EJERCICIOS IMPRESCINDIBLES

▶ Conjuntos

(1) **Elección en 4º de la ESO.** Cuando se le pregunta a los 20 alumnos de un grupo de 4º de la ESO qué quiere estudiar, responden los siguiente:

a) Un 50 % se plantea hacer el bachillerato de ciencias.
b) Un 70 % se plantea hacer el bachillerato de letras.
c) Un alumno no sabe qué hacer.

Llamando A = {alumnos que quieren hacer el bachillerato de ciencias}, B = {alumnos que quieren hacer el de letras}, C = {toda la clase}, D={alumnos que no saben qué hacer}, responde los siguientes apartados:

a) Los conjuntos A y B ¿son disjuntos?
b) Haz un diagrama de Venn identificando todos los conjuntos que aparecen.
c) En el diagrama de Venn identifica los siguientes conjuntos:
   1) Alumnos que tienen una idea de qué estudiar.
   2) Alumnos que no saben qué estudiar.
   3) Alumnos que se plantean estudiar el bachillerato de ciencias.
   4) Alumnos que dudan entre estudiar el bachillerato de ciencias y el de letras.
d) ¿Qué significado tiene el complementario de $A \cup B$? ¿Y $A \cap B$?
e) Anota el número de elementos que tiene cada conjunto.
f) Calcula el número de:
   1) Alumnos que tienen claro que quieren estudiar.
   2) Alumnos que dudan entre estudiar un bachillerato u otro.
   3) Alumnos que solo quieren hacer el bachillerato de ciencias.
   4) Alumnos que solo quieren hacer el bachillerato de letras.

(2) Calcula:

a) $A \cap A$
b) $A\cup \emptyset$
c) $A \cap S$
d) $A \cup S$
e) $A \cap (A \cup B)$

Siendo S el conjunto universo.

(3) Haz un diagrama de Venn identificando los siguientes sucesos:

a) $\overline{A} \cup \overline{B}$
b) $\overline{A} \cap B$
c) $\overline{A} \cup B$

(4) Calcula $\overline{\overline{A}}$ a partir de A.

▶ Probabilidad

(5) **Tirando una moneda.** Tira una moneda 20 veces anotando el número de veces que sale cara y el número de veces que sale cruz. Junta los resultados que has obtenido con los obtenidos por tus compañeros. Calcula el tanto por cien de caras. ¿Será una buena estimación de la probabilidad de que una moneda salga cara al tirarla?

▶ Regla de laplace

(6) Calcula $p(\emptyset)$ y $p(S)$.

(7) **Tirando dos monedas.** Supongamos que tiramos dos monedas al aire.

- *a*) ¿Es un experimento aleatorio? ¿Por qué?
- *b*) Identifica el espacio muestral.
- *c*) Identifica los siguientes sucesos:
  1) Sacar dos caras.
  2) No sacar ninguna cara.
  3) Que las dos monedas sean iguales.
  4) Que las dos monedas sean diferentes.
- *d*) Calcula la probabilidad de cada uno de los sucesos anteriores.
- *e*) Supón que apuestas un euro a que salen dos caras. Después de haber jugado 100.000 partidas, ¿cuánto es de esperar que hayas ganado o perdido?

(8) **Tirando un dado.** Supongamos que tiramos un dado al aire.

- *a*) ¿Es un experimento aleatorio? ¿Por qué?
- *b*) Identifica el espacio muestral.
- *c*) Identifica los siguientes sucesos:
  1) Sacar un 1.
  2) Sacar un número par.
  3) Sacar un número mayor que 4.
  4) Sacar un número primo.
- *d*) Calcula la probabilidad de cada uno de los sucesos anteriores.
- *e*) Supón que apuestas un euro a que sale un número mayor que 4. Después de haber jugado 100.000 partidas, ¿cuánto es de esperar que hayas ganado o perdido?

(9) **Tirando dos dados.** Supongamos que lanzamos dos dados al aire.

- *a*) ¿Es un experimento aleatorio? ¿Por qué?
- *b*) Identifica el espacio muestral.
- *c*) Identifica los siguientes sucesos:
  1) Sacar dos unos.

2) Que los dos dados sean iguales.
3) Que los dos dados sean diferentes.
4) Que la suma de los dos dados sea 5.

d) Calcula la probabilidad de cada uno de los sucesos anteriores.

(10) **Dados pintados.** Supongamos que tenemos un dado con dos caras pintadas de rojo y el resto de negro. Tiramos el dado y nos fijamos en el color de la cara superior:

a) ¿Es un experimento aleatorio? ¿Por qué?

b) Identifica el espacio muestral.

c) Identifica los siguientes sucesos:

1) Sacar una cara roja.
2) Sacar una cara negra.

d) Calcula la probabilidad de cada uno de los sucesos anteriores.

(11) **Baraja española.** Una baraja española está formada por 40 cartas, 4 palos de 10 cartas cada una. Los palos son: oros, bastos, espadas y copas. Supongamos que barajamos las cartas y extraemos una:

a) ¿Es un experimento aleatorio? ¿Por qué?

b) Identifica el espacio muestral.

c) Identifica los siguientes sucesos:

1) Sacar el as de oros.
2) Sacar un as.
3) Sacar una copa.
4) No sacar un basto.
5) Sacar una figura (sota, caballo o rey).

d) Calcula la probabilidad de cada uno de los sucesos anteriores.

Supongamos que has extraído una carta y has obtenido un as. ¿Cuál es la probabilidad de que al extraer otra carta salga de nuevo otro as?

(12) **Sacando una canicas (I).** Supongamos que tenemos una bolsa con 2 canicas negras y 3 blancas, y extraemos una.

a) ¿Es un experimento aleatorio? ¿Por qué?

b) Identifica el espacio muestral.

c) Identifica los siguientes sucesos:

1) Sacar una canica negra.
2) Sacar una canica blanca.

d) Calcula la probabilidad de cada uno de los sucesos anteriores.

(13) **Sacando una canicas (II).** Supongamos que tenemos una bolsa con 2 canicas negras, 3 blancas y 4 rojas, y extraemos una.

a) ¿Es un experimento aleatorio? ¿Por qué?

b) Identifica el espacio muestral.

c) Identifica los siguientes sucesos:

1) Sacar una canica negra.
2) Sacar una canica blanca.
3) Sacar una canica roja.
4) Sacar una canica blanca o roja.
5) Sacar una canica negra o blanca.

d) Calcula la probabilidad de cada uno de los sucesos anteriores.

(14) **Sacando dos canicas con y sin reemplazamiento.** Supongamos que tenemos una bolsa con 2 canicas negras y 4 blancas.

a) Calcula la probabilidad de sacar una canica negra.

b) Supón que después de haber sacado la canica negra, la volvemos a meter, y volvemos a sacar una canica. ¿Cuál es la probabilidad de que esta segunda canica sea negra? ¿y de que sea blanca?

c) Y si en lugar de volverla a meter, sacamos otra canica, ¿cuál es la probabilidad de que la segunda canica sea negra? ¿y de que sea blanca?

d) Responde a las preguntas anteriores pero suponiendo que la primera canica que sacamos era blanca.

(15) **Fechas.** Supongamos que un año tenga 365 días y que todos los partos son naturales, y no están provocados por los médicos.

a) ¿Cuál es la probabilidad de nacer el 31 de diciembre?

b) ¿Cuál es la probabilidad de nacer en abril?

c) Si cogemos a 50 millones de personas, ¿cuántas personas habrán nacido el 31 de diciembre? ¿y cuántas habrán nacido en abril?

d) ¿Cuántos españoles habrán nacido en diciembre?

e) Hay algunas personas que creen que los días de luna llena se producen más nacimientos que el resto de los días. Si esto fuese verdad querría decir que la probabilidad de que una mujer tenga un niño un día de luna llena es mayor que el resto de los días, no cumpliéndose lo obtenido por la regla de Laplace. ¿Cómo podrías averiguar la probabilidad real de que un niñó nazca un día determinado del año? Pregunta a tu profesor de física si hay algún motivo por el que la luna llena pudiese influir sobre el parto de una mujer.

▶ Regla de multiplicación

(16) En mi calle hay 20 edificios; cada edificio tiene 7 plantas, y hay dos pisos en cada planta. Cada piso tiene 5 habitaciones, y en cada habitación hay 3 armarios. En cada armario hay 6 estantes y en cada estante hay 15 libros. ¿Cuántos libros hay en mi calle?

(17) Una heladería vende 10 tipos de sabores de helados, en 3 formatos diferentes de cono: pequeño, medio y grande. ¿Cuántos helados (sabor-tamaño) diferentes puede vender?

(18) ¿Cuántas matrículas se pueden matricular con 5 números y 2 letras?

▶ Variaciones y combinaciones

(19) Escribe las variaciones sin repetición de 4 elementos tomados de 2 en 2.

(20) Escribe las permutaciones de 4 elementos.

(21) Escribe las combinaciones de 3 elementos tomados de 2 en 2.

(22) En una bolsa hay 4 canicas de diferentes colores: negra, blanca, amarilla y roja. Sacamos 3 de las bolas. Si nos importa el orden,

a) ¿de cuántas formas posibles podemos sacar las canicas?

b) ¿cuáles son los posibles resultados?

(23) **PAEU 2000J.** En el experimento de tirar sucesivamente tres monedas, sea el suceso A, sacar más caras que cruces y el suceso B sacar una o dos cruces. Halla todos los casos que integran el suceso $A \cup B$.

(24) **PAEU 2014J.** Se elige al azar un número de 4 cifras distintas escrito con las cifras 7, 2, 3 y 8. Calcula la probabilidad de que dicho número sea mayor que 7500.

▶ Probabilidad de que no suceda algo

(25) **Entendiendo frases.** Indica qué quieren decir las siguientes frases:

a) Tiramos dos monedas. Sea A el suceso "al menos una de ellas es cara". ¿Qué quiere decir "no A"?

b) No es verdad que no sea un hombre.

(26) **Tirando 3 monedas.** Supongamos que tiramos 3 monedas al aire.

a) Escribe el espacio muestral.

b) Identifica los siguientes sucesos:

1) A = Al menos una de las monedas es cara.

2) B = Ninguna de las monedas es cara.

c) ¿Los sucesos anteriores son complementarios?

d) Usando la regla de Laplace, calcula la probabilidad de los dos sucesos anteriores.

e) Se puede calcular $p(A)$ a partir de $p(B)$ sin usar la regla de Laplace. Hazlo.

(27) **Tirando 5 monedas.** Calcula la probabilidad de que al tirar 5 monedas, al menos una de ellas sea cara. La probabilidad de que al tirar 5 monedas todas sean cruces es del 3 %.

(28) **Tirando dos dados.** Tiramos dos dados. ¿Cuál es la probabilidad de no sacar un doble 3?

(29) **Probabilidad de tener una niña.** Si la probabilidad de tener un niño es del 51’6 % ¿cuál es la probabilidad de tener una niña?

▶ Sucesos independientes

(30) **Tirando dos monedas.** Supongamos que tiramos dos monedas al aire.

a) ¿Cuál es la probabilidad de obtener dos caras?

b) ¿Y dos cruces?

c) ¿Y de obtener en una cara y en otra cruz?

d) ¿Cuál es la probabilidad de obtener al menos una cara?

Para ello usa el hecho de que el resultado de una moneda no depende de lo que se obtenga en la otra moneda.

(31) **Sacando caras.** Responde a las siguientes preguntas usando dos métodos diferentes: la regla de Laplace y la independencia de sucesos.

a) Supongamos que tiramos 3 monedas. ¿Cuál es la probabilidad de sacar tres caras? ¿Y de sacar al menos una cara?

b) Y si tiramos 4, ¿cuál es la probabilidad de sacar 4 caras? ¿Y de sacar al menos una cara?

c) Y, en general, al tirar n monedas, ¿cuál es la probabilidad de que todas las monedas sean caras? ¿Y de sacar al menos una cara?

(32) **PAEU 1998J.** En una urna hay 2 bolas blancas y 1 negra, si se considera el siguiente experimento aleatorio “Se extrae una bola al azar, se observa su color y se devuelve a la urna”, calcula la probabilidad de que en dos extracciones se obtengan:

a) 2 bolas blancas.

b) 1 bola blanca y 1 negra.

c) 2 bolas negras.

(33) **PAEU 1999J.** La probabilidad de que un estudiante que ingresa en la universidad se licencie en 5 años es de 0’4. Se eligen al azar 10 estudiantes. Calcula:

a) La probabilidad de que ninguno se licencie en 5 años.

b) La probabilidad de al menos uno se licencie en 5 años.

c) La probabilidad de que todos se licencien en 5 años.

(34) **PAEU 1999S.** Sea A el suceso "una determinada persona A resuelve un determinado problema" y B el suceso "lo resuelva la persona B". Se sabe que la probabilidad de que lo resuelvan las dos personas es de $\frac{1}{6}$ y la de que no lo resuelva ninguna de las dos es de $\frac{1}{3}$. Sabiendo que la probabilidad de que lo resuelva una persona es independiente de que lo resuelva la otra, calcula $p(A)$ y $p(B)$.

(35) **PAEU 2000J.** La probabilidad de que un cazador cace una pieza es $\frac{1}{3}$. Si dispara tres veces, ¿cuál es la probabilidad de cazar al menos una pieza?

(36) **PAEU 2000S.** Si A y B son dos sucesos independientes ¿se puede dar algún caso en que $p(A \cap B) = \frac{1}{2}$ y $p(A) = \frac{1}{3}$?

(37) **PAEU 2007S.** Un mensaje es transmitido con errores con probabilidad 0'1. Emitimos de forma independiente 10 mensajes. Calcula la probabilidad de que al menos alguno de los 10 mensajes haya sido transmitido con errores.

(38) **PAEU 2007S.** Dos sucesos A y B tienen probabilidades 0'4 y 0'5. Sabiendo que son independientes, calcula la probabilidad de que no suceda ninguno de los dos.

(39) **PAEU 2002S.** Se tira tres veces una moneda. ¿Cuál es la probabilidad de que salgan al menos 2 caras seguidas?

(40) **PAEU 2008J.** Un cartero reparte al azar 3 cartas entre 3 destinatarios. Calcula la probabilidad de que al menos una de las 3 cartas llegue a su destino correcto.

(41) **PAEU 2014S.** Tenemos dos llaves de un trastero, cada una en un llavero. Si elegimos una llave al azar de uno de los llaveros, ¿cuál es la probabilidad de que abra el trastero, sabiendo que uno de los llaveros tiene 5 llaves y el otro 7 llaves?

▶ Sucesos dependientes. Probabilidad condicionada

(42) La siguiente tabla nos dice el número de personas que fuman clasificadas por su sexo:

	Hombre	Mujer	
Fuma	18	44	= 62
No fuma	27	11	= 38
	45	55	

Llamemos F = personas que fuman, N = personas que no fuman, H = ser hombre, M = ser mujer Eligamos una persona al azar

a) ¿Cuál es la probabilidad de que fume? (P(F))

b) ¿y de que no fume?

c) ¿y de ser hombre?

d) ¿y de ser mujer?

e) ¿Qué tanto por cien de las mujeres fuman? ¿y no fuman? $(P(F|M), P(N|M))$

f) ¿Qué tanto por cien de los hombres fuman? ¿y no fuman? $(P(F|H), P(N|H))$

g) ¿Qué tanto por cien de los fumadores son hombres? ¿y mujeres? $(P(H|F), P(M|F))$

(43) **Extrayendo cartas.** Una baraja española tiene 40 cartas. Cuál es la probabilidad de:

a) Sacar un as.

b) Sacar el as de oros.

c) Sacar dos ases.

d) Sacar los cuatro ases.

(44) **PAEU 2004S.** En un pedido de 50 bombillas se sabe que hay 4 defectuosas. Si el comprador elige dos (sin reemplazamiento) al azar, ¿Cuál es la probabilidad de que las dos sean defectuosas?

(45) **PAEU 2009J.** Si $p(B) = 0'3$ y $p(A \cap B) = 0'06$, calcula $p(A|B)$ y $p(A)$ sabiendo que A y B son independientes.

(46) **PAEU 2010S.** En la cesta de una frutería hay 10 nectarinas blancas y 7 nectarinas amarillas. Si se compran 2 nectarinas al azar, ¿cuál es la probabilidad de que ambas sean blancas?

▶ Probabilidad $p(A \cup B)$

(47) **PAEU 2005J.** Calcula $p(A \cup B)$ y $p(A \cap B)$ sabiendo que $p(A \cup B) - p(A \cap B) = 0'4$, $p(A) = 0'6$ y $p(B) = 0'8$.

(48) **PAEU 2005S.** Se presentan tres partidos políticos (A, B y C) a unas elecciones con un único partido ganador. La probabilidad de que gane B es el doble de la probabilidad de que gane A, mientras que la probabilidad de que gane C es el triple de la probabilidad de que gane B. ¿Qué probabilidad tiene C de ganar las elecciones?

(49) **PAEU 2006S.** Sabiendo que $p(\overline{A} \cap \overline{B}) = 0'55$, $p(A) = 0'4$ y $p(B) = 0'35$ ¿son independientes A y B?

(50) **PAEU 2007J.** Dos sucesos tienen la misma probabilidad igual a 0'5. La probabilidad de que ocurra uno de los sucesos sabiendo que ha ocurrido el otro es igual a 0'3. ¿Cuál es la probabilidad de que no ocurra ninguno de los dos sucesos?

(51) **PAEU 2011J.** Sean los sucesos A y B tales que $p(A) = \dfrac{1}{5}$ y $p(B) = \dfrac{1}{2}$. Halla la probabilidad del suceso $A \cup B$, si A y B son independientes.

(52) **PAEU 2011S.** Sean A y B dos sucesos independientes con probabilidades $p(A) = 0'2$ y $p(B) = 0'5$. Calcula $p(\overline{A \cup B})$.

(53) **PAEU 2013J.** En una ciudad, la probabilidad de que llueva un día de junio es del 10 %, y de que haga sol un 75 %. Si no es posible que en un mismo día de junio llueva y haga sol simultáneamente, ¿cuál es la probabilidad de que en un día de junio no llueva ni haga sol?

(54) **PAEU 2014J.** Sean A y B dos sucesos independientes, tal que $p(A) = 0'2$ y $p(A \cap B) = 0'16$. Halla la probabilidad de $\overline{A} \cap \overline{B}$.

(55) **PAEU 2014S.** Calcula $p(A \cup B)$ sabiendo que $p(A) = 0'4$, $p(B) = 0'5$ y $p(B|A) = 0'3$.

▶ Probabilidad $p(\overline{A} \cap B)$

(56) **PAEU 2012J.** Calcula $p(\overline{A}|B)$ sabiendo que $p(A) = \dfrac{1}{3}$, $p(B) = \dfrac{1}{4}$ y $p(A \cap B) = \dfrac{1}{5}$.

(57) **PAEU 2006S.** Sean A y B dos sucesos tales que $p(A) = 0'4$, $p(B) = 0'3$ y $p(A \cap B) = 0'2$. ¿Cuánto debe valer $p(A|\overline{B})$?

▶ Varios

(58) **PAEU 2001J.** Se lanza un dado dos veces. Sea A el suceso “obtener 1 en la primera tirada” y sea B el suceso “obtener 2 en la segunda tirada”. Calcula $p(A)$, $p(B)$ y $p(A \cap B)$. ¿Son A y B sucesos independientes?

(59) **PAEU 2001J.** Los sucesos A y B de un experimento aleatorio verifican que $A \subseteq B$. Expresa las probabilidades $p(A \cup B)$, $p(A \cap B)$ y $p(B - A)$ en función de $p(A)$ y $p(B)$.

(60) **PAEU 2002J.** Sean A y B dos sucesos independientes tales que la probabilidad de que ocurran simultáneamente es $\dfrac{1}{6}$ y la de que no ocurra ninguno es $\dfrac{1}{3}$. Determina las probabilidades $p(A)$ y $p(B)$.

(61) **PAEU 2003S.** Dados dos sucesos A y B de un espacio muestral se sabe que $p(A) = 0'4$, $p(A \cup B) = 0'8$ y $p(\overline{A} \cup \overline{B}) = 0'7$. Halla $p(B)$.

(62) **PAEU 2006J.** Se considera el experimento “lanzar una moneda tres veces”. Sea A el suceso “obtener al menos una cara” y B el suceso “obtener al menos dos cruces”. Calcula $p(A \cup B)$.

(63) **PAEU 2009S.** Un opositor sabe 45 de los 90 temas que componen el temario. Si el examen consiste en elegir 1 tema de entre 3 extraídos al azar, ¿cuál es la probabilidad de que suspenda el examen?

(64) **PAEU 2010J.** Se elige al azar un número de 4 cifras distintas escrito con las cifras 1, 2, 3 y 4. Calcula la probabilidad de que en dicho número las cifras 2 y 3 aparezcan seguidas y en el orden 23.

(65) **PAEU 2010J.** En un grupo de danza hay 7 mujeres y 12 hombres. Si se escogen tres personas al azar, halla la probabilidad de que se seleccionen 2 mujeres y un hombre.

(66) **PAEU 2010S.** El 5 % de los clientes de una entidad bancaria son morosos. ¿Cuál es la probabilidad de encontrar al menos un moroso entre 10 clientes elegidos al azar?

(67) **PAEU 2012S.** Un examen de oposición consiste en desarrollar por escrito un tema de un total de 50. El tribunal elige al azar 2 temas y cada candidato debe escoger uno de ellos. Halla la probabilidad de que un candidato suspenda el examen si tan sólo ha estudiado 35 temas.