▶ Polinomios

(1) Indica el grado y escribe los coeficientes de los siguientes polinomios:

a) $p(x) = 2x^3 - 3x^2 + x + 2$

b) $q(x) = x^4 - x^2 + 1$

c) $r(x) = x^2$

d) $s(x) = \dfrac{x^2}{3} - \dfrac{2x}{5} + 1$

(2) Sea $p(x) = -x^2 - 2x$. Calcula:

a) $p(-3)$ *b*) $p(-2)$ *c*) $p(-1)$ *d*) $p(0)$ *e*) $p(1)$

▶ Gráficas

(3) Dibuja un punto A sabiendo que su abcisa es 4 y su ordenada es -2.

(4) Dibuja la bisectriz del segundo y cuarto cuadrante.

▶ La recta

(5) Identifica la pendiente y la ordenada en el origen de las siguientes rectas:

a) $y = x$

b) $y = -x$

c) $y = 2x + 3$

d) $y = -3x$

e) $y = \dfrac{x}{2} + 5$

f) $y = \dfrac{2x}{3} - 4$

g) $y = -\dfrac{x}{5}$

h) $y = x + \dfrac{1}{3}$

(6) Indica la forma aproxima de la gráfica de los siguientes polinomios:

a) $y = 2x - 3$ *b*) $y = -x + 4$ *c*) $y = -3x - 2$ *d*) $y = x$

(7) Representa las siguientes rectas:

a) $y = -x$ *b*) $y = 2x + 1$ *c*) $y = -3x - 2$

(8) Representa las siguientes rectas:

a) $y = \dfrac{x}{2}$ *b*) $y = \dfrac{2x}{3} + 2$ *c*) $y = -\dfrac{3x}{5} - 1$

(9) **Forma implícita.** Representa:

a) $2x + 3y = 6$ *b*) $x - 2y = 4$ *c*) $x + y = 2$

(10) Representa, sin calcular nada:

a) $y = 2x - 3$ *b*) $y = -x + 1$ *c*) $y = 3x$ *d*) $y = -\dfrac{x}{2} + 4$

(11) **Casos particulares.** Representa las siguientes rectas:

a) $y = 3$ *b*) $x = -2$ *c*) $y = -1$ *d*) $x = 1$

(12) Calcula la ecuación de la recta:

a) de pendiente 2 y pasa por $A(-1, 2)$
b) de pendiente -3 y pasa por $A(3, 1)$
c) pasa por $A(1, 4)$ y $B(3, 7)$
d) pasa por $A(-1, 2)$ y $B(1, -4)$

▶ La parábola

(13) Indica la forma aproxima de la gráfica de los siguientes polinomios:

a) $y = x^2 - 3x - 2$
b) $y = 2x - 4$
c) $y = -3x^2 + x + 5$
d) $y = -\dfrac{x}{3}$

(14) Calcula las coordenadas del vértice de las siguientes parábolas:

a) $y = x^2 - 2x + 1$ *b*) $y = 2x^2 + 6x$ *c*) $y = x^2 - 5$ *d*) $y = \dfrac{x^2}{2} + x - 1$

(15) **Puntos de corte.** Calcula los puntos de corte con los ejes de las siguientes funciones:

a) $y = 2x + 1$
b) $y = x^2 - 7x + 6$
c) $y = 3 \cdot (x - 1) \cdot (x + 1) \cdot (x - 3)$
d) $y = \dfrac{x - 3}{x^2 + 1}$

(16) Representa los siguientes polinomios:

a) $y = x^2 + 6x + 1$ *b*) $y = -2x^2 + 4x - 1$

(17) Sea la parábola $y = ax^2 + 4x + 1$. Calcula el valor de a sabiendo que tiene un máximo en el punto $(1, 3)$.

(18) Calcula el valor de b sabiendo que la parábola $y = x^2 + bx + 1$ pasa por el punto $A(2, 3)$.

(19) Sea la parábola $y = ax^2 + bx$. Calcula los valores de a y b sabiendo que alcanza su valor mínimo en el punto $(-1, -3)$.

▶ Funciones a trozos

(20) Representa las siguientes funciones:

$a)$ $f(x) = \begin{cases} -x & \text{si } x < 0 \\ x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

$b)$ $f(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x < 0 \\ 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

$c)$ $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x < 0 \\ x+1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

$d)$ $f(x) = \begin{cases} x+4 & \text{si } x < -1 \\ 3 & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ -x+4 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

▶ Mezclándolo lo visto

(21) Indica la forma aproxima de la gráfica de los siguientes polinomios:

$a)$ $y = 3x - 4$

$b)$ $y = -2x^2 + 3x + 1$

$c)$ $y = x^2 - 1$

$d)$ $y = -4x + 5$

(22) Representa los siguientes polinomios:

$a)$ $y = -2x + 3$

$b)$ $y = x^2+2x+2$

$c)$ $y = -2x^2+4x$

$d)$ $y = 3x - 1$

$e)$ $y = x$

$f)$ $y = -\dfrac{x}{3} + 1$

$g)$ $3x - 5y = 15$

▶ Problemas simplificados procedentes de la EBAU

(23) Un alumno asiste a una clase que dura 60 minutos. Se estima que la capacidad de atención de un alumno en cada instante de tiempo t viene dada por la función $-2t^2 + 120t + 5$, con $t \in [0, 60]$.

$a)$ Calcula la capacidad de atención cuando lleva una hora de clase.

$b)$ Halla el instante de tiempo t (en minutos) en el que la capacidad de atención es máxima. ¿Cuál es la capacidad de atención máxima?

(24) Una empresa de aguas realiza un estudio de mercado y descubre que la curva de beneficios mensuales viene dada, en miles de euros, por la función $B(x) = -x^2 + 10x - 21$, donde x representa, en euros, el precio de venta de una caja de botellas. Si este producto se vende en cajas de 10 botellas, calcula el precio de venta de una botella para que el beneficio sea máximo y calcula el importe de ese beneficio.

(25) Se espera que en los próximos diez años, los beneficios (en millones de euros) de una empresa, vengan dados por la función $P(t) = t^2 - 10t + 16$, donde $t \in (0, 10]$ es el tiempo transcurrido en años desde el momento inicial.

$a)$ Determina en qué momento del tiempo los beneficios serán de 16 millones de euros.

$b)$ Determina en qué momento los beneficios serán mínimos.

(26) Se considera la función $f(x) = x^2 + ax + b$.

a) Determina los valores de a y b sabiendo que la función $f(x)$ tiene un mínimo en $x = 2$ y que su gráfica pasa por el punto $(2, -2)$.

b) Para $a = -4$ y $b = 6$ calcula el valor de la función $f(x)$ en el punto $x = -1$ y represéntala gráficamente.

(27) Representa gráficamente la función $y = -2x^2 + ax - b$ sabiendo que alcanza su máximo en el punto $(2, 2)$.

(28) Los beneficios diarios de una fábrica, en miles de euros, vienen dados por la función $f(x) = -x^2 + 24x - 100$, donde x indica el número de unidades que se producen al día.

a) Calcula el número de unidades que han de producirse diariamente para obtener el máximo beneficio.

b) Calcula el máximo beneficio que puede obtenerse en un día.

(29) Una parábola tiene la forma $f(x) = ax^2 + bx + 2$. Se sabe que en el punto $(1, 3)$ tiene un máximo o un mínimo. Calcula el valor de a y b. Determina si el punto $(1, 3)$ corresponde a un máximo o a un mínimo.

(30) Una discoteca abre sus puertas a las 10 de la noche sin ningún cliente y las cierra cuando se han marchado todos. Se supone que la función que representa el número de clientes N en función del número de horas que lleva abierto, t, es $N(t) = 80t - 10t^2$.

a) Determina a qué hora el número de clientes es máximo. ¿Cuántos clientes hay en ese momento?

b) ¿A qué hora cerrará la discoteca?

(31) Representa gráficamente las curvas:

a) $f(x) = x^2 - 2x$ *b*) $g(x) = 1 - 2x$

(32) En una determinada empresa se fabrican x unidades de un producto y la función de beneficio dada por $B(x) = -x^2 + 12x - 20$.

a) Calcula el número de unidades producidas x que deben fabricarse para que no haya ni beneficios ni pérdidas.

b) Calcula el número de unidades x que deben fabricarse para que el beneficio sea máximo. ¿A cuánto asciende ese beneficio máximo?

(33) La concentración de ozono contaminante, en microgramos por metro cúbico, en una ciudad viene dada por la función $C(x) = 90 + 15x - 0'6x^2$, donde x es el tiempo transcurrido desde el 1 de enero de 1990 contado en años.

a) ¿Hasta qué año está creciendo la concentración de ozono?

b) ¿Cuál es la concentración máxima de ozono que se alcanza en esa ciudad?

(34) Estudia la continuidad de la función:

$$f(x) = \begin{cases} 3x-1 & \text{si } x \leq 2 \\ \dfrac{2x+71}{4x+7} & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

(35) La producción de petróleo (millones de barriles) de un pozo petrolífero a lo largo del tiempo x (años) se mide según la siguiente función

$$f(x) = \begin{cases} 17x & \text{si } 0 \leq x < 5 \\ -3x^2+30x+10 & \text{si } 5 \leq x < 10 \\ 10 & \text{si } x \geq 10 \end{cases}$$

a) Estudia la continuidad de la función $f(x)$. ¿Cuántos barriles de petróleo produce dicho pozo cuando $x = 8$?

b) Representa la función.

(36) Se considera la función $f(x) = \begin{cases} 4-x & \text{si } x < 4 \\ x^2-16 & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$

a) Representa la función.

b) Analiza el crecimiento y decrecimiento de $f(x)$.

(37) La función $f(x)$ dada por: $f(x) = \begin{cases} -x^2+4x+8 & \text{si } 0 < x \leq 3 \\ \dfrac{18}{x}+5 & \text{si } x > 3 \end{cases}$

expresa el precio de venta (en euros) de una botella de vino en función del tiempo x (en años) que lleva en el mercado.

a) Representa gráficamente $f(x)$.

b) Estudia en qué momento el precio alcanza su valor máximo, así como ese precio máximo.

(38) El rendimiento físico de cierto deportista de élite durante un tiempo de 60 minutos, viene dado a través de la función:

$$f(t) = \begin{cases} -t(t-20) & \text{si } 0 \leq t < 15 \\ 75 & \text{si } si15 \leq t < 30 \\ 100 - \dfrac{5t}{6} & \text{si } 30 \leq t \leq 60 \end{cases}$$

a) Representa gráficamente dicha función.

b) A la vista de la gráfica obtenida, identifica en qué momentos del tiempo el deportista alcanza su máximo rendimiento físico, mantiene su rendimiento físico y disminuye su rendimiento físico.