

Pruebas de Acceso a las Universidades de Castilla y León

MATEMÁTICAS II

Texto para los Alumnos

Nº páginas 2

CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN DE LA PRUEBA: Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: Correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver. Justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las respuestas. Claridad y coherencia en la exposición. Precisión en los cálculos y en las notaciones.

DATOS O TABLAS (SI HA LUGAR): Podrá utilizarse una calculadora "de una línea". No se admitirá el uso de memoria para texto, ni de las prestaciones gráficas.

OPTATIVIDAD: Se proponen dos pruebas, A y B. Cada una de ellas consta de dos problemas, PR-1 y PR-2, y cuatro cuestiones, C-1, C-2, C-3 y C-4. Cada problema tendrá una puntuación máxima de tres puntos, y cada cuestión se puntuará, como máximo, con un punto. **EL ALUMNO DEBERÁ ESCOGER UNA DE LAS PRUEBAS, A ó B, Y DESARROLLAR LAS PREGUNTAS DE LA MISMA EN EL ORDEN QUE DESEE**.

PRUEBA A

PROBLEMAS

PR-1.- Sea la función
$$f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 1}$$
.

a) Hallar su dominio, intervalos de crecimiento y decrecimiento, extremos relativos, intervalos de concavidad y convexidad, puntos de inflexión y asíntotas. Esbozar su gráfica. (2 puntos)

b) Calcular el valor de
$$\int_0^1 f(x)dx$$
. (1 punto)

PR-2.- Se consideran la recta
$$r = \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{2} = z$$
 y el punto $P(1,8,2)$.

a) Hállese el punto A de r tal que el vector \overrightarrow{AP} es perpendicular a r. (1 punto)

b) Determínese el plano π que es paralelo a r, pasa por B(5,1,0) y por el simétrico de P respecto de r. (2 puntos)

CUESTIONES

C-1.- Calcular el límite
$$\lim_{x\to 0} \frac{\ln(2^{\operatorname{sen}(x)})}{e^x - 1}$$
. (1 punto)

C-2.- Hallar los puntos en los que la recta tangente a la gráfica de la función $f(x) = x^3$ es paralela a la recta de ecuación y = 3x + 2. (1 punto)

C-3.- Determinar el ángulo que forman la recta $r = \frac{x}{2} = \frac{y+1}{3} = z$ y el plano $\pi = x + y - z = 4$. (1 punto)

C-4.- Resolver la ecuación
$$\begin{vmatrix} -x & -1 & 2x \\ 2x & -x & -1-x \\ -1 & 2x & 0 \end{vmatrix} = 0.$$
 (1 punto)

PRUEBA B

PROBLEMAS

PR-1.- a) Discutir, según el valor del parámetro real *a*, el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 2x + y + z = 4 \\ x - ay + z = a \end{cases}$$

$$3x + 2z = 5$$
(2,5 puntos)

- b) Interpretar la discusión realizada en a) en términos de la posición relativa de los planos dados por cada una de las tres ecuaciones del sistema. (0,5 puntos)
- **PR-2.-** Sea la función $f(x) = \operatorname{sen}(x) + \cos(x)$, definida en el intervalo $[0,2\pi]$.
- a) Hallar los intervalos de crecimiento y decrecimiento, y los extremos relativos. Esbozar su gráfica. (2 puntos)
- b) Calcular el área del recinto limitado por la gráfica de f y las rectas de ecuaciones

$$x = 0$$
, $x = \frac{\pi}{4}$, e $y = 2$. (1 punto)

CUESTIONES

C-1.- Sea $\alpha \neq 0$ un número real, y las rectas de ecuaciones

$$r \equiv \frac{x}{2} = y = \frac{z}{\alpha},$$
 $s \equiv \begin{cases} x = 1 + 4\lambda \\ y = 2\lambda \\ z = 3 - 2\lambda \end{cases}$.

Para el valor de α para el que r y s son paralelas, hallar el plano que las contiene.

(1 punto)

C-2.- Estudiar, en función del parámetro real λ , el rango de la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 2 - \lambda & 1 & 1 \\ 1 & -\lambda & -1 \\ 1 & -1 & 2 - \lambda \end{pmatrix}.$$
 (1 punto)

C-3.- Probar que la ecuación $x^{2009} - e^x + 2 = 0$ tiene alguna solución. (1 punto)

C-4.- Calcular
$$\int \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}}$$
. (1 punto)