

Beadandó dolgozat megoldások

ötödik osztály, 2019. április, 4/12

1. Összeadás és kivonás

Megoldás 1.2

2 · 5 = 10 pont

Forrás: Imrecze et al.: *Fejtörő feladatok felsősöknek*
(III.2.17)

770 és 77. Ha a kisebbik szám x , akkor a nagyobb $10x$. Márpedig $x + 10x = 11x$, és így $11x = 847$, amiből $x = 77$.

A feladat rendesen valószínűleg kevesebbet érne, de a cél a magasabb pontszámmal most az, hogy motiváljon arra, hogy foglalkozzanak vele, ami viszont előkészíti az egyenlettel való megoldás és így az egyenletek bemutatását.

Megoldás 1.3

2 pont/db

$$\begin{aligned}38647 + 32499 &= 71146 \\26801 + 51596 &= 78397 \\7569 + 867378 &= 874947 \\6225 + 8757 &= 14982 \\30922 + 6891 &= 37813 \\682380 - 5598 &= 676782 \\674265 - 17731 &= 656534 \\7871 - 7700 &= 171 \\165252 - 77773 &= 87479 \\44171 - 2742 &= 41429\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}24084 + 79963 &= 104047 \\343832 + 92931 &= 436763 \\54406 + 9989 &= 64395 \\6749 + 73546 &= 80295 \\631073 + 25041 &= 656114 \\41837 - 5114 &= 36723 \\31398 - 5461 &= 25937 \\115147 - 81878 &= 33269 \\315012 - 23964 &= 291048 \\105798 - 23647 &= 82151\end{aligned}$$

Megoldás 1.4

2 pont/db

$$\begin{aligned}(-28) + (-54) - 65 &= -147 \\327 - 0 - 664 &= -337 \\77 - 10 - (-42) &= 109 \\73 - (-167) + 6 &= 246 \\(-57) + 14 + 1 &= -42\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(-46) + (-215) + (-2) &= -263 \\(-87) - 6 - 51 &= -144 \\33 + (-58) + (-390) &= -415 \\55 - 12 + 58 &= 101 \\(-86) - 8 + (-44) &= -138\end{aligned}$$

Megoldás 1.5

5 · 2 = 10 pont

Forrás: Imrecze et al.: *Fejtörő feladatok felsősöknek*
(III.2.9)

Mivel:

$$\begin{aligned}
\mathbf{B} + \mathbf{B} &< 19, & \text{azért} & \mathbf{A} = 1; \\
\mathbf{E} + \mathbf{E} &= \mathbf{E}, & \text{azért} & \mathbf{E} = 0; \\
\mathbf{E} &= 0, & \text{azért} & \mathbf{B} + \mathbf{B} = 10 \quad \text{és} \quad \mathbf{B} = 5; \\
\mathbf{C} + \mathbf{A} &= 5, & \text{azért} & \mathbf{C} = 4; \\
\mathbf{C} &= 4, & \text{azért} & \mathbf{D} + \mathbf{D} = 4 \quad \text{és} \quad \mathbf{D} = 2.
\end{aligned}$$

Az összeadás tehát:

$$\begin{array}{r}
5240 \\
+5210 \\
\hline
10450
\end{array}$$

Megoldás 1.6

20 pont

A megoldás 5050. Egy Gaussról szóló híres történet, amely a szájhagyomány útján átalakult, arról szól, hogy Gauss általános iskolai tanára, J. G. Büttner diákjait az-zal akarta lefoglalni, hogy 1-től 100-ig adják össze az egész számokat. A fiatal Gauss mindenki megdöbbenésére másodpercek alatt előrukkolt a helyes megoldással, meg-villantva matematikai éleselméjűségét: a számsor alá visszafele leírta a számokat, majd az oszlopokat összeadta, így azonos összegeket kapott:

$$1 + 100 = 2 + 99 = 3 + 98 = \dots = 50 + 51 = 101.$$

Ez összesen 50 darab számpárt jelentett, és így $50 \cdot 101 = 5050$.

A 20 pont a fáradságos munkát vagy a találmányosságot hivatott díjazni, valamint motivál a feladat elvégzésére és ezzel megágyaz a fenti történet és egyúttal a számtani sorok bemutatásának.

Megoldás 1.7

10 pont

$A = 1, \hat{A} = 2, B = 3, C = 4, Cs = 5, D = 6, Dz = 7, Dzs = 8, E = 9, \hat{E} = 10,$
 $F = 11, G = 12, Gy = 13, H = 14, I = 15, \hat{I} = 16, J = 17, K = 18, L = 19,$
 $Ly = 20, M = 21, N = 22, Ny = 23, O = 24, \hat{O} = 25, \ddot{O} = 26, \acute{O} = 27, P = 28,$
 $\acute{Q} = 29, R = 30, S = 31, Sz = 32, T = 33, Ty = 34, U = 35, \acute{U} = 36, \ddot{U} = 37,$
 $\acute{U} = 38, V = 39, W = 40, X = 41, Y = 42, Z = 43, Zs = 44.$

A feladat burkoltan az is, hogy megtanuljuk, hogy mi a különbség a 40 betűs magyar ábécé és a 44 betűs kiterjesztett magyar ábécé, ami tartalmazza a Q, W, X, Y betűket is. Az interneten a „magyar ábécé” keresőszó segítségével nyerhet az ember felvilágosítást erről. Emmellet a adatok kódolásába is bevezet.

2. Prímszámok

Megoldás 2.2

$4 + 4 = 8$ pont

Forrás: Imrecze et al.: *Fejttörő feladatok felsősöknek* (III.1.10)

Sárinak igaza volt és a kockák felső lapján 3, 3, és 5 vagy 5, 5 és 3 pötty lehetett.

A három kockával legfeljebb $3 \cdot 6 = 18$ -at lehet dobni. Ennél kisebb, de 10-nél nagyobb törzsszámok: 11 és 13. A 11 három törzsszám összegeként csak mint $3+3+5$ kapható, a 13 pedig mint $5 + 5 + 3$. Más megoldás nincs.

Megoldás 2.3

20 pont

2	3	5	7	11	13
17	19	23	29	31	37
41	43	47	53	59	61
67	71	73	79	83	89
97	101	103	107	109	113
127	131	137	139	149	151
157	163	167	173	179	181
191	193	197	199		

Megoldás 2.4

12 pont

Forrás: Imrecze et al.: *Fejtörő feladatok felsősöknek* (III.1.5)

Az ötjegyű szám: 23572. Az egyjegyű törzsszámok: 2, 3, 5, 7 összege 17, és ha közülük a 2-t adjuk a 17-hez, csak akkor jutunk törzsszámhoz. Az **MA** csak 23 lehet, mert sem 25, sem 27 nem prímszám. Tehát **M** = 2, **A** = 3. Az **MLO** vagy 257 vagy 275 lehetne, de 275 nem törzsszám, ezért **L** = 5, **O** = 7.

Megoldás 2.5

2 pont/db

$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$	$64 = 2^6$
$72930 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17$	$56 = 2^3 \cdot 7$
$112840 = 2^3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 31$	$252 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7$
$770 = 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$	$5104 = 2^4 \cdot 11 \cdot 29$
$12 = 2^2 \cdot 3$	$912 = 2^4 \cdot 3 \cdot 19$
$18600 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 31$	$13195 = 5 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 29$
$200 = 2^3 \cdot 5^2$	$399 = 3 \cdot 7 \cdot 19$
$88 = 2^3 \cdot 11$	$48 = 2^4 \cdot 3$
$3404 = 2^2 \cdot 23 \cdot 37$	$13776 = 2^4 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 41$
$24 = 2^3 \cdot 3$	$616 = 2^3 \cdot 7 \cdot 11$

Megoldás 2.6

Forrás: Imrecze et al.: *Fejtörő feladatok felsősöknek* (III.1.27)

Egy kész törzsszámtáblázat segítségével (lásd Feladat 2.3) könnyen megoldhatjuk a feladatot – azonban e nélkül is célhoz érhetünk.

Az *a)* kérdésre a választ megtaláljuk a *Prímszámok* segédanyag *Eratoszthenész szitája* című fejezetében. De a következőképpen is gondolkodhatunk: jelöljük n -nel a $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$ számot, ekkor az $n + 2$, $n + 3$, $n + 4$, ..., $n + 11$ tíz egymást

követő szám között nincs prímszám, hiszen mindegyiknek van 1-nél nagyobb és nála kisebb osztója, mert mindegyik osztható a 2, 3, 5, 7, 11 törzsszámok valamelyikével. A prímszámtáblázatból azt olvashatjuk ki, hogy először a 114-gyel kezdődő 10 (13) egymást követő szám között nem találunk prímet. 3 pont

b) Például: 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57; 3 pont

c) Például: 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 57, 28; 3 pont

d) Például: 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16; 3 pont

e) Például: 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12. 3 pont

Öt prímszám is előfordulhat tíz egymást követő szám között: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, de ennél több nem, hiszen a 2-nél nagyobb páros számok nem törzsszámok és tíz egymást követő szám között öt páros van. 3 pont

Hosszúhetény, 2019. április 14.