

# Beadandó dolgozat megoldások

ötödik osztály, 2019. április, 3/12

## 1. Összeadás és kivonás

### Megoldás 1.2

2 · 5 = 10 pont

Forrás: Imrecze et al.: *Fejtörő feladatok felsősöknek*  
(III.2.17)

770 és 77. Ha a kisebbik szám  $x$ , akkor a nagyobb  $10x$ . Márpedig  $x + 10x = 11x$ , és így  $11x = 847$ , amiből  $x = 77$ .

A feladat rendesen valószínűleg kevesebbet érne, de a cél a magasabb pontszámmal most az, hogy motiváljon arra, hogy foglalkozzanak vele, ami viszont előkészíti az egyenlettel való megoldás és így az egyenletek bemutatását.

### Megoldás 1.3

2 pont/db

$$\begin{aligned}6496 + 5889 &= 12385 \\86854 + 43404 &= 130258 \\82993 + 168358 &= 251351 \\78247 + 2241 &= 80488 \\40993 + 69584 &= 110577 \\38467 - 32523 &= 5944 \\89982 - 75832 &= 14150 \\41464 - 33330 &= 8134 \\65836 - 8941 &= 56895 \\65735 - 54315 &= 11420\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}3663 + 994059 &= 997722 \\32077 + 71979 &= 104056 \\317416 + 81793 &= 399209 \\299457 + 46568 &= 346025 \\4151 + 90199 &= 94350 \\86753 - 79973 &= 6780 \\559601 - 48053 &= 511548 \\56272 - 8299 &= 47973 \\40958 - 21573 &= 19385 \\134506 - 88419 &= 46087\end{aligned}$$

### Megoldás 1.4

2 pont/db

$$\begin{aligned}62 + (-9) + (-36) &= 17 \\8 + (-202) - 61 &= -255 \\(-35) - 5 + (-66) &= -106 \\2 - (-816) + 0 &= 818 \\79 - (-8) - 94 &= -7\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(-72) + 0 + 65 &= -7 \\(-26) + (-89) + (-63) &= -178 \\172 + 68 + (-873) &= -633 \\7 - (-227) - 17 &= 217 \\(-13) + (-44) + (-62) &= -119\end{aligned}$$

### Megoldás 1.5

5 · 2 = 10 pont

Forrás: Imrecze et al.: *Fejtörő feladatok felsősöknek*  
(III.2.9)

Mivel:

$$\begin{aligned}
\mathbf{B} + \mathbf{B} &< 19, & \text{azért} & \mathbf{A} = 1; \\
\mathbf{E} + \mathbf{E} &= \mathbf{E}, & \text{azért} & \mathbf{E} = 0; \\
\mathbf{E} &= 0, & \text{azért} & \mathbf{B} + \mathbf{B} = 10 \quad \text{és} \quad \mathbf{B} = 5; \\
\mathbf{C} + \mathbf{A} &= 5, & \text{azért} & \mathbf{C} = 4; \\
\mathbf{C} &= 4, & \text{azért} & \mathbf{D} + \mathbf{D} = 4 \quad \text{és} \quad \mathbf{D} = 2.
\end{aligned}$$

Az összeadás tehát:

$$\begin{array}{r}
5240 \\
+5210 \\
\hline
10450
\end{array}$$

### Megoldás 1.6

20 pont

A megoldás 5050. Egy Gaussról szóló híres történet, amely a szájhagyomány útján átalakult, arról szól, hogy Gauss általános iskolai tanára, J. G. Büttner diákjait az-zal akarta lefoglalni, hogy 1-től 100-ig adják össze az egész számokat. A fiatal Gauss mindenki megdöbbenésére másodpercek alatt előrukkolt a helyes megoldással, meg-villantva matematikai éleselméjűségét: a számsor alá visszafele leírta a számokat, majd az oszlopokat összeadta, így azonos összegeket kapott:

$$1 + 100 = 2 + 99 = 3 + 98 = \dots = 50 + 51 = 101.$$

Ez összesen 50 darab számpárt jelentett, és így  $50 \cdot 101 = 5050$ .

A 20 pont a fáradságos munkát vagy a találékonyságot hivatott díjazni, valamint motivál a feladat elvégzésére és ezzel megágyaz a fenti történet és egyúttal a számtani sorok bemutatásának.

### Megoldás 1.7

10 pont

$A = 1, \acute{A} = 2, B = 3, C = 4, Cs = 5, D = 6, Dz = 7, Dzs = 8, E = 9, \acute{E} = 10, F = 11, G = 12, Gy = 13, H = 14, I = 15, \acute{I} = 16, J = 17, K = 18, L = 19, Ly = 20, M = 21, N = 22, Ny = 23, O = 24, \acute{O} = 25, \ddot{O} = 26, \acute{O} = 27, P = 28, Q = 29, R = 30, S = 31, Sz = 32, T = 33, Ty = 34, U = 35, \acute{U} = 36, \ddot{U} = 37, \acute{U} = 38, V = 39, W = 40, X = 41, Y = 42, Z = 43, Zs = 44.$

A feladat burkoltan az is, hogy megtanuljuk, hogy mi a különbség a 40 betűs magyar ábécé és a 44 betűs kiterjesztett magyar ábécé között. Ez utóbbi tartalmazza a Q, W, X, Y betűket is. Az interneten a „magyar ábécé” keresőszó segítségével nyerhet az ember felvilágosítást erről. Emellett a adatok kódolásába is bevezet.

## 2. Prímszámok

### Megoldás 2.2

$4 + 4 = 8$  pont

Forrás: Imrecze et al.: *Fejttörő feladatok felsősöknek* (III.1.10)

Sárinak igaza volt és a kockák felső lapján 3, 3, és 5 vagy 5, 5 és 3 pötty lehetett.

A három kockával legfeljebb  $3 \cdot 6 = 18$ -at lehet dobni. Ennél kisebb, de 10-nél nagyobb törzsszámok: 11 és 13. A 11 három törzsszám összegeként csak mint  $3+3+5$  kapható, a 13 pedig mint  $5 + 5 + 3$ . Más megoldás nincs.

### Megoldás 2.3

20 pont

2	3	5	7	11	13
17	19	23	29	31	37
41	43	47	53	59	61
67	71	73	79	83	89
97	101	103	107	109	113
127	131	137	139	149	151
157	163	167	173	179	181
191	193	197	199		

### Megoldás 2.4

12 pont

Forrás: Imrecze et al.: *Fejtörő feladatok felsősöknek* (III.1.5)

Az ötjegyű szám: 23572. Az egyjegyű törzsszámok: 2, 3, 5, 7 összege 17, és ha közülük a 2-t adjuk a 17-hez, csak akkor jutunk törzsszámhoz. Az **MA** csak 23 lehet, mert sem 25, sem 27 nem prímszám. Tehát **M** = 2, **A** = 3. Az **MLO** vagy 257 vagy 275 lehetne, de 275 nem törzsszám, ezért **L** = 5, **O** = 7.

### Megoldás 2.5

2 pont/db

$420 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$	$72 = 2^3 \cdot 3^2$
$280 = 2^3 \cdot 5 \cdot 7$	$25740 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 13$
$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$	$11220 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 17$
$12 = 2^2 \cdot 3$	$744 = 2^3 \cdot 3 \cdot 31$
$1210 = 2 \cdot 5 \cdot 11^2$	$48 = 2^4 \cdot 3$
$1755 = 3^3 \cdot 5 \cdot 13$	$176 = 2^4 \cdot 11$
$2178 = 2 \cdot 3^2 \cdot 11^2$	$8 = 2^3$
$276 = 2^2 \cdot 3 \cdot 23$	$696 = 2^3 \cdot 3 \cdot 29$
$40 = 2^3 \cdot 5$	$45 = 3^2 \cdot 5$
$144 = 2^4 \cdot 3^2$	$990 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 11$

### Megoldás 2.6

Forrás: Imrecze et al.: *Fejtörő feladatok felsősöknek* (III.1.27)

Egy kész törzsszámtáblázat segítségével (lásd Feladat 2.3) könnyen megoldhatjuk a feladatot – azonban e nélkül is célhoz érhetünk.

Az *a)* kérdésre a választ megtaláljuk a *Prímszámok* segédanyag *Eratoszthenész szitája* című fejezetében. De a következőképpen is gondolkodhatunk: jelöljük  $n$ -nel a  $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$  számot, ekkor az  $n + 2$ ,  $n + 3$ ,  $n + 4$ , ...,  $n + 11$  tíz egymást

követő szám között nincs prímszám, hiszen mindegyiknek van 1-nél nagyobb és nála kisebb osztója, mert mindegyik osztható a 2, 3, 5, 7, 11 törzsszámok valamelyikével. A prímszámtáblázatból azt olvashatjuk ki, hogy először a 114-gyel kezdődő 10 (13) egymást követő szám között nem találunk prímet. 3 pont

*b)* Például: 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57; 3 pont

*c)* Például: 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 57, 28; 3 pont

*d)* Például: 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16; 3 pont

*e)* Például: 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12. 3 pont

Öt prímszám is előfordulhat tíz egymást követő szám között: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, de ennél több nem, hiszen a 2-nél nagyobb páros számok nem törzsszámok és tíz egymást követő szám között öt páros van. 3 pont

Hosszúhetény, 2019. április 14.