

Összeadás és kivonás

v1.0

Az alábbi szöveg Obádovics J. Gyula *Matematika* című könyvéből származik. Néhány kisebb módosítás, kiegészítés viszont történt.

Összeadás

Két munkás közül az egyik egy óra alatt 34 szegecsset illesztett be, a másik 27-et. Hány szegecsset illesztettek be együtt egy óra alatt?

Annyi szegecsset illesztettek be, mint amennyi 34 és 27 együttvéve, amelynek a matematikai írásmódja: $34 + 27 = 61$ (olv.: harmincnégy *plusz* huszonhét egyenlő hatvaneggyel). Ez a művelet az összeadás, műveleti jele: $+$. A 34-et és a 27-et összeadandóknak vagy *tagoknak*, az eredményt, a 61-et pedig *összegnek* nevezzük.

$$\text{összeadandó} + \text{összeadandó} = \text{összeg}$$

$$\text{tag} + \text{tag} = \text{összeg}$$

Az összeadás első fontos tulajdonsága, hogy a *tagok sorrendje felcserélhető*, az összegük nem változik, azaz az összeg független az összeadás sorrendjétől. Ez az összeadás felcserélési (kommutatív) törvénye.

$$3 + 5 = 5 + 3 = 8$$

Az összeadás második fontos tulajdonsága, hogy a tagokat tetszés szerint csoportosíthatjuk, az összeg nem változik. Például három tag esetén bármelyik kettő összegéhez hozzáadhatjuk a harmadik tagot, az összeg nem változik. Ez az összeadás csoportosítási (asszociatív) törvénye.

$$(3 + 5) + 7 = 3 + (5 + 7) = 15$$

Az összeadást többjegyű összeadandók esetén a következő módon végezzük: a számokat úgy írjuk egymás alá, hogy az azonos helyi értékű számjegyek egymás alá kerüljenek. Az utolsó összeadandót aláhúzzuk. Például:

$$\begin{array}{r} 2435 \\ 247 \\ \hline +1413 \\ \hline 4095 \end{array}$$

Az összeadást a legkisebb helyi értékű jegyenél kezdjük, ebben az esetben az egyeseknél: $3 + 7 + 5 = 15$. Az eredmény 5 egyesét leírjuk az egyesek alá, 1 tizesét pedig a tízesekhez adjuk hozzá: $1 + 1 + 4 + 3 = 9$. A százaskok összege: $4 + 2 + 4 = 10$, tehát a százaskok oszlopa alá 0-t írunk, és az 1 ezrest az ezresekhez adjuk hozzá: $1 + 1 + 2 = 4$. A 4-et az ezresek alá írjuk. A három adott többjegyű szám összege

tehát 4095. Az összeadást felülről lefelé is végezzük el, mert számításunk helyességét így ellenőrizhetjük.

Kivonás

15 m vörösréz huzalból elhasználtunk 9 m-t. Hány méter maradt?

Annyi maradt, amennyivel több a 15 m, mint a 9 m, ennek matematikai írásmódja: $15 - 9 = 6$ (olv.: tizenöt *mínusz* kilenc egyenlő hattal). Ez a művelet a kivonás, műveleti jele: $-$.

Azt a számot kerestük, amelyet 9-hez adva összegül 15-öt kapunk. A kivonás az összeadás fordított művelete. Kivonásnál ismert az egyik összeadandó és az összeg és keressük a másik összeadandót. Az összeget *kisebbitendőnek*, az ismert összeadandót *kivonandónak*, az ismeretlen összeadandót pedig *különbségnek* vagy *maradéknak* nevezzük.

$$\text{kisebbitendő} - \text{kivonandó} = \text{különbség}$$

$$\text{kisebbitendő} - \text{kivonandó} = \text{maradék}$$

A kivonás helyes elvégzésének próbája az összeadás:

$$\text{különbség} + \text{kivonandó} = \text{kisebbitendő}$$

Fontos tulajdonsága a kivonásnak, hogy a különbség értéke nem változik, ha a kisebbítendőhöz és a kivonandóhoz *ugyanazt a számot hozzáadjuk, vagy mindkettőből ugyanazt vonjuk*.

$$13 - 11 = 2$$

$$(13 + 3) - (11 + 3) = 16 - 14 = 2$$

$$(13 - 3) - (11 - 3) = 10 - 8 = 2$$

A kisebbítendő növelésével ill. csökkentésével a különbség ugyanannyival nő ill. csökken. A kivonandó növelésével a különbség ugyanannyival csökken, csökkentésével ugyanannyival nő.

Több számjegyű számok kivonását úgy végezzük el, hogy a számokat helyi értéknek megfelelően egymás alá írjuk és a kivonást a legkisebb helyi értékű jegynél kezdjük:

$$\begin{array}{r} 5832 \\ -3521 \\ \hline 2311 \end{array}$$

1 meg 1 az 2 (leírjuk az 1-et), 2 meg 1 az 3 (leírjuk az 1-et), 5 meg 3 az nyolc (leírjuk a 3-at), 3 meg 2 az öt (leírjuk az 2-t). A különbség: 2311.

Ellenőrzés: $2311 + 3521 = 5832$.

Amikor a kisebbítendő valamelyik számjegye kisebb, mint a kivonandó ugyanolyan helyi értékű számjegye, akkor felhasználjuk a már említett törvényt, amely

szerint a különbség nem változik, ha a kisebbítendőt és a kivonandót ugyanazzal a számmal növeljük.

$$\begin{array}{r} 3762 \\ -1835 \\ \hline 1927 \end{array}$$

Mivel 2 egyesből 5 egyest nem vonhatunk ki, a kisebbítendőhöz 10 egyest hozzáadunk, így 12 egyesünk lesz, és hogy a különbség ne változzék, a kivonandóhoz ugyancsak 10 egyest, de 1 tízes alakjában hozzáadunk a kivonandó tízeseihez is. Hasonlóan járunk el a százaskoknál is, ahol 10 százassal (1 ezressel) növeljük a kisebbítendőt és 1 ezressel a kivonandót. A kivonást tehát így végezzük: 5 meg 7 az 12 (leírjuk a 7-et), 1 meg 3 az 4 meg 2 az 6 (leírjuk a 2-t), 8 meg 9 az 17 (leírjuk a 9-et), 1 meg 1 az 2, 2 meg 1 az 3 (leírjuk az egyet). A különbség vagy maradék: 1927.

Próba: ha a maradékot a kivonandóhoz hozzáadva a kisebbítendőt kapjuk, helyes az eredményünk.

$$\begin{array}{r} 1835 \\ +1927 \\ \hline 3762 \end{array}$$

Az \mathbb{N} (természetes számok) számhalmazban a kivonást csak akkor végezhetjük el, ha a kisebbítendő \geq kivonandó feltétel teljesül.