

Visualizando sumas

Cómite organizador

Círculos
Matemáticos



Uptc[®]

Universidad Pedagógica y
Tecnológica de Colombia

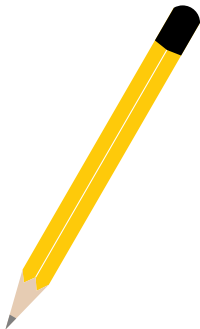
11 de agosto de 2021



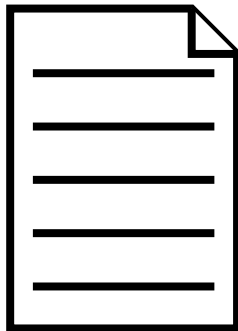
MATEMÁTICAS
UPTC

¿Qué necesitas?

- Lápiz



- Papel



Visualizar la suma de los primeros siete números naturales:

$$1 + 2 + 3 + \dots + 7 = \sum_{i=1}^7 i$$

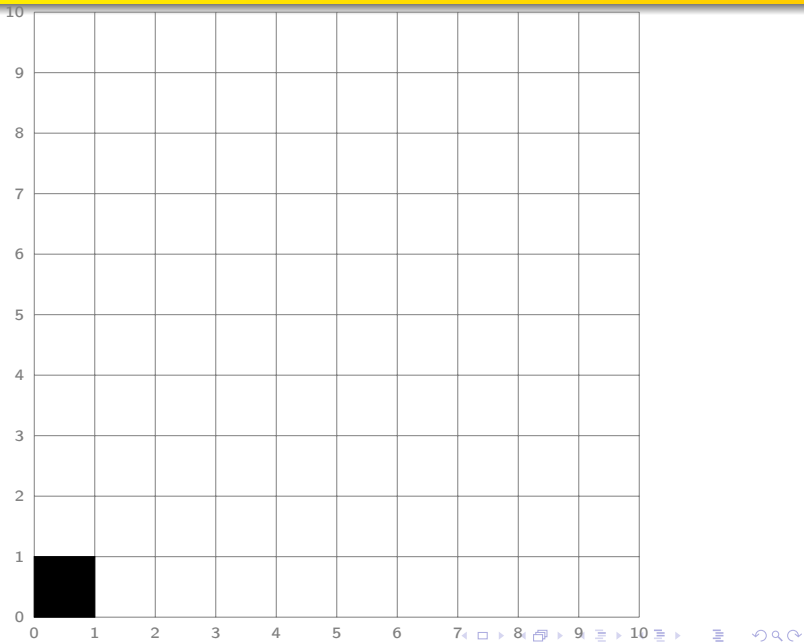
En resumen:

n	Área	Área	$\sum_{i=1}^n i$
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
2	$\frac{4}{2}$	$\frac{2}{2}$	3
3	$\frac{9}{2}$	$\frac{3}{2}$	6
4	$\frac{16}{2}$	$\frac{4}{2}$	10
5	$\frac{25}{2}$	$\frac{5}{2}$	15
6	$\frac{36}{2}$	$\frac{6}{2}$	21
7	$\frac{49}{2}$	$\frac{7}{2}$	28
\vdots			
n	$\frac{n^2}{2}$	$\frac{n}{2}$	$\frac{n(n+1)}{2}$

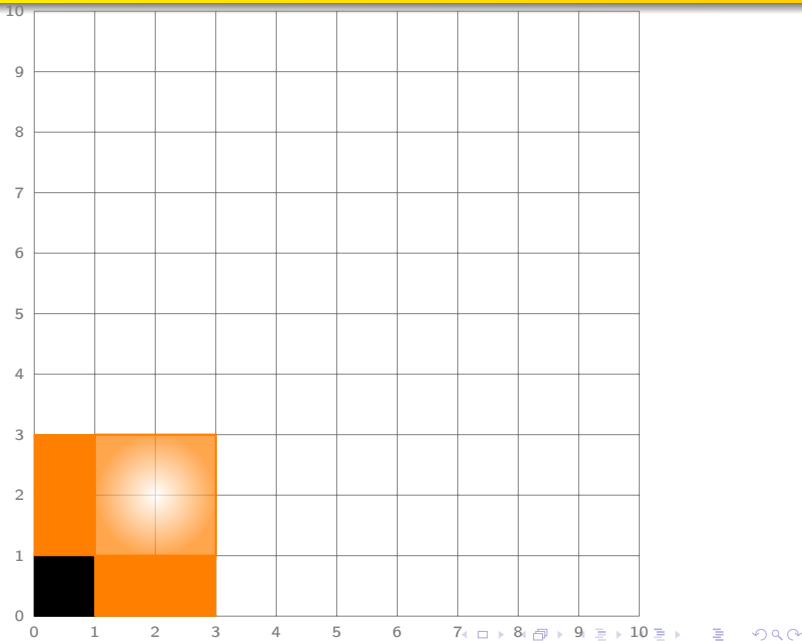
Visualizar la suma de los cubos de los primeros cuatro números naturales:

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = \sum_{i=1}^4 i^3$$

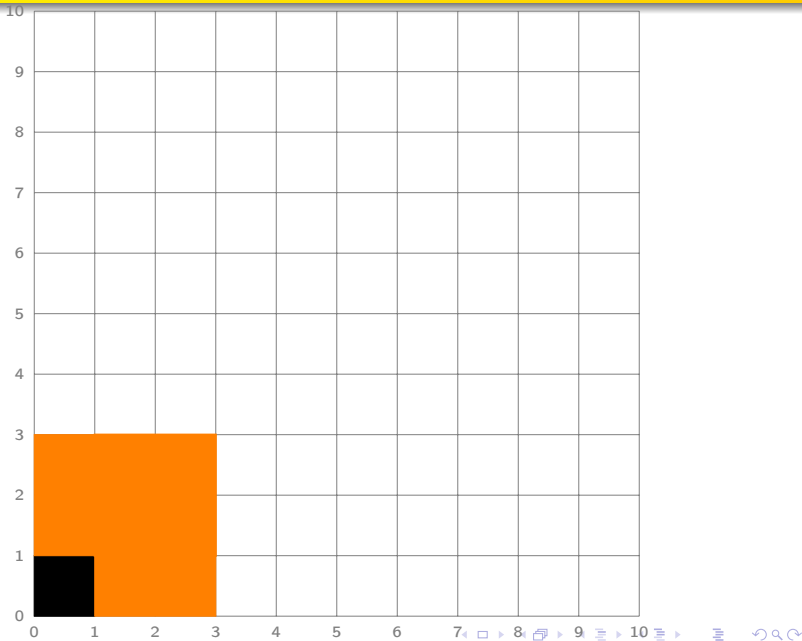
1³



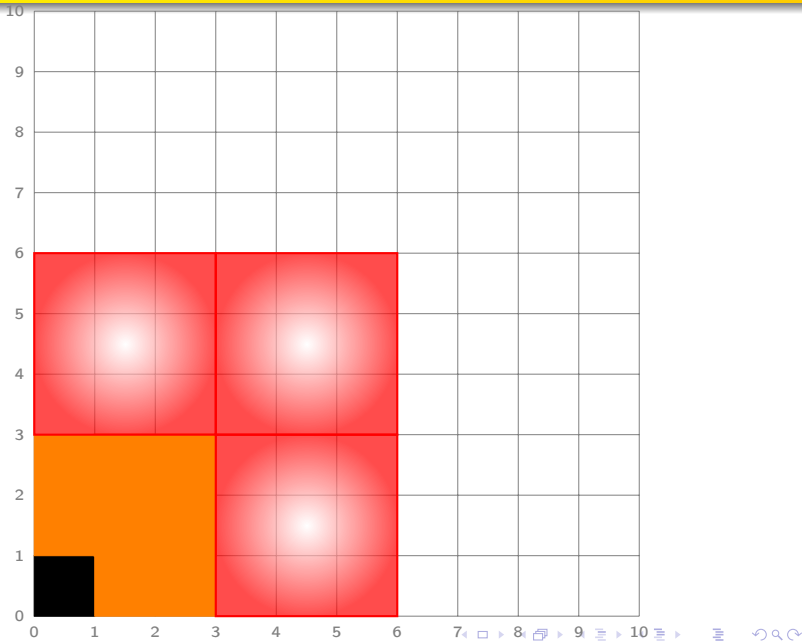
$$1^3 + 2 \cdot 2^2$$



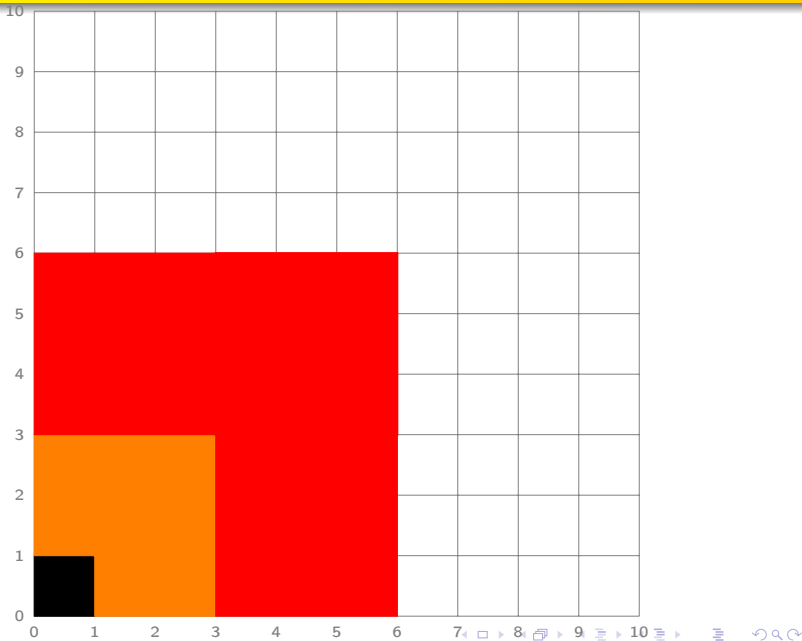
$$1^3 + 2^3$$



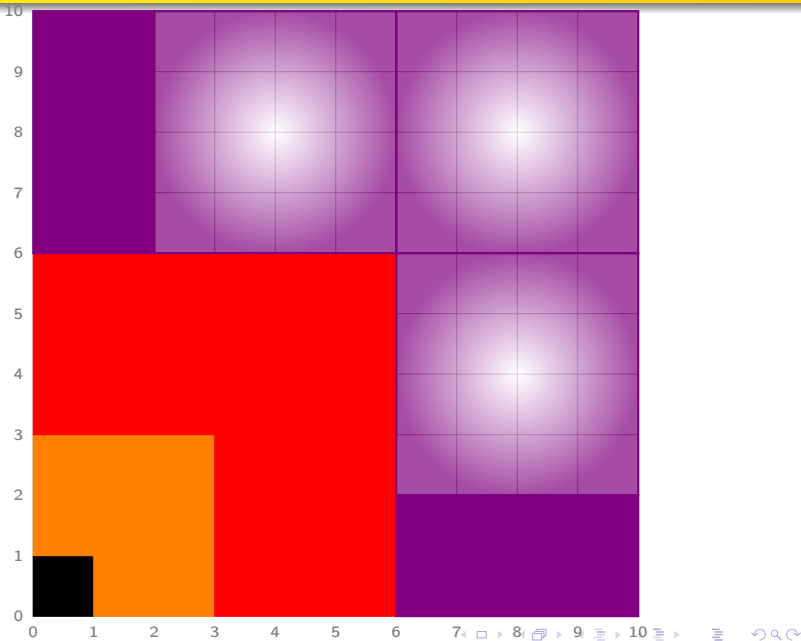
$$1^3 + 2^3 + 3 \cdot 3^2$$



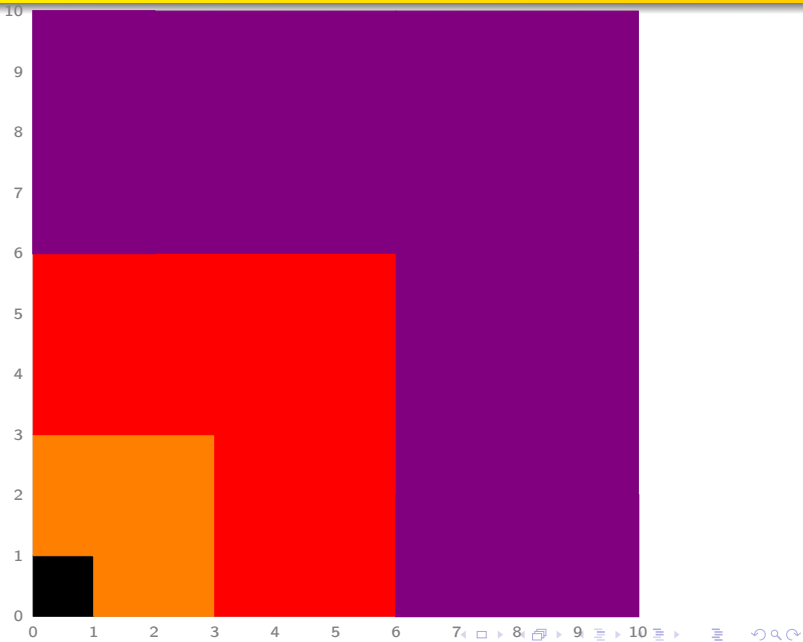
$$1^3 + 2^3 + 3^3$$



$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4 \cdot 4^2$$



$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3$$

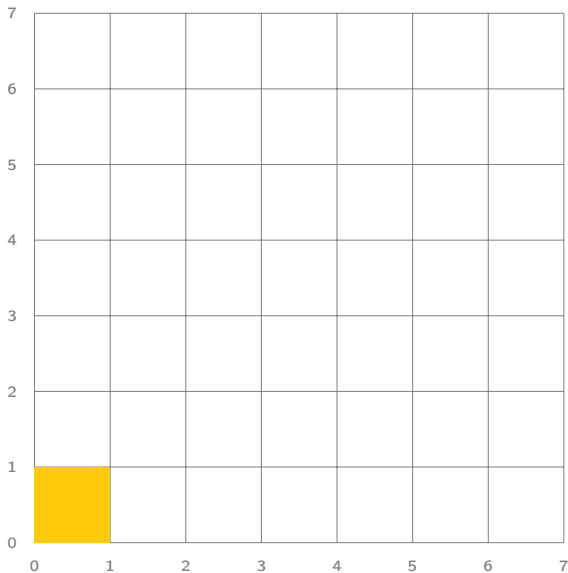


En resumen:

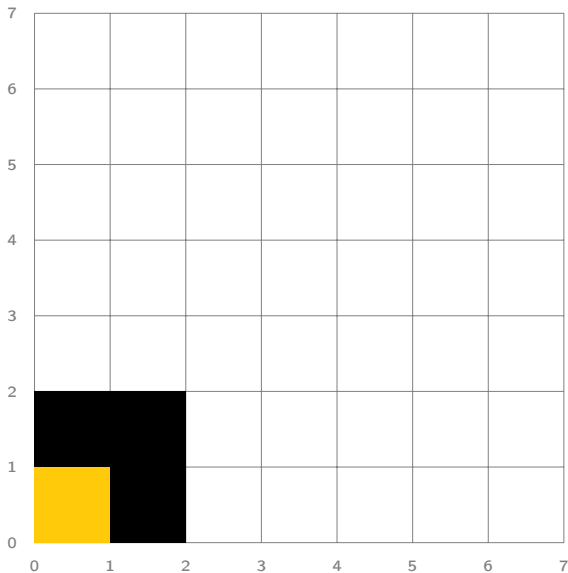
n	$\sum_{i=1}^n i$	Área	$\sum_{i=1}^n i^3$
1	1	1	1
2	3	1+8	9
3	6	1+8+27	36
4	10	1+8+27+64	100

Visualizar la suma de los primeros números naturales impares:

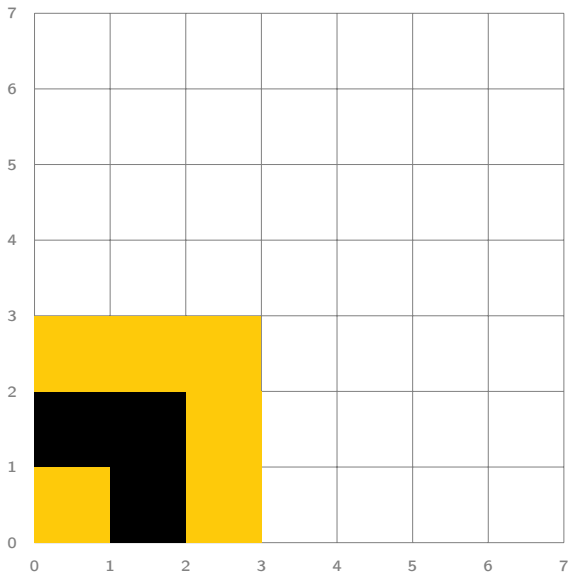
$$1 + 3 + 5 + 7 + \dots$$



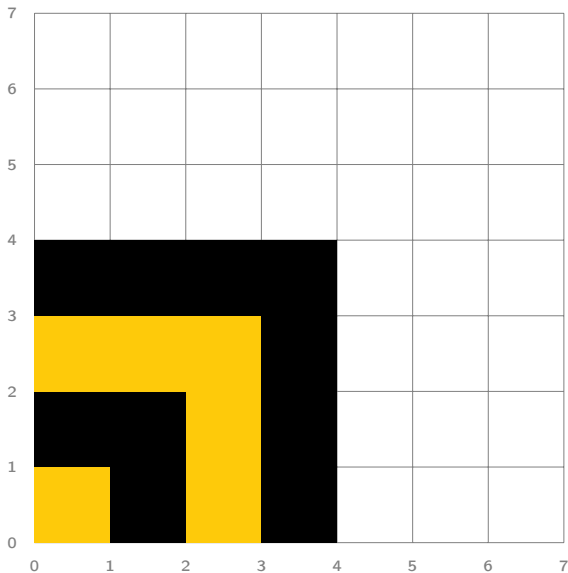
$$1 + 3$$



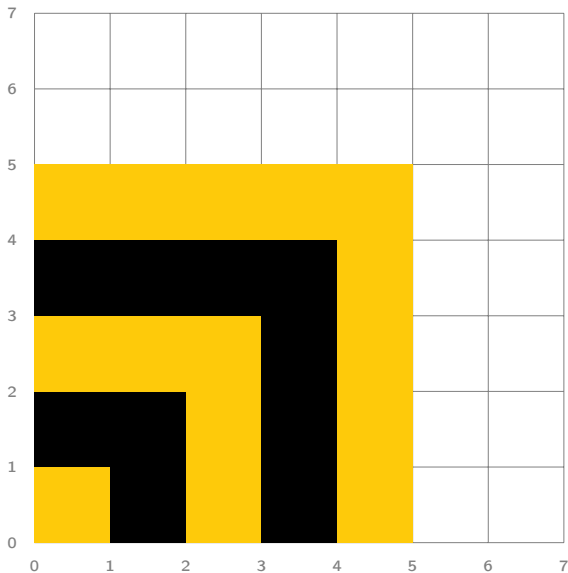
$$1 + 3 + 5$$



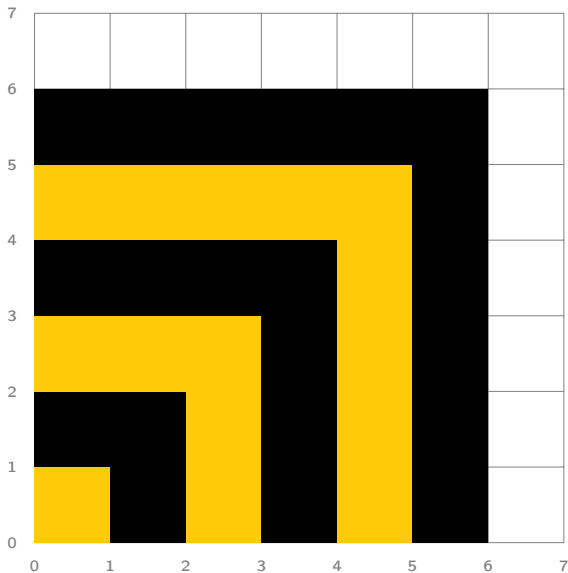
$$1 + 3 + 5 + 7$$



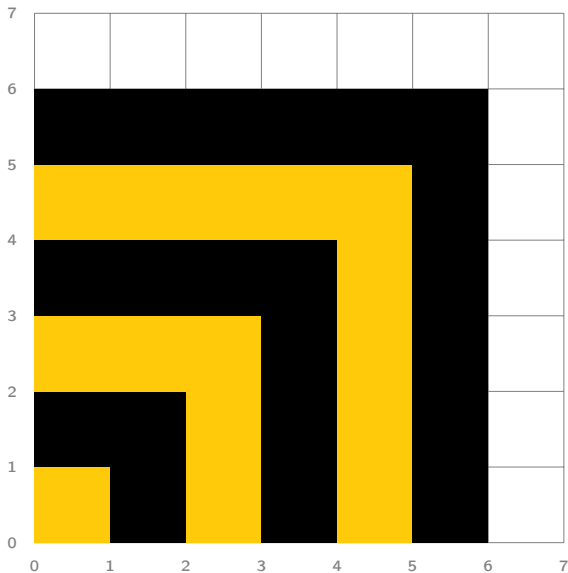
$$1 + 3 + 5 + 7 + 9$$



$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11$$



$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 = ?$$



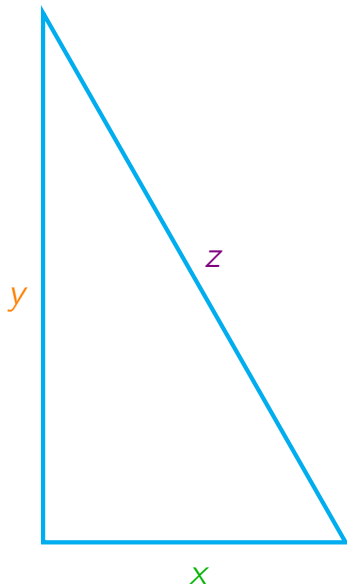
En resumen:

n	Área	$\sum_{i=1}^n (2i - 1)$
1	1	1
2	1+3	4
3	1+3+5	9
4	1+3+5+7	16
5	1+3+5+7+9	25
6	1+3+5+7+9+11	36
7	1+3+5+7+9+11+13	49

Visualizar la serie geométrica:

$$1 + r + r^2 + r^3 + r^4 + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} r^k$$

donde $0 < r < 1$



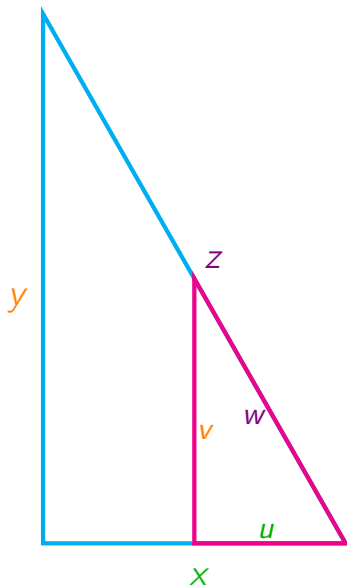
Triángulo rectángulo

Lados con longitudes:

x (cateto más corto)

y (cateto más largo)

z (hipotenusa)



Triángulos semejantes



Triángulo rectángulo

x (cateto más corto)

y (cateto más largo)

z (hipotenusa)

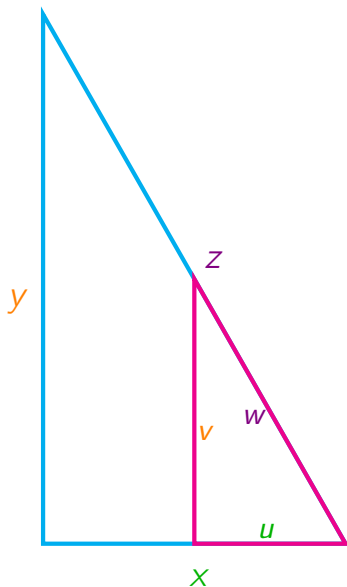


Triángulo rectángulo

u cateto más corto

v cateto más largo

w hipotenusa



Triángulo rectángulo

x (cateto más corto)

y (cateto más largo)

z (hipotenusa)



Triángulo rectángulo

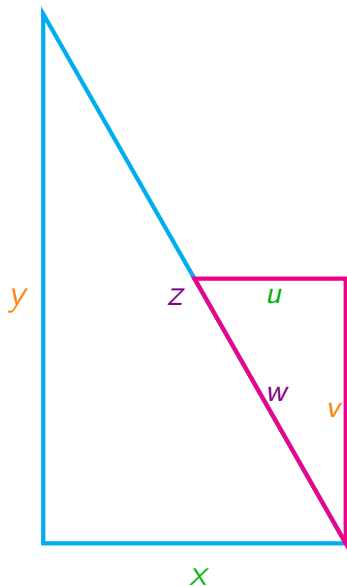
u cateto más corto

v cateto más largo

w hipotenusa

En triángulos semejantes:

$$\frac{x}{u} = \frac{y}{v} = \frac{z}{w}$$



Triángulos semejantes



Triángulo rectángulo

x (cateto más corto)

y (cateto más largo)

z (hipotenusa)

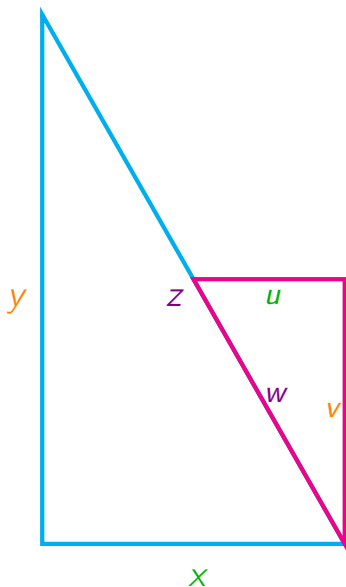


Triángulo rectángulo

u cateto más corto

v cateto más largo

w hipotenusa



Triángulo rectángulo

x (cateto más corto)

y (cateto más largo)

z (hipotenusa)



Triángulo rectángulo

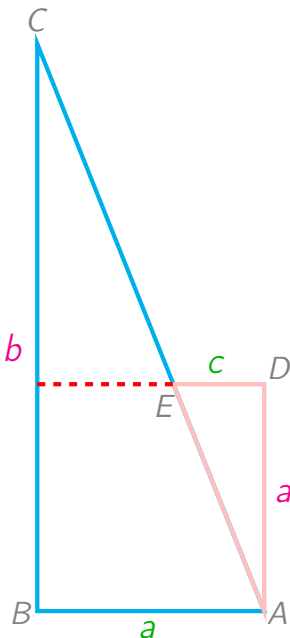
u cateto más corto

v cateto más largo

w hipotenusa

En triángulos semejantes:

$$\frac{x}{u} = \frac{y}{v} = \frac{z}{w}$$



Triángulos semejantes



CBA :

a cateto más corto

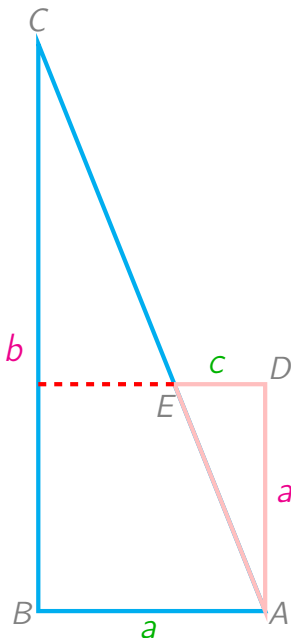
b cateto más largo



ADE :

c cateto más corto

a cateto más largo



Triángulos semejantes



CBA:

a cateto más corto

b cateto más largo



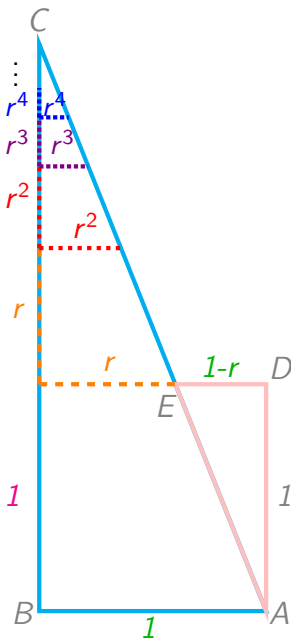
ADE:

c cateto más corto

a cateto más largo

En triángulos semejantes:

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{a}$$



CBA:

1 cateto más corto

$$\sum_{k=0}^{\infty} r^k \text{ cateto más largo}$$



ADE:

$1 - r$ cateto más corto

1 cateto más largo

En triángulos semejantes:

$$\frac{1}{1 - r} = \frac{\sum_{k=0}^{\infty} r^k}{1}$$

Hemos visualizado con triángulos semejantes, que para $0 < r < 1$,
la serie geométrica es igual a

$$1 + r + r^2 + r^3 + r^4 + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} r^k = \frac{1}{1-r}$$



Roger B. Nelsen

Demostraciones sin palabras, Ejercicios de pensamiento visual.
Mathematical Association of America.

- Círculos Matemáticos Uptc: Liliana, Xiomara, Rafael, Julio, Julian
- Gráficas y animación en Beamer: Yeraldine, Leidy, Gilvar, Luis, Carlos y Alex
- Enlace página Escuela de Matemáticas y Estadística Uptc: Alex
- Sociedad Colombiana de Matemáticas: Círculos Matemáticos Colombia
- Mediadoras: Laura, Diana y Xiomara
- Y a ustedes por participar en esta sesión. **Gracias!**