



INSTITUTO FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE

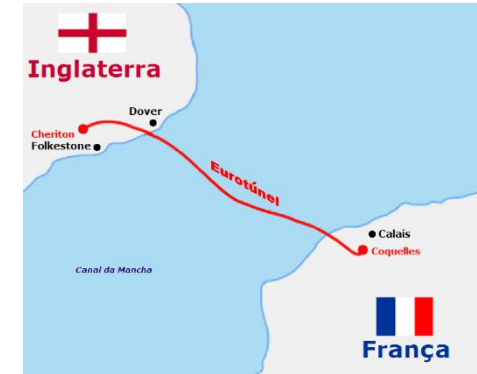
DISCIPLINA: MATEMÁTICA FINANCEIRA

ANÁLISES DE INVESTIMENTOS (VPL E TIR)

Professor: Fernando Antonio de Melo Pereira

Análise de Investimentos

- As decisões de investimento, também conhecidas como orçamento de capital, podem ser consideradas como o ponto central do sucesso de uma empresa, tendo em vista os montantes substanciais de absorvem.



1. Construção do Eurotúnel, requerendo US\$ 15 bilhões de em investimentos no período de 1986 até 1994.
2. O desenvolvimento do carro mundial da Ford – Mondeo -, cujos custos alcançaram US\$ 6 bilhões.
3. A produção do filme Jurassic Park exigiu gastos da ordem de US\$ 60 milhões.



Análise de Investimentos

- Para avaliar a atratividade dos projetos, as empresas geralmente utilizam os métodos:

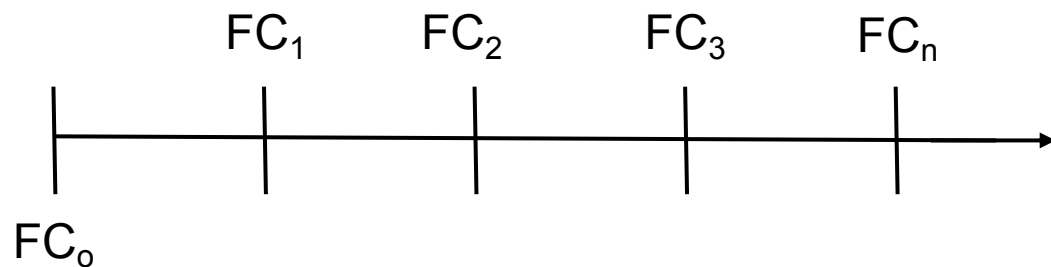
1 Taxa Interna de Retorno (TIR)

2 Valor Presente Líquido (VPL)

- Normalmente, a VPL e a TIR **oferecem o mesmo resultado**, entretanto algumas vezes podem esconder algumas **armadilhas** para o analista menos avisado, e até mesmo **conflitar as decisões**.

Valor Presente Líquido (VPL)

- O método do Valor Presente Líquido (VPL) para análise dos fluxos de caixa é obtido pela **diferença entre o valor presente dos benefícios (ou pagamentos) previstos de caixa e o valor presente do fluxo de caixa inicial** (valor do investimento, do empréstimo ou do financiamento).



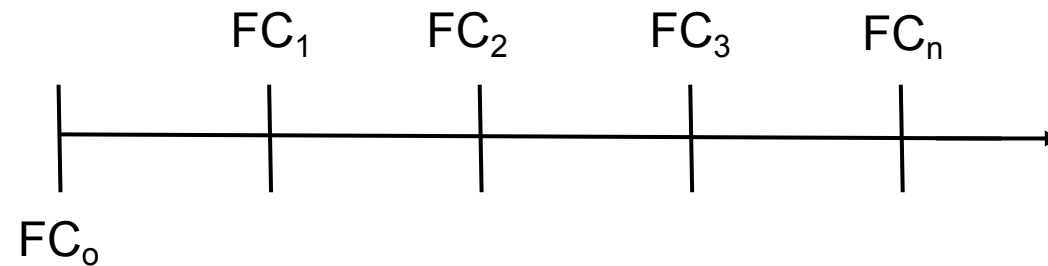
FC_0	Valor do fluxo de caixa no momento zero.
FC_j	Fluxos previstos.

$$VPL = \frac{FC_1}{(1+i)^1} + \frac{FC_2}{(1+i)^2} + \frac{FC_3}{(1+i)^3} + \dots + \frac{FC_n}{(1+i)^n} - FC_0$$

$$VPL = \sum_{j=1}^n \frac{FC_j}{(1+i)^j} - FC_0$$

Valor Presente Líquido (VPL)

- Princípio da “maximização do valor presente”:



- “A maximização do valor presente é o objetivo financeiro racional principal para todos os investidores”.

Valor Presente Líquido (VPL)

- Interpretação do VPL:

VPL	Viabilidade	Decisão
> 0	Viável	Aceitar
< 0	Inviável	Rejeitar
= 0	Indiferente	

- No caso de investimentos o VPL positivo pode significar:
 1. Capital investido foi devidamente remunerado pela atividade;
 2. Haverá um valor (igual ao VPL) em favor do investidor.

Valor Presente Líquido (VPL)

- **Exemplo:** Determinado cliente quer comprar um eletrodoméstico e tem as seguintes alternativas de pagamento:

I – à vista, por R\$ 900,00;

II – em duas prestações mensais e iguais a R\$ 500,00, vencendo a primeira no ato da compra;

III – em três prestações mensais e iguais a R\$ 350,00 vencendo a primeira no ato da compra.

Supondo que o cliente possa aplicar o dinheiro a uma taxa de 4% ao mês, determine o VPL das opções II e III e diga qual das opções é a mais vantajosa para o cliente.

$$FC_1 = 500,00$$

$$FC_2 = 500,00$$

$$i = 4\% \text{ a.m.}$$

$$VPL = 500 + \left(\frac{500}{(1+0,04)^1} \right) - 900$$

$$VPL = 500 + (480,77) - 900$$

$$VPL = 80,77$$

$$500 \div (1 + 0,04)^1$$

$$500 + (500 \div (1 + 0,04)^1) - 900$$

Valor Presente Líquido (VPL)

- **Exemplo:** Determinado cliente quer comprar um eletrodoméstico e tem as seguintes alternativas de pagamento:

I – à vista, por R\$ 900,00;

II – em duas prestações mensais e iguais a R\$ 500,00, vencendo a primeira no ato da compra;

III – em três prestações mensais e iguais a R\$ 350,00 vencendo a primeira no ato da compra.

Supondo que o cliente possa aplicar o dinheiro a uma taxa de 4% ao mês, determine o VPL das opções II e III e diga qual das opções é a mais vantajosa para o cliente.

$$FC_1 = 350,00$$

$$FC_2 = 350,00$$

$$i = 4\% \text{ a.m.}$$

$$VPL = 350 + \left(\frac{350}{(1+0,04)^1} \right) + \left(\frac{350}{(1+0,04)^2} \right) - 900$$

$$VPL = 350 + (336,54) + (323,59) - 900 \quad 350 \div (1 + 0,04)^1$$

$$VPL = 1010,13 - 900,00$$

$$VPL = 110,13$$

$$350 + (350 \div (1 + 0,04)^1) + (350 \div (1+0,04)^2) - 900$$

Valor Presente Líquido (VPL)

- Exemplo:** (FCC/2009/TJ – SE) Sejam os dois fluxos de caixa abaixo referentes aos projetos M e N, mutuamente excludentes, em que ambos apresentam o mesmo desembolso na data inicial.

Ano	Projeto M (R\$)	Projeto N (R\$)
0	- 30.000,00	-30.000,00
1	21.600,00	29.160,00
2	23.328,00	29.160,00

A uma taxa de atratividade de 8% ao ano (capitalização anual) o valor presente líquido do projeto N supera o do projeto M em:

a) R\$ 12.000,00

b) R\$15.000,00

c) R\$16.000,00

d) R\$18.000,00

$$VPL = \left(\frac{21.600}{(1+0,08)^1} \right) + \left(\frac{23.328}{(1+0,08)^2} \right) - 30.000$$

$$21.600 \div (1 + 0,08)^1$$

$$VPL = 20.000 + 20.000 - 30.000$$

$$VPL = 10.000,00$$

$$(21.600 \div (1 + 0,08)^1) + (23.328 \div (1+0,08)^2) - 30.000$$

Valor Presente Líquido (VPL)

- Exemplo:** (FCC/2009/TJ – SE) Sejam os dois fluxos de caixa abaixo referentes aos projetos M e N, mutuamente excludentes, em que ambos apresentam o mesmo desembolso na data inicial.

Ano	Projeto M (R\$)	Projeto N (R\$)
0	- 30.000,00	-30.000,00
1	21.600,00	29.160,00
2	23.328,00	29.160,00

A uma taxa de atratividade de 8% ao ano (capitalização anual) o valor presente líquido do projeto N supera o do projeto M em:

a) R\$ 12.000,00

b) R\$15.000,00

c) R\$16.000,00

d) R\$18.000,00

$$VPL = \left(\frac{21.600}{(1+0,08)^1} \right) + \left(\frac{23.328}{(1+0,08)^2} \right) - 30.000$$

$$\text{VPL} = 20.000 + 20.000 - 30.000$$

VPL = 10.000,00

The screenshot shows the Excel interface with the formula bar displaying $=VPL(B5;B2:B3)-B1$. The spreadsheet data is as follows:

	A	B	C	D	E
1	Investimento	30.000,00			
2	Fluxos de caixa anuais	21.600,00			
3		23.328,00			
4					
5	Taxa	8%		VPL	R\$10.000,00
6					

Valor Presente Líquido (VPL)

- Exemplo:** (FCC/2009/TJ – SE) Sejam os dois fluxos de caixa abaixo referentes aos projetos M e N, mutuamente excludentes, em que ambos apresentam o mesmo desembolso na data inicial.

Ano	Projeto M (R\$)	Projeto N (R\$)
0	- 30.000,00	-30.000,00
1	21.600,00	29.160,00
2	23.328,00	29.160,00

A uma taxa de atratividade de 8% ao ano (capitalização anual) o valor presente líquido do projeto N supera o do projeto M em:

a) R\$ 12.000,00

b) R\$15.000,00

c) R\$16.000,00

d) R\$18.000,00

$$VPL = \left(\frac{29.160}{(1+0,08)^1} \right) + \left(\frac{29.160}{(1+0,08)^2} \right) - 30.000$$

$$29.160 \div (1 + 0,08)^2$$

$$VPL = 27.000 + 25.000 - 30.000$$

$$VPL = 22.000,00$$

$$(29.160 \div (1 + 0,08)^1) + (29.160 \div (1+0,08)^2) - 30.000$$

Valor Presente Líquido (VPL)

- Exemplo:** (FCC/2009/TJ – SE) Sejam os dois fluxos de caixa abaixo referentes aos projetos M e N, mutuamente excludentes, em que ambos apresentam o mesmo desembolso na data inicial.

Ano	Projeto M (R\$)	Projeto N (R\$)
0	- 30.000,00	-30.000,00
1	21.600,00	29.160,00
2	23.328,00	29.160,00

A uma taxa de atratividade de 8% ao ano (capitalização anual) o valor presente líquido do projeto N supera o do projeto M em:

a) R\$ 12.000,00

b) R\$15.000,00

c) R\$16.000,00

d) R\$18.000,00

$$VPL = \left(\frac{29.160}{(1+0,08)^1} \right) + \left(\frac{29.160}{(1+0,08)^2} \right) - 30.000$$

$$VPL = 27.000 + 25.000 - 30.000$$

$$VPL = 22.000,00$$

The image shows a screenshot of an Excel spreadsheet. The formula bar at the top displays the formula `=VPL(B5;B2:B3)-B1` in cell E5. The spreadsheet has columns A through E. Row 1 is labeled 'Investimento' in column A, with the value '30.000,00' in column B. Row 2 is labeled 'Fluxos de caixa anuais' in column A, with the value '29.160,00' in column B. Row 3 is blank in column A, with the value '29.160,00' in column B. Row 4 is blank in column A and B. Row 5 is labeled 'Taxa' in column A, with the value '8%' in column B. In column D, row 5, the text 'VPL' is entered. In column E, row 5, the value 'R\$22.000,00' is displayed, which is the result of the VPL calculation for Project N.

	A	B	C	D	E
1	Investimento	30.000,00			
2	Fluxos de caixa anuais	29.160,00			
3		29.160,00			
4					
5	Taxa	8%		VPL	R\$22.000,00

Valor Presente Líquido (VPL)

- **Exemplo:** (FCC/2009/TJ – SE) Sejam os dois fluxos de caixa abaixo referentes aos projetos M e N, mutuamente excludentes, em que ambos apresentam o mesmo desembolso na data inicial.

Ano	Projeto M (R\$)	Projeto N (R\$)
0	- 30.000,00	-30.000,00
1	21.600,00	29.160,00
2	23.328,00	29.160,00

A uma taxa de atratividade de 8% ao ano (capitalização anual) o valor presente líquido do projeto N supera o do projeto M em:

- a) R\$ 12.000,00 b) R\$15.000,00 c) R\$16.000,00 d) R\$18.000,00

$$\text{VPL} = 22.000,00 - 10.000,00$$

$$\text{VPL} = 12.000,00$$

Valor Presente Líquido (VPL)

- **Exemplo: (2015/CESGRANRIO/Petrobras)** Foi oferecido a uma empresa um projeto para investimento de R\$ 120.000,00 com a seguinte previsão do fluxo de entradas de caixa:

1º ano = R\$ 55.000,00 / 2º ano = R\$ 54.450,00 / 3º ano = R\$ 26.620,00

Considerando somente as informações recebidas, a taxa de retorno de 10% ao ano, fixada pela empresa, e o método de análise do Valor Presente Líquido (VPL), o resultado desse investimento, em reais é:

a) – 17,769,00 b) – 5.000,00 c) 12.073,00 d) 16.070,00 e) 26.980,00

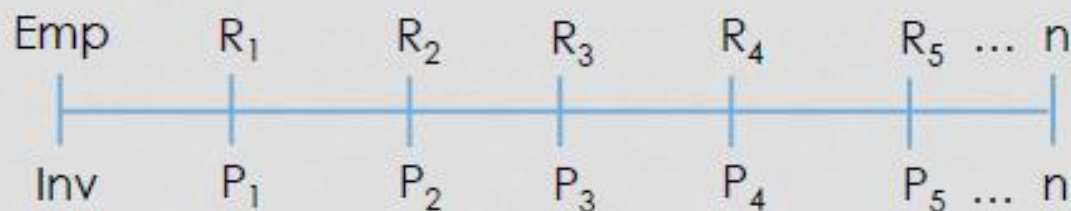
$$VPL = \left(\frac{55.000}{(1+0,10)^1} \right) + \left(\frac{54.450}{(1+0,10)^2} \right) + \left(\frac{26.620}{(1+0,10)^3} \right) - 120.000 \quad 55.000 \div (1 + 0,10)^1$$

$$VPL = (50.000 + 45.000 + 20.000) - 120.000$$

$$VPL = - 5.000,00 \quad (55.000 \div (1,10)^1) + (54.450 \div (1,10)^2) + (26.620 \div (1,10)^3) - 120.000$$

Taxa Interna de Retorno (TIR)

Taxa Interna de Retorno: é a taxa que iguala, que equaliza o valor das saídas com o valor presente das entradas de um fluxo de caixa. **É a taxa que faz o VPL ser igual a zero.**



$$FC_0 = \frac{FC_1}{(1+i)^1} + \frac{FC_2}{(1+i)^2} + \frac{FC_3}{(1+i)^3} + \dots + \frac{FC_n}{(1+i)^n}$$

Importante: Se a TIR for maior que a taxa de rentabilidade do mercado, então $VPL > 0$, logo é vantajoso a efetivação de um determinado projeto.

$$FC_0 = \sum_{j=1}^n \frac{FC_j}{(1+i)^j}$$

Taxa Interna de Retorno (TIR)

Taxa Interna de Retorno: é a taxa que iguala, que equaliza o valor das saídas com o valor presente das entradas de um fluxo de caixa. É a taxa que faz o VPL ser igual a zero.

Taxa Interna de Retorno (TIR)	Decisão
$TIR > \text{Taxa de mercado}$	Viável
$TIR < \text{Taxa de mercado}$	Inviável
$TIR = \text{Taxa de mercado}$	Indiferente

Importante: Se a TIR for maior que a taxa de rentabilidade do mercado, então $VPL > 0$, logo é vantajoso a efetivação de um determinado projeto.

Taxa Interna de Retorno (TIR)

(CESPE/2011/Correios) O departamento de manutenção de determinada indústria está preparando uma proposta de projeto de modernização, por meio da reforma de suas instalações, da aquisição de novos equipamentos e dispositivos e de um software de auxílio ao planejamento e controle da manutenção, em um investimento total estimado em R\$250.000,00. O engenheiro responsável pela proposta de projeto, na análise de sua viabilidade, verificou que, para uma taxa de atratividade de 2% ao mês, relativos a juros compostos, espera-se, como retorno, um valor de R\$ 25.000,00 ao mês durante 12 meses consecutivos, sem valor residual.

Diante dessa situação hipotética, julgue o item subsequente.

Se a taxa interna de retorno calculada sobre o investimento for igual a 2,92%, é correto afirmar que o projeto é viável, considerando-se a análise desse índice.

$TIR = 2,92\% > 2\%$, ou seja é viável.

Taxa Interna de Retorno (TIR)

(2011/FCC/TCE-PR/Analista de Controle) A taxa interna de retorno (TIR) anual do projeto representado pelo fluxo de caixa abaixo é igual a 8%.

O valor de X é igual a:

- a) R\$ 13.500,00
- b) R\$ 14.580,00
- c) R\$ 14.904,00
- d) R\$ 15.746,40
- e) R\$ 16.096,00

Ano	Fluxo de Caixa (R\$)
0	- 38.500,00
1	X
2	2X

$$FC_0 = \sum_{j=1}^n \frac{FC_j}{(1+i)^j}$$

$$FC_0 = \left(\frac{FC_1}{(1+i)^1} \right) + \left(\frac{FC_2}{(1+i)^2} \right)$$

$$38500 = \left(\frac{X}{(1,08)^1} \right) + \left(\frac{2X}{(1,08)^2} \right)$$

$$38500 \cdot (1,08)^2 = (1,08)^2 \cdot \left(\frac{X}{(1,08)^1} \right) + (1,08)^2 \cdot \left(\frac{2X}{(1,08)^2} \right)$$

$$44.906,40 = 1,08X + 2X$$

$$44.906,40 = 3,08X$$

$$X = 14.580,00$$

EXERCÍCIOS

Exercícios - TIR

1. Calcule a taxa interna de retorno (TIR) de cada projeto de investimento:

		Fluxos de Caixa		
Projetos	Investimento (R\$)	Ano 1	Ano 2	Ano 3
A	10.000,00	5.000,00	4.000,00	3.000,00
B	30.000,00	9.000,00	12.000,00	15.000,00
C	50.000,00	30.000,00	10.000,00	20.000,00
D	40.000,00	0	30.000,00	30.000,00

A = 10,65%

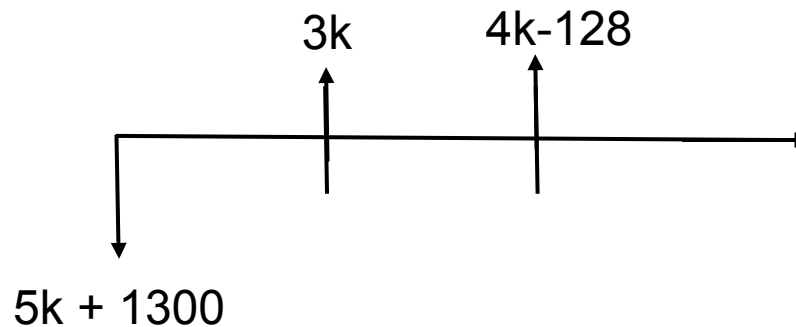
B = 8,90%

C = 10,70%

D = 17,77%

Exercícios - TIR

2. (2011/FCC/SEFAZ-PI/Auditor Fiscal da Fazenda Estadual) No fluxo de caixa abaixo, a taxa interna positiva de retorno é de 20% ao ano.



O valor de k é:

a) R\$3.896,00

b) R\$5.000,00

c) R\$117,00

d) R\$260,00

e) R\$714,00

$$\begin{aligned} FC_0 &= \left(\frac{FC_1}{(1+i)^1} \right) + \left(\frac{FC_2}{(1+i)^2} \right) \\ 5K + 1.300 &= \left(\frac{3k}{(1,2)^1} \right) + \left(\frac{4k-128}{(1,2)^2} \right) \\ (5k + 1.300) \cdot (1,2)^2 &= (1,2)^2 \cdot \left(\frac{3k}{(1,2)^1} \right) + (1,2)^2 \cdot \left(\frac{4k-128}{(1,2)^2} \right) \\ (5k + 1.300) \cdot (1,44) &= (1,2) \cdot 3k + 4k - 128 \\ 7,2k + 1.872 &= 3,6k + 4k - 128 \\ 0,4k &= 2.000,00 \\ \mathbf{K = 5.000,00} \end{aligned}$$

Exercícios - TIR

3. (2011/FCC/SEFAZ-PI/Auditor Fiscal da Fazenda Estadual) Considere o fluxo de caixa a seguir, com os valores em reais. Se a Taxa Interna de Retorno desse fluxo é igual a 8%, o valor de x é igual a:

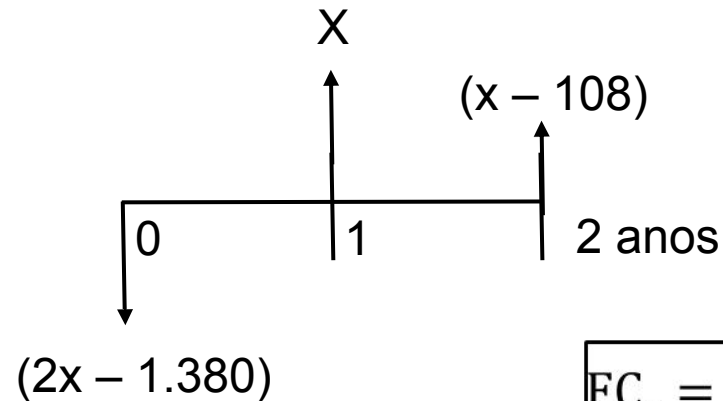
a) R\$5.230,00

b) R\$5.590,00

c) R\$5.940,00

d) R\$6.080,00

e) R\$6.160,00



$$\begin{aligned}FC_0 &= \left(\frac{FC_1}{(1+i)^1} \right) + \left(\frac{FC_2}{(1+i)^2} \right) \\2x - 1.380 &= \left(\frac{X}{(1,08)^1} \right) + \left(\frac{X-108}{(1,08)^2} \right) \\(2x - 1.380) \cdot (1,08)^2 &= (1,08)^2 \cdot \left(\frac{X}{(1,08)^1} \right) + (1,08)^2 \cdot \left(\frac{X-108}{(1,08)^2} \right) \\(2X - 1.380) \cdot (1,1664) &= (1,08) \cdot X + X - 108 \\2,3328X - 1.609,63 &= 1,08X + X - 108 \\0,2528X &= 1.501,63 \\K &= 5.939,99\end{aligned}$$

Exercícios - VPL

4. (2014/CESPE/ANTAQ/Analista Administrativo) Paulo decidiu comprar a prazo um veículo zero quilômetro que custa R\$ 41 mil. A respeito das opções de empréstimos sugeridas a Paulo, julgue o item subsequente.

Suponha que um banco tenha emprestado a Paulo o valor necessário, a ser pago em 2 prestações, com vencimentos em 30 e 60 dias, a partir da data da assinatura do contrato. Nessa situação, se a taxa interna de retorno para esse empréstimo for de 5%, então o valor da prestação será inferior a R\$ 22.500.

$$\begin{aligned}FC_0 &= \left(\frac{FC_1}{(1+i)^1} \right) + \left(\frac{FC_2}{(1+i)^2} \right) \\41.000 &= \left(\frac{FC}{(1,05)^1} \right) + \left(\frac{FC}{(1,05)^2} \right) \\41.000 \cdot (1,05)^2 &= (1,05)^2 \cdot \left(\frac{FC}{(1,05)^1} \right) + (1,05)^2 \cdot \left(\frac{FC}{(1,05)^2} \right) \\45.202,50 &= (1,05) \cdot FC + FC \\2,05 FC &= 45.202,50 \\FC &= 22.050,00\end{aligned}$$

Exercícios - VPL

5. (CESPE/2011/BRB - adaptada) Considerando o financiamento de R\$ 5.000,00, à taxa de juros compostos de 2% ao mês e pagamento em duas parcelas mensais, tenha permitido a implantação de um projeto com retorno de R\$ 4.000,00 em cada um dos dois meses. Face ao exposto, é correto afirmar que o valor presente líquido do referido projeto será superior a R\$ 2.750,00?

$$VPL = \left(\frac{4.000}{(1+0,02)^1} \right) + \left(\frac{4.000}{(1+0,02)^2} \right) - 5.000 \qquad 4.000 \div (1 + 0,02)^1$$

$$VPL = (3.921,56 + 3.844,68) - 5.000$$

$$VPL = 2.766,24$$

$$(4.000 \div (1,02)^1) + (4.000 \div (1,02)^2) - 5.000$$