Capítulo 2 - Parte 2

Matemática Elementar

Equações e Inequações

27 de agosto de 2025

Igor Oliveira matematicaelementar@imd.ufrn.br

Instituto Metrópole Digital Universidade Federal do Rio Grande do Norte Natal-RN





Índice



Inequação do 1º grau

Atividade Online

Inequação do 2º grau

Módulos

Atividade Online

Módulos

Desigualdades clássicas

Atividade Online

Desigualdades clássicas

Exercícios

Bibliografia

Matemática Elementar

Inequação do 1º grau

Atividade Online

Inequação do 2º grau

Módulos

Atividade Online

Módulos

Desigualdades clássicas

Atividade Online

Desigualdades clássicas

Exercícios



Matemática Elementar

Definição 24

Uma inequação do primeiro grau é uma relação de uma das formas abaixo

$$ax + b < 0$$
, $ax + b > 0$, $ax + b > 0$.

onde $a,b\in\mathbb{R}$ e $a\neq 0$. Lemos os símbolos da seguinte maneira: < (menor que), > (maior que), \leq (menor ou igual que) e \geq (maior ou igual que).

O conjunto solução de uma inequação do primeiro grau é o conjunto $\mathcal S$ de números reais que satisfazem a inequação, isto é, o conjunto de números que, quando substituídos na inequação, tornam a desigualdade verdadeira.

Inequação do 1º grau

Atividade Online

Inequação do 2º grau

Módulos

Atividade Online

Módulos Desigualdades

clássicas

Atividade Online

Desigualdades clássicas

Exercícios



Proposição 25 (Propriedades de inequações)

Sejam $a, b, c, d \in \mathbb{R}$; $n \in \mathbb{N}^*$. Valem:

i. Invariância por adição de números reais:

 $a < b \implies a + c < b + c$:

- ii. Invariância por multiplicação de números reais positivos: a < b: $c > 0 \implies a \cdot c < b \cdot c$:
- iii. Mudança por multiplicação de números reais negativos: a < b: $c < 0 \implies a \cdot c > b \cdot c$:
- iv. Se a < b, então $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$, para $a, b \neq 0$ e com mesmo sinal;
- v. Se $a \ge 0$, $b \ge 0$ e c > 0, segue que $a < b \implies a^c < b^c$;
- vi. Se a < 0, b < 0 e n par, segue que $a < b \implies a^n > b^n$;
- vii. Se a < 0, b < 0 e n impar, segue que $a < b \implies a^n < b^n$;
- viii. Se a < b e c < d, então a + c < b + d;
 - ix. Para $a, b, c, d \in \mathbb{R}_+$. Se a < b e c < d, então ac < bd.

O resultado é análogo para os tipos >, \le ou \ge .

Matemática Elementar Igor Oliveira

Inequação do 1º grau

Atividade Online

Inequação do 2º grau

Módulos

Atividade Online

Desigualdades clássicas

Módulos

Atividade Online

Desigualdades clássicas

Exercícios

Bibliografia



Matemática Elementar Igor Oliveira

Inequação do 1º grau

Atividade Online

Inequação do 2º grau

Módulos

Atividade Online

Módulos

Desigualdades clássicas

Atividade Online

Desigualdades clássicas

Exercícios

Bibliografia

Exemplo 26

Qual o conjunto solução da inequação $8x - 4 \ge 0$?



Matemática Elementar

Inequação do 1º grau

Atividade Online

Inequação do 2º grau

Módulos

Atividade Online

Módulos Desigualdades

clássicas Atividade Online

Desigualdades

clássicas

Exercícios

Bibliografia

Exemplo 26

Qual o conjunto solução da inequação $8x - 4 \ge 0$?

Exemplo 27

Antes de fazer os cálculos, diga: qual dos números $a = 3456784 \cdot 3456786 + 3456785$ e $b = 3456785^2 - 3456788$ é maior?

Atividade Online

Atividade Online 14 - Problemas com Inequações



Matemática Elementar Igor Oliveira

Inequação do 1º grau

Atividade Online

Inequação do 2º grau Módulos

Atividade Online

Módulos Desigualdades

clássicas

Atividade Online

Desigualdades clássicas

Exercícios



Definição 28

Uma inequação do segundo grau é uma relação de uma das formas abaixo

$$ax^{2} + bx + c < 0$$
, $ax^{2} + bx + c > 0$,
 $ax^{2} + bx + c < 0$. $ax^{2} + bx + c > 0$.

onde $a, b, c \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$.

Matemática Elementar Igor Oliveira

Inequação do 1º grau Atividade Online

Inequação do 2º grau

Módulos

Atividade Online

Módulos

Desigualdades clássicas

Atividade Online

Desigualdades clássicas

Exercícios



Exemplo 29

Resolva as seguintes inequações: $x^2 - 3x + 2 > 0$; $x^2 - 3x + 2 < 0$.

Matemática Elementar Igor Oliveira

Inequação do 1º grau

Atividade Online

Inequação do 2º grau

Módulos

Atividade Online

Módulos

Desigualdades clássicas

Atividade Online

Desigualdades clássicas

Exercícios



Exemplo 29

Resolva as seguintes inequações: $x^2 - 3x + 2 > 0$; $x^2 - 3x + 2 < 0$.

Exemplo 30

Prove que a soma de um número positivo com seu inverso é sempre maior ou igual que 2.

Matemática Elementar

Inequação do 1º grau Atividade Online

Inequação do 2º grau

Módulos

Atividade Online

Módulos

Desigualdades clássicas

Atividade Online

Desigualdades clássicas

Exercícios

Definição de Módulo



Matemática Elementar Igor Oliveira

Inequação do 1º grau Atividade Online

Inequação do 2º grau

Módulos

Atividade Online

Módulos

Desigualdades clássicas

Atividade Online

Desigualdades clássicas

Exercícios

Bibliografia

Definição 31

O $\underline{\text{m\'odulo}}$ (ou $\underline{\text{valor absoluto}}$) de um número real x, denotado por |x|, é definido por:

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{se } x \geq 0 \\ -x, & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

Equações Modulares



Para resolver equações modulares, usaremos dois métodos:

- ► Eliminação do módulo pela definição;
- ► Partição em intervalos.

Exemplo 32

Resolva as equações

(a)
$$|2x-5|=3$$
;

(b)
$$|2x-3|=1-3x$$
;

(c)
$$|3-x|-|x+1|=4$$
.

Matemática Elementar Igor Oliveira

Inequação do 1º grau

Atividade Online

Inequação do 2º grau

Módulos

Atividade Online

Módulos

Desigualdades clássicas

Atividade Online

Desigualdades clássicas

Exercícios

Atividade Online



Atividade Online 15 - Resolva Equações Modulares

Matemática Elementar Igor Oliveira

Inequação do 1º grau

Atividade Online

Inequação do 2º grau

Módulos

Atividade Online

Módulos

Desigualdades clássicas

Atividade Online

Desigualdades clássicas

Exercícios

Inequações Modulares



Para solucionarmos inequações modulares, usaremos as propriedades a seguir:

Proposição 33 (Propriedades)

Sejam $x \in \mathbb{R}$, $a \in \mathbb{R}_+^*$.

- (i) $|x| \ge 0$;
- (ii) $|x| < a \Leftrightarrow -a < x < a$;
- (iii) $|x| > a \Leftrightarrow x > a$ ou x < -a;
- (iv) $-|x| \le x \le |x|$. Os resultados (ii) e (iii) também são válidos para os casos com \le ou \ge .

Matemática Elementar

Inequação do 1º grau

Atividade Online
Inequação do 2º grau

Módulos

Atividade Online Módulos

Desigualdades

clássicas Atividade Online

Desigualdades clássicas

Exercícios

Inequações Modulares



Exemplo 34

Resolva as inequações

- (a) |2x-5|<3;
- (b) |2x-3| > 1-3x;
- (c) $|3-x|-|x+1| \le 4$.

Matemática Elementar Igor Oliveira

Inequação do 1º grau

Atividade Online

Inequação do 2º grau Módulos

Atividade Online

Módulos

Desigualdades

clássicas Atividade Online

Desigualdades

clássicas

Exercícios

Inequações Modulares



Exemplo 34

Resolva as inequações

- (a) |2x-5|<3;
- (b) $|2x-3| \ge 1-3x$;
- (c) $|3-x|-|x+1| \le 4$.

Exemplo 35

Seja $x \in \mathbb{R}$. Mostre que

$$|x+1| < 0.2 \implies |2x+2| < 0.4.$$

Matemática Elementar Igor Oliveira

Inequação do 1º grau

Atividade Online
Inequação do 2º grau

Módulos

Atividade Online

Módulos

Desigualdades clássicas

Atividade Online

Desigualdades clássicas

Exercícios



Para iniciar, apresentamos algumas desigualdades simples mas famosas, válidas para quaisquer $a,b\in\mathbb{R}$:

- ▶ $|a| \ge 0$;
- ► $a^2 \ge 0$;
- ► $|a+b| \le |a| + |b|$ (designaldade triangular).

Matemática Elementar Igor Oliveira

Inequação do 1º grau

Atividade Online
Inequação do 2º grau

Módulos

Atividade Online

Módulos

Desigualdades clássicas

Atividade Online

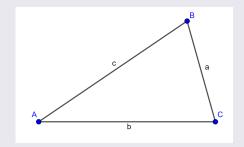
Desigualdades clássicas

Exercícios



Teorema 36 (Desigualdade Triangular)

Dado um triângulo ABC como o abaixo,



o comprimento de um dos lados é sempre inferior à soma dos comprimentos dos outros dois lados, ou seja, a < b + c, b < a + c e c < a + b. A igualdade a = b + c ocorre se, e somente se, os pontos A, B e C forem colineares e A estiver entre B e C.

Matemática Elementar

Inequação do 1º grau

Atividade Online
Inequação do 2º grau

Módulos

Atividade Online

Módulos

Desigualdades clássicas

Atividade Online

Desigualdades clássicas

Exercícios

Bibliografia

Atividade Online



Atividade Online 16 - Relações Entre os Lados do Triângulo

Matemática Elementar Igor Oliveira

Inequação do 1º grau

Atividade Online

Inequação do 2º grau

Módulos Atividade Online

Módulos

Desigualdades clássicas

Atividade Online

Desigualdades clássicas

Exercícios



Teorema 37

Para quaisquer $x, y \in \mathbb{R}$ vale

$$xy \leq \frac{x^2 + y^2}{2}.$$

Além disso, a igualdade acontece se, e somente se, x = y.

Matemática Elementar Igor Oliveira

Inequação do 1º grau

Atividade Online
Inequação do 2º grau

Módulos

Atividade Online

Módulos

Desired Heat

Desigualdades clássicas

Atividade Online

Desigualdades clássicas

Exercícios



Teorema 37

Para quaisquer $x, y \in \mathbb{R}$ vale

$$xy \leq \frac{x^2 + y^2}{2}.$$

Além disso, a igualdade acontece se, e somente se, x = y.

Vejamos no quadro um experimento geométrico relacionado a essa desigualdade.

Matemática Elementar Igor Oliveira

Inequação do 1º grau

Atividade Online

Inequação do 2º grau

Módulos Atividade Online

Módulos

Desigualdades clássicas

Atividade Online

Desigualdades clássicas

Exercícios



Teorema 37

Para quaisquer $x, y \in \mathbb{R}$ vale

$$xy\leq \frac{x^2+y^2}{2}.$$

Além disso, a igualdade acontece se, e somente se, x = y.

Vejamos no quadro um experimento geométrico relacionado a essa desigualdade.

Teorema 38

Para quaisquer $a,b\in\mathbb{R}_+$ vale

$$\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$$
.

Além disso, a igualdade acontece se, e somente se, a = b.

Matemática Elementar

Inequação do 1º grau

Atividade Online
Inequação do 2º grau

Módulos

Atividade Online

Módulos

Desigualdades clássicas

Atividade Online

Desigualdades clássicas

Exercícios

Bibliografia



Teorema 39 (Desigualdade das médias aritmética e geométrica)

Para quaisquer $a_1, a_2, \ldots, a_n \in \mathbb{R}_+$ vale

$$\sqrt[n]{a_1 \dots a_n} \leq \frac{a_1 + \dots + a_n}{n}.$$

A igualdade acontece se, e somente se, $a_1 = a_2 = \cdots = a_n$.

Matemática Elementar

Inequação do 1º grau

Atividade Online

Inequação do 2º grau

Módulos

Atividade Online

Módulos

Desigualdades clássicas

Atividade Online

Desigualdades clássicas

Exercícios



Teorema 39 (Desigualdade das médias aritmética e geométrica)

Para quaisquer $a_1, a_2, \ldots, a_n \in \mathbb{R}_+$ vale

$$\sqrt[n]{a_1 \dots a_n} \leq \frac{a_1 + \dots + a_n}{n}$$
.

A igualdade acontece se, e somente se, $a_1 = a_2 = \cdots = a_n$.

Teorema 40 (Desigualdade das médias harmônica e geométrica)

Para quaisquer $a_1, a_2, \ldots, a_n \in \mathbb{R}_+^*$ vale

$$\frac{n}{\frac{1}{a_1}+\cdots+\frac{1}{a_n}}\leq \sqrt[n]{a_1\ldots a_n}.$$

A igualdade acontece se, e somente se, $a_1 = a_2 = \cdots = a_n$.

Matemática Elementar

Inequação do 1º grau

Atividade Online

Inequação do 2º grau

Módulos

Módulos

Atividade Online

Desigualdades clássicas

Atividade Online

Desigualdades clássicas

Exercícios

Bibliografia



Teorema 41 (Desigualdade de Cauchy-Schwarz)

Sejam $x_1, \ldots, x_n, y_1, \ldots y_n \in \mathbb{R}$, então vale:

$$|x_1y_1 + \dots + x_ny_n| \le \sqrt{x_1^2 + \dots + x_n^2} \cdot \sqrt{y_1^2 + \dots + y_n^2}.$$

Além disso, a igualdade só ocorre se existir um número real α tal que $x_1 = \alpha y_1, ..., x_n = \alpha y_n$.

Matemática Elementar

Inequação do 1º grau

Atividade Online

Inequação do 2º grau

Módulos

Atividade Online

Módulos

Desigualdades clássicas

Atividade Online

Desigualdades clássicas

Exercícios

Aplicações



Exemplo 42

Duas torres são amarradas por uma corda *APB* que vai do topo *A* da primeira torre para um ponto *P* no chão, entre as torres, e então até o topo *B* da segunda torre. Qual a posição do ponto *P* que nos dá o comprimento mínimo da corda a ser utilizada?

Matemática Elementar

Inequação do 1º grau

Atividade Online

Inequação do 2º grau

Módulos

Atividade Online

Módulos

Desigualdades clássicas

Atividade Online

Desigualdades clássicas

Exercícios

Aplicações



Exemplo 43

Prove que, num triângulo retângulo, a altura relativa à hipotenusa é sempre menor ou igual que a metade da hipotenusa. Prove, ainda, que a igualdade só ocorre quando o triângulo retângulo é isósceles.

Matemática Elementar

Inequação do 1º grau

Atividade Online

Inequação do 2º grau

Módulos

Atividade Online

Módulos

Desigualdades clássicas

Atividade Online

Desigualdades clássicas

Exercícios

Aplicações



Exemplo 44

Prove que, entre todos os triângulos retângulos de catetos a e b, e com hipotenusa c fixada, o que tem maior soma dos catetos S = a + b é o triângulo isósceles.

Matemática Elementar

Inequação do 1º grau

Atividade Online

Inequação do 2º grau

Módulos Atividade Online

Alividade Online

Módulos

Desigualdades clássicas

Atividade Online

Desigualdades clássicas

Exercícios



13. Dada as frações

 $\frac{966666555557}{9666665555558} \ e \ \frac{966666555558}{9666665555559},$

qual é a maior?

14. Nove cópias de certas notas custam menos de R\$ 10,00 e dez cópias das mesmas notas (custando o mesmo preço cada uma) custam mais de R\$ 11,00. Quanto custa uma cópia das notas?

Matemática Elementar

Inequação do 1º grau

Atividade Online

Inequação do 2º grau

Módulos

Atividade Online

Módulos

Desigualdades clássicas

Atividade Online

Desigualdades clássicas

Exercícios



15. Ache os valores de *x* para os quais cada uma das seguintes inequações é válida:

- a) $x^2 9 \ge 0$;
- b) $\frac{x}{x^2+9} > 0;$
- c) $\frac{x-3}{x+1} > 0$;
- d) $\frac{x^2-1}{x^2-3}>0$;
- e) $\frac{x^2+x-6}{x^2+6x+5} \le 0$;
- f) $\frac{-x^2-x+6}{x^2-5x+4} \le 0$;
- g) $\frac{-2x}{x^2+x-2} \ge -1$.

Matemática Elementar Igor Oliveira

Inequação do 1º grau

Atividade Online
Inequação do 2º grau

Módulos

Atividade Online

Módulos

Desigualdades

clássicas Atividade Online

Desigualdades clássicas

Exercícios



- **16**. Para quais valores de $a \in \mathbb{R}$ a expressão quadrática $ax^2 ax + 8$ é sempre diferente de zero?
- **17**. Sejam $a, b, c, d \in \mathbb{R}_+^*$ tais que $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$. Mostre que

$$\frac{a}{b}<\frac{a+c}{b+d}<\frac{c}{d}.$$

- **18**. Mostre que se r e s são números racionais positivos satisfazendo r < s, então existe um outro número racional q tal que r < q < s.
- **19**. Com algarismos x, y e z não todos nulos formam-se os números de dois algarismos xy e yx, cuja soma é o número de três algarismos zxz. Quanto valem x, y e z?
- **20**. Quantos são os números inteiros de 2 algarismos que são iguais ao dobro do produto de seus algarismos?

Matemática Elementar Igor Oliveira

Inequação do 1º grau

Atividade Online

Inequação do 2º grau Módulos

Atividade Online

Módulos

Desigualdades clássicas

Atividade Online

Desigualdades clássicas

Exercícios



- **21**. Determine o conjunto solução de cada uma das equações ou inequações modulares abaixo:
 - a) |3x 5| = 7;
 - b) |-x+8|=-1;
 - c) $|x^2 9| = 7$;
 - d) $|x^2 1| = 3$;
- e) |x+1| + |-3x+2| = 6;
- f) $|x-1| \cdot |x+2| = 3$:
- g) |2x-5|-3<-2;
- h) $|x^2 1| < 3$;
- i) |x-1|+|x+1| > 2:
- i) |x+1|-|x-1|<-2.
- **22**. Prove que $|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$ para todo $x, y \in \mathbb{R}$.
- **23**. Seja $x \in \mathbb{R}$. Mostre que:
 - a) $|x-5| < 0,1 \implies |2x-10| < 0,2;$
- b) $|x+3| < 0, 1 \implies \left|-\frac{3}{2}x+3-7, 5\right| < 0, 15;$
- c) $|x-2| < \sqrt{5}-2 \implies |x^2-4| < 1$;
- d) $|x-3| < \sqrt{46}-5 \implies |x^2+4x-21| < 21$.

Matemática Elementar

Inequação do 1º grau

Atividade Online

Inequação do 2º grau Módulos

Atividade Online

Módulos Desigualdades

clássicas
Atividade Online

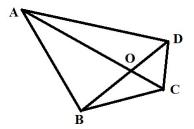
Desigualdades clássicas

Exercícios

Bibliografia



24. Quatro cidades rurais, *Abaeté*, *Bertioga*, *Caicó* e *Diamantina*, estão situadas geograficamente como a imagem abaixo.



A empresa *Ozymandias* deseja construir uma central de distribuição de energia para as quatro cidades de modo que a soma total das distâncias da central a cada uma das quatro cidades seja a mínima possível. Mostre que a central deve ser construída no ponto *O*, que é o ponto em comum dos segmentos *AC* e *BD*.

Matemática Elementar

Inequação do 1º grau

Atividade Online

Inequação do 2º grau Módulos

viodulos

Atividade Online Módulos

Desigualdades clássicas

Atividade Online

Desigualdades clássicas

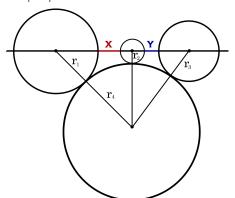
Exercícios

Bibliografia





25. Três círculos que não se intersectam tem seus centros colineares (sobre uma mesma reta). Um quarto círculo os tangencia, conforme a imagem abaixo. Mostre que o raio do quarto círculo é maior que pelo menos um dos outros raios.



Matemática Elementar Igor Oliveira

Inequação do 1º grau

Atividade Online
Inequação do 2º grau

Módulos

Atividade Online

Módulos

Desigualdades clássicas

Atividade Online

Desigualdades clássicas

Exercícios







- **26**. Provar que em todo triângulo a soma dos comprimentos das medianas é menor que o perímetro do triângulo e maior que o semiperímetro (metade do perímetro) dele.
- **27**. Suponha que 0 < a < b. Prove que

$$a < \sqrt{a \cdot b} < b$$
.

28. Sejam $a, b, c \in \mathbb{R}^*_{+}$. Mostre que

$$(ab + bc + ca) \ge a\sqrt{bc} + b\sqrt{ac} + c\sqrt{ab}$$
.

- **29**. Use algum dos resultados da seção de Desigualdades Clássicas e mostre que $4x^3 4x^2 + x > 0$, para todo x > 0.
- **30**. Prove que $a^4 + b^4 + c^4 \ge abc(a + b + c)$.
- **31**. Sejam $a, b, c \in \mathbb{R}_+$. Prove que

$$(a+b)(a+c)(b+c) \geq 8abc.$$

Matemática Elementar

Inequação do 1º grau

Atividade Online

Inequação do 2º grau

Módulos

Atividade Online

Módulos

Desigualdades clássicas

Atividade Online

Desigualdades clássicas

Exercícios



- **32**. Considere $a, b, c \in \mathbb{R}_{+}^{*}$. Faça o que se pede.
 - a) Use uma das desigualdades das médias para provar que

$$a^2b^2c^2\leq \left(\frac{ab+bc+ac}{3}\right)^3$$
;

b) Considere um paralelepípedo de lados a, b e c. Sendo V o volume e A_L a área lateral (área de todas as faces somadas) do paralelepípedo, use o resultado do item anterior (não precisa ter resolvido) para provar que

$$V \leq \sqrt{\left(rac{A_L}{6}
ight)^3};$$

 c) Conclua, a partir dos resultados anteriores, que entre todos os paralelepípedos de área lateral fixada, o de maior volume é o cubo. Matemática Elementar

Inequação do 1º grau

Atividade Online

Inequação do 2º grau

Módulos Atividade Online

Módulos

Desigualdades clássicas

Atividade Online Desigualdades

clássicas

Exercícios

Bibliografia



- **33**. Considere $a, b, c, p \in \mathbb{R}_+^*$. Faça o que se pede.
 - a) Use uma das desigualdades das médias para provar que, se $\frac{p}{2} a, \frac{p}{2} b, \frac{p}{2} c \in \mathbb{R}^*_{+}$, então

$$\left(\frac{p}{2}-a\right)\left(\frac{p}{2}-b\right)\left(\frac{p}{2}-c\right)\leq \left(\frac{\frac{p}{2}-a+\frac{p}{2}-b+\frac{p}{2}-c}{3}\right)^3;$$

b) Considere um triângulo de lados *a*, *b* e *c*, área *A* e perímetro *p*. A Fórmula de Herón diz que

$$A = \sqrt{\frac{p}{2} \left(\frac{p}{2} - a\right) \left(\frac{p}{2} - b\right) \left(\frac{p}{2} - c\right)}.$$

Use o resultado do item anterior para provar que

$$A \le \sqrt{\frac{p}{2} \left(\frac{\frac{p}{2} - a + \frac{p}{2} - b + \frac{p}{2} - c}{3}\right)^{3}} = \frac{p^{2}}{12\sqrt{3}};$$

c) Conclua, a partir dos resultados anteriores, que entre todos os triângulos de perímetro *p* fixado, o de maior área é o triângulo equilátero.

Matemática Elementar

Inequação do 1º grau

Atividade Online

Inequação do 2º grau

Atividade Online

Módulos

Módulos

Desigualdades clássicas

Atividade Online
Desigualdades
clássicas

Exercícios

Bibliografia



34. Sejam $a_1, a_2, \ldots, a_n \in \mathbb{R}_+^*$ tais que $a_1 \cdot a_2 \ldots a_n = 1$. Mostre que

$$(1+a_1)\cdot (1+a_2)\dots (1+a_n)\geq 2^n$$
.

35. Sejam $a, b, c, d \in \mathbb{R}^*_+$. Prove que

$$(a+b+c+d)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{1}{d}\right)\geq 16.$$

Matemática Elementar Igor Oliveira

Inequação do 1º grau

Atividade Online
Inequação do 2º grau

Módulos

Atividade Online

Módulos

Desigualdades clássicas

Atividade Online

Desigualdades clássicas

Exercícios



- **36**. Considere $n \in \mathbb{N}^*$. Faça o que se pede.
 - a) Use as desigualdades das médias para provar que

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} \ge \frac{n^2}{1 + 2 + 3 + \dots + n};$$

b) O somatório dos n primeiros números naturais não nulos é igual a $\frac{n(n+1)}{2}$. Use o resultado do item anterior (não precisa ter resolvido) para provar que

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} \ge \frac{2n}{n+1}$$
.

37. A soma de três números positivos é 6. Prove que a soma de seus quadrados não é menor que 12.

Matemática Elementar

Inequação do 1º grau

Atividade Online

Inequação do 2º grau

Módulos

Módulos

Atividade Online

Desigualdades clássicas

Atividade Online

Desigualdades clássicas

Exercícios

Bibliografia



[1] OLIVEIRA, Krerley I M; FERNÁNDEZ, Adán J C. Iniciação à Matemática: um Curso com Problemas e Soluções.

2. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2010.

[2] OLIVEIRA, Krerley I M; FERNÁNDEZ, Adán J C. Estágio dos Alunos Bolsistas - OBMEP 2005 - 4. Equações, Inequações e Desigualdades. Rio de Janeiro: SBM, 2006. Matemática Elementar

Inequação do 1º grau

Atividade Online

Inequação do 2º grau

Módulos

Atividade Online

Módulos

Desigualdades clássicas

Atividade Online

Desigualdades clássicas

Exercícios