

Pruebas de Acceso a las Universidades de Castilla y León

MATEMÁTICAS II

Texto para los Alumnos

Nº páginas 2

CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN DE LA PRUEBA: Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: Correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver. Justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las respuestas. Claridad y coherencia en la exposición. Precisión en los cálculos y en las notaciones.

DATOS O TABLAS (SI HA LUGAR): Podrá utilizarse una calculadora no programable y no gráfica.

OPTATIVIDAD: Se proponen dos pruebas, A y B. Cada una de ellas consta de dos problemas, PR-1 y PR-2, y cuatro cuestiones, C-1, C-2, C-3 y C-4. Cada problema tendrá una puntuación máxima de tres puntos, y cada cuestión se puntuará, como máximo, con un punto. **EL ALUMNO DEBERÁ ESCOGER UNA DE LAS PRUEBAS, A ó B, Y DESARROLLAR LAS PREGUNTAS DE LA MISMA EN EL ORDEN QUE DESEE**.

PRUEBA A

PROBLEMAS

PR-1.- Sea a un parámetro real. Se considera el sistema

$$\begin{cases} x + ay + z = 2 + a \\ (1-a)x + y + 2z = 1 \\ ax - y - z = 1 - a \end{cases}.$$

a) Discutir el sistema en función del valor de a.

(2 puntos)

b) Resolver el sistema para a = 0.

(0,5 puntos)

c) Resolver el sistema para a = 1.

(0,5 puntos)

PR-2.- Hallar, de entre los puntos de la parábola de ecuación $y = x^2 - 1$, los que se encuentran a distancia mínima del punto $A(-2, -\frac{1}{2})$. (3 puntos)

CUESTIONES

C-1.- Sea A una matriz 3×3 de columnas C_1 , C_2 y C_3 (en ese orden). Sea B la matriz de columnas C_1+C_2 , $2C_1+3C_3$ y C_2 (en ese orden). Calcular el determinante de B en función del de A. (1 punto)

C-2.- Hallar la distancia entre el punto A(2,1,4) y la recta $r = \frac{x-1}{2} = y+1 = \frac{z}{3}$. (1 punto)

C-3.- Estudiar la continuidad en R de la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos x}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}.$$

(1 punto)

C-4.-Calcular
$$\int \frac{dx}{x(x+1)}$$
. (1 punto)

PRUEBA B

PROBLEMAS

PR-1.- Se consideran las rectas r y s de ecuaciones respectivas

$$r \equiv \begin{cases} y = 1 \\ z = 0 \end{cases}, \qquad s \equiv \begin{cases} x = 0 \\ z = 2 \end{cases}.$$

a) Estudiar la posición relativa de r y s.

(1 punto)

b) Determinar la recta que corta perpendicularmente a $\ r \ y \ s$.

(1,5 puntos)

c) Hallar la distancia entre r y s.

(0,5 puntos)

PR-2.- Sea $f(x) = 2 - x + \ln x$ con $x \in (0, +\infty)$.

a) Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento, los extremos relativos, los intervalos de concavidad y convexidad y las asíntotas de f. Esbozar la gráfica de f.

(2 puntos)

b) Probar que existe un punto $c \in \left[\frac{1}{e^2}, 1\right]$ tal que f(c) = 0. (1 punto)

CUESTIONES

C-1.- Sea a un número real. Discutir el sistema de ecuaciones siguiente, según los valores de a:

$$\begin{cases} ax + y = 0 \\ 2x + (a-1)y = 0 \end{cases}$$
 (1 punto)

C-2.- Hallar el seno del ángulo formado por la recta r y el plano π dados por

$$r \equiv \begin{cases} x = z \\ 2y + z = 3 \end{cases}, \qquad \pi \equiv x + y = z.$$
 (1 punto)

C-3.- Calcular los valores del número real a sabiendo que $\lim_{x\to 0} \frac{e^{ax} - 1 - ax}{x^2} = 8$. (1 punto)

C-4.- Calcular
$$\int \frac{dx}{\sqrt{9-(x-1)^2}}$$
. (1 punto)