$\acute{\mathbf{A}}\mathbf{NGULOS}$ (ct)

- (1) Escribe cómo se llaman las siguientes letras griegas: $\beta,\,\gamma,\,\delta,\,\alpha.$
- (2) Escribe las siguientes letras: gamma, alfa, delta, beta.
- (3) Calcula el ángulo x en las distintas figuras dadas en la imagen (fig. 1)

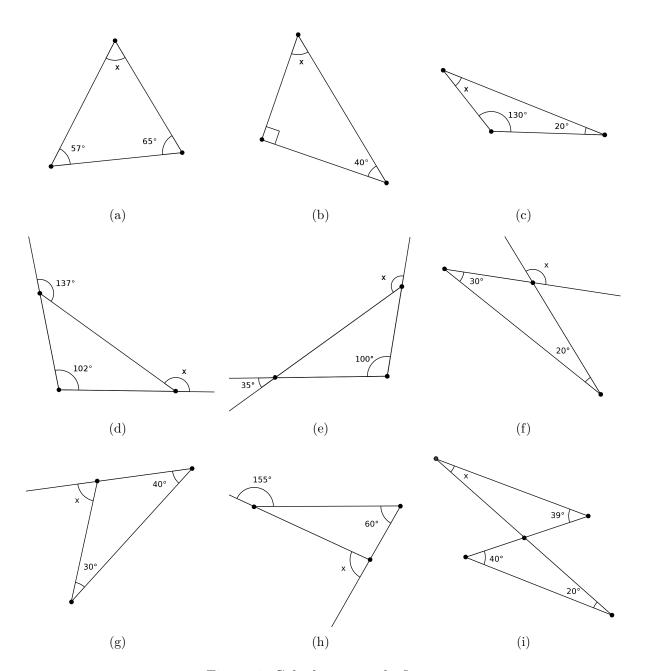
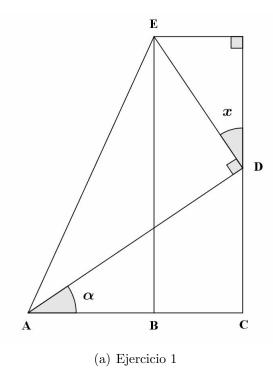
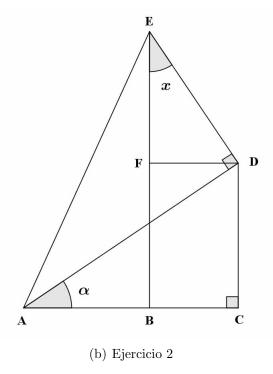


Figura 1: Calcula x en cada figura

▶ Suma de los ángulos de un triángulo

- (4) ¿Cuánto suman los dos ángulos agudos de un triángulo rectángulo?
- (5) Dos ángulos de un triángulo miden 30 y 50 grados. ¿Cuánto mide el otro ángulo?
- (6) Indica cuales de las siguientes ternas de ángulos corresponden a ángulos de un triángulo real:
 - a) 10, 91, 100
- b) 50, 50, 80
- c) 75, 65, 45
- (7) Sabiendo que el ángulo $\angle ADE$ es recto, calcula x a partir de α (fig. (7)).





- (8) Calcula x a partir de α en la figura (fig. 2):
- (9) **Pentágonos.** La suma de los ángulos de un triángulo vale 180°, la de los de un cuadrilátero 360°. ¿Cuánto crees que vale la suma de los ángulos de un pentágono? ¿Puedes dar una justificación?

► Triángulos rectángulos

- (10) Calcula x en las figuras (fig. 3).
- (11) Calcula el área de los triángulos de la figura (fig. 4). Para ello, usa la calculadora redondeando a 1 cifra decimal.
- (12) **Ángulos.** Calcula el tercer ángulo de los triángulos rectángulos que tienen un ángulo de:

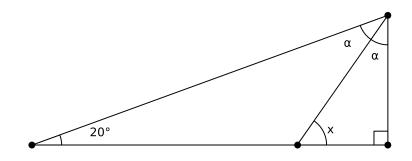


Figura 2: Calcula x

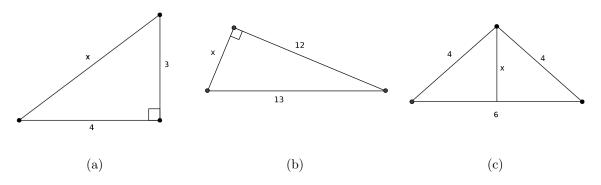


Figura 3: Calcula x

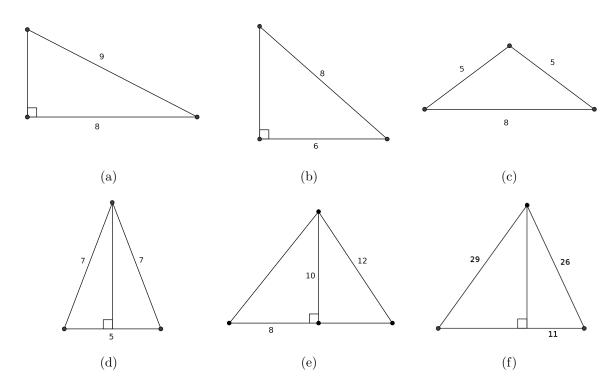


Figura 4: Calcula el área de los triángulos

- a) 40° b) 20° c) 35° d) 60° e) 100°
- (13) Razonando en general. Sea un triángulo rectángulo de hipotenusa a y catetos b y c. Calcula el perímetro y el área en función de los lados.
- (14) Calcula x en la figura (fig. 5).
- (15) Los lados de un triángulo rectángulo tienen por medida en centímetros 3 números consecutivos. Calcula dichos números.
- (16) Calcula el área de la figura (fig. 6).

► Triángulos equiláteros

- (17) ¿Cuál de los siguientes triángulos no existe? ¿Por qué? En los casos en que el tipo de triángulo indicado exista, dibuja un ejemplo.
 - a) Un triángulo acutángulo isósceles.
 - b) Un triángulo rectángulo obtusángulo.
 - c) Un triángulo obtusángulo escaleno.
 - d) Un triángulo rectángulo isósceles.
 - e) Un triángulo rectángulo escaleno.
- (18) Calcula el perímetro y el área de un triángulo equilátero de 1 cm de lado.
- (19) Calcula la altura de un triángulo equilátero de perímetro 6.

► Congruencia de triángulos

- (20) Indica si los triángulos de la figura (fig. 7)son congruentes o no y por qué.
- (21) Un paralelogramo tiene dos lados paralelos dos a dos. Demuestar que:
 - a) Sus ángulos opuestos son iguales.
 - b) Que los lados opuestos miden lo mismo.

Sugerencia: dibuja un paralelogramo cualquier y traza su diagonal.

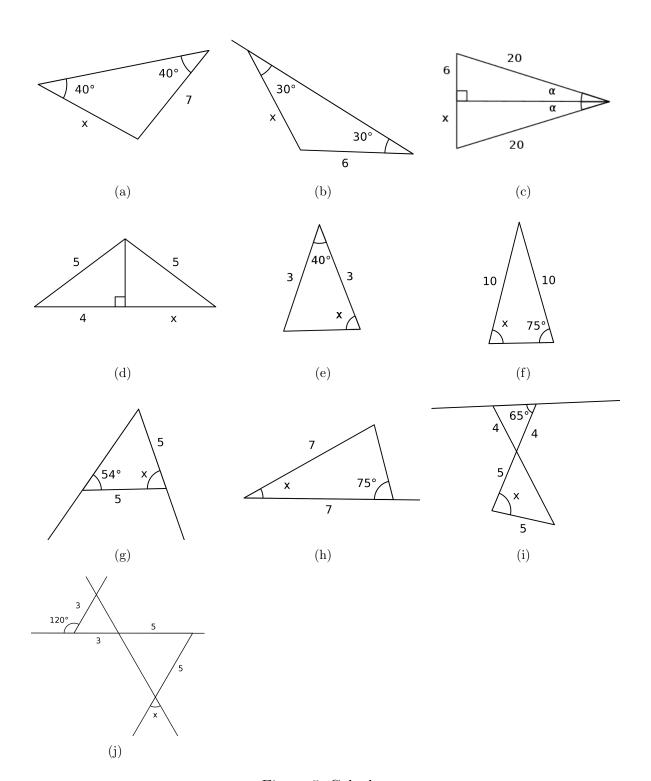


Figura 5: Calcula x

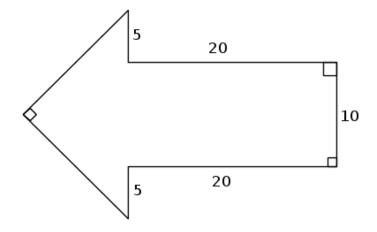


Figura 6: Calcula el área de esta flecha

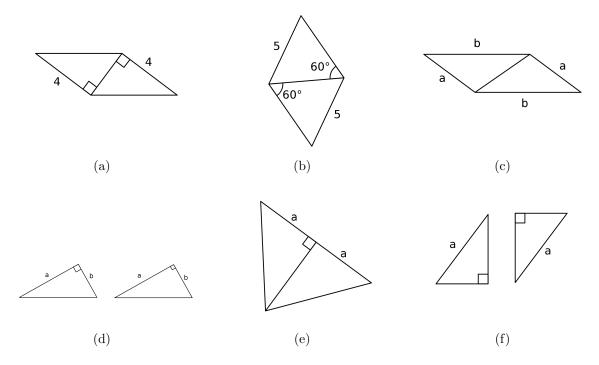


Figura 7: ¿Son congruentes?

- (22) ¿Cuál de los siguientes enunciados es falso?
 - a) Todos los triángulos equiláteros son iguales entre si.
 - b) Todos los triángulos equiláteros son equiángulos.
 - c) Todos los triángulos equiláteros son polígonos regulares.
 - d) Todos los triángulos equiláteros son semejantes entre sí.
- (23) Indica si los triángulos de la figura (fig. 8) son semejantes o no y por qué.

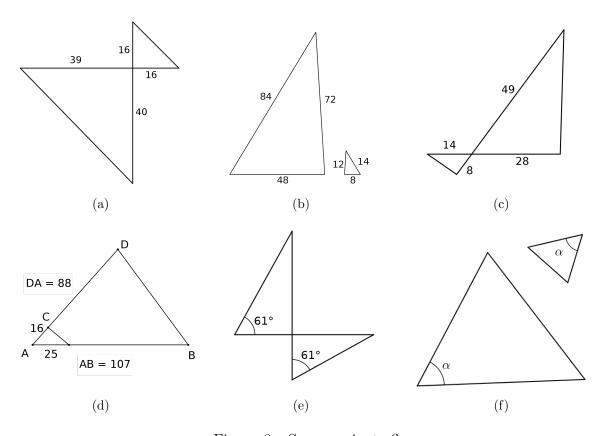
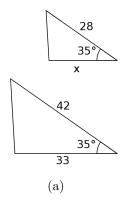


Figura 8: ¿Son semejantes?

- (24) Calcula x en los siguientes triángulos de la figura (fig. 9). Son semejantes.
- (25) Calcula el perímetro del trapecio ADEC (fig. 10), sabiendo que el triángulo ABC es equilátero.



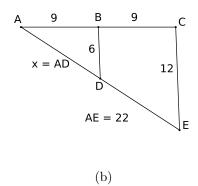


Figura 9: Calcula x

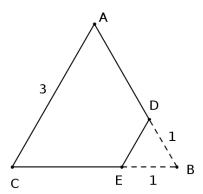


Figura 10: Calcula el perímetro del trapecio

(26) Calcula x en la figura (fig. 11).

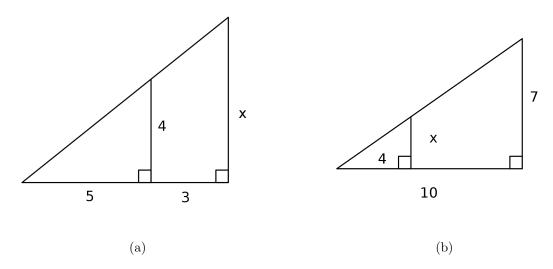


Figura 11: Calcula x

(27) Sabiendo que AC = 6, BC = 8 y DE = 4 calcula BD (figura (fig. 12)).

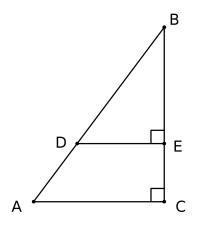


Figura 12: Calcula BD

- (28) **Dividiendo un segmento I.** Dibuja un segmento de 10 cm de lado. Divídelo en 5 partes iguales usando únicamente regla y compás. Comprueba midiendo que las divisiones así obtenidas son de 2 cm.
- (29) División de un segmento II.
 - a) Traza un segmento de 7 cm y divídelo en 5 partes iguales.

- b) Para hacer la división has tenido que trazar una línea auxiliar, y cinco marcas iguales sobre ella. Traza otras cinco marcas iguales pero mayores que las que has usado. ¿Estas nuevas marcas te dividirán el segmento también en 5 partes iguales?
- c) Ahora traza una línea auxiliar diferente y cinco marcas iguales sobre esta nueva línea. ¿Te dividirá en 5 partes iguales el segmento?

(30) Completa:

r	d	Р	A
2			
	10		
		6π	
			25π

- (31) **Utilidad.** ¿Dónde aparecen las circunferencias? Es la trayectoria que describen los planetas y la forma que tienen las ruedas. Pon un par de ejemplos más donde puedas encontrar circunferencias.
- (32) Sea una circunferencia de 5 cm de radio, y sea AB una cuerda que se encuentra a 3 cm del centro. ¿Cuánto mide la cuerda?
- (33) En una circunferencia de 13 cm de radio se traza una cuerda de 24 cm. ¿A qué distancia se encuentra del centro?
- (34) π . Calcula el perímetro y el área de una circunferencia de radio 1.
- (35) **Radio de la tierra.** Calcula cuánto vale el radio de la tierra sabiendo que su perímetro son 40.000 km.
- (36) Rueda girando. Calcula la distancia que recorre una rueda de 50 cm de radio cuando da 10 vueltas sin deslizar.
- (37) El triángulo ABC se encuentra inscrito en una circunferencia de 5 cm de radio. Sabiendo que el lado AB es un diámetro de la circunferencia, y que BC = 6, calcula el lado AC. Justifica tu respuesta.
- (38) Calcula el área de la zona rayada de la figura (fig. 13), sabiendo que los radios de los círculos mayor y menor son 20 y 1.

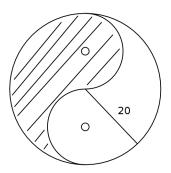


Figura 13: Calcula el área rayada

(39) Calcula el área de la zona rayada de la figura (fig. 14),

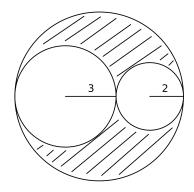


Figura 14: Calcula el área rayada

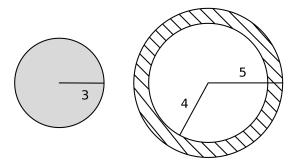


Figura 15: ¿Qué área es mayor?

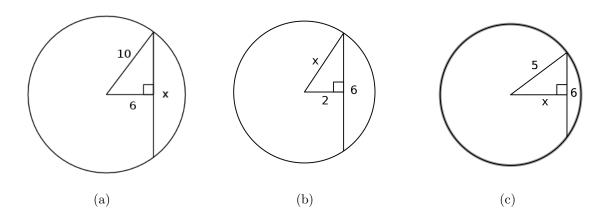


Figura 16: Calcula \boldsymbol{x} en cada figura

- (40) ¿Cuál de las 2 áreas es mayor? (figura (fig. 15)).
- (41) Calcula x en cada figura de (fig. 16).

► Sectores circulares

- (42) Razonando de forma parecida a como obtuvimos que la longitud y el área de un sector circular son proporcionales al ángulo, demuestra que el área de un sector es directamente proporcional a su longitud.
- (43) Calcula el área del comecocos de la figura (fig. 17).

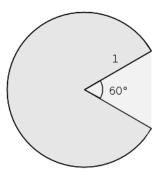


Figura 17: Calcula el área de este comecocos

(44) **De ampliación. Midiendo el radio de la tierra** En el siglo III antes de Cristo Eratóstenes midió el radio de la tierra usando sectores circulares. Averigua cómo lo hizo.

► Rectas tangentes

- (45) **Núm. rectas tangentes.** Traza una circunferencia de 4 cm de radio, y traza 4 rectas tangentes a ella. ¿Cuántas rectas tangentes podrías dibujar?
- (46) Indica en qué dibujos de la figura (fig. 18), la recta AB es tangente a la circunferencia (indicando por qué).
- (47) Sabiendo que las líneas son tangentes a las circunferencias, calcula el valor de x en las imágenes de la figura (fig. 19).
- (48) Sean dos circunferencias exteriores (que no se cortan y una no contiene a la otra). ¿Cuántas rectas que sean tangentes a ambas circunferencias se pueden trazar?
- (49) Una circunferencia de centro O tiene un radio r. Desde un punto P, situado a 25 cm de O, trazamos la recta tangente a la circunferencia. Sea T el punto de intersección entre la recta tangente y la circunferencia. Sabiendo que la distancia PT=12 cm, calcula el radio r de la circunferencia.

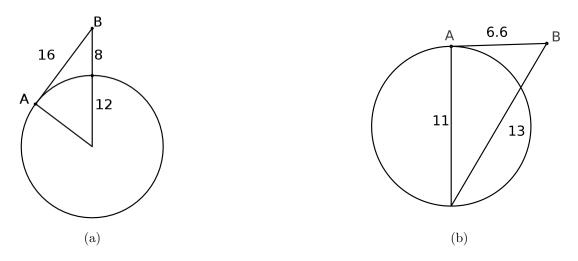


Figura 18: Calcula \boldsymbol{x} en cada figura

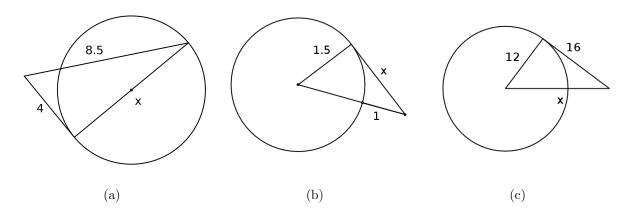


Figura 19: Calcula \boldsymbol{x} en cada figura

(50) Sean dos circunferencias de radios $r=10~\mathrm{cm}$ y $R=60~\mathrm{cm},$ separadas una distancia de 120 cm. Se traza la recta tangente exterior a ellas que las corta en los puntos T_1 y T_2 . Calcula T_1T_2 .

LUGARES GEOMÉTRICOS

(ct)

- (51) ¿Cuál es el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan lo mismo de dos rectas paralelas r y s? Pon un ejemplo.
- (52) Traza un segmento AB de 5 cm de longitud.
 - a) Con regla y compás traza su mediatriz.
 - b) Sea P un punto cualquiera de la mediatriz. Mide la longitud AP y BP. ¿Son iguales?
- (53) Traza un ángulo cualquiera (en torno a los 60 grados).
 - a) Con regla y compás traza la bisectriz.
 - b) Usando el transportador de ángulos mide los dos ángulos en que ha quedado dividido el ángulo inicial. ¿Son iguales?
 - c) Sea P un punto cualquiera de la bisectriz. Mide la distancia que hay desde ese punto a cada uno de los lados del ángulo inicial. ¿Observas algo?
- (54) Dado un segmento de 10 cm, traza el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan lo mismo de los extremos de dicho segmento.
- (55) Dado un ángulo cualquiera, traza el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan lo mismo de cada lado.
- (56) Una de las propiedades básicas de los triángulos es que en todo triángulo se puede inscribir una circunferencia. ¿Sabrías dar un método para calcular el centro de la circunferencia inscrita? A este punto se le llama incentro del triángulo, siendo uno de sus puntos característicos.

► Las cónicas

(57) Dibuja las siguientes funciones:

a)
$$y = x^2 - 1$$

b)
$$y = -x^2$$

c)
$$y = x^2 + 5x + 4$$

- (58) Calcula la altura de un triángulo equilátero de lado 1.
- (59) Calcula la diagonal de un cuadrado de lado 1.
- (60) a) Calcula el área de un cuadrado de lado 2.
 - b) Calcula el lado de un cuadrado de área 16.
- (61) a) Calcula el volumen de un cubo de lado 3.
 - b) Calcula el lado de un cubo de volumen 8.
- (62) Calcula el radio de la tierra sabiendo que su perímetro son 40.000 km.
- (63) El lado de un triángulo equilátero mide 5 cm. Halla la altura y el área del triángulo. Deja los cálculos indicados de modo que la única raíz que figure sea $\sqrt{3}$
- (64) El perímetro de un triángulo isósceles es 180 cm. Cada uno de los lados iguales es 30 cm mayor que la base. ¿Cuánto mide cada lado?
- (65) Si el lado de un cuadrado aumenta en 7 cm, su superficie aumenta en 301 cm^2 . Halla el lado.
- (66) Si los lados de un rectángulo se alargan 2 cm cada uno, el perímetro vale 24 cm. Sabiendo además que la diferencia de los lados es de 2 centímetros, ¿cuánto miden los lados del rectángulo?
- (67) El perímetro de un triángulo isósceles es de 18 cm. Cada uno de los lados iguales es de 3 unidades mayor que la base. ¿Cuánto vale cada lado?
- (68) Un trapecio de 3 cm de altura tiene un área de 15 cm^2 y la base mayor mide 2 cm más que la menor. ¿Cuánto valen las bases?
- (69) Determina los lados del rectángulo que tiene 21 m de perímetro y 26 m^2 de área.
- (70) Encuentra un triángulo rectángulo de perímetro 22 cuya hipotenusa mida 10.
- (71) Encuentra, si es posible, un triángulo rectángulo de perímetro 25 cuya hipotenusa mida 10.
- (72) Determina el radio de un cilindro de altura 3 m, sabiendo que su superficie total es de $60 m^2$.
- (73) El lado de la base cuadrada de una pirámidæ mide 10 m y se han necesitado 1000 m^3 de piedra para construirla. ¿Cuál es su altura?
- (74) Un poste de la luz de 7 metros se rompe a una cierta altura del suelo y, al doblarse, la punta libre del trozo roto cae a 3 m de la base del poste. ¿A qué altura se rompió? ¿.Tienes que resolver una ecuación de segundo grado?
- (75) Un triángulo isósceles tiene un perímetro de 32 cm y la altura correspondiente al lado desigual mide 8 cm. Calcula los lados del triángulo y el área.

- (76) Ana quiere hacer el marco de un espejo con un listón de madera de 3 m, sin que le sobre ni le falte nada. Sabiendo que el espejo es rectangular y que tiene una superficie de $25 \ dm^2$, ¿de qué longitud han de ser los trozos que ha de cortar?
- (77) Una habitación rectangular tiene una superficie de $120 m^2$ y su zócalo tiene una longitud de 46 m. Halla las dimensiones de la habitación.
- (78) Para vallar una finca rectangular de 750 m^2 se han utilizado 110 m de cerca. Calcula las dimensiones de la cerca.
- (79) Un cuadrado tiene $44 m^2$ más que otro y este 2 m menos de lado que el primero. Halla los lados de los cuadrados.
- (80) Aumentando un lado de un cuadrado en 4 m y los lados contiguos en 6 m se obtiene un rectángulo de doble área que el cuadrado. Halla los lados del cuadrado.
- (81) Un campo rectangular tiene $2400 \ m^2$ de superficie y $20 \ m$ de longitud más que de anchura. Halla las dimensiones.
- (82) Calcula el radio de un círculo sabiendo que si aumentamos el radio en 3 cm se cuadruplica su área.
- (83) Uno de los lados de un rectángulo mide 6 cm más que el otro. ¿Cuáles son las dimensiones si su área es $91 \text{ } cm^2$?
- (84) Los lados de un triángulo miden 18, 16 y 9 cm. Determina qué cantidad igual se debe restar a cada uno para que resulte un triángulo rectángulo.
- (85) Los lados de un triángulo rectángulo tienen por medida tres números enteros consecutivos. Halla dichos números.
- (86) Un cuadrado tiene $33 m^2$ más que otro, y este, 1 m menos de lado que el primero. Halla los lados de los cuadrados.
- (87) Las medidas de los lados y la diagonal de un rectángulo son tres números pares consecutivos. Halla estos elementos.
- (88) **Problema del bambú.** Un bambú que mide 30 codos y que se eleva sobre un terreno plano se rompe en un punto por la fuerza del viento. Su extremidad toca el suelo a 16 codos de su pie. ¿A qué altura se ha roto?
- (89) Problema del junco, de un texto indio del siglo IX. Un junco enraizado en el fondo de un estanque se encuentra a 90 cm de la orilla y su cabeza se eleva 30 cm sobre el agua. Por la fuerza del viento se ha inclinado de modo que su cabeza toca la orilla a ras del agua. ¿Cuál es la profundidad del estanque y la altura del junco?
- (90) El perímetro de un triángulo rectángulo es de 70 metros y la hipotenusa 29 m. Calcula los catetos.
- (91) Los 3 lados de un triángulo son 18, 16 y 9 m. Determina qué misma cantidad se debe restar a cada lado para que resulte un triángulo rectángulo.

- (92) ¿En cuántos puntos se pueden cortar dos circunferencias?
- (93) Sabiendo que la diagonal de un rectángulo es 26 y su perímetro 68, calcula sus lados.
- (94) Calcula las dimensiones de un rectángulo sabiendo que su diagonal es 17 y su área 120.
- (95) Calcula el radio de un círculo sabiendo que si aumentamos el radio en 3 cm se cuadruplica su área.
- (96) Uno de los lados de un rectángulo mide 6 cm más que el otro. ¿Cuáles son sus dimensiones si su área es $91~cm^2$?
- (97) Los lados de un triángulo rectángulo tienen por medida en centímetros 3 números pares consecutivos. Calcúlalos.
- (98) Calcula la altura de un triángulo equilátero de área $3\sqrt{3}$.

- (99) ¿Qué es 1 litro?
- (100) Calcula el volumen de un cubo de 3 cm de lado.
- (101) Calcula en litros el volumen de un cubo de 10 cm de lado.
- (102) ¿Qué cantidad de agua, en litros, entra en un aula de 7 m x 8 m x 3 m?
- (103) Coge una copa con forma cilíndrica y llénala hasta el borde. Supón que colocas copas iguales en fila y vacías la copa llena en las copas llenándolas solo hasta la mitad. ¿Cuántas copas llenarás?
- (104) Calcula el volumen de un cilindro de 2 cm de radio y 8 cm de altura. Haz un dibujo a escala de su forma.
- (105) Calcula el volumen de una esfera de 12000 km de diámetro.
- (106) Calcula el volumen de un cono de 10 cm de diámetro y 10 cm de altura.
- (107) Calcula el volumen de una caja de 40 cm x 30 cm x 15 cm.
- (108) En un armario de 1 metro de ancho, 40 cm de fondo y 2 metros de alto ¿cuántas cajas de zapatos entran?
- (109) Calcula la cantidad de agua, en litros, que entra en una piscina olímpica de 50 metros de largo por 25 metros de ancho y 3 metros de alto. ¿Cuánto tiempo crees que se tardará en llenar la piscina? Haz una estimación.
- (110) Calcula el volumen de la pirámide de Keops, sabiendo que es una pirámide de base cuadrada de 230 metros de lado y 150 metros de altura (medidas aproximadas).
- (111) Calcula el volumen de las torres de Kio sabiendo que tienen forma de prisma inclinado de base cuadrada de lado 35 m, con una altura de 114 m.