▶ Sistemas de ecuaciones lineales 3x3

(1) **Método de Gauss.** Resuelve usando el método de Gauss los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$a)\left\{\begin{array}{rcrcrcr} 2x & & & + & z & = & 6 \\ x & + & y & + & z & = & 2 \\ & & 2y & + & 3z & = & 2 \end{array}\right.$$

$$b)\left\{\begin{array}{rcrcrcr} 2x & - & 3y & + & z & = & 16 \\ 3x & + & y & - & z & = & 17 \\ 2x & + & 2y & - & 2z & = & 6 \end{array}\right.$$

$$c)\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & + & y & & & = & 11 \\ & & 2y & + & 3z & = & 14 \\ x & & & - & z & = & 3 \end{array}\right.$$

(2) Clasifica y resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$a)\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & + & y & + & z & = & 2 \\ & & 3y & + & 2z & = & 5 \\ 3x & & & + & z & = & 1 \end{array}\right.$$

$$b)\left\{\begin{array}{rcrcrcr} & & y & + & z & = & 1 \\ x & & & + & z & = & 1 \\ x & + & y & & & = & 0 \end{array}\right.$$

$$c)\left\{\begin{array}{rcrcrcr} 2x & - & y & + & 3z & = & 3 \\ 3x & + & 2y & - & z & = & 1 \\ 2x & - & 2y & + & 2z & = & 4 \end{array}\right.$$

$$d)\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & + & y & - & 2z & = & 3 \\ -x & & & + & z & = & -1 \\ 2x & - & 2y & & & = & -2 \end{array}\right.$$

$$e)\left\{\begin{array}{rcrcrcr} 2x & + & 3y & + & z & = & 6 \\ 3x & & & + & 2z & = & 4 \\ & & 2y & - & 3z & = & 5 \end{array}\right.$$

$$f)\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & + & y & - & 2z & = & -1 \\ x & & & - & z & = & 0 \\ & & y & - & z & = & -1 \end{array}\right.$$

$$g)\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & + & y & - & z & = & 1 \\ 3x & + & y & + & z & = & 5 \\ x & - & y & + & 3z & = & 3 \end{array}\right.$$

$$h)\left\{\begin{array}{rcrcrcr} 2x & & & + & 3z & = & -6 \\ & & y & - & z & = & 4 \\ x & + & 2y & - & z & = & 6 \end{array}\right.$$

$$i)\left\{\begin{array}{rcrcrcr} 2x & - & y & + & z & = & 1 \\ 4x & + & 8y & - & 12z & = & 16 \\ 3x & + & 2y & - & z & = & 4 \end{array}\right.$$

$$j)\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & - & 2y & + & z & = & 0 \\ 3x & + & 2y & - & 2z & = & 4 \\ 8x & + & 8y & - & 3z & = & 8 \end{array}\right.$$

$$k)\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & + & y & - & z & = & 25 \\ 2x & - & y & + & 10z & = & 50 \\ 3x & & & - & 4z & = & 10 \end{array}\right.$$

$$l)\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & - & 2y & + & z & = & -1 \\ x & + & y & + & 3z & = & 4 \\ 5x & - & y & + & 3z & = & 10 \end{array}\right.$$

$$m)\left\{\begin{array}{rcrcrcr} & & y & + & 3z & = & 0 \\ x & & & + & 2z & = & 1 \\ x & & & + & 3z & = & -1 \end{array}\right.$$

$$n)\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & - & y & & & = & 3 \\ x & & & + & 9z & = & 7 \\ x & - & y & + & 6z & = & 6 \end{array}\right.$$

$$ñ)\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & + & 2y & - & z & = & 1 \\ & & y & + & z & = & 0 \\ x & & & + & z & = & 1 \end{array}\right.$$

$$o)\left\{\begin{array}{rcrcrcr} -x & + & y & + & z & = & 1 \\ x & - & y & + & z & = & -1 \\ x & + & y & - & z & = & 1 \end{array}\right.$$

$$p)\left\{\begin{array}{rcrcrcr} 2x & - & 4y & - & 2z & = & -2 \\ & & y & - & z & = & 0 \\ 2x & & & + & 2z & = & 2 \end{array}\right.$$

$$q)\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & + & 2y & + & z & = & 0 \\ -x & - & y & & & = & 1 \\ & - & y & - & z & = & -1 \end{array}\right.$$

$$r)\ \left\{\begin{array}{rcrcrcr} 2x & + & y & - & z & = & 2 \\ x & + & y & + & 2z & = & 5 \\ -x & & & + & 5z & = & 3 \end{array}\right. \qquad t)\ \left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & + & y & + & z & = & 0 \\ -x & + & 2y & + & 2z & = & -3 \\ x & - & 2y & - & z & = & 2 \end{array}\right.$$

$$s)\ \left\{\begin{array}{rcrcrcr} 2x & + & y & - & 3z & = & 5 \\ -x & + & y & + & z & = & -4 \\ x & + & 2y & - & 2z & = & 1 \end{array}\right. \qquad u)\ \left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & + & y & + & 3z & = & 9 \\ 3x & - & 2y & + & z & = & 40 \\ x & + & y & + & 4z & = & 9 \end{array}\right.$$

► **Problemas**

(3) En una fábrica de artículos deportivos se dispone de 10 cajas de diferentes tamaño: grandes, medianas y pequeñas para envasar las camisetas de atletismo producidas, con capacidad para 50, 30 y 25 camisetas respectivamente. Si una caja grande fuera mediana, entonces habría el mismo número de grandes y medianas. En total se envasan 390 camisetas. Determina el número de cajas que hay de cada clase.

(4) Un trayecto de 200 km se ha de hacer combinando taxi, ferrocarril y autobús. El coste del taxi es de 5 euros/km; el del ferrocarril de 2 euros/km, y el del autobús, de 3 euros/km. El recorrido nos ha costado 500 euros, pues hemos hecho el doble de kilómetros en ferrocarril que en taxi y autobús juntos. Determina las distancias que hemos recorrido en cada medio de transporte.

(5) Una inmobiliaria ha vendido un total de 65 plazas de garaje en 3 urbanizaciones diferentes. Las ganancias obtenidas porla venta de una plaza de garaje en la urbanización A son de 2.000 euros, 4.000 euros por una en la urbanización B y 6.000 euros por una en la C. Se sabe que se han vendido un 50 % más de plazas en la urbanización A que en la C. Calcula el número de plazas vendidas en cada urbanización sabiendo que el beneficio obtenido por las vendidas en la urbanización C es igual a la suma de los beneficios obtenidos por las vendidas en las urbanizaciones A y B.

(6) Un agricultor tiene repartidas sus 10 hectáreas de terreno en barbecho, cultivo de trigo y cultivo de cebada. La superficie dedicada al trigo ocupa 2 hectáreas más que la dedicada a la cebada, mientras que en barbecho tiene 6 hectáreas menos que la superficie total dedicada al cultivo de trigo y cebada. ¿Cuántas hectáreas tiene dedicadas a cada uno de los cultivos y cuántas están en barbecho?

(7) Un grupo de personas se reúne para ir de excursión, juntándose un total de 20 entre hombres, mujeres y niños. Contando hombres y mujeres juntos, su número resulta ser el triple que el número de niños. Además, si hubiera acudido una mujer más, su número igualaría al de hombres. Calcular cuántos hombres, mujeres y niños han ido de excursión.

(8) Con las 12 monedas que tengo en el bolsillo (de 50 céntimos, de 20 céntimos y de 10 céntimos de euro) puedo comprar un pastel cuyo precio es de 2'80 euros. Si una moneda de 50 céntimos lo fuera de 20 céntimos, entonces el número de las de 20 céntimos y el número de las de 10 céntimos coincidiría. ¿Cuántas monedas tengo de cada clase?

(9) El dueño de una tienda compra 2 televisores y 6 equipos de música. De acuerdo con el precio marcado, debería pagar 10.480 euros. Como paga al contado, le hacen un descuento del 5 % en cada televisor y del 10 % en cada equipo de música, con lo que solo paga 9.842 euros. ¿Cuál es el precio marcado de cada televisor y de cada equipo de música?

(10) Tres familias van a una cafetería. La primera familia toma 2 cafés, 1 cortado y 2 descafeinados; la segunda familia toma 3 cafés y 2 descafeinados; y la tercera familia toma 1 café, 2 cortados y 2 descafeinados. A la primera familia le presentan una factura de 5'20 euros, a la segunda una de 5 euros y a la tercera una de 6'20 euros. ¿Hay alguna factura incorrecta?

(11) Una empresa ha gastado 6.560 euros en comprar 90 cestas de navidad de 3 tipos, que cuestan 60, 80 y 120 euros, respectivamente. Las cestas más caras son un 10 % de las cestas compradas. ¿Cuántas cestas de cada tipo compró la empresa?

(12) Una tienda posee tres tipos de conservas A, B, C. El precio medio de las 3 conservas es de 1 euro. Un cliente compra 30 unidades de A, 20 de B y 10 de C, pagando por ello 60 euros. Otro compra 20 unidades de A y 25 de C, pagando por ello 45 euros. Calcula el precio de cada uno.

(13) Los 3 modelos existentes de una marca de automóviles cuestan 12.000, 15.000 y 22.000 euros, respectivamente. Un concesionario ha ingresado 1 265 000 euros por la venta de automóviles de esta marca. ¿Cuántos coches ha vendido de cada modelo si del más barato se vendieron tantos como de los otros dos juntos y del más caro la tercera parte de los coches que cuestan 15.000 euros?

(14) Se tienen $9'50$ euros en monedas de 5 céntimos, de 10 céntimos y de 50 céntimos. El número de monedas de 10 céntimos excede en 9 unidades al número de monedas de 50 céntimos, y por cada 3 monedas de 10 céntimos se tienen 4 de 5 céntimos. ¿Cuántas monedas se tienen de cada valor?

(15) El propietario de un bar ha comprado referescos, cerveza y vino, por un importe total de 3.000 euros (sin impuestos), siendo el valor de los refrescos igual al valor conjunto de la cerveza y el vino. Tras añadir los impuestos la factura asciendo a 3.260 euros. Hallar el valor inicial de cada una de las bebidas, sabiendo que los impuestos sobre los refrescos, la cerveza y el vino eran el 6 %, el 10 % y el 14 % respectivamente.

(16) Tres hermanos quieren reunir 26 euros para comprar un regalo a sus padres. Después de una larga discusión han decidido que el mediano debe poner el doble que el pequeño y el mayor debe poner dos terceras partes de lo que ponga el mediano. ¿Cuánto debe poner cada uno?

(17) Cierta marca de pintura es elaborada con tres ingredientes A, B y C, comercializándose en tres tonos diferentes. El primero se prepara con 2 unidades de A, 2 de B y 1 de C, el segundo con 1 unidad de A, 2 de B y 2 de C, y el tercero con una unidad de cada ingrediente. El bote del primer tono se vende a 3800 pesetas, el del segundo a 3100 pesetas y el del tercero a 2300 pesetas. Sabiendo que el margen

comercial (o ganancia) es de 500 pesetas por bote, ¿qué precio por unidad le cuesta a dicha marca de pintura cada uno de los tres ingredientes?

(18) Una empresa desea disponer de dinero en efectivo en euros, dólares y libras esterlinas. El valor total entre las tres monedas ha de ser igual a 264.000 euros. Se quiere que el valor del dinero disponible en euros sea el doble del valor del dinero en dólares, y que el valor del dinero en libras esterlinas sea la décima parte del dinero en euros...

Si se supone que una libra esterlina es igual a 1,5 euros y un dólar es igual a 1,1 euros, se pide determinar la cantidad de euros, dólares y libras esterlinas que la empresa ha de tener disponible.

▶ Inecuaciones de 2º grado

(19) Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $x^2 + 3x + 2 < 0$ *b*) $x^2 - 6x + 9 > 0$ *c*) $x^2 + x + 1 > 0$

(20) Estudia el signo de la función $f(x) = x^2 - 3x + 2$

▶ Inecuaciones con 2 incógnitas

(21) Representa gráficamente la región limitada por las siguientes restricciones: $2x + y \leq 6$; $4x + y \leq 10$; $-x + y \leq 3$; $x \geq 0$; $y \geq 0$

y determina sus vértices.

(22) Representa gráficamente el conjunto de soluciones del sistema de inecuaciones:

a) $3x + 2y \geq 5$; $x - 2y \geq -1$; $5x + 4y \leq 16$; $x - y \leq 5$

b) Determina los vértices de la región obtenida en el apartado anterior.

(23) *a*) Dibuje el recinto definido por las siguientes restricciones:
$x + y \geq 2$; $x - y \leq 0$; $y \leq 4$; $x \geq 0$

b) ¿pertenece el punto $\left(\frac{1}{3}, \frac{4}{3}\right)$ al recinto anterior?

(24) Dibuja la siguiente región:

$x \geq 0$; $y \geq 0$; $2x + 5y \leq 10$; $3x + 4y \leq 12$

(25) Representa gráficamente:

$x + 3y \leq 9$; $2x + y \leq 8$; $x \geq 0$; $y \geq 0$

(26) *a*) Representa el siguiente recinto:
$y - x \leq 4$; $y + 2x \geq 7$; $-2x - y + 13 \geq 0$; $x \geq 0$; $y \geq 0$

b) Calcula sus vértices.

(27) *a*) Representa la región:
$x \geq 0$; $y \geq 0$; $10 - x \geq 0$; $18 - y \geq 0$; $x + y \leq 13$; $(10 - x) + (18 - 2y) \leq 16$.

b) Halla las coordenadas de sus vértices.

(28) Representa la región:

$x + 2y \leq 8$; $x + y \geq 5$; $x - 5y \leq 0$

(29) a) Representa:

$3y - 4x - 8 \leq 0$; $y \geq -4x + 4$; $y \geq 2$; $x \leq 1$

b) Halla los vértices.

(30) Representa: $x - 2y \leq 4$; $2x + y + 2 \geq 0$; $3y \leq 4 - x$

(31) Representa y calcula los vértices:

$2x - 3y \leq 6$; $x \geq 2y - 4$; $x + y \leq 8$; $x \geq 0$; $y \geq 0$

(32) Determinar la región solución del sistema y sus vértices: $\begin{cases} 3x + y \geq 10 \\ x - 3y \leq 0 \end{cases}$

(33) Resuelve la inecuación: $-2x + 5(x - 4) \geq 3x - 2(x - 5)$

(34) Representa la región limitada por: $x + 3y \geq 4$; $2x + y \leq 4$; $0 \leq x \leq 2$; $0 \leq y \leq 3$.

▶ **Indeterminaciones**

(35) Calcula los siguientes límites, cuando $n \to \infty$ de las siguientes sucesiones:

a) $\dfrac{5n^3}{2n+1} - \dfrac{6n^4}{3n+2}$

b) $\dfrac{2n^3+1}{2n^2-1} - \dfrac{3n^2-1}{3n+2}$

c) $3n + 1 - \dfrac{6n^2 - 8n}{2n-3}$

d) $\dfrac{2n+1}{n^2+4}$

e) $\dfrac{2n^2+6}{7n^2-1}$

f) $\dfrac{(n+1)^3}{n^2(n+2)}$

g) $\dfrac{(4n-1)^2}{(3n+2)\cdot(8n-1)}$

h) $\dfrac{(3+7n)\cdot(5-n^2)}{(n+1)^2\cdot(n-2)}$

i) $\dfrac{n^3-3n+2}{n-1} - \dfrac{n^4+2}{n^2-2}$

j) $\dfrac{n^2+n+1}{n+1} - n + 1$

k) $\dfrac{(n+1)^3}{(n-1)^2} - \dfrac{(n-1)^2}{n+1}$