

EJERCICIOS IMPRESCINDIBLES

► Conjuntos

- (1) **Elección en 4º de la ESO.** Cuando se le pregunta a los 20 alumnos de un grupo de 4º de la ESO qué quiere estudiar, responden los siguiente:

- a) Un 50 % se plantea hacer el bachillerato de ciencias.
- b) Un 70 % se plantea hacer el bachillerato de letras.
- c) Un alumno no sabe qué hacer.

Llamando $A = \{\text{alumnos que quieren hacer el bachillerato de ciencias}\}$, $B = \{\text{alumnos que quieren hacer el de letras}\}$, $C = \{\text{toda la clase}\}$, $D = \{\text{alumnos que no saben qué hacer}\}$, responde los siguientes apartados:

- a) Los conjuntos A y B ¿son disjuntos?
- b) Haz un diagrama de Venn identificando todos los conjuntos que aparecen.
- c) En el diagrama de Venn identifica los siguientes conjuntos:
 - 1) Alumnos que tienen una idea de qué estudiar.
 - 2) Alumnos que no saben qué estudiar.
 - 3) Alumnos que se plantean estudiar el bachillerato de ciencias.
 - 4) Alumnos que dudan entre estudiar el bachillerato de ciencias y el de letras.
- d) ¿Qué significado tiene el complementario de $A \cup B$? ¿Y $A \cap B$?
- e) Anota el número de elementos que tiene cada conjunto.
- f) Calcula el número de:
 - 1) Alumnos que tienen claro que quieren estudiar.
 - 2) Alumnos que dudan entre estudiar un bachillerato u otro.
 - 3) Alumnos que solo quieren hacer el bachillerato de ciencias.
 - 4) Alumnos que solo quieren hacer el bachillerato de letras.

(solución)

- (2) Calcula:

- | | | | |
|-----------------------|-----------------------|------------------------|------------------------|
| a) $A \cup A$ | d) $A \cup \emptyset$ | g) $A \cup (A \cup B)$ | j) $A \cap (A \cap B)$ |
| b) $A \cap A$ | e) $A \cap S$ | h) $A \cap (A \cup B)$ | |
| c) $A \cap \emptyset$ | f) $A \cup S$ | i) $A \cup (A \cap B)$ | |

Siendo S el conjunto universo.

(solución)

- (3) Haz un diagrama de Venn identificando los siguientes sucesos:

- $a) \overline{A} \cap \overline{B}$ $c) \overline{A \cup B}$ $e) \overline{A} \cup B$
 $b) \overline{A} \cup \overline{B}$ $d) \overline{A} \cap B$

(solución)

(4) Calcula $\overline{\overline{A}}$ a partir de A .

► Probabilidad

(5) Escribe un par de experimentos aleatorios y un par de experimentos deterministas.

► Regla de Laplace

(6) **Tirando dos monedas.** Supongamos que tiramos dos monedas al aire.

- $a)$ ¿Es un experimento aleatorio? ¿Por qué?
 $b)$ Identifica el espacio muestral.
 $c)$ Identifica los siguientes sucesos:
 1) Sacar dos caras.
 2) No sacar ninguna cara.
 3) Que las dos monedas sean iguales.
 4) Que las dos monedas sean diferentes.
 $d)$ Calcula la probabilidad de cada uno de los sucesos anteriores.
 $e)$ Supón que apuestas un euro a que salen dos caras. Después de haber jugado 100.000 partidas, ¿cuánto es de esperar que hayas ganado o perdido?

(solución)

(7) **Tirando un dado.** Supongamos que tiramos un dado al aire.

- $a)$ ¿Es un experimento aleatorio? ¿Por qué?
 $b)$ Identifica el espacio muestral.
 $c)$ Identifica los siguientes sucesos:
 1) Sacar un 1.
 2) Sacar un número par.
 3) Sacar un número mayor que 4.
 4) Sacar un número primo.
 $d)$ Calcula la probabilidad de cada uno de los sucesos anteriores.
 $e)$ Supón que apuestas un euro a que sale un número mayor que 4. Después de haber jugado 90.000 partidas, ¿cuánto es de esperar que hayas ganado o perdido?

(solución)

(8) **Tirando dos dados.** Supongamos que lanzamos dos dados al aire.

- a) ¿Es un experimento aleatorio? ¿Por qué?
- b) Identifica el espacio muestral.
- c) Identifica los siguientes sucesos:
 - 1) Sacar dos unos.
 - 2) Que los dos dados sean iguales.
 - 3) Que los dos dados sean diferentes.
 - 4) Que la suma de los dos dados sea 5.
- d) Calcula la probabilidad de cada uno de los sucesos anteriores.
- e) Supón que apuestas un euro a que salgan dos unos. Después de haber jugado 36.000 partidas, ¿cuánto es de esperar que hayas

(solución)

► Aplicaciones regla de Laplace

(9) **Dados pintados.** Supongamos que tenemos un dado con dos caras pintadas de rojo y el resto de negro. Tiramos el dado y nos fijamos en el color de la cara superior:

- a) ¿Es un experimento aleatorio? ¿Por qué?
- b) Identifica el espacio muestral.
- c) Identifica los siguientes sucesos:
 - 1) Sacar una cara roja.
 - 2) Sacar una cara negra.
- d) Calcula la probabilidad de cada uno de los sucesos anteriores.

(solución)

(10) **Baraja española.** Una baraja española está formada por 40 cartas, 4 palos de 10 cartas cada una. Los palos son: oros, bastos, espadas y copas. Supongamos que barajamos las cartas y extraemos una:

- a) ¿Es un experimento aleatorio? ¿Por qué?
- b) Identifica el espacio muestral.
- c) Identifica los siguientes sucesos:
 - 1) Sacar el as de oros.
 - 2) Sacar un as.
 - 3) Sacar una copa.
 - 4) No sacar un basto.
 - 5) Sacar una figura (sota, caballo o rey).

d) Calcula la probabilidad de cada uno de los sucesos anteriores.

Supongamos que has extraído una carta y has obtenido un as. ¿Cuál es la probabilidad de que al extraer otra carta salga de nuevo otro as? *(solución)*

(11) **Sacando una canicas (I).** Supongamos que tenemos una bolsa con 2 canicas negras y 3 blancas, y extraemos una.

a) ¿Es un experimento aleatorio? ¿Por qué?

b) Identifica el espacio muestral.

c) Identifica los siguientes sucesos:

1) Sacar una canica negra.

2) Sacar una canica blanca.

d) Calcula la probabilidad de cada uno de los sucesos anteriores.

(solución)

(12) **Sacando una canicas (II).** Supongamos que tenemos una bolsa con 2 canicas negras, 3 blancas y 4 rojas, y extraemos una.

a) ¿Es un experimento aleatorio? ¿Por qué?

b) Identifica el espacio muestral.

c) Identifica los siguientes sucesos:

1) Sacar una canica negra.

2) Sacar una canica blanca.

3) Sacar una canica roja.

4) Sacar una canica blanca o roja.

5) Sacar una canica negra o blanca.

d) Calcula la probabilidad de cada uno de los sucesos anteriores.

(solución)

(13) **Sacando dos canicas con y sin reemplazamiento.** Supongamos que tenemos una bolsa con 2 canicas negras y 4 blancas.

a) Calcula la probabilidad de sacar una canica negra.

b) Supón que después de haber sacado la canica negra, la volvemos a meter, y volvemos a sacar una canica. ¿Cuál es la probabilidad de que esta segunda canica sea negra? ¿y de que sea blanca?

c) Y si en lugar de volverla a meter, sacamos otra canica, ¿cuál es la probabilidad de que la segunda canica sea negra? ¿y de que sea blanca?

d) Responde a las preguntas anteriores pero suponiendo que la primera canica que sacamos era blanca.

(solución)

(14) **Fechas.** Supongamos que un año tiene 365 días y que todos los partos son naturales, y no están provocados por los médicos.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de nacer el 31 de diciembre?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de nacer en abril?
- c) Si cogemos a 50 millones de personas, ¿cuántas personas habrán nacido el 31 de diciembre? ¿y cuántas habrán nacido en abril?
- d) ¿Cuántos españoles habrán nacido en diciembre?
- e) Hay algunas personas que creen que los días de luna llena se producen más nacimientos que el resto de los días. Si esto fuese verdad querría decir que la probabilidad de que una mujer tenga un niño un día de luna llena es mayor que el resto de los días, no cumpliéndose lo obtenido por la regla de Laplace. ¿Cómo podrías averiguar la probabilidad real de que un niño nazca un día determinado del año? Pregunta a tu profesor de física si hay algún motivo por el que la luna llena pudiese influir sobre el parto de una mujer.

(solución)

EJERCICIOS PARA PRACTICAR

- (1) Tiramos dos dados y restamos sus resultados (el mayor del menor)
- a) Identifica el espacio muestral.
 - b) Identifica los siguientes sucesos:
 - 1) Sacar un 2.
 - 2) Sacar un 6.
 - 3) Sacar un 0
 - c) Calcula la probabilidad de sacar un 2 y la probabilidad de sacar un 6.
- (2) **De ampliación. Cáncer de mama** Según la Sociedad Americana del Cáncer la probabilidad de que una mujer desarrolle cáncer de mama es del 12'29 %.
- a) Identifica el experimento a realizar.
 - b) ¿Es un experimento aleatorio? ¿Por qué?
 - c) Identifica el espacio muestral.
 - d) Explica qué quiere decir que la probabilidad sea del 12'29 %.
 - e) Si tú tuvieras que calcular la probabilidad de que se produzca este tipo de cáncer ¿sabrías hacerlo? ¿Cómo?
- (3) **Acceso grado medio.** En un edificio viven 120 personas, de las cuales 65 son mujeres y 55 hombres. Se sabe, además, que 42 de estas personas están casadas y 44 son mujeres solteras.

- a) Completa la siguiente tabla con los datos anteriores y obtenga los que faltan:

	Casados	Solteros	Totales
Hombres			
Mujeres			
Totales			

- b) Calcule la probabilidad de que al elegir al azar una persona del edificio sea un hombre casado.
- (4) **Acceso grado medio.** Dos amigos están jugando al parchís. Después de un rato, uno de ellos dice enfadado: “Llevo 20 tiradas y no consigo que me salga 5. Sin embargo, el 3 me ha salido 6 veces... ¡Deberíamos jugar a que saca ficha el que consiga un tres!”.

Responde a las siguientes cuestiones, justificando la respuesta:

- a) Al lanzar un dado, ¿qué es más fácil, que salga un tres o que salga un cinco?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de cada valor del dado al lanzarlo?
- c) ¿Es justo jugar a sacar ficha el que obtenga un cinco o debería cambiarse el juego?

- (5) **Acceso grado medio.** En un estudio realizado en una máquina tragaperras, durante una semana, ha dado los siguientes premios:

premios	0	1	3	10	60
nº de veces	1500	250	100	75	1

Halla la probabilidad de los siguientes sucesos:

- a) Que la máquina tragaperras no de ningún premio.
- b) Que la máquina tragaperras entregue un premio mayor o igual de 10 euros.

- (6) **Acceso grado medio.** Álvaro propone a Julia el siguiente juego:

Lanzan dos monedas. Si salen dos caras Julia consigue un punto. Si sale una cara y una cruz Álvaro consigue un punto. Gana el que obtenga más puntos en 30 lanzamientos.

- a) Escribe todos los resultados posibles en el lanzamiento de dos monedas.
- b) ¿Quién tiene más posibilidades de ganar: Álvaro o Julia? Justifica tu respuesta.
- c) ¿Es un juego justo? Justifica tu respuesta.

► De genética

Mira estos ejercicios sólo si se ha explicado la materia en clase.

- (7) **Mezclando animales.** Una pareja de animales de laboratorio de pelo negro tienen un descendiente de pelo blanco. Éste se cruza con una hembra de pelo negro cuyos progenitores eran uno de pelo negro y otro de pelo blanco. Calcula la probabilidad de que los descendientes tengan el pelo negro. (El fenotipo “negro” es dominante).
- (8) **Color de ojos.** El color negro de los ojos en el hombre es dominante respecto al azul. Un hombre de ojos negros, cuya madre tenía los ojos azules, se casa con una mujer de ojos azules. Calcula la probabilidad de que sus hijos tengan ojos azules.
- (9) En un bombo metemos 60 canicas numeradas del 1 al 60.
 - a) Calcula la probabilidad de sacar la canica número 5.
 - b) Si hemos sacado la canica número 5, ¿cuál es la probabilidad de sacar la canica número 1 en la siguiente extracción?