EJERCICIOS IMPRESCINDIBLES

▶ Matrices

(1) Dada la matriz $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 4 \\ 1 & 5 & 2 & 3 \end{bmatrix}$,

a) ¿cuánto valen a_{23} y a_{11}?

b) Calcula su traspuesta.

(2) Escribe la matriz traspuesta de:

a) $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$

(3) Calcula la matriz $(A^t)^t$ en función de A. (Sugerencia: si no ves la respuesta, pon ejemplos).

▶ Operaciones básicas

(4) Sean las matrices $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ y $C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Calcula:

a) $A - B + 2C$

b) $2(A + B) - C$

▶ Producto de matrices

(5) ¿Cuáles son las dimensiones de la matriz resultante al multiplicar una matriz n x m por una matriz m x p?

(Sugerencia: si no ves el resultado en general, pon ejemplos)

(6) Multiplica las siguientes matrices:

a) $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ y $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

b) $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ y $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$

c) $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ y $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$.

d) $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 0 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$

e) $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

f) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$

g) $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

h) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$

i) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

j) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

(7) **PAEU2006J.** Hállense las matrices A cuadradas de orden 2, que verifican la igualdad: $A\begin{bmatrix}1 & 0\\ 1 & 1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1 & 0\\ 1 & 1\end{bmatrix}A$.

▶ Potencia de matrices

(8) Sea $A = \begin{bmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\end{bmatrix}$.

a) Calcula A^2 y expresa el resultad en función de la matriz identidad.

b) Calcula A^{2005}.

▶ Matriz inversa

(9) Resuelve la ecuación $AX = B$, siendo $\begin{bmatrix}1 & 3\\ 2 & 4\end{bmatrix}$ y $\begin{bmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\end{bmatrix}$.

(10) Calcula la inversa de:

a) $\begin{bmatrix}2 & 0\\ 0 & 3\end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix}2 & 0 & 0\\ 0 & 3 & 0\\ 0 & 0 & 4\end{bmatrix}$

(11) Calcula la inversa de la matriz $\begin{bmatrix}0 & 0 & 1\\ 0 & -1 & 0\\ 1 & 0 & 0\end{bmatrix}$.

(12) Calcula la matriz inversa de $A = \begin{bmatrix}1 & -1 & 0\\ 0 & 1 & 2\\ 1 & 2 & 2\end{bmatrix}$

(13) Dadas las matrices $A = \begin{bmatrix}1 & 0 & 1\\ -1 & 1 & 0\end{bmatrix}$, $M = \begin{bmatrix}x & 0\\ y & 1\\ x-y & 1\end{bmatrix}$ y $N = \begin{bmatrix}1 & -1\\ -1 & 2\end{bmatrix}$, calcula los valores de x e y para que el producto AM sea igual a la inversa de la matriz N.

(14) **PAEU2007J, apartado 2.** Calcular la inversa de $A = \begin{bmatrix}0 & 4\\ 1 & 0\end{bmatrix}$.

▶ Resolviendo ecuaciones

(15) **PAEU2004S.** Dadas las matrices $P = \begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ -1 & 0 & 1\\ 0 & -1 & 1\end{bmatrix}$ y $A = \begin{bmatrix}-1 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 2\end{bmatrix}$, hállese la matriz B sabiendo que $P^{-1}BP = A$.

(16) **PAEU2005J.** Dadas las matrices $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \end{bmatrix}$, hállense las matrices X que satisfacen $XC + A = C + A^2$.

(17) **PAEU2008J.** Sean las matrices $B = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ y $C = \begin{bmatrix} 13 & 8 \\ 8 & 5 \end{bmatrix}$. Calcular la matriz A, sabiendo que $A^2 = B$ y $A^3 = C$.

(18) **PAEU2013S.** Sea la matriz $M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & -2 \end{bmatrix}$.

a) Calcular M^{-1}.

b) Calcular la matriz X que cumple $X \cdot M + M = 2M^2$.