

EJERCICIOS IMPRESCINDIBLES

► Sucesiones

- (1) **Números impares.** Calcula el término general de la sucesión 1, 3, 5, 7, 9, 11, ..., de dos formas distintas:

- a) Considerando que el 1 es el elemento 0 de la sucesión.
- b) Considerando que el 1 es el primer elemento de la sucesión.
- c) El número impar colocado en la posición n ¿qué fórmula general tiene?

- (2) **Término general.** Calcula el término general de las siguientes sucesiones:

- a) 3, 6, 9, 12, 15, 18, ...
- b) -1, -2, -3, -4, -5, -6, -7, -8, ...
- c) 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, ...
- d) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \dots$
- e) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{6}{7}, \frac{7}{8}, \frac{8}{9}, \dots$
- f) $\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, \frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots$

- (3) Representa la sucesión $a_n = \frac{n+1}{2}$

► Límite de una sucesión

- (4) Usando la calculadora calcula el límite de la sucesión $a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{2n}$ cuando $n \rightarrow \infty$.
- (5) Calcula el límite cuando n tiende a infinito de las siguientes sucesiones:

- a) $a_n = \frac{2}{n}$
- b) $b_n = 3 + \frac{4}{n}$
- c) $c_n = -\frac{1}{n}$
- d) $d_n = 5 - \frac{3}{n}$
- e) $a_n = \frac{1}{n^2}$
- f) $b_n = \frac{1}{n^3}$
- g) $c_n = \frac{1}{n^4}$
- h) $d_n = \frac{1}{n^{10}}$
- i) $a_n = \frac{1}{3^n}$
- j) $b_n = 25 + 4^{-n}$
- k) $c_n = \frac{7}{10^n}$
- l) $d_n = 78 - 100^{-n}$
- m) $a_n = 4$
- n) $b_n = -2$

- (6) Comprueba, dando a n valores grandes, que los límites de las sucesiones

$$a_n = \frac{1+n^2}{4n^2}; \quad b_n = \frac{3n^3+5}{4-n^3}$$

son $\frac{1}{4}$ y -3 respectivamente.

- (7) Representa, gráficamente, los cinco primeros términos de la sucesión $a_n = \frac{5}{3n-2}$ ¿Crees que tiene límite? ¿Es decreciente? ¿Cuánto vale a_{100} ? ¿Cuál es su límite?

- (8) Representa gráficamente 7 términos de la sucesión $a_n = \frac{2n}{n+1}$. ¿Crees que tiene límite? ¿Es creciente? ¿Cuánto vale a_{100} ? ¿Cuál es su límite?

► Sucesiones divergentes

- (9) Calcula el límite cuando n tiende a infinito de las siguientes sucesiones:

a) $a_n = a^n$ con $a > 1$

c) $c_n = a^n$ con $0 < a < 1$

b) $b_n = a^n$ con $a = 1$

Si no ves claro el resultado da valores concretos al número a .

- (10) Calcula los límites de

a) $a_n = -n^2$

c) $c_n = \frac{2n^2 - 3}{n + 4}$

b) $b_n = -3^n$

d) $d_n = \frac{5n^3 + 7}{n + 8}$

- (11) Indica a simple vista cuáles de las siguientes sucesiones crees que tienden a infinito y cuáles no:

a) 1, 3, 5, 7, 9, ...

c) 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, ...

b) 1, 1, 2, $\frac{1}{2}$, 3, $\frac{1}{3}$, 4, $\frac{1}{4}$, ...

d) 0'1, 0'01, 0'001, 0'0001, ...

- (12) Calcula las siguientes sumas infinitas:

a) $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + \dots$

b) $-1 - 3 - 5 - 7 - 9 - 11 - \dots$

► Sucesiones oscilantes

- (13) Indica cuáles de las siguientes sucesiones son convergentes, cuáles divergentes y cuáles oscilantes:

a) 2, 4, 2, 4, 2, 4, ...

c) -1, 2, -3, 4, -5, 6, ...

b) 9, 3, 1, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{9}$, ...

d) 6, 4, 2, 0, -2, -4, ...

► Cálculo de límites finitos

- (14) Escribe las propiedades de los límites en palabras.

Ejemplo: $\lim(a_n + b_n) = a + b$, se lee como “el límite de la suma de dos sucesiones convergentes es igual a la suma de los límites”.

(15) Escribe las propiedades de los límites como en el siguiente ejemplo:

$$\lim(a_n + b_n) = \lim a_n + \lim b_n$$

(16) Calcula el límite de las siguientes sucesiones:

a) $a_n = 10 + \frac{n}{n+1}$

b) $b_n = 21 - \frac{1}{2^n}$

c) $c_n = \frac{7}{2^n}$

d) $d_n = \frac{8 - \frac{1}{n}}{4 - \frac{1}{n}}$

e) $a_n = \sqrt{\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n}$

f) $b_n = \left(\frac{n+1}{n}\right)^{2n}$

g) $c_n = \sqrt[n]{3}$

h) $d_n = 5^{\frac{1}{n}}$

(17) Calcula el límite de:

a) $a_n = \frac{3}{n} + \sqrt[n]{0,2}$

b) $b_n = \frac{1}{2^n} + \frac{1}{n^2}$

c) $c_n = \left(4 - \frac{1}{n^2}\right) \cdot (7 + \sqrt[n]{2})$

d) $d_n = \frac{8n+7}{4n-5}$

e) $e_n = \left(\frac{n+1}{n-1}\right)^{28}$

f) $f_n = \frac{3 + \frac{1}{n^2}}{5 - \frac{2}{n}}$

g) $g_n = \frac{\sqrt[n]{3}}{\sqrt[n]{0,3}}$

h) $h_n = \frac{\frac{3}{n^2} + 8}{\frac{4}{n}}$

► Cálculo de límites infinitos

(18) Escribe las reglas nemotécnicas dadas para ∞ pero para $-\infty$.

(19) Calcula:

a) $\lim(7 + 3^n)$

b) $\lim(10 - n^2)$

c) $\lim(3 \cdot 4^n)$

d) $\lim \frac{5^n}{4}$

e) $\lim \frac{5}{n^2}$

f) $\lim(n^3 + 2^n)$

g) $\lim 5^n \cdot 7^n$

► Indeterminaciones

(20) Calcula el límite de las siguientes sucesiones de dos formas diferentes: haciendo primero una estimación, y luego dividiendo entre el término de mayor grado:

$$a) \ a_n = \frac{8n+4}{8n^4-1}$$

$$b) \ b_n = \frac{10n-5}{2n+4}$$

$$c) \ c_n = \frac{9n^2-2n+1}{3n^2+4}$$

$$d) \ d_n = \frac{15n^3+8n-2}{5n^2-2n+3}$$

$$e) \ a_n = \frac{n^2}{n}$$

$$f) \ b_n = \frac{n}{n^2}$$

$$g) \ c_n = \frac{2n+3}{3n-1}$$

$$h) \ d_n = \frac{7n^2-2n+1}{5n^2+3n+2}$$

$$i) \ a_n = \frac{8n^3-2n^2+4n+5}{2n^2+3n-1}$$

$$j) \ b_n = \frac{9n^2-2n+3}{5n^3+2n^2+3n+4}$$

$$k) \ c_n = \frac{(n-1) \cdot (n+1) + 5}{(2n+3) \cdot (n-4)}$$

(21) Calcula el límite de:

$$a) \ a_n = \frac{5n^3}{2n+1} - \frac{6n^4}{3n+2}$$

$$b) \ b_n = \frac{2n^3+1}{2n^2-1} - \frac{3n^2-1}{3n+2}$$

$$c) \ c_n = 3n+1 - \frac{6n^2-8n}{2n-3}$$