EJERCICIOS PARA PRACTICAR

(1) Calcula $f \circ g$ y $g \circ f$ siendo:

a) $f(x) = x^3$; $g(x) = 2x$

b) $f(x) = \sqrt{x}$; $g(x) = \dfrac{1}{x}$

c) $f(x) = x^2$; $g(x) = \sqrt{x}$

d) $f(x) = \dfrac{2x+1}{3x-4}$; $g(x) = 2x-1$

e) $f(x) = 3^x$; $g(x) = 4x^2$

f) $f(x) = \dfrac{5x^2+4}{2^x-1}$; $g(x) = x^2+1$

(2) Representa:

a) $y = \dfrac{9-3x}{2x+10}$ b) $y = \dfrac{14-7x}{2-x}$ c) $y = \dfrac{2x+1}{6-3x}$

(3) Demuestra que la pendiente de una recta m que pasa por los puntos $A(a_x, a_y)$ y $B(b_x, b_y)$ es $m = \dfrac{b_y - a_y}{b_x - a_x}$

(4) Calcula la función inversa de:

a) $y = \ln(x+3)$

b) $y = \sqrt{x+2}$

c) $y = 10^{2x} - 5$

d) $y = 2^{9x^2-1}$

e) $y = \log_2 x + 4$

f) $y = 2 - \log_6 x$

g) $y = 1 + e^{2x+3}$

h) $y = \ln(1+\sqrt{x})$

(5) Calcula el dominio de:

a) $\ln(1+x)$ b) $\ln x$ c) $\ln(x-3)$ d) $\ln(2x+4)$

(6) Sea la función $f(t) = \begin{cases} x^2 + x & \text{si } x < 0 \\ \dfrac{x}{x+1} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

a) Analice la continuidad en su dominio.

b) Determínese la asíntota horizontal, si la tiene.

c) Determine la asíntota vertical, si la tiene.

(7) La velocidad de un artefacto viene dada por la siguiente función:

$$v(t) = \begin{cases} 10 - (t-3)^2 & 0 \leq t \leq 4 \\ \dfrac{9}{t-3} & t > 4 \end{cases}$$

donde la velocidad $v(t)$ viene dada en metros por segunda y el tiempo t en horas.

a) Estudia la continuidad de la función.

b) Calcula los intervalos en los que la función crece y decrece. Usa lo anterior para calcular la máxima velocidad alcanzada por el artefacto y el momento en que se alcanza.

c) Si dejamos que el tiempo crezca ilimitadamente ¿a qué velocidad tiende a moverse el artefacto?

(8) Sea $f(x) = \begin{cases} -4x + a & \text{si } x \leq -2 \\ x^2 - 5 & \text{si } -2 < x < 1 \\ bx + 3 & \text{si } 1 \leq x \end{cases}$

a) Calcula a y b para que $f(x)$ sea continua.

b) Represéntala.

(9) Estudia la continuidad de la función $y = f(x)$ en el intervalo $[-4, 2]$, siendo:

$$f(x) = \begin{cases} 2 & x \leq -3 \\ x^2 & -3 < x < 1 \\ 1 & x \geq 1 \end{cases}$$

(10) Debido a un chaparrón, el caudal de agua que entra a un depósito de recogida de agua sigue la función $f(t) = -t^2 + 20t$ (t expesados en minutos y $f(t)$ en litros por minuto).

a) ¿Cuánto tiempo está entrando agua al depósito?

b) ¿Cuánto es máximo el caudal que entra? ¿Cuánto es ese caudal máximo?

(11) La evolución mensual del número de socios de una entidad viene dada por:

$$f(t) = \begin{cases} -x^2 + 6x + a & 0 \leq x \leq 6 \\ 50 & 6 << 8 \\ 50 + (x-8)(x-12) & 8 <\leq 12 \end{cases}$$

donde x es el número de meses.

a) Si inicialmente la entidad se fundó con 50 socios, determinar el valor de a.

b) Determinar en qué mes el número de socios fue máximo y en qué mes fue mínimo.

c) Si para cubrir los gastos, la entidad necesitaba tener más de 47 socios, ¿en qué mes tuvo pérdidas?

(12) El consumo de un motor, en un trabajo de 6 horas, viene dado por la expresión $C(t) = -t^2 + 8t + 20$, siendo t el tiempo en horas, $0 \leq t \leq 6$.

a) ¿Qué momento es el de mayor consumo? ¿Cuánto es el consumo máximo?

b) ¿Cuánto consume en total el motor en las 6 horas que dura el trabajo?

(13) El beneficio, en millones de euros, de una empresa en función del tiempo t, en años, viene dado por:

$$f(t) = -t^2 + 12t - 31, \quad 4 \leq t \leq 7$$

a) Representa $f(t)$.

b) ¿Para qué valor de t alcanza la empresa su beneficio máximo y a cuánto asciende? ¿para qué valor de t alcanza su beneficio mínimo y cuál es este?

(14) Si la relación funcional entre la superficie de un cuadro y su base viene dada por $S = 150x - x^2$, siendo x la base en centímetros:

a) ¿Cuál es la superficie de un cuadro que tiene de base 25 cm?

b) ¿Qué dimensiones ha de tener la base de un cuadro para tener una superficie máxima?

c) ¿Cuál es la superficie máxima?

(15) Se estima que los beneficios mensuales de una fábrica de golosinas, en miles de euros, vienen dados por la función $f(x) = -0'1x^2 + 2'5x - 10$, cuando se venden x toneladas del producto. Se pide:

a) Calcular la cantidad de toneladas que se ha de vender para obtener el máximo beneficio y calcular este.

b) La cantidad mínima que se ha de vender para no tener pérdidas.

(16) Se espera que, en los próximos 10 años, las ganancias (en millones de euros) de una empresa, vengan dada por la función

$$p(t) = -2t^2 + 20t + 5$$

a) Determinar cuándo las ganancias serán iguales a 5 millones de euros.

b) Determinar en qué años decrecerán las ganancias. ¿Cuándo son máximas?

c) ¿Cuáles serán las ganancias acumuladas durante los cinco primeros años?