

Összeadás és kivonás

Az alábbi szöveg Obádovics J. Gyula Matematika című könyvéből származik. Néhány kisebb módosítás, kiegészítés viszont történt.

Összeadás

Két munkás közül az egyik egy óra alatt 34 szegecsset illesztett be, a másik 27-et. Hány szegecsset illesztettek be együtt egy óra alatt?

Annyi szegecsset illesztettek be, mint amennyi 34 és 27 együttlvéve, amelynek a matematikai írásmódja: $34 + 27 = 61$ (olv.: harmincnégysz huszonhét egyenlő hatvaneggyel). Ez a művelet az összeadás, műveleti jele: $+$. A 34-et és a 27-et összeadandóknak vagy *tagoknak*, az eredményt, a 61-et pedig *összegnek* nevezzük.

$$\text{összeadandó} + \text{összeadandó} = \text{összeg}$$

$$\text{tag} + \text{tag} = \text{összeg}$$

Az összeadás első fontos tulajdonsága, hogy a *tagok sorrendje felcserélhető*, az összegük nem változik, azaz az összeg független az összeadás sorrendjétől. Ez az összeadás felcserélési (kommutatív) törvénye.

$$3 + 5 = 5 + 3 = 8$$

Az összeadás második fontos tulajdonsága, hogy a tagokat tetszés szerint csoportosíthatjuk, az összeg nem változik. Például három tag esetén bármelyik kettő összegéhez hozzáadhatjuk a harmadik tagot, az összeg nem változik. Ez az összeadás csoportosítási (asszociatív) törvénye.

$$(3 + 5) + 7 = 3 + (5 + 7) = 15$$

Az összeadást többjegyű összeadandók esetén a következő módon végezzük: a számokat úgy írjuk egymás alá, hogy az azonos helyi értékű számjegyek egymás alá kerüljenek. Az utolsó összeadandót aláhúzzuk. Például:

$$\begin{array}{r} 2435 \\ 247 \\ \hline +1413 \\ \hline 4095 \end{array}$$

Az összeadást a legkisebb helyi értékű jegyenél kezdjük: $3+7+5 = 15$. Az eredmény 5 egyesét leírjuk az egyesek alá, 1 tizesét pedig a tízesekhez adjuk hozzá: $1+1+4+3 = 9$. A százaskok összege: $4 + 2 + 4 = 10$, tehát a százaskok oszlopa alá 0-t írunk, és az 1 ezrest az ezresekhez adjuk hozzá: $1 + 1 + 2 = 4$. A 4-et az ezresek alá írjuk. A három adott többjegyű szám összege tehát 4095. Az összeadást felülről lefelé is végezzük el, mert számításunk helyességét így ellenőrizhetjük.

Kivonás

15 m vörösréz huzalból elhasználtunk 9 m-t. Hány méter maradt?

Annyi maradt, amennyivel több a 15 m, mint a 9 m, ennek matematikai írásmódja: $15 - 9 = 6$ (olv.: tizenöt *mínusz* kilenc egyenlő hattal). Ez a művelet a kivonás, műveleti jele: $-$.

Azt a számot kerestük, amelyhez 9-hez adva összeül 15-öt kapunk. A kivonás az összeadás fordított művelete. Kivonásnál ismert az egyik összeadandó és az összeg és keressük a másik összeadandót. Az összeget *kisebbitendőnek*, az ismert összeadandót *kivonandónak*, az ismeretlen összeadandót pedig *különbségnek* vagy *maradéknak* nevezzük.

$$\text{kisebbitendő} - \text{kivonandó} = \text{különbség}$$

$$\text{kisebbitendő} - \text{kivonandó} = \text{maradék}$$

A kivonás helyes elvégzésének próbája az összeadás:

$$\text{kivonandó} + \text{különbség} = \text{kisebbitendő}$$

Fontos tulajdonsága a kivonásnak, hogy a különbség értéke nem változik, ha a kisebbítendőhöz és a kivonandóhoz *ugyanazt a számot hozzáadjuk, vagy mindkettőből ugyanazt kivonjuk*.

$$13 - 11 = 2$$

$$(13 + 3) - (11 + 3) = 16 - 14 = 2$$

$$(13 - 3) - (11 - 3) = 10 - 8 = 2$$

A kisebbítendő növelésével ill. csökkentésével a különbség ugyanannyival nő ill. csökken. A kivonandó növelésével a különbség ugyanannyival csökken, csökkentésével ugyanannyival nő.

Több számjegyű számok kivonását úgy végezzük el, hogy a számokat helyi értéknek megfelelően egymás alá írjuk és a kivonást a legkisebb helyi értékű jegynél kezdjük:

$$\begin{array}{r} 5832 \\ -3521 \\ \hline 2311 \end{array}$$

1 meg 1 az 2 (leírjuk az 1-et), 2 meg 1 az 3 (leírjuk az 1-et), 5 meg 3 az nyolc (leírjuk a 3-at), 3 meg 2 az öt (leírjuk az 2-t). A különbség: 2311.

Ellenőrzés: $2311 + 3521 = 5832$.

Amikor a kisebbítendő valamelyik számjegye kisebb, mint a kivonandó ugyanolyan helyi értékű számjegye, akkor felhasználjuk a már említett törvényt, amely szerint a különbség nem változik, ha a kisebbítendőt és a kivonandót ugyanazzal a számmal növeljük.

$$\begin{array}{r} 3762 \\ -1835 \\ \hline 1927 \end{array}$$

Mivel 2 egyesből 5 egyest nem vonhatunk ki, a kisebbítendőhöz 10 egyest hozzáadunk, így 12 egyesünk lesz, és hogy a különbség ne változzék, a kivonandóhoz ugyancsak 10 egyest, de 1 tízes alakjában hozzáadunk a kivonandó tízeseihez is. Hasonlóan járunk el a százaskoknál is, ahol 10 százassal (1 ezressel) növeljük a kisebbítendőt és 1 ezressel a kivonandót. A kivonást tehát így végezzük: 5 meg 7 az 12 (leírjuk a 7-et), 1 meg 3 az 4 meg 2 az 6 (leírjuk a 2-t), 8 meg 9 az 17 (leírjuk a 9-et), 1 meg 1 az 2, 2 meg 1 az 3 (leírjuk az egyet). A különbség vagy maradék: 1927.

Próba: ha a maradékot a kivonandóhoz hozzáadva a kisebbítendőt kapjuk, helyes az eredményünk.

$$\begin{array}{r} 1835 \\ +1927 \\ \hline 3762 \end{array}$$

Az \mathbb{N} (természetes számok) számhalmazban a kivonást csak akkor végezhetjük el, ha a kisebbítendő \geq kivonandó feltétel teljesül.