

# Beadandó dolgozat megoldások

ötödik osztály, 2019. április, 2/12

## 1. Összeadás és kivonás

### Megoldás 1.2

2 · 5 = 10 pont

Forrás: Imrecze et al.: *Fejtörő feladatok felsősöknek*  
(III.2.17)

770 és 77. Ha a kisebbik szám  $x$ , akkor a nagyobb  $10x$ . Márpedig  $x + 10x = 11x$ , és így  $11x = 847$ , amiből  $x = 77$ .

A feladat rendesen valószínűleg kevesebbet érne, de a cél a magasabb pontszámmal most az, hogy motiváljon arra, hogy foglalkozzanak vele, ami viszont előkészíti az egyenlettel való megoldás és így az egyenletek bemutatását.

### Megoldás 1.3

2 pont/db

$$660290 + 57755 = 718045$$

$$5390 + 303234 = 308624$$

$$77046 + 21752 = 98798$$

$$52862 + 4109 = 56971$$

$$3019 + 733473 = 736492$$

$$71119 - 8475 = 62644$$

$$62703 - 23824 = 38879$$

$$58881 - 49429 = 9452$$

$$39198 - 8230 = 30968$$

$$32367 - 14978 = 17389$$

$$661386 + 5502 = 666888$$

$$8946 + 6062 = 15008$$

$$949337 + 91252 = 1040589$$

$$71359 + 399114 = 470473$$

$$39062 + 68937 = 107999$$

$$89774 - 30182 = 59592$$

$$84728 - 8507 = 76221$$

$$829554 - 14645 = 814909$$

$$95363 - 2845 = 92518$$

$$394093 - 58123 = 335970$$

### Megoldás 1.4

2 pont/db

$$282 + 201 + (-45) = 438$$

$$52 - 7 + 0 = 45$$

$$89 - 91 - (-569) = 567$$

$$(-135) - 6 + 1 = -140$$

$$3 - (-40) - (-69) = 112$$

$$82 + (-91) + 85 = 76$$

$$667 - 1 - (-15) = 681$$

$$(-24) + 37 - (-507) = 520$$

$$680 + 93 + (-16) = 757$$

$$(-81) - (-3) - (-16) = -62$$

### Megoldás 1.5

5 · 2 = 10 pont

Forrás: Imrecze et al.: *Fejtörő feladatok felsősöknek*  
(III.2.9)

Mivel:

$$\begin{aligned}
\mathbf{B} + \mathbf{B} &< 19, & \text{azért} & \mathbf{A} = 1; \\
\mathbf{E} + \mathbf{E} &= \mathbf{E}, & \text{azért} & \mathbf{E} = 0; \\
\mathbf{E} &= 0, & \text{azért} & \mathbf{B} + \mathbf{B} = 10 \quad \text{és} \quad \mathbf{B} = 5; \\
\mathbf{C} + \mathbf{A} &= 5, & \text{azért} & \mathbf{C} = 4; \\
\mathbf{C} &= 4, & \text{azért} & \mathbf{D} + \mathbf{D} = 4 \quad \text{és} \quad \mathbf{D} = 2.
\end{aligned}$$

Az összeadás tehát:

$$\begin{array}{r}
5240 \\
+5210 \\
\hline
10450
\end{array}$$

### Megoldás 1.6

20 pont

A megoldás 5050. Egy Gaussról szóló híres történet, amely a szájhagyomány útján átalakult, arról szól, hogy Gauss általános iskolai tanára, J. G. Büttner diákjait az-zal akarta lefoglalni, hogy 1-től 100-ig adják össze az egész számokat. A fiatal Gauss mindenki megdöbbenésére másodpercek alatt előrukkolt a helyes megoldással, meg-villantva matematikai éleselméjűségét: a számsor alá visszafele leírta a számokat, majd az oszlopokat összeadta, így azonos összegeket kapott:

$$1 + 100 = 2 + 99 = 3 + 98 = \dots = 50 + 51 = 101.$$

Ez összesen 50 darab számpárt jelentett, és így  $50 \cdot 101 = 5050$ .

A 20 pont a fáradságos munkát vagy a találmányosságot hivatott díjazni, valamint motivál a feladat elvégzésére és ezzel megágyaz a fenti történet és egyúttal a számtani sorok bemutatásának.

### Megoldás 1.7

10 pont

$A = 1, \hat{A} = 2, B = 3, C = 4, Cs = 5, D = 6, Dz = 7, Dzs = 8, E = 9, \acute{E} = 10, F = 11, G = 12, Gy = 13, H = 14, I = 15, \acute{I} = 16, J = 17, K = 18, L = 19, Ly = 20, M = 21, N = 22, Ny = 23, O = 24, \acute{O} = 25, \ddot{O} = 26, \acute{O} = 27, P = 28, Q = 29, R = 30, S = 31, Sz = 32, T = 33, Ty = 34, U = 35, \acute{U} = 36, \ddot{U} = 37, \acute{U} = 38, V = 39, W = 40, X = 41, Y = 42, Z = 43, Zs = 44.$

A feladat burkoltan az is, hogy megtanuljuk, hogy mi a különbség a 40 betűs magyar ábécé és a 44 betűs kiterjesztett magyar ábécé, ami tartalmazza a Q, W, X, Y betűket is. Az interneten a „magyar ábécé” keresőszó segítségével nyerhet az ember felvilágosítást erről. Emmellet a adatok kódolásába is bevezet.

## 2. Prímszámok

### Megoldás 2.2

$4 + 4 = 8$  pont

Forrás: Imrecze et al.: *Fejttörő feladatok felsősöknek* (III.1.10)

Sárinak igaza volt és a kockák felső lapján 3, 3, és 5 vagy 5, 5 és 3 pötty lehetett.

A három kockával legfeljebb  $3 \cdot 6 = 18$ -at lehet dobni. Ennél kisebb, de 10-nél nagyobb törzsszámok: 11 és 13. A 11 három törzsszám összegeként csak mint  $3+3+5$  kapható, a 13 pedig mint  $5 + 5 + 3$ . Más megoldás nincs.

### Megoldás 2.3

20 pont

|     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 2   | 3   | 5   | 7   | 11  | 13  |
| 17  | 19  | 23  | 29  | 31  | 37  |
| 41  | 43  | 47  | 53  | 59  | 61  |
| 67  | 71  | 73  | 79  | 83  | 89  |
| 97  | 101 | 103 | 107 | 109 | 113 |
| 127 | 131 | 137 | 139 | 149 | 151 |
| 157 | 163 | 167 | 173 | 179 | 181 |
| 191 | 193 | 197 | 199 |     |     |

### Megoldás 2.4

12 pont

Forrás: Imrecze et al.: *Fejtörő feladatok felsősöknek* (III.1.5)

Az ötjegyű szám: 23572. Az egyjegyű törzsszámok: 2, 3, 5, 7 összege 17, és ha közülük a 2-t adjuk a 17-hez, csak akkor jutunk törzsszámhoz. Az **MA** csak 23 lehet, mert sem 25, sem 27 nem prímszám. Tehát **M** = 2, **A** = 3. Az **MLO** vagy 257 vagy 275 lehetne, de 275 nem törzsszám, ezért **L** = 5, **O** = 7.

### Megoldás 2.5

2 pont/db

|  |   |
|--|---|
| $352 = 2^5 \cdot 11$                   | $16 = 2^4$  |
| $204 = 2^2 \cdot 3 \cdot 17$           | $900 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$                       |
| $1680 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$   | $5100 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 17$               |
| $108 = 2^2 \cdot 3^3$                  | $432 = 2^4 \cdot 3^3$                                 |
| $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$               | $312 = 2^3 \cdot 3 \cdot 13$                          |
| $68 = 2^2 \cdot 17$                    | $51870 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 19$ |
| $12880 = 2^4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 23$ | $1190 = 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 17$                   |
| $210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$      | $1144 = 2^3 \cdot 11 \cdot 13$                        |
| $532 = 2^2 \cdot 7 \cdot 19$           | $112 = 2^4 \cdot 7$                                   |
| $2850 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 19$  | $102 = 2 \cdot 3 \cdot 17$                            |

### Megoldás 2.6

Forrás: Imrecze et al.: *Fejtörő feladatok felsősöknek* (III.1.27)

Egy kész törzsszámtáblázat segítségével (lásd Feladat 2.3) könnyen megoldhatjuk a feladatot – azonban e nélkül is célhoz érhetünk.

Az *a)* kérdésre a választ megtaláljuk a *Prímszámok* segédanyag *Eratoszthenész szitája* című fejezetében. De a következőképpen is gondolkodhatunk: jelöljük  $n$ -nel a  $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$  számot, ekkor az  $n + 2$ ,  $n + 3$ ,  $n + 4$ , ...,  $n + 11$  tíz egymást

követő szám között nincs prímszám, hiszen mindegyiknek van 1-nél nagyobb és nála kisebb osztója, mert mindegyik osztható a 2, 3, 5, 7, 11 törzsszámok valamelyikével. A prímszámtáblázatból azt olvashatjuk ki, hogy először a 114-gyel kezdődő 10 (13) egymást követő szám között nem találunk prímet. 3 pont

*b)* Például: 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57; 3 pont

*c)* Például: 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 57, 28; 3 pont

*d)* Például: 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16; 3 pont

*e)* Például: 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12. 3 pont

Öt prímszám is előfordulhat tíz egymást követő szám között: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, de ennél több nem, hiszen a 2-nél nagyobb páros számok nem törzsszámok és tíz egymást követő szám között öt páros van. 3 pont

Hosszúhetény, 2019. április 14.