Beadandó dolgozat megoldások

ötödik osztály, 2019. április, 1/12

1. Összeadás és kivonás

Megoldás 1.2 $2 \cdot 5 = 10$ pont

Forrás: Imrecze et al.: *Fejtörő feladatok felsősöknek* (III.2.17)

770 és 77. Ha a kisebbik szám x, akkor a nagyobb $10x$. Márpedig $x + 10x = 11x$, és így $11x = 847$, amiből $x = 77$.

A feladat rendesen valószínűleg kevesebbet érne, de a cél a magasabb pontszámmal most az, hogy motiváljon arra, hogy foglalkozzanak vele, ami viszont előkészíti az egyenlettel való megoldás és így az egyenletek bemutatását.

Megoldás 1.3 2 pont/db

$$4748 + 459720 = 464468$$
$$25283 + 31420 = 56703$$
$$31853 + 8694 = 40547$$
$$3711 + 21175 = 24886$$
$$931439 + 85878 = 1017317$$
$$65860 - 48427 = 17433$$
$$792937 - 7812 = 785125$$
$$38378 - 6600 = 31778$$
$$399368 - 3946 = 395422$$
$$19875 - 2990 = 16885$$

$$999129 + 839015 = 1838144$$
$$3153 + 411269 = 414422$$
$$1528 + 899317 = 900845$$
$$829927 + 93277 = 923204$$
$$95038 + 7548 = 102586$$
$$806605 - 13923 = 792682$$
$$800171 - 279714 = 520457$$
$$892664 - 18215 = 874449$$
$$64787 - 7659 = 57128$$
$$81466 - 2609 = 78857$$

Megoldás 1.4 2 pont/db

$$4 + (-29) + 86 = 61$$
$$93 - 56 + (-95) = -58$$
$$30 + 6 + (-700) = -664$$
$$56 - (-52) + 56 = 164$$
$$384 + 581 + (-751) = 214$$

$$25 - (-13) + 20 = 58$$
$$(-4) + (-16) + (-126) = -146$$
$$(-5) + 411 + 36 = 442$$
$$(-84) + 211 - 4 = 123$$
$$4 - 16 + (-434) = -446$$

Megoldás 1.5 $5 \cdot 2 = 10$ pont

Forrás: Imrecze et al.: *Fejtörő feladatok felsősöknek* (III.2.9)

Mivel:

$$
\begin{array}{llllll}
\mathbf{B}+\mathbf{B}<19, & \text{azért} & \mathbf{A}=1; & & \\
\mathbf{E}+\mathbf{E}=\mathbf{E}, & \text{azért} & \mathbf{E}=0; & & \\
\mathbf{E}=0, & \text{azért} & \mathbf{B}+\mathbf{B}=10 & \text{és} & \mathbf{B}=5; \\
\mathbf{C}+\mathbf{A}=5, & \text{azért} & \mathbf{C}=4; & & \\
\mathbf{C}=4, & \text{azért} & \mathbf{D}+\mathbf{D}=4 & \text{és} & \mathbf{D}=2.
\end{array}
$$

Az összeadás tehát:

$$
\begin{array}{r}
5240 \\
\underline{+5210} \\
10450
\end{array}
$$

Megoldás 1.6 20 pont

A megoldás 5050. Egy Gaussról szóló híres történet, amely a szájhagyomány útján átalakult, arról szól, hogy Gauss általános iskolai tanára, J. G. Büttner diákjait azzal akarta lefoglalni, hogy 1-től 100-ig adják össze az egész számokat. A fiatal Gauss mindenki megdöbbenésére másodpercek alatt előrukkolt a helyes megoldással, megvillantva matematikai éleselméjűségét: a számsor alá visszafele leírta a számokat, majd az oszlopokat összeadta, így azonos összegeket kapott:

$$1+100=2+99=3+98=...=50+51=101.$$

Ez összesen 50 darab számpárt jelentett, és így $50 \cdot 101 = 5050$.

A 20 pont a fáradságos munkát vagy a találékonyságot hivatott díjazni, valamint motivál a feladat elvégzésére és ezzel megágyaz a fenti történet és egyúttal a számtani sorok bemutatásának.

Megoldás 1.7 10 pont

A = 1, Á = 2, B = 3, C = 4, Cs = 5, D = 6, Dz = 7, Dzs = 8, E = 9, É = 10, F = 11, G = 12, Gy = 13, H = 14, I = 15, Í = 16, J = 17, K = 18, L = 19, Ly = 20, M = 21, N = 22, Ny = 23, O = 24, Ó = 25, Ö = 26, Ő = 27, P = 28, Q = 29, R = 30, S = 31, Sz = 32, T = 33, Ty = 34, U = 35, Ú = 36, Ü = 37, Ű = 38, V = 39, W = 40, X = 41, Y = 42, Z = 43, Zs = 44.

A feladat burkoltan az is, hogy megtanuljuk, hogy mi a különbség a 40 betűs magyar ábécé és a 44 betűs kiterjesztett magyar ábécé, ami tartalmazza a Q, W, X, Y betűket is. Az interneten a „magyar ábécé'' keresőszó segítségével nyerhet az ember felvilágosítást erről. Emmellet a adatok kódolásába is bevezet.

2. Prímszámok

Megoldás 2.2 $4+4=8$ pont

Forrás: Imrecze et al.: *Fejtörő feladatok felsősöknek* (III.1.10)

Sárinak igaza volt és a kockák felső lapján 3, 3, és 5 vagy 5, 5 és 3 pötty lehetett.

A három kockával legfeljebb $3 \cdot 6 = 18$-at lehet dobni. Ennél kisebb, de 10-nél nagyobb törzsszámok: 11 és 13. A 11 három törzsszám összegeként csak mint $3+3+5$ kapható, a 13 pedig mint $5 + 5 + 3$. Más megoldás nincs.

Megoldás 2.3 20 pont

2	3	5	7	11	13
17	19	23	29	31	37
41	43	47	53	59	61
67	71	73	79	83	89
97	101	103	107	109	113
127	131	137	139	149	151
157	163	167	173	179	181
191	193	197	199		

Megoldás 2.4 12 pont

Forrás: Imrecze et al.: *Fejtörő feladatok felsősöknek* (III.1.5)

Az ötjegyű szám: 23572. Az egyjegyű törzsszámok: 2, 3, 5, 7 összege 17, és ha közülük a 2-t adjuk a 17-hez, csak akkor jutunk törzsszámhoz. Az **MA** csak 23 lehet, mert sem 25, sem 27 nem prímszám. Tehát $\mathbf{M} = 2$, $\mathbf{A} = 3$. Az **MLO** vagy 257 vagy 275 lehetne, de 275 nem törzsszám, ezért $\mathbf{L} = 5$, $\mathbf{O} = 7$.

Megoldás 2.5 2 pont/db

$$140 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7$$
$$98 = 2 \cdot 7^2$$
$$96 = 2^5 \cdot 3$$
$$12376 = 2^3 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 17$$
$$2200 = 2^3 \cdot 5^2 \cdot 11$$
$$16 = 2^4$$
$$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$
$$600 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^2$$
$$112 = 2^4 \cdot 7$$
$$2100 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7$$

$$286 = 2 \cdot 11 \cdot 13$$
$$2210 = 2 \cdot 5 \cdot 13 \cdot 17$$
$$666 = 2 \cdot 3^2 \cdot 37$$
$$182 = 2 \cdot 7 \cdot 13$$
$$1120 = 2^5 \cdot 5 \cdot 7$$
$$330 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$$
$$1012 = 2^2 \cdot 11 \cdot 23$$
$$4524 = 2^2 \cdot 3 \cdot 13 \cdot 29$$
$$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$$
$$3150 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7$$

Megoldás 2.6

Forrás: Imrecze et al.: *Fejtörő feladatok felsősöknek* (III.1.27)

Egy kész törzszsámtáblázat segítségével (lásd Feladat 2.3) könnyen megoldhatjuk a feladatot – azonban e nélkül is célhoz érhetünk.

Az *a)* kérdésre a választ megtaláljuk a *Prímszámok* segédanyag *Eratosztenész szitája* című fejezetében. De a következőképpen is gondolkodhatunk: jelöljük n-nel a $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$ számot, ekkor az $n + 2$, $n + 3$, $n + 4$, ..., $n + 11$ tíz egymást követő szám között nincs prímszám, hiszen mindegyiknek van 1-nél nagyobb és nála kisebb osztója, mert mindegyik osztható a 2, 3, 5, 7, 11 törzsszámok valamelyikével. A prímszámtáblázatból azt olvashatjuk ki, hogy először a 114-gyel kezdődő 10 (13) egymást követő szám között nem találunk prímet. 3 pont

b) Például: $48, 49, 50, 51, 52, \underline{53}, 54, 55, 56, 57$; 3 pont

c) Például: $\underline{19}, 20, 21, 22, \underline{23}, 24, 25, 26, 57, 28$; 3 pont

d) Például: $\underline{7}, 8, 9, 10, \underline{11}, 12, \underline{13}, 14, 15, 16$; 3 pont

e) Például: $\underline{3}, 4, \underline{5}, 6, \underline{7}, 8, 9, 10, \underline{11}, 12$. 3 pont

Öt prímszám is előfordulhat tíz egymást követő szám között: $\underline{2}, \underline{3}, 4, \underline{5}, 6, \underline{7}, 8, 9, 10, \underline{11}$, de ennél több nem, hiszen a 2-nél nagyobb páros számok nem törzsszámok és tíz egymást követő szám között öt páros van. 3 pont

Hosszúhetény, 2019. április 14.