Beadandó dolgozat megoldások

ötödik osztály, 2019. április, 3/12

1. Összeadás és kivonás

Megoldás 1.2 $2 \cdot 5 = 10$ pont

Forrás: Imrecze et al.: *Fejtörő feladatok felsősöknek* (III.2.17)

770 és 77. Ha a kisebbik szám x, akkor a nagyobb $10x$. Márpedig $x + 10x = 11x$, és így $11x = 847$, amiből $x = 77$.

A feladat rendesen valószínűleg kevesebbet érne, de a cél a magasabb pontszámmal most az, hogy motiváljon arra, hogy foglalkozzanak vele, ami viszont előkészíti az egyenlettel való megoldás és így az egyenletek bemutatását.

Megoldás 1.3 2 pont/db

$$6496 + 5889 = 12385$$
$$86854 + 43404 = 130258$$
$$82993 + 168358 = 251351$$
$$78247 + 2241 = 80488$$
$$40993 + 69584 = 110577$$
$$38467 - 32523 = 5944$$
$$89982 - 75832 = 14150$$
$$41464 - 33330 = 8134$$
$$65836 - 8941 = 56895$$
$$65735 - 54315 = 11420$$

$$3663 + 994059 = 997722$$
$$32077 + 71979 = 104056$$
$$317416 + 81793 = 399209$$
$$299457 + 46568 = 346025$$
$$4151 + 90199 = 94350$$
$$86753 - 79973 = 6780$$
$$559601 - 48053 = 511548$$
$$56272 - 8299 = 47973$$
$$40958 - 21573 = 19385$$
$$134506 - 88419 = 46087$$

Megoldás 1.4 2 pont/db

$$62 + (-9) + (-36) = 17$$
$$8 + (-202) - 61 = -255$$
$$(-35) - 5 + (-66) = -106$$
$$2 - (-816) + 0 = 818$$
$$79 - (-8) - 94 = -7$$

$$(-72) + 0 + 65 = -7$$
$$(-26) + (-89) + (-63) = -178$$
$$172 + 68 + (-873) = -633$$
$$7 - (-227) - 17 = 217$$
$$(-13) + (-44) + (-62) = -119$$

Megoldás 1.5 $5 \cdot 2 = 10$ pont

Forrás: Imrecze et al.: *Fejtörő feladatok felsősöknek* (III.2.9)

Mivel:

$$
\begin{array}{llllll}
\mathbf{B}+\mathbf{B}<19, & \text{azért} & \mathbf{A}=1; & & \\
\mathbf{E}+\mathbf{E}=\mathbf{E}, & \text{azért} & \mathbf{E}=0; & & \\
\mathbf{E}=0, & \text{azért} & \mathbf{B}+\mathbf{B}=10 & \text{és} & \mathbf{B}=5; \\
\mathbf{C}+\mathbf{A}=5, & \text{azért} & \mathbf{C}=4; & & \\
\mathbf{C}=4, & \text{azért} & \mathbf{D}+\mathbf{D}=4 & \text{és} & \mathbf{D}=2.
\end{array}
$$

Az összeadás tehát:

$$
\begin{array}{r}
5240 \\
\underline{+5210} \\
10450
\end{array}
$$

Megoldás 1.6 20 pont

A megoldás 5050. Egy Gaussról szóló híres történet, amely a szájhagyomány útján átalakult, arról szól, hogy Gauss általános iskolai tanára, J. G. Büttner diákjait azzal akarta lefoglalni, hogy 1-től 100-ig adják össze az egész számokat. A fiatal Gauss mindenki megdöbbenésére másodpercek alatt előrukkolt a helyes megoldással, megvillantva matematikai éleselméjűségét: a számsor alá visszafele leírta a számokat, majd az oszlopokat összeadta, így azonos összegeket kapott:

$$1 + 100 = 2 + 99 = 3 + 98 = ... = 50 + 51 = 101.$$

Ez összesen 50 darab számpárt jelentett, és így $50 \cdot 101 = 5050$.

A 20 pont a fáradságos munkát vagy a találékonyságot hivatott díjazni, valamint motivál a feladat elvégzésére és ezzel megágyaz a fenti történet és egyúttal a számtani sorok bemutatásának.

Megoldás 1.7 10 pont

A = 1, Á = 2, B = 3, C = 4, Cs = 5, D = 6, Dz = 7, Dzs = 8, E = 9, É = 10, F = 11, G = 12, Gy = 13, H = 14, I = 15, Í = 16, J = 17, K = 18, L = 19, Ly = 20, M = 21, N = 22, Ny = 23, O = 24, Ó = 25, Ö = 26, Ő = 27, P = 28, Q = 29, R = 30, S = 31, Sz = 32, T = 33, Ty = 34, U = 35, Ú = 36, Ü = 37, Ű = 38, V = 39, W = 40, X = 41, Y = 42, Z = 43, Zs = 44.

A feladat burkoltan az is, hogy megtanuljuk, hogy mi a különbség a 40 betűs magyar ábécé és a 44 betűs kiterjesztett magyar ábécé, ami tartalmazza a Q, W, X, Y betűket is. Az interneten a „magyar ábécé'' keresőszó segítségével nyerhet az ember felvilágosítást erről. Emmellet a adatok kódolásába is bevezet.

2. Prímszámok

Megoldás 2.2 $4 + 4 = 8$ pont

Forrás: Imrecze et al.: *Fejtörő feladatok felsősöknek* (III.1.10)

Sárinak igaza volt és a kockák felső lapján 3, 3, és 5 vagy 5, 5 és 3 pötty lehetett.

A három kockával legfeljebb $3 \cdot 6 = 18$-at lehet dobni. Ennél kisebb, de 10-nél nagyobb törzsszámok: 11 és 13. A 11 három törzsszám összegeként csak mint $3{+}3{+}5$ kapható, a 13 pedig mint $5 + 5 + 3$. Más megoldás nincs.

Megoldás 2.3 20 pont

2	3	5	7	11	13
17	19	23	29	31	37
41	43	47	53	59	61
67	71	73	79	83	89
97	101	103	107	109	113
127	131	137	139	149	151
157	163	167	173	179	181
191	193	197	199		

Megoldás 2.4 12 pont

Forrás: Imrecze et al.: *Fejtörő feladatok felsősöknek* (III.1.5)

Az ötjegyű szám: 23572. Az egyjegyű törzsszámok: 2, 3, 5, 7 összege 17, és ha közülük a 2-t adjuk a 17-hez, csak akkor jutunk törzsszámhoz. Az **MA** csak 23 lehet, mert sem 25, sem 27 nem prímszám. Tehát $\mathbf{M} = 2$, $\mathbf{A} = 3$. Az **MLO** vagy 257 vagy 275 lehetne, de 275 nem törzsszám, ezért $\mathbf{L} = 5$, $\mathbf{O} = 7$.

Megoldás 2.5 2 pont/db

$$420 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$$
$$280 = 2^3 \cdot 5 \cdot 7$$
$$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$$
$$12 = 2^2 \cdot 3$$
$$1210 = 2 \cdot 5 \cdot 11^2$$
$$1755 = 3^3 \cdot 5 \cdot 13$$
$$2178 = 2 \cdot 3^2 \cdot 11^2$$
$$276 = 2^2 \cdot 3 \cdot 23$$
$$40 = 2^3 \cdot 5$$
$$144 = 2^4 \cdot 3^2$$

$$72 = 2^3 \cdot 3^2$$
$$25740 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 13$$
$$11220 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 17$$
$$744 = 2^3 \cdot 3 \cdot 31$$
$$48 = 2^4 \cdot 3$$
$$176 = 2^4 \cdot 11$$
$$8 = 2^3$$
$$696 = 2^3 \cdot 3 \cdot 29$$
$$45 = 3^2 \cdot 5$$
$$990 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 11$$

Megoldás 2.6

Forrás: Imrecze et al.: *Fejtörő feladatok felsősöknek* (III.1.27)

Egy kész törzszsámtáblázat segítségével (lásd Feladat 2.3) könnyen megoldhatjuk a feladatot – azonban e nélkül is célhoz érhetünk.

Az *a)* kérdésre a választ megtaláljuk a *Prímszámok* segédanyag *Eratosztenész szitája* című fejezetében. De a következőképpen is gondolkodhatunk: jelöljük n-nel a $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$ számot, ekkor az $n + 2$, $n + 3$, $n + 4$, ..., $n + 11$ tíz egymást követő szám között nincs prímszám, hiszen mindegyiknek van 1-nél nagyobb és nála kisebb osztója, mert mindegyik osztható a 2, 3, 5, 7, 11 törzsszámok valamelyikével. A prímszámtáblázatból azt olvashatjuk ki, hogy először a 114-gyel kezdődő 10 (13) egymást követő szám között nem találunk prímet. 3 pont

b) Például: $48, 49, 50, 51, 52, \underline{53}, 54, 55, 56, 57$; 3 pont

c) Például: $\underline{19}, 20, 21, 22, \underline{23}, 24, 25, 26, 57, 28$; 3 pont

d) Például: $\underline{7}, 8, 9, 10, \underline{11}, 12, \underline{13}, 14, 15, 16$; 3 pont

e) Például: $\underline{3}, 4, \underline{5}, 6, \underline{7}, 8, 9, 10, \underline{11}, 12$. 3 pont

Öt prímszám is előfordulhat tíz egymást követő szám között: $\underline{2}, \underline{3}, 4, \underline{5}, 6, \underline{7}, 8, 9, 10, \underline{11}$, de ennél több nem, hiszen a 2-nél nagyobb páros számok nem törzsszámok és tíz egymást követő szám között öt páros van. 3 pont

Hosszúhetény, 2019. április 14.