

Pruebas de acceso a enseñanzas universitarias oficiales de grado

Castilla y León

MATEMÁTICAS II

EJERCICIO

Nº Páginas: 2

INDICACIONES: 1.- OPTATIVIDAD: El alumno deberá escoger una de las dos opciones, pudiendo desarrollar los cuatro ejercicios de la misma en el orden que desee.

2.- CALCULADORA: Se permitirá el uso de **calculadoras no programables** (que no admitan memoria para texto ni representaciones gráficas).

CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN: Cada ejercicio se puntuará sobre un máximo de 2,5 puntos. Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: Correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver. Justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las respuestas. Claridad y coherencia en la exposición. Precisión en los cálculos y en las notaciones. Deben figurar explícitamente las operaciones no triviales, de modo que puedan reconstruirse la argumentación lógica y los cálculos.

OPCIÓN A

E1. Dada la matriz
$$A = \begin{pmatrix} m+2 & 0 & 0 \\ -3 & m+1 & 1 \\ 1 & 0 & m-1 \end{pmatrix}$$
, se pide:

a) Hallar los valores de m para que la matriz A^{10} tenga inversa. (1,25 puntos)

b) Para m = 0, calcular, si es posible, la matriz inversa de A. (1,25 puntos)

E2.- a) Calcular la recta que corta perpendicularmente al eje OZ y que pasa por el punto P = (1,2,3). (1,25 puntos)

b) Estudiar, en función del parámetro a, la posición relativa de la recta $r = \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ y el plano $\pi = x + y + az = 1$. (1,25 puntos)

E3.- Determinar los vértices del rectángulo de área máxima que tiene lados paralelos a los ejes de coordenadas y vértices en el borde del recinto delimitado por las gráficas de las funciones $f(x) = x^2$ y $g(x) = 2 - x^2$. (2,5 puntos)

E4.- a) Sea g(x) una función continua y derivable en toda la recta real tal que g(0) = 0 y g(2) = 2. Probar que existe algún punto c del intervalo (0,2) tal que g'(c) = 1. (1 punto)

b) Hallar la función f(x) que cumple $f'(x) = x \ln(x^2 + 1)$ y f(0) = 1. (1,5 puntos)

OPCIÓN B

E1.- Dado el sistema de ecuaciones lineales $\begin{cases} x + my = -1 \\ (1 - 2m)x - y = m \end{cases}$, se pide:

- a) Discutir el sistema según los valores del parámetro m. (1,25 puntos)
- b) Resolver el sistema en los casos en que la solución no sea única. (0,75 puntos)
- c) Calcular los valores de m para que x = -3, y = 2 sea solución. (0,5 puntos)
- **E2.-** a) ¿Puede haber dos vectores \vec{u} y \vec{v} de \mathbb{R}^3 tales que $\vec{u} \cdot \vec{v} = -3$, $|\vec{u}| = 1$ y $|\vec{v}| = 2$?
- **b)** Hallar el valor de a para que exista una recta que pase por el punto P = (1 + a, 1 a, a), corte a la recta $r = \begin{cases} x + y = 2 \\ z = 1 \end{cases}$ y sea paralela a la recta $s = \begin{cases} x + z = 0 \\ y = 0 \end{cases}$. (1,5 puntos)
- E3.- Dada la función $f(x) = \frac{x}{\ln x}$, determinar su dominio, asíntotas, intervalos de crecimiento y decrecimiento y extremos relativos. Esbozar su gráfica. (2,5 puntos)

E4.- a) Calcular
$$\lim_{x\to 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\ln(1+x)}\right)$$
. (1 punto)

b) Calcular el área del recinto delimitado por las gráficas de las funciones $f(x) = \frac{1}{x}$, $g(x) = \frac{1}{x^2}$ y la recta x = e. (1,5 puntos)