Összeadás és kivonás

Az alábbi szöveg Obádovics J. Gyula Matematika *című könyvéből származik. Néhány kisebb módosítás, kiegészítés viszont történt.*

Két munkás közül az egyik egy óra alatt 34 szegecset illesztett be, a másik 27-et. Hány szegecset illesztettek be együtt egy óra alatt?

Annyi szegecset illesztettek be, mint amennyi 34 és 27 együttvéve, amelynek a matematikai írásmódja: $34 + 27 = 61$ (olv.: harmincnégy *plusz* huszonhét egyenlő hatvaneggyel). Ez a művelet az összeadás, műveleti jele: +. A 34-et és a 27-et összeadandóknak vagy *tagoknak*, az eredményt, a 61-et pedig *összegnek* nevezzük.

$$\text{összeadandó} + \text{összeadandó} = \text{összeg}$$

$$\text{tag} + \text{tag} = \text{összeg}$$

Az összeadás első fontos tulajdonsága, hogy a *tagok sorrendje felcserélhető*, az összegük nem változik, azaz az összeg független az összeadás sorrendjétől. Ez az összeadás felcserélési (kommutatív) törvénye.

$$3 + 5 = 5 + 3 = 8$$

Az összeadás második fontos tulajdonsága, hogy a tagokat tetszés szerint csoportosíthatjuk, az összeg nem változik. Például három tag esetén bármelyik kettő összegéhez hozzáadhatjuk a harmadik tagot, az összeg nem változik. Ez az összeadás csoportosítási (asszociatív) törvénye.

$$(3 + 5) + 7 = 3 + (5 + 7) = 15$$

Az összeadást többjegyű összeadandók esetén a következő módon végezzük: a számokat úgy írjuk egymás alá, hogy az azonos helyi értékű számjegyek egymás alá kerüljenek. Az utolsó összeadandót aláhúzzuk. Például:

$$\begin{array}{r} 2435 \\ 247 \\ \underline{+1413} \\ 4095 \end{array}$$

Az összeadást a legkisebb helyi értékű jegyenél kezdjük: $3+7+5 = 15$. Az eredmény 5 egyesét leírjuk az egyesek alá, 1 tizesét pedig a tízesekhez adjuk hozzá: $1+1+4+3 = 9$. A százasok összege: $4 + 2 + 4 = 10$, tehát a százasok oszlopa alá 0-t írunk, és az 1 ezrest az ezresekhez adjuk hozzá: $1 + 1 + 2 = 4$. A 4-et az ezresek alá írjuk. A három adott többjegyű szám összege tehát 4095. Az összeadást felülről lefelé is végezzük el, mert számításunk helyességét így ellenőrizhetjük.

15 m vörösréz huzalból elhasználtunk 9 m-t. Hány méter maradt?

Annyi maradt, amennyivel több a 15 m, mint a 9 m, ennek matematikai írásmódja: $15 - 9 = 6$ (olv.: tizenöt *mínusz* kilenc egyenlő hattal). Ez a művelet a kivonás, műveleti jele: −.

Azt a számot kerestük, amelyhet 9-hez adva összeül 15-öt kapunk. A kivonás az összeadás fordított művelete. Kivonásnál ismert az egyik összeadandó és az összeg és keressük a másik összeadandót. Az összeget *kisebbítendőnek*, az ismert összeadandót *kivonandónak*, az ismeretlen összeadandót pedig *különbségnek* vagy *maradéknak* nevezzük.

$$\text{kisebbítendő} - \text{kivonandó} = \text{különbség}$$

$$\text{kisebbítendő} - \text{kivonandó} = \text{maradék}$$

A kivonás helyes elvégzésének próbája az összeadás:

$$\text{kivonandó} + \text{különbség} = \text{kisebbítendő}$$

Fontos tulajdonsága a kivonásnak, hogy a különbség értéke nem változik, ha a kisebbítendőhöz és a kivonandóhoz *ugyanazt a számot hozzáadjuk, vagy mindkettőből ugyanazt kivonjuk.*

$$13 - 11 = 2$$

$$(13 + 3) - (11 + 3) = 16 - 14 = 2$$

$$(13 - 3) - (11 - 3) = 10 - 8 = 2$$

A kisebbítendő növelésével ill. csökkentésével a különbség ugyanannyival nő ill. csökken. A kivonandó növelésével a különbség ugyanannyival csökken, csökkentésével ugyanannyival nő.

Több számjegyű számok kivonását úgy végezzük el, hogy a számokat helyi értéküknek megfelelően egymás alá írjuk és a kivonást a legkisebb helyi értékű jegynél kezdjük:

$$\begin{array}{r} 5832 \\ \underline{-3521} \\ 2311 \end{array}$$

1 meg 1 az 2 (leírjuk az 1-et), 2 meg 1 az 3 (leírjuk az 1-et), 5 meg 3 az nyolc (leírjuk a 3-at), 3 meg 2 az öt (leírjuk az 2-t). A különbség: 2311.

Ellenőrzés: $2311 + 3521 = 5832$.

Amikor a kisebbítendő valamelyik számjegye kisebb, mint a kivonandó ugyanolyan helyi értékű számjegye, akkor felhasználjuk a már említett törvényt, amely szerint a különbség nem változik, ha a kisebbítendőt és a kivonandót ugyanazzal a számmal növeljük.

$$\begin{array}{r} 3762 \\ \underline{-1835} \\ 1927 \end{array}$$

Mivel 2 egyesből 5 egyest nem vonhatunk ki, a kisebbítendőhöz 10 egyest hozzáadunk, így 12 egyesünk lesz, és hogy a különbség ne változzék, a kivonandóhoz ugyancsak 10 egyest, de 1 tízes alakjában hozzáadunk a kivonandó tízeseihez is.

Hasonlóan járunk el a százasoknál is, ahol 10 százassal (1 ezressel) növeljük a kisebbítendőt és 1 ezressel a kivonandót. A kivonást tehát így végezzük: 5 meg 7 az 12 (leírjuk a 7-et), 1 meg 3 az 4 meg 2 az 6 (leírjuk a 2-t), 8 meg 9 az 17 (leírjuk a 9-et), 1 meg 1 az 2, 2 meg 1 az 3 (leírjuk az egyet). A különbség vagy maradék: 1927.

Próba: ha a maradékot a kivonandóhoz hozzáadva a kisebbítendőt kapjuk, helyes az eredményünk.

$$\begin{array}{r} 1835 \\ \underline{+1927} \\ 3762 \end{array}$$

Az $\mathbb{N}$ (természetes számok) számhalmazban a kivonást csak akkor végezhetjük el, ha a kisebbítendő $\geq$ kivonandó feltétel teljesül.