

► Binomio de Newton

(1) Escribe el triángulo de Pascal hasta la fila 8.

(2) Desarrolla:

a) $(a + b)^6$

b) $(x + 3)^7$

c) $(5x - 1)^4$

d) $(x^2 - 2x)^3$

(3) Calcula el término de grado 25 del polinomio $(x + 4)^{200}$.

► Probabilidad

(4) **Contraseñas.** Una contraseña consta de 6 a 8 caracteres. El primero es una letra, mientras que el resto son letras o números (distinguimos mayúsculas de minúsculas). ¿Cuántas contraseñas hay de 6 a 8 caracteres?

(5) Tiramos una moneda equilibrada 3 veces. Calcula la probabilidad de obtener:

a) 3 caras.

b) sacar primero una cara, segundo una cruz y tercero una cara (en ese orden).

c) 2 caras y una cruz.

d) que el número de caras sea mayor o igual al número de cruces.

(6) **Tirando 4 monedas.** Supongamos que tiramos 4 monedas.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que salgan 2 caras y 2 cruces?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que salga 1 cara? ¿ninguna? ¿3? ¿4? (Esto es, sea x el número de caras que obtenemos; ¿cuánto vale $p(x)$ para todos los posibles valores de x ?)

c) ¿Cuál es la probabilidad de sacar al menos una cara?

(7) **Uno de árboles.** Tenemos 3 monedas, una de 1 céntimo, otra de 10 céntimos y la última de 1 euro. La probabilidad de que salga una cara en la moneda de 1 céntimo es $\frac{1}{3}$ ($\frac{2}{3}$ la de que salga cruz). La probabilidad de que salga una cara en la moneda de 10 céntimos es de $\frac{3}{4}$ y la de que salga cara en la moneda de 1 euro $\frac{3}{5}$. Calcula, construyendo el árbol correspondiente, la probabilidad de que al tirar las 3 monedas haya un número impar de caras.

(8) **PAEU 1998S.** De una muestra de 9 personas, 2 son de nivel socioeconómico bajo, 3 de nivel socioeconómico medio y 4 de nivel socioeconómico alto.

a) Si se eligen 2 personas al azar, ¿cuál es la probabilidad de que ambas sean de nivel socioeconómico bajo?

- b) Si se eligen 3 personas al azar, ¿cuál es la probabilidad de que ninguna sea de nivel socioeconómico alto?
- (9) **PAEU 2003J.** Juan, María y Pablo quedan para ir al cine. Las probabilidades de llegar con retraso son 0,3, 0,2 y 0,1 respectivamente. El retraso o no de uno de ellos no depende de los otros dos. Calcula las probabilidades siguientes:
- Ninguno se retrasa.
 - Sólo uno se retrasa.
 - Sabiendo que solo uno se retrasó. ¿Cuál es la probabilidad de que fuera Juan?
- (10) **PAEU 2011J.** El 38 % de los habitantes de una ciudad declaran que su deporte preferido es el fútbol, el 21 % prefiere el baloncesto y el resto se inclina por otro deporte. Si se eligen al azar tres personas, calcula la probabilidad de los siguientes sucesos:
- Las tres personas son aficionadas al fútbol.
 - Dos personas prefieren el fútbol y la otra el baloncesto.
 - Al menos una de las tres personas prefiere otro deporte diferente al fútbol y al baloncesto.
- (11) **PAEU 2012S.** Un envío de frutas a un supermercado consta de naranjas y manzanas que se agrupan en cajones de 500 piezas: 300 naranjas y 200 manzanas. Por experiencias anteriores se sabe que en cada envío están estropeadas un 15 % de las naranjas y un 5 % de las manzanas. Se extrae una pieza al azar de un cajón cualquiera.
- ¿Cuál es la probabilidad de que esté estropeada?
 - Si la pieza elegida está en buenas condiciones, ¿qué es más probable, que sea naranja o que sea manzana?
- (12) La probabilidad de que un cazador novate cobre una pieza es 0'4. Si lo intenta 5 veces, calcula la probabilidad de que cobre una pieza al menos 3 veces.
- (13) Calcula $P(A \cup B)$ y $p(A \cap B)$, sabiendo que $p(A \cup B) - p(A \cap B) = 0'4$, $p(A) = 0'6$ y $p(B) = 0'8$.
- (14) Sean A y B dos sucesos con $p(A) = 0'5$, $p(B) = 0'3$ y $p(A \cap B) = 0'1$. Calcula: $p(A \cup B)$, $p(A|B)$, $p(A|A \cap B)$ y $p(A|A \cup B)$.
- (15) Tenemos 2 bolsas de caramelos, la primera contiene 15 caramelos de naranja y 10 de limón, y la segunda, 20 de naranja y 25 de limón. Elegimos una de las bolsas al azar y extraemos un caramelo. Calcular:
- La probabilidad de que el caramelo sea naranja.
 - Si el caramelo elegido es de limón, ¿cuál es la probabilidad de que lo hayamos extraído de la segunda bolsa?
- (16) Sean A y B dos sucesos. Calcula $p(\overline{B}|A)$ sabiendo que $p(B|A) = 0'3$.

- (17) Un médico ha observado que el 40 % de sus pacientes fuma, y de estos, el 75 % son hombres. Entre los que no fuman, el 60 % son mujeres. Calcula:
- La probabilidad de que un paciente sea no fumador.
 - La probabilidad de que sea hombre.
 - La probabilidad de que sea hombre fumador.
 - La probabilidad de que sea mujer.
- (18) En un experimento aleatorio consistente en lanzar simultáneamente 3 dados equilibrados de 6 caras, se pide calcular la probabilidad de:
- Obtener 3 unos.
 - Obtener al menos un 2.
 - Obtener una suma de 4.
- (19) Una caja tiene 3 monedas. Una moneda es normal, otra tiene 2 caras y la tercera está trucada de forma que la probabilidad de obtener cara es de $\frac{1}{3}$. Las 3 monedas tienen igual probabilidad de ser elegidas.
- Si se elige al azar una moneda y se lanza al aire ¿cuál es la probabilidad de que salga cara?
 - Si lanzamos la moneda trucada dos veces, ¿cuál es la probabilidad de que salga una cara y una cruz?
- (20) Entre la población de una determinada región se estima que el 55 % presenta obesidad, el 20 % padece hipertensión y el 15 % tiene obesidad y es hipertenso.
- Calcula la probabilidad de ser hipertenso o tener obesidad.
 - Calcula la probabilidad de tener obesidad condicionada a ser hipertenso.
- (21) Un cartero repart al azar 3 cartas entre 3 destinatarios. Calcula la probabilidad de que al menos una de las 3 cartas llegue a su destino correcto.
- (22) Se juntan 3 clases, A, B y C con el mismo número de alumnos en el salón de actos de un instituto. Se sabe que el 10 % de los alumnos en la clase A son zurdos, en la clase B el 8 % son zurdos y en la clase C el 88 % son zurdos. Si elegimos al azar un alumno del salón de actos, ¿con qué probabilidad el alumno no será zurdo?
- (23) Dados 2 sucesos A y B, sabemos que: $p(A \cap B) = 0'1$; $p(A \cup B) = 0'7$ y $p(A|B) = 0'2$.
- Calcula $p(A)$ y $p(B)$.
 - ¿Son independientes los sucesos A y B? ¿por qué?
 - Calcula $p(\overline{A} \cup B)$.
- (24) El 60 % de los alumnos de cierta asignatura aprueba en junio. El 80 % de los presentados en septiembre también aprueba la asignatura. Sabiendo que los alumnos que se presentaron en septiembre son todos los que no aprobaron en junio, determina la probabilidad de que un alumno seleccionado al azar haya aprobado la asignatura.

- (25) Una urna A contiene 5 bolas blancas y 3 negras, y otra urna B contiene 3 blancas y 4 negras. Se elige una urna al azar y se extrae una bola.
- Calcula la probabilidad de que la bola extraída sea negra.
 - Suponiendo que la bola extraída es blanca, calcula la probabilidad de que la urna elegida haya sido la A.
- (26) Sonia y Manuel tiran, cada uno, un dado numerado del 1 al 6. ¿Cuál es la probabilidad de que Sonia saque mayor puntuación que Manuel?
- (27) Se consideran 2 sucesos A y B de un experimento aleatorio, tales que:
- $$p(A) = \frac{1}{4}, \quad p(B) = \frac{1}{3}, \quad p(A \cup B) = \frac{1}{2}$$
- ¿son A y B sucesos independientes?
 - Calcúlese $p(\overline{A}|\overline{B})$.
- (28) Tres hombres, A, B y C disparan a un objetivo. Las probabilidades de que cada uno de ellos alcance su objetivo son $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{3}$, respectivamente. Calcular:
- La probabilidad de que todos alcancen el objetivo.
 - La probabilidad de que ninguno alcance el objetivo.
 - La probabilidad de que al menos uno de ellos alcance el objetivo.
- (29) En una cierta facultad se sabe que el 25 % de los estudiantes suspenden matemáticas, el 15 % suspenden química y el 10 % suspenden matemáticas y química. Se selecciona un estudiante al azar:
- Calcula la probabilidad de que el estudiante no suspenda química ni matemáticas.
 - Si sabemos que el estudiante ha suspendido química, ¿cuál es la probabilidad de que suspenda también matemáticas?
- (30) En una mesa del comedor universitario están sentados 12 estudiantes, de los cuales 8 son de economía y 4 de ingeniería. Entre los 8 de economía, hay 4 varones y 3 entre los de ingeniería. Si se elige un estudiante al azar ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?
- (31) En una caja hay 10 bolas, 5 de las cuales están marcadas con números positivos y las otras 5 con números negativos. Si se extraen, al azar, y simultáneamente, 2 bolas y se multiplican los números que aparecen en ellos ¿qué es más probable, un resultado positivo o negativo?
- (32) Se tienen 2 urnas A y B. En la primera hay 2 bolas blancas, 3 negras y 1 roja, y en la segunda hay 3 bolas blancas, 1 negra y 1 verde.
- Se extrae una bola de cada urna, calcula la probabilidad de que ambas sean del mismo color.

- b) Se lanza una moneda, si se obtiene cara se extraen dos bolas de la urna A y si se obtiene cruz, se extraen 2 bolas de la urna B. Calcúlese la probabilidad de que ambas bolas sean blancas.
- (33) a) Sean A y B dos sucesos de un mismo espacio muestral. Sabiendo que $p(A) = 0'5$, que $p(B) = 0'4$ y que $p(A \cup B) = 0'8$ determina $p(A|B)$.
- b) Sean C y D dos sucesos de un mismo espacio muestral. Sabiendo que $p(C) = 0'3$, que $p(D) = 0'8$ y que C y D son independientes, determine $p(C \cup D)$.
- (34) Se sabe que el 30 % de los individuos de una población tiene estudios superiores; también se sabe que, de ellos, el 95 % tiene empleo. Además, de la parte de la población que no tiene estudios superiores, el 60 % tiene empleo.
- a) Calcula la probabilidad de que un individuo, elegido al azar, tenga empleo.
- b) Se ha elegido un individuo aleatoriamente y tiene empleo; calcula la probabilidad de que tenga estudios superiores.
- (35) Sean A y B dos sucesos aleatorios tales que $p(A) = \frac{3}{4}$, $p(B) = \frac{1}{2}$ y $p(\overline{A} \cap \overline{B}) = \frac{1}{20}$. Calcular: $p(A \cup B)$, $p(A \cap B)$, $p(\overline{A}|B)$ y $p(\overline{B}|A)$.
- (36) Juan plantea un viaje para el último fin de semana de junio, eligiendo al azar una de las 3 ciudades turísticas que tiene pensado conocer durante el verano. Sin embargo, se pronostica tiempo lluvioso durante esos días. En concreto, las probabilidades de lluvia durante ese fin de semana son de $\frac{3}{5}$, $\frac{2}{7}$ y $\frac{1}{4}$ en las ciudades A, B y C respectivamente.
- a) ¿Cuál es la probabilidad de que no llueva durante su visita?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que la ciudad escogida sea B y no llueva durante su visita?
- c) Juan ha sufrido un fin de semana pasado por agua. ¿Cuál es la probabilidad de que haya ido a la ciudad C?
- (37) En una clase hay 30 alumnos, de los cuales 3 son pelirrojos, 15 son rubios, y el resto, morenos. Si elegimos al azar dos alumnos de esa clase, calcula la probabilidad de que:
- a) Tengan el mismo color de pelo.
- b) Al menos uno sea rubio.
- (38) Si $p(B) = 0'3$ y $p(A \cap B) = 0'06$, calcula $p(A|B)$ y $p(A)$ sabiendo que A y B son independientes.
- (39) Un joyero compra los relojes a 2 casas comerciales (A y B). La casa A le proporciona el 40 % de los relojes, resultando defectuosos un 3 % de ellos. La casa B le suministra el resto de los relojes, resultando defectuosos un 1 % de ellos. Cierta día, al vender un reloj, el joyero observa que está defectuoso. Determinar la probabilidad de que dicho reloj proceda de la casa comercial B.

- (40) Sean A y B dos sucesos independientes. La probabilidad de que ocurra A es $0'4$; y la probabilidad de que ocurra B es $0'7$.
- Calcula la probabilidad de que ocurra al menos uno de los 2 sucesos.
 - Calcula la probabilidad de que ocurra el suceso A pero no el B.
- (41) En un bombo hay 4 bolas numeradas del 1 al 4. Se hacen 2 extracciones sin reponer la bola sacada. Se pide:
- Probabilidad de que la segunda bola sea el 4.
 - Probabilidad de que la suma de ambas bolas sea 5.
- (42) En un centro escolar, los alumnos pueden optar por cursar como lengua extranjera inglés o francés. En un determinado curso el 90 % de los alumnos estudian inglés y el resto francés. El 30 % de los alumnos que estudian inglés son varones. De los que estudian francés, el 40 % son chicos. Elegido un alumno al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea chica?
- (43) Se estima que la probabilidad de que un jugador de balonmano marque un gol al lanzar un tiro de 7 metros es del 75 %. Si en un partido le corresponde lanzar 3 de estos tiros, calcular:
- La probabilidad de marcar un gol tras realizar los 3 lanzamientos.
 - La probabilidad de marcar 2 goles tras realizar los 3 lanzamientos.
 - La probabilidad de marcar 3 goles tras realizar los 3 lanzamientos.
 - La probabilidad de marcar solo en el primer lanzamiento.
- (44) Una enfermedad puede ser producida por 3 virus A, B y C. En un laboratorio se tienen 3 tubos con virus A, 2 con virus B y 5 cono virus C. La probabilidad de que el virus A produzca la enfermedad es $\frac{1}{3}$, que la produzca el B es $\frac{2}{3}$ y que la produzca el C es $\frac{1}{7}$. Se inocula al azar un virus a un animal.
- ¿Cuál es la probabilidad de que el animal contraiga la enfermedad?
 - Si el animal contrae la enfermedad, ¿cuál es la probabilidad de que el virus que se le inoculó fuera el C?
- (45) En una urna hay 4 bolas blancas y 2 rojas. Se lanza una moneda, si sale cara se extrae una bola de la urna y si sale cruz se extraen, sin reemplazamiento, dos bolas de la urna.
- Calcula la probabilidad de que se extraigan 2 bolas rojas.
 - Halla la probabilidad de que no se haya extraído ninguna bola roja.
- (46) Tenemos 2 urnas (urna número 1 y número 2) y una bolsa. La urna número 1 contiene 4 bolas blancas y 8 verdes. La urna número 2 contiene 6 bolas blancas y 3 verdes. La bolsa contiene 10 bolas numeradas del 1 al 10.

Extraemos una bola de la bolsa: si sale un número menor o igual que 4 elegimos la urna número 1, y si sale un número mayor que 4 elegimos la urna número 2. De la urna elegida extraemos una bola. Calcular la probabilidad de los siguientes sucesos:

- a) La bola extraída es verde y de la urna número 2.
- b) La bola extraída es blanca.

(47) La probabilidad de que haya un incidente en una fábrica que dispone de alarma es 0'1. La probabilidad de que suene esta si se ha producido algún incidente es 0'97 y la probabilidad de que suene si no ha sucedido ningún incidente es 0'02.

- a) Calcula la probabilidad de que no suene la alarma.
- b) En el supuesto de que haya funcionado la alarma, ¿cuál es la probabilidad de que no haya habido ningún incidente?

(48) Pilar y Carmen son aficionadas al tiro con arco. Pilar da en el blanco 3 de cada 5 veces y Carmen da en el blanco 5 de cada 8. Si ambas tiran al blanco a la vez, calcule la probabilidad de los siguientes sucesos:

$$\begin{aligned}A &= \{\text{únicamente Pilar ha dado en el blanco}\} \\B &= \{\text{ambas han dado en el blanco}\} \\C &= \{\text{al menos una ha dado en el blanco}\}\end{aligned}$$

(49) Una bolsa contiene 3 cartas: una es roja por las 2 caras, otra tiene una cara blanca y otra roja y la tercera tiene una cara negra y la otra blanca. Se saca una carta al azar y se muestra, también al azar, una de sus caras.

- a) ¿cuál es la probabilidad de que la cara mostrada sea roja?
- b) ¿cuál es la probabilidad de que sea blanca?
- c) Si la cara mostrada es blanca, ¿cuál es la probabilidad de que la otra cara sea roja?

(50) A un alumno le lleva en coche a la facultad el 80 % de los días un amigo. Cuando le lleva en coche llega tarde el 20 % de los días. Cuando el amigo no le lleva, el alumno llega temprano a clase el 10 % de los días. Determinar:

- a) La probabilidad de que llegue pronto a clase y le haya llevado el amigo.
- b) La probabilidad de que llegue tarde a clase.
- c) Ha llegado pronto a clase ¿cuál es la probabilidad de que no le haya llevado el amigo?