Beadandó dolgozat megoldások

ötödik osztály, 2019. április, 5/10

1. Összeadás és kivonás

Megoldás 1.2 $2 \cdot 5 = 10$ pont

Forrás: Imrecze et al.: *Fejtörő feladatok felsősöknek* (III.2.17)

770 és 77. Ha a kisebbik szám x, akkor a nagyobb $10x$. Márpedig $x + 10x = 11x$, és így $11x = 847$, amiből $x = 77$.

A feladat rendesen valószínűleg kevesebbet érne, de a cél a magasabb pontszámmal most az, hogy motiváljon arra, hogy foglalkozzanak vele, ami viszont előkészíti az egyenlettel való megoldás és így az egyenletek bemutatását.

Megoldás 1.3 2 pont/db

feladatok11

Megoldás 1.4 2 pont/db

feladatok12

Megoldás 1.5 $5 \cdot 2 = 10$ pont

Forrás: Imrecze et al.: *Fejtörő feladatok felsősöknek* (III.2.9)

Mivel:

$$\begin{array}{llll}
\mathbf{B}+\mathbf{B}<19, & \text{azért} & \mathbf{A}=1; & \\
\mathbf{E}+\mathbf{E}=\mathbf{E}, & \text{azért} & \mathbf{E}=0; & \\
\mathbf{E}=0, & \text{azért} & \mathbf{B}+\mathbf{B}=10 & \text{és} \quad \mathbf{B}=5; \\
\mathbf{C}+\mathbf{A}=5, & \text{azért} & \mathbf{C}=4; & \\
\mathbf{C}=4, & \text{azért} & \mathbf{D}+\mathbf{D}=4 & \text{és} \quad \mathbf{D}=2.
\end{array}$$

Az összeadás tehát:

$$\begin{array}{r}
5240 \\
\underline{+5210} \\
10450
\end{array}$$

Megoldás 1.6 20 pont

A megoldás 5050. Egy Gaussról szóló híres történet, amely a szájhagyomány útján átalakult, arról szól, hogy Gauss általános iskolai tanára, J. G. Büttner diákjait azzal akarta lefoglalni, hogy 1-től 100-ig adják össze az egész számokat. A fiatal Gauss mindenki megdöbbenésére másodpercek alatt előrukkolt a helyes megoldással, megvillantva matematikai éleselméjűségét: a számsor alá visszafele leírta a számokat, majd az oszlopokat összeadta, így azonos összegeket kapott:

$$1 + 100 = 2 + 99 = 3 + 98 = ... = 50 + 51 = 101.$$

Ez összesen 50 darab számpárt jelentett, és így $50 \cdot 101 = 5050$.

A 20 pont a fáradságos munkát vagy a találékonyságot hivatott díjazni, valamint motivál a feladat elvégzésére és ezzel megágyaz a fenti történet és egyúttal a számtani sorok bemutatásának.

Megoldás 1.7 10 pont

A = 1, Á = 2, B = 3, C = 4, Cs = 5, D = 6, Dz = 7, Dzs = 8, E = 9, É = 10, F = 11, G = 12, Gy = 13, H = 14, I = 15, Í = 16, J = 17, K = 18, L = 19, Ly = 20, M = 21, N = 22, Ny = 23, O = 24, Ó = 25, Ö = 26, Ő = 27, P = 28, Q = 29, R = 30, S = 31, Sz = 32, T = 33, Ty = 34, U = 35, Ú = 36, Ü = 37, Ű = 38, V = 39, W = 40, X = 41, Y = 42, Z = 43, Zs = 44.

A feladat burkoltan az is, hogy megtanuljuk, hogy mi a különbség a 40 betűs magyar ábécé és a 44 betűs kiterjesztett magyar ábécé között. Ez utóbbi tartalmazza a Q, W, X, Y betűket is. Az interneten a ,,magyar ábécé'' keresőszó segítségével nyerhet az ember felvilágosítást erről. Emellet a adatok kódolásába is bevezet.

2. Prímszámok

Megoldás 2.2 $4 + 4 = 8$ pont

Forrás: Imrecze et al.: *Fejtörő feladatok felsősöknek* (III.1.10)

Sárinak igaza volt és a kockák felső lapján 3, 3, és 5 vagy 5, 5 és 3 pötty lehetett.

A három kockával legfeljebb $3 \cdot 6 = 18$-at lehet dobni. Ennél kisebb, de 10-nél nagyobb törzsszámok: 11 és 13. A 11 három törzsszám összegeként csak mint $3+3+5$ kapható, a 13 pedig mint $5 + 5 + 3$. Más megoldás nincs.

Megoldás 2.3 20 pont

feladatok20

Megoldás 2.4 12 pont

Forrás: Imrecze et al.: *Fejtörő feladatok felsősöknek* (III.1.5)

Az ötjegyű szám: 23572. Az egyjegyű törzsszámok: 2, 3, 5, 7 összege 17, és ha közülük a 2-t adjuk a 17-hez, csak akkor jutunk törzsszámhoz. Az **MA** csak 23 lehet, mert sem 25, sem 27 nem prímszám. Tehát **M** = 2, **A** = 3. Az **MLO** vagy 257 vagy 275 lehetne, de 275 nem törzsszám, ezért **L** = 5, **O** = 7.

Megoldás 2.5 2 pont/db

feladatok21

Megoldás 2.6

Forrás: Imrecze et al.: *Fejtörő feladatok felsősöknek* (III.1.27)

Egy kész törzszsámtáblázat segítségével (lásd Feladat 2.3) könnyen megoldhatjuk a feladatot – azonban e nélkül is célhoz érhetünk.

Az *a)* kérdésre a választ megtaláljuk a *Prímszámok* segédanyag *Eratosztenész szitája* című fejezetében. De a következőképpen is gondolkodhatunk: jelöljük n-nel a $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$ számot, ekkor az $n + 2$, $n + 3$, $n + 4$, ..., $n + 11$ tíz egymást követő szám között nincs prímszám, hiszen mindegyiknek van 1-nél nagyobb és nála kisebb osztója, mert mindegyik osztható a 2, 3, 5, 7, 11 törzsszámok valamelyikével. A prímszámtáblázatból azt olvashatjuk ki, hogy először a 114-gyel kezdődő 10 (13) egymást követő szám között nem találunk prímet. 3 pont

b) Például: $48, 49, 50, 51, 52, \underline{53}, 54, 55, 56, 57$; 3 pont

c) Például: $\underline{19}, 20, 21, 22, \underline{23}, 24, 25, 26, 57, 28$; 3 pont

d) Például: $\underline{7}, 8, 9, 10, \underline{11}, 12, \underline{13}, 14, 15, 16$; 3 pont

e) Például: $\underline{3}, 4, \underline{5}, 6, \underline{7}, 8, 9, 10, \underline{11}, 12$. 3 pont

Öt prímszám is előfordulhat tíz egymást követő szám között: $\underline{2}, \underline{3}, 4, \underline{5}, 6, \underline{7}, 8, 9, 10, \underline{11}$, de ennél több nem, hiszen a 2-nél nagyobb páros számok nem törzsszámok és tíz egymást követő szám között öt páros van. 3 pont

Hosszúhetény, 2019. április 14.