EJERCICIOS IMPRESCINDIBLES

▶ Cálculo de derivadas usando su definición

(1) Calcula, aplicando la definición, la derivada de las siguientes funciones en $x = 2$:

$a)$ $f(x) = x$ $c)$ $f(x) = x^2$ $e)$ $f(x) = x^3$
$b)$ $f(x) = 2x - 4$ $d)$ $f(x) = x^2 - 3x + 2$ $f)$ $f(x) = x^3 - 2x^2 + 5x$

(2) Calcula, aplicando la definición, la derivada de las siguientes funciones en $x = 1$

$a)$ $f(x) = \dfrac{1}{x}$ $b)$ $f(x) = \sqrt{x}$

(3) Encuentra la ecuación de la recta tangente a $y = f(x)$ en $x = a$ sabiendo que pasa por el origen y que $f'(a) = \dfrac{3}{4}$

(4) La recta tangente a una cierta función en $x = 0$ vale $y = 5x - 2$ ¿Cuánto vale $f'(0)$? Si en $x = 3$ la recta tangente es $y = -2x + 3$ ¿cuánto vale $f'(3)$?

▶ Derivadas de polinomios

(5) Calcula la derivada de los siguientes polinomios:

$a)$ $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 5$ $d)$ $y = ax^2 + bx + c$
$b)$ $g(x) = 3x^{10} + 4x^7 - 2x + 1$ $e)$ $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$
$c)$ $y = 5x^3 - 2x$ $f)$ $y = (x + 1)^4$

(6) Calcula la derivada de las siguientes funciones:

$a)$ $f(x) = \sqrt[5]{2x^3}$ $b)$ $f(x) = \dfrac{5}{\sqrt[4]{x^3}}$ $c)$ $y = \dfrac{4}{x^4}$ $d)$ $y = \dfrac{3}{2x^7}$

▶ Derivada del producto y de la división

(7) Calcula la derivada de las siguientes funciones:

$a)$ $y = xe^x$ $c)$ $y = x \operatorname{sen} x$ $e)$ $y = x \cos x$ $g)$ $y = x \ln x$
$b)$ $y = x^3 e^x$ $d)$ $y = x^2 \operatorname{sen} x$ $f)$ $y = x^2 \cos x$ $h)$ $y = x^2 \ln x$

(8) Calcula la derivada de las siguientes funciones:

a) $y = \dfrac{2x+4}{3x-2}$

b) $y = \dfrac{4x-5}{7x+6}$

c) $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$

d) $y = \dfrac{x^2-7x+2}{3x-4}$

e) $y = \dfrac{5x^3+4x-3}{2x+1}$

f) $y = \dfrac{-x^{10}+7x^2}{5x^6-4}$

(9) Calcula la derivada de las siguientes funciones:

a) $y = 5\operatorname{sen} x - x\cos x$

b) $y = (3x^2-2)\cdot \ln x$

c) $y = \operatorname{sen}^2 x$

d) $y = \sec x$

e) $y = \operatorname{cosec} x$

f) $y = \operatorname{cotg} x$

(10) Calcula la derivada de las siguientes funciones:

a) $y = \dfrac{\operatorname{sen} x + \cos x}{\operatorname{sen} x - \cos x}$

b) $y = \dfrac{\operatorname{tg} x + \operatorname{cotg} x}{\operatorname{tg} x}$

c) $y = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$

d) $y = \dfrac{e^x - e^{-x}}{2}$

▶ **Regla de la cadena**

(11) Calcula la derivada de las siguientes funciones:

a) $y = \sqrt{x+1}$

b) $y = \sqrt{3x^2-5x+4}$

c) $y = \sqrt{(x+1)^3}$

d) $y = \dfrac{1}{\sqrt{5x-6}}$

e) $y = \dfrac{5}{\sqrt{(x^2-1)^5}}$

f) $y = \sqrt{f(x)}$

g) $y = (2x+3)^5$

h) $y = (4x^2+2x-1)^7$

i) $y = \left(\dfrac{ax+b}{c}\right)^3$

j) $y = \operatorname{sen}(3x^2+4)$

k) $y = \cos(5x-3)$

l) $y = \operatorname{sen}^3 x$

m) $y = \cos^{10} x$

n) $y = \operatorname{sen}(ax+b)$

ñ) $y = \cos(ax+b)$

o) $y = \operatorname{arc\,tg} \dfrac{1+x}{1-x}$

p) $y = e^{5x^2-3x+1}$

q) $y = e^{\ln x}$

r) $y = e^{\operatorname{sen} x}$

s) $y = \ln(4x^2-3x+1)$

t) $y = \ln(2x^5-3x^2+8)$

u) $y = \ln \operatorname{sen} x$

(12) Deriva:

a) 10^{3x+4}

b) $10^{\cos x}$

c) $\log(3x-2)$

d) $\log \operatorname{sen} x$

(13) Calcula la derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \dfrac{3}{x^4}$

b) $f(x) = \dfrac{1+x^2}{1-x^2}$

c) $f(x) = (x^2-x)\sqrt[3]{x}$

d) $f(x) = \sqrt{\dfrac{1+2x}{2}}$

e) $f(x) = 3x^{\frac{2}{3}} + 2x^{\frac{1}{3}} + 1$

f) $f(x) = \operatorname{sen} \dfrac{\pi}{3}$

g) $f(x) = \cos x(1-2x)$

h) $f(x) = \dfrac{\cos x}{\operatorname{sen} x}$

i) $f(x) = \operatorname{tg} \dfrac{1}{x}$

j) $f(x) = \operatorname{sen} \sqrt{1-x}$

k) $f(x) = \operatorname{sen}^2(1-x)$

l) $f(x) = \operatorname{sen} x \operatorname{tg} \sqrt{x}$

m) $f(x) = \cos^3(1+2x)^5$

n) $f(x) = \sqrt[3]{\operatorname{sen} 3x}$

ñ) $f(x) = \dfrac{\cos 2x}{3}$

o) $f(x) = \sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{x}}}$

p) $f(x) = \dfrac{\operatorname{sen} x}{x}$

q) $f(x) = \operatorname{tg}(x+\cos^2 x)$

r) $f(x) = \ln \sqrt{4x-2}$

(14) Deriva en función de x: $F(x) = \dfrac{kx}{\sqrt{(x^2+y^2+z^2)^3}}$
(se trata de la ley de la gravitación universal).

▶ Derivada segunda

(15) Calcula la derivada segunda de las siguientes funciones:

a) $y = 3x+5$

b) $y = ax+b$

c) $y = 4x^2-3x+2$

d) $y = ax^2+bx+c$

e) $y = 7x^3-5x^2+4$

f) $y = ax^3+bx^2+cx+d$

g) $y = e^x$

h) $y = \ln x$

i) $y = \operatorname{sen} x$

j) $y = \cos x$

k) $y = \dfrac{x+1}{x-1}$

l) $y = \dfrac{x^2-3x+2}{x+3}$

m) $y = \dfrac{x^2-3}{(x+2)^2}$

n) $y = \dfrac{x+5}{(x-3)^2}$

▶ Continuidad y derivabilidad de una función

(16) **PAEU 2011S.** Estudiar la continuidad y derivabilidad de la función $f(x) = |x-1|$ en el intervalo $[-2,2]$. Calcular la función derivada de $f(x)$ en ese intervalo.

(17) **EBAU2012S,b.** Aplicando la definición, estudiar la continuidad y derivabilidad de la función f dada por $f(x) = \begin{cases} x-x^2 & \text{si } 0 \le x \le 1 \\ \dfrac{\ln^2 x}{x-1} & \text{si } 1 < x \le 2 \end{cases}$ en el punto $x=1$, donde ln denota el logaritmo neperiano.

▶ Aplicación: recta tangente

(18) Halla la recta tangente a la curva $y = x^2-4x+5$ en el punto $x=2$

(19) Dada la curva $y = 3x^2+5$ y la recta $y = 4x+n$ hallar n para que la recta sea tangente a la curva.

(20) **PAEU 2007S.** Determinar en qué puntos de la gráfica de la función $y = x^3 - 3x^2 + x + 1$, la recta tangente a la misma es paralela a la recta $y = x + 7$.

(21) **PAEU 2012J.** Dada la función $f(x) = \dfrac{a\mathrm{e}^{2x}}{1+x}$, se pide: Hallar a para que la pendiente de la recta tangente a la función $x = 0$ valga 2.

(22) **EBAU2012J,b.** Calcular los valores del parámetro a para que las tangentes a la gráfica de la función $f(x) = ax^3 + 2x^2 + 3$ en los puntos de abcisas $x = 1$ y $x = -1$ sean perpendiculares.

(23) **EBAU2014J,a.** Sea la función $f(x) = \dfrac{e^x}{(1+e^x)^2}$. Calcular un punto de su gráfica tal que la recta tangente en dicho punto sea paralela al eje OX. Escribe la ecuación de la recta tangente.

(24) **EBAU2006J.** Sea $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Determínense a, b, c y d para que la recta $y + 1 = 0$ sea tangente a la gráfica de f en el punto $(0, -1)$, y la recta $x - y - 2 = 0$ sea tangente a la gráfica de f en el punto $(1, -1)$.

(25) **EBAU2008J.** Determinar el valor de a para que la recta tangente a la función $f(x) = x^3 + ax$ en el punto $x = 0$ sea perpendicular a la recta $y + x = -3$.