes törtek esetén meg kell szokni, hogy nem a felső, hanem az alsó számra (a nevezőre) tekintünk először, ugyanis az mondja meg, hogy mennyibe tört dolgokkal van dolgunk. Ha a nevező 2, akkor fél részeink vannak, ha 4, akkor negyed részeink, és ha 118, akkor száztizennyolcad részeink. Minden rész ugyanolyan mint a többi, és együtt 118-an adnak egy egészt, 236-an pedig két egészt. Ha viszont csak 59 ilyenünk van, akkor csak fél egészünk van. Azt, hogy mennyi van ezekből az azonos darabkákból, a felső szám (a számláló) mondja meg. Az utolsó esetben, amikor 59 darab 118-ad részünk volt, a számláló tehát 59, a tört pedig $\frac{59}{118}$.

Miért egy fél egész az $\frac{59}{118}$? Ha a számlálónak és a nevezőnek van közös osztója¹, akkor e közös osztóval eloszthatjuk külön-külön a számlálót is és a nevezőt is, és a kapott tört értéke nem változik, azaz továbbra is ugyanazt a dolgot fogja jelenteni, mint az egyszerűsítés előtt. E műveletet ugyanis egyszerűsítésnek hívjuk. Vegyük észre, hogy az $\frac{59}{118}$ számlálója is és nevezője is maradék nélkül osztható 59-cel. Az egyszerűsítés után tehát az $\frac{1}{2}$ törtet kapjuk, ami egy fél egész.

A számlálót és a nevezőt meg is szorozhatjuk ugyanazzal a számmal, természetesen akkor sem változik a tört értéke. $\frac{1}{2}$ és $\frac{2}{4}$ tehát ugyanannyi, ahogy $\frac{59}{118}$ is, amikor az $\frac{1}{2}$ -et 59-cel bővítjük. Ez utóbbi művelet neve ugyanis a bővítés.

Ha két tört nevezője azonos, akkor az összeadás és kivonás könnyű velük: csak a számlálókat kell összeadni vagy kivonni.

$$\begin{aligned}\frac{1}{2} + \frac{1}{2} &= \frac{2}{2} = \frac{1}{1} = 1 \\ \frac{1}{2} + \frac{5}{2} &= 3 \\ \frac{70}{118} - \frac{11}{118} &= \frac{59}{118} = \frac{1}{2}\end{aligned}$$

Ha viszont a két törtnek nem azonos a nevezője, akkor nem tudjuk azonnal elvégezni az összeadást vagy a kivonást, előbb valamiféleképpen közös nevezőre kell hozni őket. Úgy kell tehát egyszerűsíteniük vagy bővíteniük egyiket, másikat, vagy mindkettőt, hogy a két tört nevezője azonos legyen. Ha például a feladat a következő kiszámítása, akkor a számlálókkal nem végezhetjük el a kivonást, mert a nevezők különböznek:

$$\frac{3}{2} - \frac{59}{118}$$

Ha viszont az $\frac{59}{118}$ -at egyszerűsítjük $\frac{1}{2}$ formába, akkor máris láthatjuk, hogy

$$\frac{3}{2} - \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1.$$

Természetesen bővíthettük volna a $\frac{3}{2}$ -et is 59-cel, azaz megszorozzuk a számlálót és a nevezőt is 59-cel. Ezzel a nevező 118 lesz, a számláló pedig $3 \cdot 59 = 177$. Így

$$\frac{177}{118} - \frac{59}{118} = \frac{118}{118} = 1.$$

Muszáj volt ide sűrítennem az elméletet, mert a külön segédanyagokat nagyon kevesen olvastátok el.

¹ ennek kiderítésére alkalmas a prímtényezős felbontás

Feladat 1.1 Ha eddig nem tetted, olvasd el a fenti szöveget a természetes törték-ről, és foglald össze legalább 30 szóval. 10 pont
 Volt valami, amit nem értettél belőle? Ha igen, írd le legalább 20 szóval. 5 pont

Feladat 1.2 Mennyi egészt írnak le a következő tört alakok: 2 pont/db

$\frac{3}{3}$	$\frac{14}{7}$	$\frac{12345}{12345}$	$\frac{10}{1}$
$\frac{400}{2}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{125}{5}$	$\frac{500}{100}$
$\frac{99}{9}$	$\frac{990}{9}$	$\frac{999}{9}$	$\frac{1008}{9}$

Feladat 1.3 Egyszerűsítsd a következő törteket: 2 pont/db

$\frac{633}{422}$	$\frac{6251}{8037}$	$\frac{3784}{3311}$	$\frac{4}{16}$
$\frac{3}{9}$	$\frac{42}{35}$	$\frac{267}{801}$	$\frac{54}{36}$
$\frac{6454}{3688}$	$\frac{5712}{7616}$	$\frac{8}{8}$	$\frac{16}{32}$

Feladat 1.4 Bővítsd a törtet a 2-től 10-ig terjedő természetes számokkal. Min-den számot csak egyszer használhatsz, de te döntheted el, hogy melyik törtet bőví-ted 2-vel, melyiket 3-mal, melyiket 4-gyel és így tovább: 2 pont/db

$\frac{63}{66}$	$\frac{307}{5}$	$\frac{10}{1}$
$\frac{252}{57}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{37}{8}$
$\frac{99}{3}$	$\frac{80}{8}$	$\frac{85}{77}$

Feladat 1.5 Végezd el az alábbi műveleteket: 2 pont/db

$$\frac{96}{90} - \frac{9}{90}$$

$$\frac{1}{78} + \frac{747}{78}$$

$$\frac{33}{31} - \frac{2}{31}$$

$$\frac{3}{44} + \frac{620}{44}$$

$$\frac{4}{1} + \frac{1}{1}$$

$$\frac{526}{9} - \frac{2}{9}$$

$$\frac{1}{41} + \frac{0}{41}$$

$$\frac{53}{88} - \frac{7}{88}$$

$$\frac{53}{86} - \frac{2}{86}$$

$$\frac{860}{6} - \frac{44}{6}$$

$$\frac{88}{50} - \frac{13}{50}$$

$$\frac{9}{56} + \frac{58}{56}$$

Feladat 1.6 Végezd el az alábbi műveleteket:

4 pont/db

$$\frac{15}{4} - \frac{49}{389}$$

$$\frac{613}{2} + \frac{993}{709}$$

$$\frac{908}{9} + \frac{6}{571}$$

$$\frac{32}{38} + \frac{80}{38}$$

$$\frac{666}{4} + \frac{7}{3}$$

$$\frac{9}{7} - \frac{95}{927}$$

$$\frac{9}{88} + \frac{3}{9}$$

$$\frac{0}{20} + \frac{182}{56}$$

$$\frac{9}{67} + \frac{757}{51}$$

$$\frac{31}{6} + \frac{0}{4}$$

$$\frac{1}{572} + \frac{331}{706}$$

$$\frac{2}{12} - \frac{5}{439}$$

2. Mértékek

Feladat 2.1 Fejezd ki az alapegységben és jelezd, hogy milyen mértékről van szó:

2 + 1 pont/db

27100 dm

4 km

446 m

59900 cm

831000 l

2 d

7 t

2 m³

7940 kg

7058000000 mg

0 ha

7 m²

1 s

22 h

822000 mm

108 min

259000 g

41 dkg

Feladat 2.2 Fejezd ki a megadott egységben és jelezd, hogy milyen mértékről van szó:

4 + 1 pont/db

$52 \text{ s} = \dots \text{ d}$	$1210 \text{ ha} = \dots \text{ km}^2$
$134 \text{ mg} = \dots \text{ t}$	$47 \text{ min} = \dots \text{ h}$
$33 \text{ mm}^2 = \dots \text{ m}^2$	$5202 \text{ cm}^2 = \dots \text{ ha}$
$82 \text{ cm} = \dots \text{ m}$	$339 \text{ dl} = \dots \text{ m}^3$
$198 \text{ dm} = \dots \text{ km}$	$756 \text{ kg} = \dots \text{ t}$
$52 \text{ g} = \dots \text{ dkg}$	$3191 \text{ l} = \dots \text{ km}^3$
$6238 \text{ m}^2 = \dots \text{ ha}$	$5235 \text{ dm}^2 = \dots \text{ km}^2$
$737 \text{ mm} = \dots \text{ m}$	$245 \text{ min} = \dots \text{ d}$
$8 \text{ cm}^3 = \dots \text{ cl}$	$237 \text{ mm}^2 = \dots \text{ cm}^2$
$49 \text{ cm} = \dots \text{ dm}$	$141 = \dots \text{ hl}$

Hosszúhetény, 2019. május 27.

Beadandó dolgozat feladatok

ötödik osztály, 2019. május, 9/10

Kedves tanulók!

Úgy érzem sikerült megtalálni a közös utat, ami az órák tartalmi részét illeti. A száraz és szigorú matematikai logika végigjárása helyett a játékos vonalon haladunk, és úgy érzem, hogy ezzel többet tanultatok, több matematikai tudás ragadt meg, mint korábban.

A legutóbbi beadandó dolgozaton rendkívül sokat dolgoztam. Sajnos erre most nem volt lehetőségem, ráadásul nem adhatok két hetet a beadásra sem, mert szorít minket az év vége. Ezért ez alkalommal a készségfejlesztés lesz az elsődleges cél, ami egy egyszerűbb, de sajnos kevésbé izgalmas feladatsort fog eredményezni.

A könnyedebb órák ellenére is meg kell tanulni a matematikai módszereket és összefüggéseket. Ezeken az órákon is bemutattam és kipróbáltunk számos ilyen módszert. Nem kérek olyasmit tehát, amit nem láttatok, és amit nem próbáltunk ki.

Mindenki kapott segédlapot a mértékegységek átváltásához. Aki viszont elhagyta, itt tudja pótolni:

<https://github.com/matektankor/segedanyag>

Arra kérek titeket, hogy először mindenképpen dolgozzatok egyedül, és a születeket vagy más felnőtteket csak akkor vonjatok be a feladatok megoldásába, ha feltétlenül szükséges, és csak annyi ideig, amíg meg nem értitek azt amit egyedül nem sikerült. Ez a feladat nektek van kiadva. Többet is tanultok belőle, ha egyedül jöttök rá valamire.

1. Természetes törtek

A természetes törtek teljes megértéséig még nem jutottatok el. Nem kell aggódni, voltam a hatodikasoknál, és ők sem értik még ezeket teljesen. Igazából még nem nagyon találkoztam olyannal, aki nyolcadikos koráig eljutott volna oda, hogy teljes könnyedséggel kezelje ezeket, és ismerje az átjárást a természetes és a tizedes törtek, valamint a százalékos alak között. Habár ezek ismerete év végére már szükséges volna, nem léphetünk túl nagyot, ezért a következő feladatok nem lesznek túl bonyolultak.

A természetes törtek esetén meg kell szokni, hogy nem a felső, hanem az alsó számra (a nevezőre) tekintünk először, ugyanis az mondja meg, hogy mennyibe tört dolgokkal van dolgunk. Ha a nevező 2, akkor fél részeink vannak, ha 4, akkor negyed részeink, és ha 118, akkor száztizennyolcad részeink. Minden rész ugyanolyan mint a többi, és együtt 118-an adnak egy egészt, 236-an pedig két egészt. Ha viszont csak 59 ilyenünk van, akkor csak fél egészünk van. Azt, hogy mennyi van ezekből az azonos darabkákból, a felső szám (a számláló) mondja meg. Az utolsó esetben, amikor 59 darab 118-ad részünk volt, a számláló tehát 59, a tört pedig $\frac{59}{118}$.

Miért egy fél egész az $\frac{59}{118}$? Ha a számlálónak és a nevezőnek van közös osztója¹, akkor e közös osztóval eloszthatjuk külön-külön a számlálót is és a nevezőt is, és a kapott tört értéke nem változik, azaz továbbra is ugyanazt a dolgot fogja jelenteni, mint az egyszerűsítés előtt. E műveletet ugyanis egyszerűsítésnek hívjuk. Vegyük észre, hogy az $\frac{59}{118}$ számlálója is és nevezője is maradék nélkül osztható 59-cel. Az egyszerűsítés után tehát az $\frac{1}{2}$ törtet kapjuk, ami egy fél egész.

A számlálót és a nevezőt meg is szorozhatjuk ugyanazzal a számmal, természetesen akkor sem változik a tört értéke. $\frac{1}{2}$ és $\frac{2}{4}$ tehát ugyanannyi, ahogy $\frac{59}{118}$ is, amikor az $\frac{1}{2}$ -et 59-cel bővítjük. Ez utóbbi művelet neve ugyanis a bővítés.

Ha két tört nevezője azonos, akkor az összeadás és kivonás könnyű velük: csak a számlálókat kell összeadni vagy kivonni.

$$\begin{aligned}\frac{1}{2} + \frac{1}{2} &= \frac{2}{2} = \frac{1}{1} = 1 \\ \frac{1}{2} + \frac{5}{2} &= 3 \\ \frac{70}{118} - \frac{11}{118} &= \frac{59}{118} = \frac{1}{2}\end{aligned}$$

Ha viszont a két törtnek nem azonos a nevezője, akkor nem tudjuk azonnal elvégezni az összeadást vagy a kivonást, előbb valamiféleképpen közös nevezőre kell hozni őket. Úgy kell tehát egyszerűsíteniük vagy bővíteniük egyiket, másikat, vagy mindkettőt, hogy a két tört nevezője azonos legyen. Ha például a feladat a következő kiszámítása, akkor a számlálókkal nem végezhetjük el a kivonást, mert a nevezők különböznek:

$$\frac{3}{2} - \frac{59}{118}$$

Ha viszont az $\frac{59}{118}$ -at egyszerűsítjük $\frac{1}{2}$ formába, akkor máris láthatjuk, hogy

$$\frac{3}{2} - \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1.$$

Természetesen bővíthettük volna a $\frac{3}{2}$ -et is 59-cel, azaz megszorozzuk a számlálót és a nevezőt is 59-cel. Ezzel a nevező 118 lesz, a számláló pedig $3 \cdot 59 = 177$. Így

$$\frac{177}{118} - \frac{59}{118} = \frac{118}{118} = 1.$$

Muszáj volt ide sűrítennem az elméletet, mert a külön segédanyagokat nagyon kevesen olvastátok el.

¹ ennek kiderítésére alkalmas a prímtényezős felbontás

Feladat 1.1 Ha eddig nem tetted, olvasd el a fenti szöveget a természetes törték-ről, és foglald össze legalább 30 szóval. 10 pont
Volt valami, amit nem értettél belőle? Ha igen, írd le legalább 20 szóval. 5 pont

Feladat 1.2 Mennyi egészt írnak le a következő tört alakok: 2 pont/db

$\frac{3}{3}$	$\frac{14}{7}$	$\frac{12345}{12345}$	$\frac{10}{1}$
$\frac{400}{2}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{125}{5}$	$\frac{500}{100}$
$\frac{99}{9}$	$\frac{990}{9}$	$\frac{999}{9}$	$\frac{1008}{9}$

Feladat 1.3 Egyszerűsítsd a következő törtéket: 2 pont/db

$\frac{14}{63}$	$\frac{28}{56}$	$\frac{7192}{8091}$	$\frac{6832}{2928}$
$\frac{48}{48}$	$\frac{60}{60}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{126}{567}$
$\frac{300}{300}$	$\frac{35}{35}$	$\frac{32}{96}$	$\frac{160}{224}$

Feladat 1.4 Bővítsd a törtéket a 2-től 10-ig terjedő természetes számokkal. Minden számot csak egyszer használhatsz, de te döntheted el, hogy melyik törtet bővíted 2-vel, melyiket 3-mal, melyiket 4-gyel és így tovább: 2 pont/db

$\frac{717}{15}$	$\frac{16}{63}$	$\frac{2}{31}$
$\frac{38}{98}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{23}{60}$
$\frac{92}{25}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{48}{71}$

Feladat 1.5 Végezd el az alábbi műveleteket: 2 pont/db

$$\frac{62}{70} - \frac{9}{70}$$

$$\frac{6}{27} + \frac{41}{27}$$

$$\frac{37}{6} + \frac{82}{6}$$

$$\frac{5}{78} - \frac{2}{78}$$

$$\frac{278}{2} - \frac{87}{2}$$

$$\frac{8}{22} - \frac{8}{22}$$

$$\frac{845}{73} - \frac{5}{73}$$

$$\frac{7}{10} + \frac{41}{10}$$

$$\frac{64}{83} + \frac{1}{83}$$

$$\frac{3}{23} + \frac{58}{23}$$

$$\frac{954}{4} - \frac{7}{4}$$

$$\frac{877}{7} + \frac{4}{7}$$

Feladat 1.6 Végezd el az alábbi műveleteket:

4 pont/db

$$\frac{376}{9} + \frac{6}{58}$$

$$\frac{73}{5} - \frac{71}{131}$$

$$\frac{8}{291} - \frac{3}{373}$$

$$\frac{5}{2} - \frac{4}{9}$$

$$\frac{6}{97} + \frac{114}{52}$$

$$\frac{7}{77} + \frac{79}{64}$$

$$\frac{794}{5} - \frac{1}{22}$$

$$\frac{99}{232} - \frac{7}{350}$$

$$\frac{4}{22} + \frac{799}{9}$$

$$\frac{195}{33} - \frac{7}{6}$$

$$\frac{6}{9} + \frac{75}{6}$$

$$\frac{80}{59} - \frac{1}{3}$$

2. Mértékek

Feladat 2.1 Fejezd ki az alapegységben és jelezd, hogy milyen mértékről van szó:

2 + 1 pont/db

75000000 mg

8 m

30 min

2358 dkg

9 m³

1 d

78 s

43 km

68 t

9 kg

22000 l

73 m²

0 dm

837000 g

4751000 mm

80400 cm

22 h

3 ha

Feladat 2.2 Fejezd ki a megadott egységben és jelezd, hogy milyen mértékről van szó:

4 + 1 pont/db

$2441 \text{ mg} = \dots \text{ t}$	$316 \text{ dm}^3 = \dots \text{ l}$
$49 \text{ cm}^3 = \dots \text{ dl}$	$89 \text{ s} = \dots \text{ h}$
$6391 \text{ l} = \dots \text{ m}^3$	$97 \text{ mm}^2 = \dots \text{ dm}^2$
$822 \text{ min} = \dots \text{ d}$	$52 \text{ dkg} = \dots \text{ kg}$
$84 \text{ g} = \dots \text{ t}$	$5798 \text{ s} = \dots \text{ d}$
$630 \text{ m}^2 = \dots \text{ km}^2$	$4883 \text{ ml} = \dots \text{ hl}$
$896 \text{ cl} = \dots \text{ km}^3$	$525 \text{ dkg} = \dots \text{ kg}$
$48 \text{ m} = \dots \text{ km}$	$56 \text{ cm}^2 = \dots \text{ ha}$
$4 \text{ cl} = \dots \text{ l}$	$23 \text{ cm}^3 = \dots \text{ l}$
$7900 \text{ min} = \dots \text{ h}$	$8 \text{ cm}^2 = \dots \text{ ha}$

Hosszúhetény, 2019. május 27.

Beadandó dolgozat feladatok

ötödik osztály, 2019. május, 10/10

Kedves tanulók!

Úgy érzem sikerült megtalálni a közös utat, ami az órák tartalmi részét illeti. A száraz és szigorú matematikai logika végigjárása helyett a játékos vonalon haladunk, és úgy érzem, hogy ezzel többet tanultatok, több matematikai tudás ragadt meg, mint korábban.

A legutóbbi beadandó dolgozaton rendkívül sokat dolgoztam. Sajnos erre most nem volt lehetőségem, ráadásul nem adhatok két hetet a beadásra sem, mert szorít minket az év vége. Ezért ez alkalommal a készségfejlesztés lesz az elsődleges cél, ami egy egyszerűbb, de sajnos kevésbé izgalmas feladatsort fog eredményezni.

A könnyedebb órák ellenére is meg kell tanulni a matematikai módszereket és összefüggéseket. Ezeken az órákon is bemutattam és kipróbáltunk számos ilyen módszert. Nem kérek olyasmit tehát, amit nem láttatok, és amit nem próbáltunk ki.

Mindenki kapott segédlapot a mértékegységek átváltásához. Aki viszont elhagyta, itt tudja pótolni:

<https://github.com/matektankor/segedanyag>

Arra kérek titeket, hogy először mindenképpen dolgozzatok egyedül, és a születeket vagy más felnőtteket csak akkor vonjatok be a feladatok megoldásába, ha feltétlenül szükséges, és csak annyi ideig, amíg meg nem értitek azt amit egyedül nem sikerült. Ez a feladat nektek van kiadva. Többet is tanultok belőle, ha egyedül jöttök rá valamire.

1. Természetes törtek

A természetes törtek teljes megértéséig még nem jutottatok el. Nem kell aggódni, voltam a hatodikasoknál, és ők sem értik még ezeket teljesen. Igazából még nem nagyon találkoztam olyannal, aki nyolcadikos koráig eljutott volna oda, hogy teljes könnyedséggel kezelje ezeket, és ismerje az átjárást a természetes és a tizedes törtek, valamint a százalékos alak között. Habár ezek ismerete év végére már szükséges volna, nem léphetünk túl nagyot, ezért a következő feladatok nem lesznek túl bonyolultak.

A természetes törtek esetén meg kell szokni, hogy nem a felső, hanem az alsó számra (a nevezőre) tekintünk először, ugyanis az mondja meg, hogy mennyibe tört dolgokkal van dolgunk. Ha a nevező 2, akkor fél részeink vannak, ha 4, akkor negyed részeink, és ha 118, akkor száztizennyolcad részeink. Minden rész ugyanolyan mint a többi, és együtt 118-an adnak egy egészt, 236-an pedig két egészt. Ha viszont csak 59 ilyenünk van, akkor csak fél egészünk van. Azt, hogy mennyi van ezekből az azonos darabkákból, a felső szám (a számláló) mondja meg. Az utolsó esetben, amikor 59 darab 118-ad részünk volt, a számláló tehát 59, a tört pedig $\frac{59}{118}$.

Miért egy fél egész az $\frac{59}{118}$? Ha a számlálónak és a nevezőnek van közös osztója¹, akkor e közös osztóval eloszthatjuk külön-külön a számlálót is és a nevezőt is, és a kapott tört értéke nem változik, azaz továbbra is ugyanazt a dolgot fogja jelenteni, mint az egyszerűsítés előtt. E műveletet ugyanis egyszerűsítésnek hívjuk. Vegyük észre, hogy az $\frac{59}{118}$ számlálója is és nevezője is maradék nélkül osztható 59-cel. Az egyszerűsítés után tehát az $\frac{1}{2}$ törtet kapjuk, ami egy fél egész.

A számlálót és a nevezőt meg is szorozhatjuk ugyanazzal a számmal, természetesen akkor sem változik a tört értéke. $\frac{1}{2}$ és $\frac{2}{4}$ tehát ugyanannyi, ahogy $\frac{59}{118}$ is, amikor az $\frac{1}{2}$ -et 59-cel bővítjük. Ez utóbbi művelet neve ugyanis a bővítés.

Ha két tört nevezője azonos, akkor az összeadás és kivonás könnyű velük: csak a számlálókat kell összeadni vagy kivonni.

$$\begin{aligned}\frac{1}{2} + \frac{1}{2} &= \frac{2}{2} = \frac{1}{1} = 1 \\ \frac{1}{2} + \frac{5}{2} &= 3 \\ \frac{70}{118} - \frac{11}{118} &= \frac{59}{118} = \frac{1}{2}\end{aligned}$$

Ha viszont a két törtnek nem azonos a nevezője, akkor nem tudjuk azonnal elvégezni az összeadást vagy a kivonást, előbb valamiféleképpen közös nevezőre kell hozni őket. Úgy kell tehát egyszerűsíteniük vagy bővíteniük egyiket, másikat, vagy mindkettőt, hogy a két tört nevezője azonos legyen. Ha például a feladat a következő kiszámítása, akkor a számlálókkal nem végezhetjük el a kivonást, mert a nevezők különböznek:

$$\frac{3}{2} - \frac{59}{118}$$

Ha viszont az $\frac{59}{118}$ -at egyszerűsítjük $\frac{1}{2}$ formába, akkor máris láthatjuk, hogy

$$\frac{3}{2} - \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1.$$

Természetesen bővíthettük volna a $\frac{3}{2}$ -et is 59-cel, azaz megszorozzuk a számlálót és a nevezőt is 59-cel. Ezzel a nevező 118 lesz, a számláló pedig $3 \cdot 59 = 177$. Így

$$\frac{177}{118} - \frac{59}{118} = \frac{118}{118} = 1.$$

Muszáj volt ide sűrítennem az elméletet, mert a külön segédanyagokat nagyon kevesen olvastátok el.

¹ ennek kiderítésére alkalmas a prímtényezős felbontás

Feladat 1.1 Ha eddig nem tetted, olvasd el a fenti szöveget a természetes törtke-
ről, és foglald össze legalább 30 szóval. 10 pont
Volt valami, amit nem értettél belőle? Ha igen, írd le legalább 20 szóval. 5 pont

Feladat 1.2 Mennyi egészt írnak le a következő tört alakok: 2 pont/db

$\frac{3}{3}$	$\frac{14}{7}$	$\frac{12345}{12345}$	$\frac{10}{1}$
$\frac{400}{2}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{125}{5}$	$\frac{500}{100}$
$\frac{99}{9}$	$\frac{990}{9}$	$\frac{999}{9}$	$\frac{1008}{9}$

Feladat 1.3 Egyszerűsítsd a következő törtket: 2 pont/db

$\frac{35}{63}$	$\frac{18}{18}$	$\frac{16}{40}$	$\frac{28}{196}$
$\frac{54}{45}$	$\frac{20}{20}$	$\frac{45}{45}$	$\frac{12}{18}$
$\frac{56}{280}$	$\frac{135}{120}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{5808}{6534}$

Feladat 1.4 Bővítsd a törtket a 2-től 10-ig terjedő természetes számokkal. Min-
den számot csak egyszer használhatsz, de te döntheted el, hogy melyik törtet bőví-
ted 2-vel, melyiket 3-mal, melyiket 4-gyel és így tovább: 2 pont/db

$\frac{15}{3}$	$\frac{79}{7}$	$\frac{78}{14}$
$\frac{303}{6}$	$\frac{3}{1}$	$\frac{51}{4}$
$\frac{959}{3}$	$\frac{14}{82}$	$\frac{56}{4}$

Feladat 1.5 Végezd el az alábbi műveleteket: 2 pont/db

$\frac{6}{6} - \frac{1}{6}$	$\frac{69}{54} - \frac{4}{54}$	$\frac{40}{94} + \frac{99}{94}$
$\frac{443}{8} + \frac{59}{8}$	$\frac{2}{66} + \frac{43}{66}$	$\frac{97}{27} - \frac{73}{27}$
$\frac{11}{73} - \frac{7}{73}$	$\frac{84}{8} - \frac{5}{8}$	$\frac{1}{23} + \frac{557}{23}$
$\frac{960}{99} - \frac{473}{99}$	$\frac{20}{4} - \frac{5}{4}$	$\frac{469}{34} + \frac{6}{34}$

Feladat 1.6 Végezd el az alábbi műveleteket:

4 pont/db

$\frac{171}{3} - \frac{171}{292}$	$\frac{6}{44} + \frac{43}{83}$	$\frac{58}{12} + \frac{50}{9}$
$\frac{23}{1} + \frac{3}{8}$	$\frac{336}{63} - \frac{89}{660}$	$\frac{378}{36} + \frac{6}{35}$
$\frac{574}{3} - \frac{4}{982}$	$\frac{9}{919} + \frac{7}{31}$	$\frac{3}{65} + \frac{6}{44}$
$\frac{9}{8} + \frac{24}{34}$	$\frac{70}{55} + \frac{333}{40}$	$\frac{64}{12} + \frac{39}{3}$

2. Mértékek

Feladat 2.1 Fejezd ki az alapegységben és jelezd, hogy milyen mértékről van szó:

2 + 1 pont/db

82000 mm	52000 l	2591000000 mg
48 min	595 m	660 ha
744 t	34 s	600 cm
0 g	8 h	1 d
79 dkg	630 dm	5 m ³
38 m ²	69 km	82 kg

Feladat 2.2 Fejezd ki a megadott egységben és jelezd, hogy milyen mértékről van szó:

4 + 1 pont/db

$9875 \text{ mm} = \dots \text{ km}$	$997 \text{ cm} = \dots \text{ m}$
$15 \text{ mg} = \dots \text{ kg}$	$91 \text{ mm}^2 = \dots \text{ m}^2$
$25 \text{ ha} = \dots \text{ km}^2$	$298 \text{ dl} = \dots \text{ hl}$
$821 \text{ s} = \dots \text{ h}$	$22 \text{ cm}^2 = \dots \text{ ha}$
$4968 \text{ mm}^2 = \dots \text{ km}^2$	$674 \text{ min} = \dots \text{ d}$
$148 \text{ s} = \dots \text{ min}$	$891 \text{ t} = \dots \text{ t}$
$28 \text{ g} = \dots \text{ dkg}$	$229 \text{ mm} = \dots \text{ m}$
$1 \text{ mg} = \dots \text{ kg}$	$97 \text{ cm}^3 = \dots \text{ km}^3$
$13 \text{ t} = \dots \text{ t}$	$2 \text{ cm} = \dots \text{ dm}$
$9 \text{ mm}^3 = \dots \text{ cl}$	$372 \text{ dm} = \dots \text{ m}$

Hosszúhetény, 2019. május 27.