

---

# ECUACIONES

---

## EJERCICIOS IMPRESCINDIBLES

### ► Ecuaciones de primer grado

(1) Resuelve:  $2(x + 3) - \frac{3 - 5x}{2} = 3x + \frac{x - 1}{2}$

(2) Resuelve:  $2(x + 3) - \frac{5 - 3x}{2} = 3x + \frac{x - 1}{2}$

### ► Ecuaciones de segundo grado

(3) Resuelve:

a)  $3x^2 + x - 2 = 0$

b)  $x^2 - 4x + 4 = 0$

c)  $2x^2 + x + 3 = 0$

(4) Resuelve:

a)  $(x + 1)(x - 1) - \frac{x + 1}{2} = x^2 + 2x$

b)  $2(x^2 - 3) = 5 - (x + 1)(x - 1)$

### ► Sistemas de ecuaciones triangulares

(5) Resuelve:

a) 
$$\begin{cases} 2x + 3y - z = 4 \\ 5y - 2z = 2 \\ 3z = 12 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} x + 2y - 3z = 3 \\ 2x - 3y = -8 \\ 5x = -5 \end{cases}$$

### ► Sistemas de ecuaciones lineales 3x3

(6) **Método de Gauss.** Resuelve usando el método de Gauss los siguientes sistemas de ecuaciones:

a) 
$$\begin{cases} 2x + z = 6 \\ x + y + z = 2 \\ 2y + 3z = 2 \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} x + y = 11 \\ 2y + 3z = 14 \\ x - z = 3 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} 2x - 3y + z = 16 \\ 3x + y - z = 17 \\ 2x + 2y - 2z = 6 \end{cases}$$

- (7) **Resolviendo a ojo.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones. Intenta resolverlo sin usar el método de Gauss:

$$\begin{cases} 2x + y - z = 5 \\ x + 2y + 3z = 0 \\ 3x - y + z = -5 \end{cases}$$

► Resolución gráfica de sistemas lineales 2x2

- (8) Resuelve gráficamente y clasifica los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$\begin{array}{lll} a) \begin{cases} x + 2y = 5 \\ 3x - y = 1 \end{cases} & b) \begin{cases} 2x + 5y = 10 \\ 4x + 10y = 20 \end{cases} & c) \begin{cases} 2x - y = -4 \\ 4x - 2y = 8 \end{cases} \end{array}$$

► Problemas

- (9) La suma de las tres cifras de un número es 18, siendo la cifra de las decenas igual a la media de las otras dos. Si se cambia la cifra de las unidades por la de las centenas, el número aumenta en 198 unidades. Calcula dicho número.
- (10) En una fábrica trabajan 22 personas entre electricistas, administrativos y directivos. El doble del número de administrativos más el triple del número de directivos, es igual al doble del número de electricistas.
- a) ¿Es posible saber con estos datos el número de electricistas que hay?
- b) Si además se sabe que el número de electricistas es el doble del de administrativos. ¿Cuántas personas hay de cada una?
- (11) Una familia dispone de 80 euros mensuales para realizar la compra en una carnicería. El primer mes compran 10 Kg. de carne de pollo, 6 Kg. de carne de cerdo y 3 Kg. de ternera y les sobran 3.1 euros. El siguiente mes adquieren 10 kg de carne de pollo, 7 Kg. de carne de cerdo y 2 Kg. de carne de ternera y les sobran 5.1 euros. El tercer mes compran 11 Kg. de carne de pollo, 6 Kg. de carne de cerdo y 2 Kg. de carne de ternera, abonando un total de 72 euros y 30 céntimos. Suponiendo que no ha variado el precio de la carne en estos meses, ¿cuánto cuesta el Kg. de carne de pollo, cerdo y ternera?
- (12) Julia, Clara y Miguel reparten hojas de propaganda. Clara reparte siempre el 20 % del total, Miguel reparte 100 hojas más que Julia. Entre Clara y Julia reparten 850 hojas. Plantea un sistema de ecuaciones que permita saber cuántas hojas reparte cada uno. Sabiendo que la empresa paga 1 céntimo por cada hoja repartida, calcula el dinero que ha recibido cada uno de los tres.
- (13) Compramos tres regalos A, B y C para tres amigos. Sabemos que hemos pagado 117 euros por los tres regalos tras habernos hecho un descuento del 10 % sobre el precio total. Además sabemos que el precio del regalo C es el doble que el del regalo A y que el regalo C es 20 euros más caro que el regalo B. ¿Cuánto hemos gastado en cada regalo?

- (14) El dueño de un supermercado ha comprado embutido, bebidas y conservas, por un importe total de 4600 €. El valor de las conservas es el mismo que el de las bebidas y embutidos juntos. Si vende todos estos productos, añadiendo un beneficio del 10 % en el embutido, el 20 % en las bebidas y el 15 % en las conservas, obtendrá un importe total de 5305 €. Calcula lo que pagó por cada uno de ellos.
- (15) En un hipermercado se realiza el recuento de caja al final de cierto día. En monedas de 10, 20 y 50 céntimos de euro, el importe total obtenido asciende a 500 euros. Por otro lado, se sabe que 200 euros corresponden, conjuntamente, a las monedas de 10 y 20 céntimos. Si en total se cuentan 1800 monedas, ¿cuántas monedas debe haber de 10, 20 y 50 céntimos para que la caja cuadre?
- (16) Un grupo de estudiantes financia su viaje de fin de curso con la venta de participaciones de lotería, por importe de 1, 2 y 5 euros. Han recaudado, en total, 600 euros y han vendido el doble de participaciones de 1 euro que de 5 euros. Si han vendido un total de 260 participaciones, calcula el número de participaciones que han vendido de cada importe.
- (17) Una fábrica produce tres tipos de herramientas: A, B y C. En la fábrica trabajan tres obreros, durante 8 horas diarias cada uno, y un revisor para comprobar las herramientas durante 1 hora diaria. Para fabricar una herramienta de tipo A se emplean 2 horas de mano de obra y se necesitan 6 minutos de revisión, para la fabricación de una de tipo B se emplean 4 horas de mano de obra y 4 minutos de revisión y para una de tipo C se necesitan 1 hora de mano de obra y 4 minutos de revisión. Por limitaciones en la producción, se deben producir exactamente 12 herramientas al día. Calcula el número de herramientas de cada tipo que se elaboran cada día en la fábrica.
- (18) En un aparcamiento hay 24 coches aparcados, de color blanco, rojo o gris. El número de coches grises es igual al doble del número de coches rojos.
- a) ¿Es posible saber, con estos datos, el número de coches blancos que hay aparcados? Razona tu respuesta.
  - b) Si además se sabe que la mitad de coches son rojos o grises, ¿cuántos coches hay de cada color?

## EJERCICIOS PARA PRACTICAR

(1) Resuelve:  $(2x + 1)(2x - 1) + 3x^2 = (x + 1)(x + 2)$

(2) Calcula el valor de  $m$  para que la igualdad siguiente sea una identidad:

$$2x - 8(mx - 6) = 48 + 2mx$$

(3) Clasifica y resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$a) \begin{cases} x + y + z = 2 \\ \quad 3y + 2z = 5 \\ 3x \quad \quad + z = 1 \end{cases}$$

$$l) \begin{cases} x - 2y + z = -1 \\ x + y + 3z = 4 \\ 5x - y + 3z = 10 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} \quad y + z = 1 \\ x \quad \quad + z = 1 \\ x + y \quad \quad = 0 \end{cases}$$

$$m) \begin{cases} \quad y + 3z = 0 \\ x \quad \quad + 2z = 1 \\ x \quad \quad + 3z = -1 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 2x - y + 3z = 3 \\ 3x + 2y - z = 1 \\ 2x - 2y + 2z = 4 \end{cases}$$

$$n) \begin{cases} x - y \quad \quad = 3 \\ x \quad \quad + 9z = 7 \\ x - y + 6z = 6 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} x + y - 2z = 3 \\ -x \quad \quad + z = -1 \\ 2x - 2y \quad \quad = -2 \end{cases}$$

$$\tilde{n}) \begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ \quad y + z = 0 \\ x \quad \quad + z = 1 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} 2x + 3y + z = 6 \\ 3x \quad \quad + 2z = 4 \\ \quad 2y - 3z = 5 \end{cases}$$

$$o) \begin{cases} -x + y + z = 1 \\ x - y + z = -1 \\ x + y - z = 1 \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} x + y - 2z = -1 \\ x \quad \quad - z = 0 \\ \quad y - z = -1 \end{cases}$$

$$p) \begin{cases} 2x - 4y - 2z = -2 \\ \quad y - z = 0 \\ 2x \quad \quad + 2z = 2 \end{cases}$$

$$g) \begin{cases} x + y - z = 1 \\ 3x + y + z = 5 \\ x - y + 3z = 3 \end{cases}$$

$$q) \begin{cases} x + 2y + z = 0 \\ -x - y \quad \quad = 1 \\ \quad - y - z = -1 \end{cases}$$

$$h) \begin{cases} 2x \quad \quad + 3z = -6 \\ \quad y - z = 4 \\ x + 2y - z = 6 \end{cases}$$

$$r) \begin{cases} 2x + y - z = 2 \\ x + y + 2z = 5 \\ -x \quad \quad + 5z = 3 \end{cases}$$

$$i) \begin{cases} 2x - y + z = 1 \\ 4x + 8y - 12z = 16 \\ 3x + 2y - z = 4 \end{cases}$$

$$s) \begin{cases} 2x + y - 3z = 5 \\ -x + y + z = -4 \\ x + 2y - 2z = 1 \end{cases}$$

$$j) \begin{cases} x - 2y + z = 0 \\ 3x + 2y - 2z = 4 \\ 8x + 8y - 3z = 8 \end{cases}$$

$$t) \begin{cases} x + y + z = 0 \\ -x + 2y + 2z = -3 \\ x - 2y - z = 2 \end{cases}$$

$$k) \begin{cases} x + y - z = 25 \\ 2x - y + 10z = 50 \\ 3x \quad \quad - 4z = 10 \end{cases}$$

$$u) \begin{cases} x + y + 3z = 9 \\ 3x - 2y + z = 40 \\ x + y + 4z = 9 \end{cases}$$

## ► Problemas

- (4) En una fábrica de artículos deportivos se dispone de 10 cajas de diferentes tamaño: grandes, medianas y pequeñas para envasar las camisetas de atletismo producidas, con capacidad para 50, 30 y 25 camisetas respectivamente. Si una caja grande fuera mediana, entonces habría el mismo número de grandes y medianas. En total se envasan 390 camisetas. Determina el número de cajas que hay de cada clase.
- (5) Un trayecto de 200 km se ha de hacer combinando taxi, ferrocarril y autobús. El coste del taxi es de 5 euros/km; el del ferrocarril de 2 euros/km, y el del autobús, de 3 euros/km. El recorrido nos ha costado 500 euros, pues hemos hecho el doble de kilómetros en ferrocarril que en taxi y autobús juntos. Determina las distancias que hemos recorrido en cada medio de transporte.
- (6) Una inmobiliaria ha vendido un total de 65 plazas de garaje en 3 urbanizaciones diferentes. Las ganancias obtenidas por la venta de una plaza de garaje en la urbanización A son de 2.000 euros, 4.000 euros por una en la urbanización B y 6.000 euros por una en la C. Se sabe que se han vendido un 50 % más de plazas en la urbanización A que en la C. Calcula el número de plazas vendidas en cada urbanización sabiendo que el beneficio obtenido por las vendidas en la urbanización C es igual a la suma de los beneficios obtenidos por las vendidas en las urbanizaciones A y B.
- (7) Un agricultor tiene repartidas sus 10 hectáreas de terreno en barbecho, cultivo de trigo y cultivo de cebada. La superficie dedicada al trigo ocupa 2 hectáreas más que la dedicada a la cebada, mientras que en barbecho tiene 6 hectáreas menos que la superficie total dedicada al cultivo de trigo y cebada. ¿Cuántas hectáreas tiene dedicadas a cada uno de los cultivos y cuántas están en barbecho?
- (8) Un grupo de personas se reúne para ir de excursión, juntándose un total de 20 entre hombres, mujeres y niños. Contando hombres y mujeres juntos, su número resulta ser el triple que el número de niños. Además, si hubiera acudido una mujer más, su número igualaría al de hombres. Calcular cuántos hombres, mujeres y niños han ido de excursión.
- (9) Con las 12 monedas que tengo en el bolsillo (de 50 céntimos, de 20 céntimos y de 10 céntimos de euro) puedo comprar un pastel cuyo precio es de 2'80 euros. Si una moneda de 50 céntimos lo fuera de 20 céntimos, entonces el número de las de 20 céntimos y el número de las de 10 céntimos coincidiría. ¿Cuántas monedas tengo de cada clase?
- (10) El dueño de una tienda compra 2 televisores y 6 equipos de música. De acuerdo con el precio marcado, debería pagar 10.480 euros. Como paga al contado, le hacen un descuento del 5 % en cada televisor y del 10 % en cada equipo de música, con lo que solo paga 9.842 euros. ¿Cuál es el precio marcado de cada televisor y de cada equipo de música?
- (11) Tres familias van a una cafetería. La primera familia toma 2 cafés, 1 cortado y 2 descafeinados; la segunda familia toma 3 cafés y 2 descafeinados; y la tercera familia toma 1 café, 2 cortados y 2 descafeinados. A la primera familia le presentan una

factura de 5'20 euros, a la segunda una de 5 euros y a la tercera una de 6'20 euros. ¿Hay alguna factura incorrecta?

- (12) Una empresa ha gastado 6.560 euros en comprar 90 cestas de navidad de 3 tipos, que cuestan 60, 80 y 120 euros, respectivamente. Las cestas más caras son un 10 % de las cestas compradas. ¿Cuántas cestas de cada tipo compró la empresa?
- (13) Una tienda posee tres tipos de conservas A, B, C. El precio medio de las 3 conservas es de 1 euro. Un cliente compra 30 unidades de A, 20 de B y 10 de C, pagando por ello 60 euros. Otro compra 20 unidades de A y 25 de C, pagando por ello 45 euros. Calcula el precio de cada uno.
- (14) Un alumno emplea en la compra de 3 lápices, 1 sacapuntas y 2 gomas de borrar, 3 euros. El doble del precio de un lápiz excede en cinco céntimos de euro a la suma de los precios de un sacapuntas y de una goma de borrar. Si cada lápiz costara cinco céntimos de euro más, entonces su precio duplicaría al de una goma de borrar. Determina el precio de un lápiz, de un sacapuntas y de una goma de borrar.
- (15) Los 3 modelos existentes de una marca de automóviles cuestan 12.000, 15.000 y 22.000 euros, respectivamente. Un concesionario ha ingresado 1 265 000 euros por la venta de automóviles de esta marca. ¿Cuántos coches ha vendido de cada modelo si del más barato se vendieron tantos como de los otros dos juntos y del más caro la tercera parte de los coches que cuestan 15.000 euros?
- (16) Se tienen 9'50 euros en monedas de 5 céntimos, de 10 céntimos y de 50 céntimos. El número de monedas de 10 céntimos excede en 9 unidades al número de monedas de 50 céntimos, y por cada 3 monedas de 10 céntimos se tienen 4 de 5 céntimos. ¿Cuántas monedas se tienen de cada valor?
- (17) El propietario de un bar ha comprado referescos, cerveza y vino, por un importe total de 3.000 euros (sin impuestos), siendo el valor de los refrescos igual al valor conjunto de la cerveza y el vino. Tras añadir los impuestos la factura asciende a 3.260 euros. Hallar el valor inicial de cada una de las bebidas, sabiendo que los impuestos sobre los refrescos, la cerveza y el vino eran el 6 %, el 10 % y el 14 % respectivamente.
- (18) Un videoclub está especializado en películas de 3 tipos: infantiles, oeste americano y terror. Se sabe que:
- a) El 60 % de las películas infantiles más el 50 % de las del oeste representan el 30 % del total de las películas.
  - b) El 20 % de las infantiles más el 60 % de las del oeste más el 60 % de las de terror representan la mitad del total de películas.
  - c) Hay 100 películas más del oeste que de infantiles.

Halla el número de películas de cada tipo.

- (19) La edad, en años, de Juan es el doble que la suma de las edades de sus 2 hijos: Pedro y Luis. A su vez, Pedro es 3 años mayor que Luis. Dentro de 10 años, la edad del

padre sobrepasa en 11 años a la suma de las edades de los hijos. Calcula la edad de Juan, Pedro y Luis.

- (20) Tres hermanos quieren reunir 26 euros para comprar un regalo a sus padres. Después de una larga discusión han decidido que el mediano debe poner el doble que el pequeño y el mayor debe poner dos terceras partes de lo que ponga el mediano. ¿Cuánto debe poner cada uno?
- (21) Cierta marca de pintura es elaborada con tres ingredientes A, B y C, comercializándose en tres tonos diferentes. El primero se prepara con 2 unidades de A, 2 de B y 1 de C, el segundo con 1 unidad de A, 2 de B y 2 de C, y el tercero con una unidad de cada ingrediente. El bote del primer tono se vende a 3800 pesetas, el del segundo a 3100 pesetas y el del tercero a 2300 pesetas. Sabiendo que el margen comercial (o ganancia) es de 500 pesetas por bote, ¿qué precio por unidad le cuesta a dicha marca de pintura cada uno de los tres ingredientes?
- (22) Una empresa desea disponer de dinero en efectivo en euros, dólares y libras esterlinas. El valor total entre las tres monedas ha de ser igual a 264.000 euros. Se quiere que el valor del dinero disponible en euros sea el doble del valor del dinero en dólares, y que el valor del dinero en libras esterlinas sea la décima parte del dinero en euros. . . Si se supone que una libra esterlina es igual a 1,5 euros y un dólar es igual a 1,1 euros, se pide determinar la cantidad de euros, dólares y libras esterlinas que la empresa ha de tener disponible.