

EJERCICIOS IMPRESCINDIBLES

► Cálculo de derivadas usando su definición

- (1) Encuentra la ecuación de la recta tangente a $y = f(x)$ en $x = a$ sabiendo que pasa por el origen y que $f'(a) = \frac{3}{4}$
- (2) La recta tangente a una cierta función en $x = 0$ vale $y = 5x - 2$ ¿Cuánto vale $f'(0)$? Si en $x = 3$ la recta tangente es $y = -2x + 3$ ¿cuánto vale $f'(3)$?

► Tabla de derivadas inmediatas

- (3) Memoriza toda la tabla de derivadas inmediatas.
- (4) Calcula la derivada de las siguientes funciones (intenta hacerlo sin mirar la tabla):

a) $y = \cos x$

c) $y = \operatorname{arc\,tg} x$

e) $y = 3^x$

b) $y = \ln x$

d) $y = x^7$

f) $y = \log_5 x$

- (5) ¿De qué función son derivadas las siguientes funciones?

a) $y = \operatorname{sen} x$

b) $y = \frac{1}{x}$

c) $y = 3x^2$

d) $y = e^x$

► Derivadas de polinomios

- (6) Deriva:

a) $y = 2e^x$

c) $y = \frac{x}{2}$

e) $y = \frac{\cos x}{5}$

b) $y = 3 \operatorname{sen} x$

d) $y = \frac{e^x}{3}$

f) $y = \sqrt[3]{x}$

- (7) Calcula la derivada de los siguientes polinomios:

a) $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 5$

d) $y = ax^2 + bx + c$

b) $g(x) = 3x^{10} + 4x^7 - 2x + 1$

c) $y = 5x^3 - 2x$

e) $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

- (8) Calcula la derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x) = 3\sqrt[4]{x}$

b) $f(x) = \frac{5}{\sqrt[4]{x^3}}$

c) $y = \frac{4}{x^4}$

d) $y = \frac{3}{2x^7}$

- (9) Calcula la derivada de las siguientes funciones e indica en qué puntos no existe dicha derivada:

$$a) y = \frac{1}{x}$$

$$b) y = \sqrt{x}$$

(10) La curva $y = ax^2 + bx + c$ pasa por el punto $P(1, 3)$ y es tangente en el origen de coordenadas a la bisectriz del primer cuadrante. Halla a , b y c .

(11) Dada la curva $y = 3x^2 + 5$ y la recta $y = 4x + m$ hallar m para que la recta sea tangente a la curva.

► Derivada del producto y de la división

(12) Calcula la derivada de las siguientes funciones:

$$a) y = xe^x$$

$$c) y = x^2 \cos x$$

$$e) y = e^x \cos x$$

$$g) y = x \operatorname{arc} \operatorname{tg} x$$

$$b) y = x \operatorname{sen} x$$

$$d) y = x^2 \ln x$$

$$f) y = 10^x \ln x$$

(13) Calcula la derivada de las siguientes funciones:

$$a) y = \frac{2x + 4}{3x - 2}$$

$$c) y = \frac{ax + b}{cx + d}$$

$$e) y = \frac{5x^3 + 4x - 3}{2x + 1}$$

$$b) y = \frac{4x - 5}{7x + 6}$$

$$d) y = \frac{x^2 - 7x + 2}{3x - 4}$$

► Mezclando...

(14) Calcula la derivada de las siguientes funciones:

$$a) y = 5 \operatorname{sen} x - x \cos x$$

$$g) f(x) = (x^2 - x) \sqrt[3]{x}$$

$$b) y = (3x^2 - 2) \cdot \ln x$$

$$h) f(x) = 3x^{\frac{2}{3}} + 2x^{\frac{1}{3}} + 1$$

$$c) y = \frac{\operatorname{sen} x + \cos x}{\operatorname{sen} x - \cos x}$$

$$i) f(x) = \operatorname{sen} \frac{\pi}{3}$$

$$d) y = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{cotg} x}{\operatorname{tg} x}$$

$$j) f(x) = (1 - 2x) \cos x$$

$$e) f(x) = \frac{3}{x^4}$$

$$k) f(x) = \frac{\operatorname{sen} x}{x}$$

$$f) f(x) = \frac{1 + x^2}{1 - x^2}$$

$$l) f(x) = (\cos x + x) \operatorname{tg} x$$

► Regla de la cadena

(15) Calcula la derivada de las siguientes funciones:

$$a) y = \sqrt{x + 1}$$

$$c) y = \sqrt{(x + 1)^3}$$

$$e) y = \frac{5}{\sqrt{(x^2 - 1)^5}}$$

$$b) y = \sqrt{3x^2 - 5x + 4}$$

$$d) y = \frac{1}{\sqrt{5x - 6}}$$

$$f) y = \sqrt{f(x)}$$

(16) Calcula la derivada de las siguientes funciones:

$$\begin{array}{lll} a) y = (2x + 3)^5 & c) y = \left(\frac{ax + b}{c}\right)^3 & d) y = f(x)^n \\ b) y = (4x^2 + 2x - 1)^7 & & \end{array}$$

(17) Calcula la derivada de las siguientes funciones:

$$\begin{array}{lll} a) y = \sin(3x^2 + 4) & e) y = \sin(ax + b) & i) y = \arctg \frac{1+x}{1-x} \\ b) y = \cos(5x - 3) & f) y = \cos(ax + b) & j) y = \sin f(x) \\ c) y = \sin^3 x & g) y = \sec x & \\ d) y = \cos^{10} x & h) y = \operatorname{cosec} x & \end{array}$$

(18) Calcula la derivada de las siguientes funciones:

$$\begin{array}{lll} a) y = e^{5x^2 - 3x + 1} & d) y = \frac{e^x + e^{-x}}{2} & f) y = e^{-x} \\ b) y = e^{\ln x} & & g) y = \frac{e^{-x}}{2} \\ c) y = e^{\sin x} & e) y = \frac{e^x - e^{-x}}{2} & h) y = e^{f(x)} \end{array}$$

(19) Calcula la derivada de las siguientes funciones:

$$\begin{array}{lll} a) y = \ln(4x^2 - 3x + 1) & c) y = \ln \sin x & e) y = \ln f(x) \\ b) y = \ln(2x^5 - 3x^2 + 8) & d) y = \ln \sqrt{x} & \end{array}$$

(20) Calcula la derivada de las siguientes funciones:

$$\begin{array}{lll} a) f(x) = \sqrt{\frac{1+2x}{2}} & d) f(x) = \sin \sqrt{1-x} & h) f(x) = \sqrt[3]{\sin 3x} \\ b) f(x) = \frac{\cos x}{\sin x} & e) f(x) = \sin^2(1-x) & i) f(x) = \frac{\cos 2x}{3} \\ c) f(x) = \operatorname{tg} \frac{1}{x} & f) f(x) = \sin x \operatorname{tg} \sqrt{x} & \\ g) f(x) = \cos^3(1+2x)^5 & j) f(x) = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{x}}} & \end{array}$$

► Derivada segunda

(21) Calcula la derivada segunda de las siguientes funciones:

$$\begin{array}{ll} a) y = 3x + 5 & h) y = \ln x \\ b) y = ax + b & i) y = \sin x \\ c) y = 4x^2 - 3x + 2 & j) y = \cos x \\ d) y = ax^2 + bx + c & k) y = \frac{x+1}{x-1} \\ e) y = 7x^3 - 5x^2 + 4 & l) y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x+3} \\ f) y = ax^3 + bx^2 + cx + d & \\ g) y = e^x & \end{array}$$

- (22) **Derivadas tercera.** Si en lugar de derivar 2 veces una función, la derivamos 3 veces, obtenemos la derivada tercera de una función $f'''(x)$. Calcula esta derivada para las siguientes funciones:

a) $y = ax + b$

e) $y = e^x$

b) $y = ax^2 + bx + c$

f) $y = \ln x$

c) $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

d) $y = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + f$

g) $y = \sin x$

► Aplicación: recta tangente

- (23) Halla la recta tangente a la curva $y = x^2 - 4x + 5$ en el punto $x = 2$
- (24) **PAEU 2009S.** Hallar los puntos en los que la recta tangente a la gráfica de la función $f(x) = x^3$ es paralela a la recta de ecuación $y = 3x + 2$.
- (25) **PAEU 2012J.** Dada la función $f(x) = \frac{ae^{2x}}{1+x}$, se pide: Hallar a para que la pendiente de la recta tangente a la función $x = 0$ valga 2.

► Crecimiento y decrecimiento. máximos y mínimos

- (26) **PAEU 2007J.** Sea la función $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$. Hallar los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- (27) **PAEU 2007S.** Sea f la función dada por $f(x) = e^{2x-x^2}$. Calcular los intervalos de crecimiento y decrecimiento, los extremos relativos y las asíntotas de f .
- (28) **PAEU 2007S.** Sea la función $f(x) = \frac{x}{x^2 + 4}$. Se pide hallar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f , los máximos y mínimos relativos y las asíntotas. Esbozar su gráfica.
- (29) **PAEU 2009J.** Estudiar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ en su dominio de definición.
- (30) **PAEU 2009S.** Sea la función $f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 1}$. Hallar su dominio, intervalos de crecimiento y decrecimiento, extremos relativos y asíntotas. Esbozar su gráfica.
- (31) **PAEU 2011J.** Sea $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}$.
- a) Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento, extremos relativos y sus asíntotas.
- b) Esbozar su gráfica.
- (32) Estudia el crecimiento/decrecimiento de las siguientes funciones. Si puedes, esboza su gráfica.

$$a) \ y = \frac{x+2}{x-2}$$

$$b) \ y = \frac{x^2+1}{x^2-1}$$

$$c) \ y = \frac{x^2-4}{x+1}$$

$$d) \ y = \frac{x^2}{x-1}$$

$$e) \ y = \frac{1}{(x-1)^2}$$

$$f) \ y = \frac{2x^3-x^2}{2x^2-1}$$

$$g) \ y = \frac{1}{x^2+x-2}$$

$$h) \ y = \frac{x}{x^2-1}$$

$$i) \ y = x^3-3x+2$$

$$j) \ y = \frac{x^2}{x^2-4}$$

$$k) \ y = \frac{x^2+2x}{x-2}$$