EJERCICIOS IMPRESCINDIBLES

▶ Ecuaciones de primer grado (repaso)

(1) Resuelve: $2(x+3) - \dfrac{3-5x}{2} = 3x + \dfrac{x-1}{2}$

(2) Resuelve: $2(x+3) - \dfrac{5-3x}{2} = 3x + \dfrac{x-1}{2}$

▶ Ecuaciones de segundo grado (repaso)

(3) Resuelve:

a) $3x^2 + x - 2 = 0$ *b*) $x^2 - 4x + 4 = 0$ *c*) $2x^2 + x + 3 = 0$

(4) Resuelve:

a) $(x+1)(x-1) - \dfrac{x+1}{2} = x^2 + 2x$ *b*) $2(x^2-3) = 5 - (x+1)(x-1)$

▶ Sistemas de ecuaciones triangulares

(5) Resuelve:

a) $\left\{\begin{array}{rcrcrcr} 2x & + & 3y & - & z & = & 4 \\ & & 5y & - & 2z & = & 2 \\ & & & & 3z & = & 12 \end{array}\right.$ *b*) $\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & + & 2y & - & 3z & = & 3 \\ 2x & - & 3y & & & = & -8 \\ 5x & & & & & = & -5 \end{array}\right.$

(6) Resuelve:

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcrcr} 2x & + & 3y & + & z & + & t & = & -7 \\ & & 2y & - & 3z & + & 4t & = & 20 \\ & & & & z & + & 2t & = & -2 \\ & & & & & & 7t & = & 7 \end{array}\right.$$

▶ Sistemas de ecuaciones lineales 3x3

(7) **Método de Gauss.** Resuelve usando el método de Gauss los siguientes sistemas de ecuaciones:

a) $\left\{\begin{array}{rcrcrcr} 2x & & & + & z & = & 6 \\ x & + & y & + & z & = & 2 \\ & & 2y & + & 3z & = & 2 \end{array}\right.$ *b*) $\left\{\begin{array}{rcrcrcr} 2x & - & 3y & + & z & = & 16 \\ 3x & + & y & - & z & = & 17 \\ 2x & + & 2y & - & 2z & = & 6 \end{array}\right.$

$$c)\ \begin{cases} x + y = 11 \\ 2y + 3z = 14 \\ x - z = 3 \end{cases}$$

(8) **Resolviendo a ojo.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones. Intenta resolverlo sin usar el método de Gauss:

$$\begin{cases} 2x + y - z = 5 \\ x + 2y + 3z = 0 \\ 3x - y + z = -5 \end{cases}$$

▶ Resolución gráfica de sistemas lineales 2x2

(9) Resuelve gráficamente y clasifica los siguientes sistemas de ecuaciones:

$a)\ \begin{cases} x + 2y = 5 \\ 3x - y = 1 \end{cases}$ $\quad b)\ \begin{cases} 2x + 5y = 10 \\ 4x + 10y = 20 \end{cases}$ $\quad c)\ \begin{cases} 2x - y = -4 \\ 4x - 2y = 8 \end{cases}$

▶ Inecuaciones de primer grado

(10) Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $5x - 4 < 6$

b) $3 - 4x > 1$

c) $3(-x - 2) - 2(4 + x) > 2(2x + 3) + x - 1$

▶ Estudio del signo de una función

(11) Estudia el signo de las siguientes funciones:

a) $y = -3 \cdot (x + 1 \cdot (x - 2) \cdot (x + 7)$

b) $y = x^3 + 4x^2 - 2x - 8$

c) $y = \dfrac{x + 3}{x - 5}$

d) $y = \dfrac{(x + 2)^2}{x - 1}$

e) $y = \dfrac{4x - 8}{(x + 4) \cdot (x - 1)^2}$

f) $y = (x + 2)^{10} \cdot (x - 1) \cdot (x - 4)$

▶ Inecuaciones con 2 incógnitas

(12) Representa gráficamente la región limitada por las siguientes restricciones: $2x + y \leq 6$; $4x + y \leq 10$; $-x + y \leq 3$; $x \geq 0$; $y \geq 0$

y determina sus vértices.

(13) Representa gráficamente el conjunto de soluciones del sistema de inecuaciones:

a) $3x + 2y \geq 5$; $x - 2y \geq -1$; $5x + 4y \leq 16$; $x - y \leq 5$

b) Determina los vértices de la región obtenida en el apartado anterior.

(14) *a*) Dibuje el recinto definido por las siguientes restricciones:
$x + y \geq 2$; $x - y \leq 0$; $y \leq 4$; $x \geq 0$

b) ¿pertenece el punto $\left(\frac{1}{3}, \frac{4}{3}\right)$ al recinto anterior?

► **Problemas**

(15) La suma de las tres cifras de un número es 18, siendo la cifra de las decenas igual a la media de las otras dos. Si se cambia la cifra de las unidades por la de las centenas, el número aumenta en 198 unidades. Calcula dicho número.

(16) En una fábrica trabajan 22 personas entre electricistas, administrativos y directivos. El doble del número de administrativos más el triple del número de directivos, es igual al doble del número de electricistas.

a) ¿Es posible saber con estos datos el número de electricistas que hay?

b) Si además se sabe que el número de electricistas es el doble del de administrativos. ¿Cuántas personas hay de cada una?

(17) Una familia dispone de 80 euros mensuales para realizar la compra en una carnicería. El primer mes compran 10 Kg. de carne de pollo, 6 Kg. de carne de cerdo y 3 Kg. de ternera y les sobran 3.1 euros. El siguiente mes adquieren 10 kg de carne de pollo, 7 Kg. de carne de cerdo y 2 Kg. de carne de ternera y les sobran 5.1 euros. El tercer mes compran 11 Kg. de carne de pollo, 6 Kg. de carne de cerdo y 2 Kg. de carne de ternera, abonando un total de 72 euros y 30 céntimos. Suponiendo que no ha variado el precio de la carne en estos meses, ¿cuánto cuesta el Kg. de carne de pollo, cerdo y ternera?

(18) Julia, Clara y Miguel reparten hojas de propaganda. Clara reparte siempre el 20 % del total, Miguel reparte 100 hojas más que Julia. Entre Clara y Julia reparten 850 hojas. Plantea un sistema de ecuaciones que permita saber cuántas hojas reparte cada uno. Sabiendo que la empresa paga 1 céntimo por cada hoja repartida, calcula el dinero que ha recibido cada uno de los tres.

(19) Compramos tres regalos A, B y C para tres amigos. Sabemos que hemos pagado 117 euros por los tres regalos tras habernos hecho un descuento del 10 % sobre el precio total. Además sabemos que el precio del regalo C es el doble que el del regalo A y que el regalo C es 20 euros más caro que el regalo B. ¿Cuánto hemos gastado en cada regalo?

(20) El dueño de un supermercado ha comprado embutido, bebidas y conservas, por un importe total de 4600 €. El valor de las conservas es el mismo que el de las bebidas y embutidos juntos. Si vende todos estos productos, añadiendo un beneficio del 10 % en el embutido, el 20 % en las bebidas y el 15 % en las conservas, obtendrá un importe total de 5305 €. Calcula lo que pagó por cada uno de ellos.

(21) En un hipermercado se realiza el recuento de caja al final de cierto día. En monedas de 10, 20 y 50 céntimos de euro, el importe total obtenido asciende a 500 euros. Por otro lado, se sabe que 200 euros corresponden, conjuntamente, a las monedas de 10 y 20 céntimos. Si en total se cuentan 1800 monedas, ¿cuántas monedas debe haber de 10, 20 y 50 céntimos para que la caja cuadre?

(22) Un grupo de estudiantes financia su viaje de fin de curso con la venta de participaciones de lotería, por importe de 1, 2 y 5 euros. Han recaudado, en total, 600 euros y han vendido el doble de participaciones de 1 euro que de 5 euros. Si han vendido un total de 260 participaciones, calcula el número de participaciones que han vendido de cada importe.

(23) Una fábrica produce tres tipos de herramientas: A, B y C. En la fábrica trabajan tres obreros, durante 8 horas diarias cada uno, y un revisor para comprobar las herramientas durante 1 hora diaria. Para fabricar una herramienta de tipo A se emplean 2 horas de mano de obra y se necesitan 6 minutos de revisión, para la fabricación de una de tipo B se emplean 4 horas de mano de obra y 4 minutos de revisión y para una de tipo C se necesitan 1 hora de mano de obra y 4 minutos de revisión. Por limitaciones en la producción, se deben producir exactamente 12 herramientas al día. Calcula el número de herramientas de cada tipo que se elaboran cada día en la fábrica.

(24) En un aparcamiento hay 24 coches aparcados, de color blanco, rojo o gris. El número de coches grises es igual al doble del número de coches rojos.

a) ¿Es posible saber, con estos datos, el número de coches blancos que hay aparcados? Razona tu respuesta.

b) Si además se sabe que la mitad de coches son rojos o grises, ¿cuántos coches hay de cada color?

▶ Lógica

(25) **¡¡¡1 = 2!!!.** Encuentra el error en el siguiente razonamiento lógico:

$$\begin{aligned} a = 1, b = 1 &\Rightarrow a = b \\ &\stackrel{\cdot a}{\Rightarrow} a^2 = ab \\ &\stackrel{-b^2}{\Rightarrow} a^2 - b^2 = ab - b^2 \\ &\stackrel{ab-ab=0}{\Rightarrow} a^2 + ab - ab - b^2 = ab - b^2 \\ &\Rightarrow a(a+b) - b(a+b) = (a-b)b \\ &\Rightarrow (a-b)(a+b) = (a-b)b \\ &\stackrel{entre (a-b)}{\Rightarrow} a + b = b \\ &\Rightarrow 2 = 1 \end{aligned}$$

(26) En una carrera por el pueblo, Antonio ha llegado a la meta antes que Manolo. Rubén ha ganado a Juan y a Pedro. Juan no ha quedado el primero. Manolo ha llegado antes que Rubén y Pedro no ha quedado el último.

¿En qué orden han llegado los corredores?

(27) La mujer del rey tiene tres cofres: uno con zafiros, otro con rubíes y otro con una mezcla de zafiros y rubíes. Pero su hija ha cambiado las etiquetas de los cofres y no hay ningún cofre que contenga lo que marca su etiqueta.

¿De qué cofre tiene que sacar una sola piedra para saber qué tipo de piedras contiene cada cofre?

▶ Geometría

(28) **Volumen de un vaso.**

a) Calcula el volumen de un vaso con forma de tronco de cono. Datos: radio base $= 5'2$ cm; radio circunferencia por donde se bebe $= 7'3$; altura $= 10'8$.

b) Calcula las dimensiones que tiene que tener un vaso cilíndrico que tenga el mismo volumen que el vaso del apartado anterior.

c) Si es más fácil fabricar un vaso con forma cilíndrica ¿por qué complicarse la vida fabricándolos con forma de tronco de cono?

(29) Los lados de un triángulo valen 15, 18 y 23 cm. Con centro en cada vértice se trazan circunferencias tangentes entre si 2 a 2. Halla los radios de las mismas.

(30) La parábola $y = a + bx + cx^2$ pasa por los puntos $(1, 4)$, $(2, 8)$ y $(3, 14)$. Calcula a, b y c.

▶ Desafíos de Geometría EE.UU

Los siguientes ejercicios proceden de concursos realizados en los EE.UU a estudiantes de secundaria.

(31) En el exterior de una circunferencia C y en el mismo plano, señalamos un punto P. ¿Cuál es el máximo número de puntos de C que distan 3 cm de P?

a) 1 *b*) 2 *c*) 3 *d*) 4 *e*) 8

(32) ¿Cuántos triángulos rectángulos verifican que su área, en cm^2, y su perímetro, en cm, vienen dados por dos números iguales?

a) Ninguno *b*) Uno *c*) Dos *d*) Cuatro *e*) Infinitos

(33) ¿Cuántas soluciones tiene la ecuación $|x - |2x + 1|| = 3$?

(34) Si la recta r tiene la mitad de pendiente y el doble de ordenada en el origen que la recta $y = \frac{2}{3}x + 4$, una ecuación para r es:

a) $y = \frac{1}{3}x + 8$

b) $y = \frac{4}{3}x + 2$

c) $y = \frac{1}{3}x + 4$

d) $y = \frac{4}{3}x + 4$

e) $y = \frac{1}{3}x + 2$

(35) El vértice de la parábola $y = ax^2 + bx + c$ es $V(4,2)$. Si $(2,0)$ es un punto de la parábola, el producto $a \cdot b \cdot c$ es igual a:

a) -12 *b*) -6 *c*) 0 *d*) 6 *e*) 12

Recuerda que la coordenada x del vértice de la parábola es $x_v = -\frac{b}{2a}$.

▶ Física

(36) **Ley de la gravitación universal I.** ¿A qué altura sobre el nivel del mar habría que subir un objeto para que su peso sea la mitad que a ese nivel? (Radio de la tierra = 6370 km)

(37) **Ley de la gravitación universal II.** ¿En qué punto se equilibran las atracciones que ejercen la tierra y la luna sobre un cuerpo? (distancia tierra-luna = 384.000 km; la masa de la tierra es 81 veces mayor que la de la luna).