

	<b>Pruebas de Acceso a las Universidades de Castilla y León</b>	<b>MATEMÁTICAS II</b>	<b>Texto para los Alumnos</b>  <b>Nº páginas 2</b>
---	---	-----------------------	--

**CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN DE LA PRUEBA:** Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: Correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver. Justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las respuestas. Claridad y coherencia en la exposición. Precisión en los cálculos y en las notaciones.

**DATOS O TABLAS (SI HA LUGAR):** Podrá utilizarse una calculadora “de una línea”. No se admitirá el uso de memoria para texto, ni de las prestaciones gráficas.

**OPTATIVIDAD:** Se proponen dos pruebas, A y B. Cada una de ellas consta de dos problemas, PR-1 y PR-2, y cuatro cuestiones, C-1, C-2, C-3 y C-4. Cada problema tendrá una puntuación máxima de tres puntos, y cada cuestión se puntuará, como máximo, con un punto. **EL ALUMNO DEBERÁ ESCOGER UNA DE LAS PRUEBAS, A Ó B, Y DESARROLLAR LAS PREGUNTAS DE LA MISMA EN EL ORDEN QUE DESEE.**

### PRUEBA A

#### PROBLEMAS

**PR-1.-** Sea el plano  $\pi \equiv x + y - 2z - 5 = 0$  y la recta  $r \equiv x = y = z$ . Se pide:

- Calcular la distancia de la recta al plano. **(1 punto)**
- Hallar un plano que contenga a  $r$  y sea perpendicular a  $\pi$ . **(1 punto)**
- Hallar el punto simétrico de  $P(-1, 3, 3)$  respecto a  $\pi$ . **(1 punto)**

**PR-2.-** Sea la función  $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$ .

- Hallar los intervalos de crecimiento y decrecimiento, los de concavidad y convexidad, los puntos de inflexión y las asíntotas. Esbozar su gráfica. **(2 puntos)**
- Calcular el área de la región limitada por dicha gráfica y las rectas  $x = -4$ ,  $x = -2$ . **(1 punto)**

#### CUESTIONES

**C-1.-** Hallar para qué valores de  $a$  es inversible la matriz  $A = \begin{pmatrix} a & 4+3a \\ 1 & a \end{pmatrix}$  y calcular la inversa para  $a = 0$ . **(1 punto)**

**C-2.-** Calcular  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\ln(1+x)} - \frac{1}{x} \right)$ . **(1 punto)**

**C-3.-** Hallar el área del triángulo cuyos vértices son  $A(1, 1, 0)$ ,  $B(2, -1, 0)$  y  $C(2, 4, 0)$ . **(1 punto)**

**C-4.-** Demostrar que las curvas  $f(x) = \sin x$  y  $g(x) = \frac{1}{x}$  se cortan en algún punto del intervalo  $(2\pi, \frac{5\pi}{2})$ . **(1 punto)**

## PRUEBA B

### PROBLEMAS

**PR-1.-** Sean las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $D = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$  y  $E = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}$ .

- a) Hallar la matriz  $AB^T$  donde  $B^T$  indica la matriz traspuesta de B. ¿Es inversible? **(1 punto)**
- b) Hallar el rango de la matriz  $A^T D$ . **(0,5 puntos)**
- c) Calcular  $M = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$  que verifique la ecuación  $(AB^T + C)M = E$ . **(1,5 puntos)**

**PR-2.-** Sea la función  $f(x) = x + e^{-x}$ .

- a) Hallar los intervalos de crecimiento y decrecimiento, los extremos relativos, los intervalos de concavidad y convexidad y las asíntotas. Esbozar su gráfica. **(2 puntos)**
- b) Demostrar que existe algún número real  $c$  tal que  $c + e^{-c} = 4$ . **(1 punto)**

### CUESTIONES

**C-1.-** Hallar  $a$  y  $b$  para que la función

$$f(x) = \begin{cases} a + x \ln x & \text{si } x > 0 \\ b & \text{si } x = 0 \\ \frac{\sin(\pi x)}{x} & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

sea continua en todo  $\mathbb{R}$ . **(1 punto)**

**C-2.-** Dadas las rectas  $r \equiv \begin{cases} x + y - z = 0 \\ x + 2y = 7 \end{cases}$  y  $s \equiv \begin{cases} x = 2 \\ y = -5 \end{cases}$ , hallar un punto de cada una de ellas, de tal forma, que el vector que los una sea perpendicular a ambas. **(1 punto)**

**C-3.-** Discutir en función de  $a$  el sistema  $\begin{cases} ax + ay = a \\ x - ay = 1 \end{cases}$ . **(1 punto)**

**C-4.-** Hallar el área del recinto limitado por las curvas de ecuaciones:

$$y = x^2 - 4, \quad y = 3x - 6. \quad \text{ **(1 punto)** }$$