Beadandó dolgozat megoldások

ötödik osztály, 2019. április, 6/12

1. Összeadás és kivonás

Megoldás 1.2 $2 \cdot 5 = 10$ pont

Forrás: Imrecze et al.: *Fejtörő feladatok felsősöknek* (III.2.17)

770 és 77. Ha a kisebbik szám x, akkor a nagyobb $10x$. Márpedig $x + 10x = 11x$, és így $11x = 847$, amiből $x = 77$.

A feladat rendesen valószínűleg kevesebbet érne, de a cél a magasabb pontszámmal most az, hogy motiváljon arra, hogy foglalkozzanak vele, ami viszont előkészíti az egyenlettel való megoldás és így az egyenletek bemutatását.

Megoldás 1.3 2 pont/db

$$97872 + 88446 = 186318$$
$$189120 + 1768 = 190888$$
$$9432 + 38533 = 47965$$
$$51989 + 5394 = 57383$$
$$40224 + 41449 = 81673$$
$$13974 - 7058 = 6916$$
$$961685 - 19132 = 942553$$
$$563707 - 235894 = 327813$$
$$280906 - 8208 = 272698$$
$$127086 - 73213 = 53873$$
$$496949 + 59998 = 556947$$
$$18740 + 9748 = 28488$$
$$1540 + 84726 = 86266$$
$$647350 + 307445 = 954795$$
$$5398 + 1009 = 6407$$
$$71928 - 7326 = 64602$$
$$504078 - 60835 = 443243$$
$$306908 - 7338 = 299570$$
$$50366 - 8386 = 41980$$
$$849903 - 8650 = 841253$$

Megoldás 1.4 2 pont/db

$$(-43) - 10 - 41 = -94$$
$$88 + 228 - 39 = 277$$
$$(-30) - 33 - 3 = -66$$
$$25 - 779 - (-390) = -364$$
$$(-12) - 37 + (-48) = -97$$
$$(-40) + (-83) - (-95) = -28$$
$$(-98) + 51 + (-98) = -145$$
$$13 - 64 + 96 = 45$$
$$791 + 74 - 157 = 708$$
$$65 - (-593) - (-12) = 670$$

Megoldás 1.5 $5 \cdot 2 = 10$ pont

Forrás: Imrecze et al.: *Fejtörő feladatok felsősöknek* (III.2.9)

Mivel:

$$
\begin{array}{llllll}
\mathbf{B}+\mathbf{B}<19, & \text{azért} & \mathbf{A}=1; & & \\
\mathbf{E}+\mathbf{E}=\mathbf{E}, & \text{azért} & \mathbf{E}=0; & & \\
\mathbf{E}=0, & \text{azért} & \mathbf{B}+\mathbf{B}=10 & \text{és} & \mathbf{B}=5; \\
\mathbf{C}+\mathbf{A}=5, & \text{azért} & \mathbf{C}=4; & & \\
\mathbf{C}=4, & \text{azért} & \mathbf{D}+\mathbf{D}=4 & \text{és} & \mathbf{D}=2.
\end{array}
$$

Az összeadás tehát:

$$
\begin{array}{r}
5240 \\
\underline{+5210} \\
10450
\end{array}
$$

Megoldás 1.6 20 pont

A megoldás 5050. Egy Gaussról szóló híres történet, amely a szájhagyomány útján átalakult, arról szól, hogy Gauss általános iskolai tanára, J. G. Büttner diákjait azzal akarta lefoglalni, hogy 1-től 100-ig adják össze az egész számokat. A fiatal Gauss mindenki megdöbbenésére másodpercek alatt előrukkolt a helyes megoldással, megvillantva matematikai éleselméjűségét: a számsor alá visszafele leírta a számokat, majd az oszlopokat összeadta, így azonos összegeket kapott:

$$1+100=2+99=3+98=...=50+51=101.$$

Ez összesen 50 darab számpárt jelentett, és így $50\cdot 101=5050$.

A 20 pont a fáradságos munkát vagy a találékonyságot hivatott díjazni, valamint motivál a feladat elvégzésére és ezzel megágyaz a fenti történet és egyúttal a számtani sorok bemutatásának.

Megoldás 1.7 10 pont

A = 1, Á = 2, B = 3, C = 4, Cs = 5, D = 6, Dz = 7, Dzs = 8, E = 9, É = 10, F = 11, G = 12, Gy = 13, H = 14, I = 15, Í = 16, J = 17, K = 18, L = 19, Ly = 20, M = 21, N = 22, Ny = 23, O = 24, Ó = 25, Ö = 26, Ő = 27, P = 28, Q = 29, R = 30, S = 31, Sz = 32, T = 33, Ty = 34, U = 35, Ú = 36, Ü = 37, Ű = 38, V = 39, W = 40, X = 41, Y = 42, Z = 43, Zs = 44.

A feladat burkoltan az is, hogy megtanuljuk, hogy mi a különbség a 40 betűs magyar ábécé és a 44 betűs kiterjesztett magyar ábécé között. Ez utóbbi tartalmazza a Q, W, X, Y betűket is. Az interneten a ,,magyar ábécé'' keresőszó segítségével nyerhet az ember felvilágosítást erről. Emellet a adatok kódolásába is bevezet.

2. Prímszámok

Megoldás 2.2 $4+4=8$ pont

Forrás: Imrecze et al.: *Fejtörő feladatok felsősöknek* (III.1.10)

Sárinak igaza volt és a kockák felső lapján 3, 3, és 5 vagy 5, 5 és 3 pötty lehetett.

A három kockával legfeljebb $3 \cdot 6 = 18$-at lehet dobni. Ennél kisebb, de 10-nél nagyobb törzsszámok: 11 és 13. A 11 három törzsszám összegeként csak mint 3+3+5 kapható, a 13 pedig mint $5+5+3$. Más megoldás nincs.

Megoldás 2.3 20 pont

2	3	5	7	11	13
17	19	23	29	31	37
41	43	47	53	59	61
67	71	73	79	83	89
97	101	103	107	109	113
127	131	137	139	149	151
157	163	167	173	179	181
191	193	197	199		

Megoldás 2.4 12 pont

Forrás: Imrecze et al.: *Fejtörő feladatok felsősöknek* (III.1.5)

Az ötjegyű szám: 23572. Az egyjegyű törzsszámok: 2, 3, 5, 7 összege 17, és ha közülük a 2-t adjuk a 17-hez, csak akkor jutunk törzsszámhoz. Az **MA** csak 23 lehet, mert sem 25, sem 27 nem prímszám. Tehát $\mathbf{M} = 2$, $\mathbf{A} = 3$. Az **MLO** vagy 257 vagy 275 lehetne, de 275 nem törzsszám, ezért $\mathbf{L} = 5$, $\mathbf{O} = 7$.

Megoldás 2.5 2 pont/db

$$36 = 2^2 \cdot 3^2$$
$$936 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 13$$
$$1560 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 13$$
$$8 = 2^3$$
$$16 = 2^4$$
$$1452 = 2^2 \cdot 3 \cdot 11^2$$
$$28 = 2^2 \cdot 7$$
$$152 = 2^3 \cdot 19$$
$$132 = 2^2 \cdot 3 \cdot 11$$
$$20 = 2^2 \cdot 5$$

$$32 = 2^5$$
$$7068 = 2^2 \cdot 3 \cdot 19 \cdot 31$$
$$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$$
$$204 = 2^2 \cdot 3 \cdot 17$$
$$168 = 2^3 \cdot 3 \cdot 7$$
$$280 = 2^3 \cdot 5 \cdot 7$$
$$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$
$$480 = 2^5 \cdot 3 \cdot 5$$
$$112 = 2^4 \cdot 7$$
$$50512 = 2^4 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 41$$

Megoldás 2.6

Forrás: Imrecze et al.: *Fejtörő feladatok felsősöknek* (III.1.27)

Egy kész törzszsámtáblázat segítségével (lásd Feladat 2.3) könnyen megoldhatjuk a feladatot – azonban e nélkül is célhoz érhetünk.

Az *a)* kérdésre a választ megtaláljuk a *Prímszámok* segédanyag *Eratosztenész szitája* című fejezetében. De a következőképpen is gondolkodhatunk: jelöljük n-nel a $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$ számot, ekkor az $n+2$, $n+3$, $n+4$, ..., $n+11$ tíz egymást követő szám között nincs prímszám, hiszen mindegyiknek van 1-nél nagyobb és nála kisebb osztója, mert mindegyik osztható a 2, 3, 5, 7, 11 törzsszámok valamelyikével. A prímszámtáblázatból azt olvashatjuk ki, hogy először a 114-gyel kezdődő 10 (13) egymást követő szám között nem találunk prímet. 3 pont

b) Például: $48, 49, 50, 51, 52, \underline{53}, 54, 55, 56, 57$; 3 pont

c) Például: $\underline{19}, 20, 21, 22, \underline{23}, 24, 25, 26, 57, 28$; 3 pont

d) Például: $\underline{7}, 8, 9, 10, \underline{11}, 12, \underline{13}, 14, 15, 16$; 3 pont

e) Például: $\underline{3}, 4, \underline{5}, 6, \underline{7}, 8, 9, 10, \underline{11}, 12$. 3 pont

Öt prímszám is előfordulhat tíz egymást követő szám között: $\underline{2}, \underline{3}, 4, \underline{5}, 6, \underline{7}, 8, 9, 10, \underline{11}$, de ennél több nem, hiszen a 2-nél nagyobb páros számok nem törzsszámok és tíz egymást követő szám között öt páros van. 3 pont

Hosszúhetény, 2019. április 14.