

Beadandó dolgozat megoldások

ötödik osztály, 2019. április, 10/12

1. Összeadás és kivonás

Megoldás 1.2

2 · 5 = 10 pont

Forrás: Imrecze et al.: *Fejtörő feladatok felsősöknek*
(III.2.17)

770 és 77. Ha a kisebbik szám x , akkor a nagyobb $10x$. Márpedig $x + 10x = 11x$, és így $11x = 847$, amiből $x = 77$.

A feladat rendesen valószínűleg kevesebbet érne, de a cél a magasabb pontszámmal most az, hogy motiváljon arra, hogy foglalkozzanak vele, ami viszont előkészíti az egyenlettel való megoldás és így az egyenletek bemutatását.

Megoldás 1.3

2 pont/db

$$\begin{aligned}2406 + 53887 &= 56293 \\71689 + 170310 &= 241999 \\62445 + 370578 &= 433023 \\44421 + 7092 &= 51513 \\57062 + 97454 &= 154516 \\525493 + 10342 &= 515151 \\82375 - 29705 &= 52670 \\38614 - 2304 &= 36310 \\25286 - 6848 &= 18438 \\62792 - 1321 &= 61471\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}334166 + 62249 &= 396415 \\24792 + 9684 &= 34476 \\2851 + 3263 &= 6114 \\87512 + 70974 &= 158486 \\17147 + 844834 &= 861981 \\6857 - 2000 &= 4857 \\770662 - 284530 &= 486132 \\577518 - 291062 &= 286456 \\347522 - 1316 &= 346206 \\3253 - 1666 &= 1587\end{aligned}$$

Megoldás 1.4

2 pont/db

$$\begin{aligned}(-4) - 726 - (-165) &= -565 \\9 + 475 - (-12) &= 496 \\9 + 613 + 0 &= 622 \\(-824) + (-96) - (-61) &= -859 \\952 + (-84) + (-4) &= 864\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}86 - 8 + (-299) &= -221 \\22 - (-497) + (-2) &= 517 \\60 - (-47) - 31 &= 76 \\(-74) + (-91) + (-12) &= -177 \\(-69) - (-36) + (-72) &= -105\end{aligned}$$

Megoldás 1.5

5 · 2 = 10 pont

Forrás: Imrecze et al.: *Fejtörő feladatok felsősöknek*
(III.2.9)

Mivel:

$$\begin{aligned}
\mathbf{B} + \mathbf{B} &< 19, & \text{azért} & \mathbf{A} = 1; \\
\mathbf{E} + \mathbf{E} &= \mathbf{E}, & \text{azért} & \mathbf{E} = 0; \\
\mathbf{E} &= 0, & \text{azért} & \mathbf{B} + \mathbf{B} = 10 \quad \text{és} \quad \mathbf{B} = 5; \\
\mathbf{C} + \mathbf{A} &= 5, & \text{azért} & \mathbf{C} = 4; \\
\mathbf{C} &= 4, & \text{azért} & \mathbf{D} + \mathbf{D} = 4 \quad \text{és} \quad \mathbf{D} = 2.
\end{aligned}$$

Az összeadás tehát:

$$\begin{array}{r}
5240 \\
+5210 \\
\hline
10450
\end{array}$$

Megoldás 1.6

20 pont

A megoldás 5050. Egy Gaussról szóló híres történet, amely a szájhagyomány útján átalakult, arról szól, hogy Gauss általános iskolai tanára, J. G. Büttner diákjait az-zal akarta lefoglalni, hogy 1-től 100-ig adják össze az egész számokat. A fiatal Gauss mindenki megdöbbenésére másodpercek alatt előrukkolt a helyes megoldással, meg-villantva matematikai éleselméjűségét: a számsor alá visszafele leírta a számokat, majd az oszlopokat összeadta, így azonos összegeket kapott:

$$1 + 100 = 2 + 99 = 3 + 98 = \dots = 50 + 51 = 101.$$

Ez összesen 50 darab számpárt jelentett, és így $50 \cdot 101 = 5050$.

A 20 pont a fáradságos munkát vagy a találékonyságot hivatott díjazni, valamint motivál a feladat elvégzésére és ezzel megágyaz a fenti történet és egyúttal a számtani sorok bemutatásának.

Megoldás 1.7

10 pont

$A = 1, \hat{A} = 2, B = 3, C = 4, Cs = 5, D = 6, Dz = 7, Dzs = 8, E = 9, \acute{E} = 10, F = 11, G = 12, Gy = 13, H = 14, I = 15, \acute{I} = 16, J = 17, K = 18, L = 19, Ly = 20, M = 21, N = 22, Ny = 23, O = 24, \acute{O} = 25, \ddot{O} = 26, \acute{O} = 27, P = 28, Q = 29, R = 30, S = 31, Sz = 32, T = 33, Ty = 34, U = 35, \acute{U} = 36, \ddot{U} = 37, \acute{U} = 38, V = 39, W = 40, X = 41, Y = 42, Z = 43, Zs = 44.$

A feladat burkoltan az is, hogy megtanuljuk, hogy mi a különbség a 40 betűs magyar ábécé és a 44 betűs kiterjesztett magyar ábécé, ami tartalmazza a Q, W, X, Y betűket is. Az interneten a „magyar ábécé” keresőszó segítségével nyerhet az ember felvilágosítást erről. Emmellet a adatok kódolásába is bevezet.

2. Prímszámok

Megoldás 2.2

$4 + 4 = 8$ pont

Forrás: Imrecze et al.: *Fejttörő feladatok felsősöknek* (III.1.10)

Sárinak igaza volt és a kockák felső lapján 3, 3, és 5 vagy 5, 5 és 3 pötty lehetett.

A három kockával legfeljebb $3 \cdot 6 = 18$ -at lehet dobni. Ennél kisebb, de 10-nél nagyobb törzsszámok: 11 és 13. A 11 három törzsszám összegeként csak mint $3+3+5$ kapható, a 13 pedig mint $5 + 5 + 3$. Más megoldás nincs.

Megoldás 2.3

20 pont

2	3	5	7	11	13
17	19	23	29	31	37
41	43	47	53	59	61
67	71	73	79	83	89
97	101	103	107	109	113
127	131	137	139	149	151
157	163	167	173	179	181
191	193	197	199		

Megoldás 2.4

12 pont

Forrás: Imrecze et al.: *Fejtörő feladatok felsősöknek* (III.1.5)

Az ötjegyű szám: 23572. Az egyjegyű törzsszámok: 2, 3, 5, 7 összege 17, és ha közülük a 2-t adjuk a 17-hez, csak akkor jutunk törzsszámhoz. Az **MA** csak 23 lehet, mert sem 25, sem 27 nem prímszám. Tehát **M** = 2, **A** = 3. Az **MLO** vagy 257 vagy 275 lehetne, de 275 nem törzsszám, ezért **L** = 5, **O** = 7.

Megoldás 2.5

2 pont/db

$32 = 2^5$	$9350 = 2 \cdot 5^2 \cdot 11 \cdot 17$
$204 = 2^2 \cdot 3 \cdot 17$	$416 = 2^5 \cdot 13$
$144 = 2^4 \cdot 3^2$	$11600 = 2^4 \cdot 5^2 \cdot 29$
$4025 = 5^2 \cdot 7 \cdot 23$	$312 = 2^3 \cdot 3 \cdot 13$
$2310 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$	$16 = 2^4$
$34580 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 19$	$720 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$
$25259 = 13 \cdot 29 \cdot 67$	$14280 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 17$
$540 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$	$61712 = 2^4 \cdot 7 \cdot 19 \cdot 29$
$728 = 2^3 \cdot 7 \cdot 13$	$30184 = 2^3 \cdot 7^3 \cdot 11$
$64 = 2^6$	$1456 = 2^4 \cdot 7 \cdot 13$

Megoldás 2.6

Forrás: Imrecze et al.: *Fejtörő feladatok felsősöknek* (III.1.27)

Egy kész törzsszámtáblázat segítségével (lásd Feladat 2.3) könnyen megoldhatjuk a feladatot – azonban e nélkül is célhoz érhetünk.

Az *a)* kérdésre a választ megtaláljuk a *Prímszámok* segédanyag *Eratoszthenész szitája* című fejezetében. De a következőképpen is gondolkodhatunk: jelöljük n -nel a $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$ számot, ekkor az $n + 2$, $n + 3$, $n + 4$, ..., $n + 11$ tíz egymást

követő szám között nincs prímszám, hiszen mindegyiknek van 1-nél nagyobb és nála kisebb osztója, mert mindegyik osztható a 2, 3, 5, 7, 11 törzsszámok valamelyikével. A prímszámtáblázatból azt olvashatjuk ki, hogy először a 114-gyel kezdődő 10 (13) egymást követő szám között nem találunk prímet. 3 pont

b) Például: 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57; 3 pont

c) Például: 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 57, 28; 3 pont

d) Például: 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16; 3 pont

e) Például: 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12. 3 pont

Öt prímszám is előfordulhat tíz egymást követő szám között: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, de ennél több nem, hiszen a 2-nél nagyobb páros számok nem törzsszámok és tíz egymást követő szám között öt páros van. 3 pont

Hosszúhetény, 2019. április 14.