

► Ejercicios básicos

- (1) Escribe los 5 primeros términos de las siguientes sucesiones:
- a) Sucesión aritmética cuyo primer elemento es 3 y su diferencia vale 4.
 - b) Sucesión geométrica cuyo primer elemento vale 1 y su razón es 3.
 - c) Sucesión aritmética cuyo primer elemento es 30 y su diferencia es -2.
 - d) Sucesión geométrica cuyo primer elemento es 32 y su razón es $1/2$.
- (2) Escribe los 5 primeros términos de las sucesiones cuyos términos generales son, indicando si son aritméticas y geométricas y en cada caso indica cuál es su primer elemento así como su diferencia o razón.
- a) $a_n = 3 + (n - 1) \cdot 4$
 - b) $b_n = 5 \cdot 10^{n-1}$
 - c) $c_n = \frac{n - 1}{2}$
 - d) $d_n = 3^n$
 - e) $e_n = 4n + 1$
- (3) Calcula los cinco primeros elementos de la sucesiones cuyo término recurrente es, indicando si son aritméticas o geométricas:
- a) $a_1 = 3; a_n = a_{n-1} + 10$
 - b) $b_1 = 1; b_n = (-1) \cdot b_{n-1}$
 - c) $c_1 = 10^6; c_n = c_{n-1}/10$
 - d) $d_1 = 0; d_n = d_{n-1} - 5$
- (4) Calcula el elemento indicado en las siguientes sucesiones (deja indicadas las cuentas complicadas):
- a) a_{20} , siendo a la sucesión $2, 4, 6, 8, 10, \dots$
 - b) b_{100} , siendo b la sucesión $2, 6, 18, 54, 162, \dots$
 - c) c_{300} , siendo c una sucesión aritmética cuyo primer elemento es 5 y cuya diferencia vale -3 .
 - d) d_{80} , sabiendo que $d_n = d_{n-1} + 4$ y que $d_1 = 10$.
- (5) Calcula la diferencia de las siguientes sucesiones aritméticas, sabiendo que:
- a) $a_{10} = 20$ y $a_{11} = 25$
 - b) $b_1 = 5$ y $b_3 = 9$
 - c) $c_{21} = 10$ y $c_{24} = 25$
 - d) $d_4 = 32$ y $d_6 = 28$
- (6) Calcula el primer elemento de las siguientes sucesiones aritméticas:
- a) $a_2 = 20$ y $a_3 = 30$
 - b) $b_{10} = 100$ y $b_{11} = 103$
 - c) $c_{30} = 4$ y $c_{40} = 26$
 - d) $d_{40} = 100$ y $d_{42} = 92$

(7) Calcula el número de elementos que tienen el siguiente conjunto de números:

- a) 1, 2, 3, 4, 5, 7, ..., 80
- b) 2, 4, 6, 8, 10, ..., 150
- c) 1, 3, 5, 7, 9, ..., 201
- d) 10, 13, 16, 19, 21, ..., 115

(8) Realiza las siguientes sumas:

- a) $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 7 + \dots + 80$
- b) $2 + 4 + 6 + 8 + 10 + \dots + 150$
- c) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \dots + 201$
- d) $10 + 13 + 16 + 19 + 21 + \dots + 115$

(9) Realiza las siguientes sumas:

- a) $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + 36$
- b) $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + 1000$
- c) $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + 500$
- d) $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + 333$

(10) Realiza las siguientes sumas:

- a) $2 + 4 + 6 + 8 + 10 + \dots + 100$
- b) $3 + 8 + 13 + 18 + 23 + \dots + 108$
- c) $1 + 7 + 13 + 19 + 25 + \dots + 1225$
- d) $10 + 17 + 24 + 31 + \dots + 178$

(11) Realiza las siguientes sumas (deja las cuentas indicadas):

- a) $1 + 10 + 100 + 1000 + 10000 + \dots + 10^{20}$
- b) $3 - 6 + 12 - 24 + 48 - \dots + 3072$
- c) $1 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + \dots + 2^{30}$
- d) $1 - 3 + 9 - 27 + \dots + (-3)^{40}$

► Sucesiones aritméticas

(12) Calcula la suma de los 100 primeros múltiplos de 4.

(13) ¿Cuánto vale la suma de los 200 primeros múltiplos de 6?

(14) Calcula la suma de todos los números impares de dos cifras.

(15) Encuentra los ángulos de un cuadrilátero convexo, sabiendo que están en progresión aritmética de diferencia 10.

- (16) Los ángulos de un pentágono convexo están en progresión aritmética y el menor de ellos mide 50° . ¿Cuánto valen los otros ángulos?
- (17) Calcula la suma de los 20 primeros múltiplos de 3 mayores que 31.
- (18) ¿Cuántos términos de la sucesión aritmética 30, 27, 24, ... hay que sumar para que dicha suma sea 165?
- (19) Los lados de un hexágono están en sucesión aritmética. Calcúlalos sabiendo que el mayor mide 13 cm y que su perímetro vale 48 cm.
- (20) Los ángulos de un hexágono convexo están en sucesión aritmética y el menor mide 30° . Calcula, por triangulación, la suma de ellos.
- (21) La sucesión $x^2 - x + 1, x^2 + 1, x^2 + x + 1, \dots$ ¿es aritmética? Si lo fuese, calcula el quinto término y la suma de los cinco primeros términos.
- (22) Construye una sucesión aritmética de seis términos que tenga por extremos 9 y 24.
- (23) El último término de una sucesión es -21 , el penúltimo es 14 y la sucesión tiene 12 términos. Halla el valor del quinto.
- (24) Sea la sucesión 6, 11, 16, ... Halla el valor del mayor término menor de 1000.
- (25) Averigua si el número 128 pertenece a la sucesión 6, 11, 16, ...
- (26) ¿Existe alguna sucesión que empiece por 5, tenga 6 términos y el último término sea 7?
- (27) Después de la construcción del último tramo de una carretera, entre los puntos kilométricos 237 y 562, se desea instalar 5 gasolineras que deberán situarse a igual distancia unas de otras. Si en el kilómetro 237 ya había una gasolinera y se quiere situar otra al final, determina dónde deben emplazarse las restantes.
- (28) Suma los mil primeros números impares.
- (29) Halla una sucesión de diferencia 2, último término 16 y cuya suma sea 70.
- (30) Calcula $4 + 6 + 8 + 10 + \dots + 200$
- (31) Determina el valor de x para que la sucesión $x, 6x - 1$ y $2x + 2$ sea una sucesión aritmética.
- (32) Halla la diferencia de la siguiente sucesión aritmética:
- $$a + 2b, 3a - b, 5a - 4b, \dots$$
- (33) Suma los 500 primeros pares y los 500 primeros impares. ¿Cuál es la suma de los mil primeros números naturales? (Se excluye el cero)
- (34) Halla la suma de todos los múltiplos de 7 comprendidos entre 180 y 640.

- (35) Un profesor sólo permite examinarse a los alumnos que le han entregado los trabajos de clase, a los que da por ello 1 punto. Les somete después a una prueba oral de 30 preguntas y por cada una acertada le suma a la nota inicial 0'3 puntos. Halla una fórmula que nos dé la nota en función del número de aciertos y calcula la nota máxima posible.
- (36) !!! La suma de los n primeros términos de una sucesión aritmética es $7n^2 - 12n$. Halla el primer término y la diferencia.
- (37) El último término de una sucesión de diferencia 4 es 30. La suma es 128. Halla la sucesión.
- (38) **Verdadero o falso.** Indica si son correctas las afirmaciones siguientes:
- a) Si a cada término de una sucesión aritmética le añadimos 2 unidades obtenemos otra sucesión aritmética.
 - b) Si multiplicamos cada término de una sucesión aritmética por 5 obtenemos otra sucesión aritmética.
 - c) Una sucesión aritmética (con $d \neq 0$) es o bien creciente o bien decreciente.
 - d) Tres números siempre forman una sucesión aritmética.
 - e) !!! Una granja avícola posee 7000 pollos. Cada uno consume diariamente 250 g de pienso. Al final de cada día se sacrifican 80 para enviar al mercado. Calcula la cantidad de pienso que necesita el granjero para abastecer durante 30 días a toda la población avícola.
 - f) !!! De entre los 50 primos números impares halla la suma de los que no sean múltiplos de tres.

► Sucesiones geométricas

- (39) Juan ha comprado un coche por 30.000 euros. Si el valor del coche se deprecia un 30 % cada año, ¿cuánto será el valor del coche transcurridos 5 años?
- a) ¿Se trata de una sucesión aritmética o geométrica?
 - b) Escribe una fórmula que nos permita calcular el valor del coche cada año. ¿Es una fórmula recurrente o general?
 - c) Calcula el valor del coche transcurridos 5 años.
- (40) Supón que dejas caer una pelota de tenis desde una altura de 1 metro. Al rebotar la pelota, rebota alcanzando una altura igual al 85 % de la altura inicial. Supongamos que cada vez que rebota sucede lo mismo: la altura que alcanza es el 85 % de la altura que tenía antes. ¿Cuál será la altura de la pelota después de rebotar 3 veces?
- a) Escribe una fórmula que nos permita calcular la altura después de rebotar a partir de la altura a que tenía antes de rebotar. ¿Se trata de una fórmula recurrente o general? ¿Es una sucesión aritmética o geométrica?

- b) Calcula la altura de la pelota después de 3 rebotes.
- (41) **Ley de Moore.** La ley de Moore establece que aproximadamente cada dos años se duplica el número de transistores en un microprocesador. El transistor se inventó en 1947, descubrimiento por el que obtuvieron sus creadores el premio Nobel en 1956. Supongamos que en 1950 un microprocesador tenía 1 transistor. ¿Cuántos transistores tendrá un microprocesador en el año 2000?
- (42) ¿A qué tanto por cien debe imponerse un capital para que se duplique en cinco años?
- (43) La población de un cierto país aumenta por término medio un 10 por 1000 anual. Sabiendo que en la actualidad hay 10 millones de habitantes, ¿cuántos tendrá dentro de un siglo?
- (44) Una ciudad que en 2000 tenía un millón de habitantes, ahora tiene 5 millones. ¿Qué tanto por cien de aumento anual ha experimentado por término medio?
- (45) El radio, elemento radiactivo, se descompone a razón del 4 % por siglo. Un kg de radio ¿en cuánto se habrá reducido después de 1000 años?
- (46) Calcula x para que la sucesión 3, x , 48 sea una sucesión geométrica.
- (47) La población mundial es de unos 700 mil millones de personas y crece a un ritmo anual del 2 %. ¿Cuánto tiempo tardará en duplicarse?
- (48) Una garrafa de cinco litros está llena de vino. Una persona saca una copa de 50 cm^3 y, para que no se note, lo sustituye por la misma cantidad de agua.
Otras personas hacen la misma operación sucesivamente. ¿Cuántas operaciones hacen falta para que la mitad de la mezcla sea vino y la otra mitad sea agua?
- (49) Una sucesión geométrica tiene $a_1 = 4$ y $a_3 = 9$. Calcula su razón y escribe sus cinco primeros términos y el término general.
- (50) Construye la sucesión que comenzando por $a_1 = 10$ tiene cada término igual al 80 % del anterior. Comprueba que se trata de una progresión geométrica.
- (51) Determina una sucesión geométrica sabiendo que el tercer término excede al primero en 32 y que el segundo término es 12.
- (52) Se deja caer un balón desde un cuarto piso (12 metros) y rebota en el suelo repetidamente. En cada rebote la altura alcanzada es igual a los dos tercios de la altura anterior. ¿Cuánto sube en el tercer rebote? ¿Y en el sexto? Halla el término general de la sucesión que forman las sucesivas alturas alcanzadas.
- (53) La suma de los seis primeros términos de una progresión geométrica de razón $r = 1/2$ es $63/8$. Halla el primer término.
- (54) Sabiendo que $a_1 = 128$, $a_n = 250$ y $S = a_1 + a_2 + \dots + a_n = 738$, calcula la razón de la sucesión geométrica y el número de términos sumados.

- (55) ¿Cuántos términos hay que sumar de la sucesión geométrica de razón $r = 3$, que empieza por $a_1 = 6$, para obtener $S = 2184$?
- (56) En una sucesión geométrica el tercer término es 36 y la diferencia del primero y el quinto 65. Averigua la razón y el primer término.
- (57) En la progresión geométrica en la que $a_9 = 5$ y $a_{16} = 10$ ¿cuánto vale a_{30} ? (Contesta en menos de 15 segundos, sin ayuda de la calculadora).
- (58) Se desata una epidemia entre los ratones de campo. Cada ratón afectado muere al cabo de una semana, después de haber contagiado el mal a otros tres. Si inicialmente sólo un ratón fue atacado, ¿cuántos estaban enfermos pasadas seis semanas? Si la enfermedad no fuese mortal ¿cuántos enfermos habría después de las seis semanas?
- (59) Pedro extrae furtivamente 1 litro de vino de un barril de 20 litros, rellenándolo con un litro de agua para ocultar la sustracción. Repite la acción en días sucesivos: se sirve 1 litro de la mezcla, cada vez más aguada, de vino y agua, y rellena con agua. Determina la cantidad de vino puro que queda en el barril en cada uno de los seis primeros días. Comprueba que es una sucesión geométrica. ¿De qué razón?
- (60) Escribe en forma simplificada la suma: $a + a^2 + a^3 + \dots + a^{20}$.
- (61) Dados cuatro números en progresión geométrica, la suma de los dos primeros es 14, y la de los dos últimos 504. Establece dicha progresión.
- (62) Halla tres números en sucesión geométrica sabiendo que suman 117 y que el tercero excede al primero en 63 unidades.
- (63) Determina tres cantidades en progresión geométrica sabiendo que suman 38, y que si la segunda se aumenta en una unidad forman una progresión aritmética.
- (64) Resuelve la ecuación: $1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^x = 1093$.