

EJERCICIOS IMPRESCINDIBLES

► Números reales

- (1) **Raíces cuadradas.** Pon un par de ejemplos de raíces cuadradas que sean números racionales y un par de ejemplos que sean irracionales.

► Potencias

- (2) Simplifica al máximo las siguientes expresiones usando las propiedades de las potencias, dejando el resultado como potencia:

a) $7^5 \cdot 7^{10} \cdot 7^2$

d) $\frac{2^5}{2^3}$

f) $\frac{3^4}{3^6}$

h) $(-11)^3$

b) $2^2 \cdot 2^4$

e) $\frac{7^5}{7^9}$

g) $(7^4)^5$

c) $5^7 \cdot 5^2$

- (3) Simplifica al máximo las siguientes expresiones usando las propiedades de las potencias, dejando el resultado como potencia:

a) $9^3 \cdot 27^2$

c) $(-4)^4 \cdot (-8)^2$

b) $\frac{81^2}{9^4}$

- (4) Simplifica al máximo las siguientes expresiones usando las propiedades de las potencias, dejando el resultado como potencia:

a) $\frac{2^4 \cdot 5^2 \cdot 20^3}{8^2 \cdot 15^4}$

b) $\frac{(-8)^3 \cdot (-18)^2}{(-12)^5 \cdot 9^2}$

c) $\frac{a^{-1} \cdot b^{-2} \cdot c^{-7}}{a^{-3} \cdot b^{-5} \cdot c^4}$

- (5) Calcula:

a) $2^3 - (-2)^2 + (-2)^3 + 2^0 - 2^{-2}$

b) $\left(\frac{7}{2}\right)^{-1} + \left(\frac{3}{7}\right)^2 \cdot 7^{-1}$

- (6) **Operando.** Calcula, simplificando al máximo:

a) $2^{\frac{x}{2}} \cdot 4^{2x} \cdot 16^{\frac{4x}{5}}$

b) $\left(\frac{1}{3} - 3^{-2}\right)^{-2}$

c) $\frac{\left(\frac{1}{5}\right)^{-\frac{x}{3}}}{5^{\frac{-3x}{4}}}$

► Raíces n-ésimas

- (7) Calcula, usando la definición de raíz n-ésima:

a) $\sqrt{81}$	c) $\sqrt[4]{625}$	e) $\sqrt[8]{256}$	g) $\sqrt{-1}$
b) $\sqrt[3]{125}$	d) $\sqrt[5]{32}$	f) $\sqrt[10]{1024}$	h) $\sqrt[3]{-1}$

(8) Resuelve las siguientes ecuaciones (usa la calculadora):

a) $x^3 = 27$	b) $x^{10} = 1024$	c) $x^5 = 4$	d) $x^7 = 10$
---------------	--------------------	--------------	---------------

(9) Calcula usando la calculadora:

a) $\sqrt[3]{25}$	c) $\sqrt[10]{21}$	e) $\sqrt{3^8}$	g) $\sqrt[10]{4^5}$
b) $\sqrt[8]{37}$	d) $\sqrt{-1}$	f) $\sqrt[3]{2^4}$	h) $\sqrt[3]{(-1)^5}$

(10) Expresa en forma de potencia:

a) $\sqrt[8]{20}$	b) $\sqrt[3]{4^2}$	c) $\sqrt[21]{3^4}$	d) $\sqrt[8]{2^{10}}$	e) $\sqrt[7]{x^5}$
-------------------	--------------------	---------------------	-----------------------	--------------------

(11) Calcula:

a) $9^{\frac{1}{2}}$	b) $8^{\frac{1}{3}}$	c) $256^{\frac{1}{4}}$	d) $4^{\frac{3}{2}}$
----------------------	----------------------	------------------------	----------------------

(12) ¿Cuánto vale $\sqrt[n]{a^n}$?

(13) **Simplificación.** Simplifica:

a) $\sqrt[6]{5^2}$	b) $\sqrt[4]{49}$	c) $\sqrt[3]{x^6}$	d) $\sqrt[10]{a^5}$
--------------------	-------------------	--------------------	---------------------

(14) **Producto.** Calcula:

a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{27}$	b) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4}$	c) $\sqrt[4]{4} \cdot \sqrt[4]{4}$	d) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{2}$
-------------------------------	------------------------------------	------------------------------------	------------------------------

(15) **División.** Calcula:

a) $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$	c) $\frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{625}}$	e) $\sqrt{\frac{25}{9}}$	g) $\sqrt[4]{\frac{16}{81}}$
b) $\frac{\sqrt[3]{81}}{\sqrt[3]{3}}$	d) $\frac{\sqrt[10]{2048}}{\sqrt[10]{2}}$	f) $\sqrt[3]{\frac{8}{125}}$	h) $\sqrt{\frac{a^4}{b^2}}$

(16) **Raíces de raíces.** Expresa como una única raíz las siguientes raíces de raíces:

a) $\sqrt{\sqrt{16}}$	b) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{22}}$	c) $\sqrt[5]{\sqrt{1024}}$	d) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{2}}$
-----------------------	-----------------------------	----------------------------	----------------------------

(17) **Sacar factores.** Descompón los radicandos en números primos y saca todos los factores que puedas fuera de la raíz:

a) $\sqrt{3^4 \cdot 2}$	d) $\sqrt[3]{84 \cdot 14}$	g) $\sqrt[3]{40}$	j) $\sqrt{49x^2}$
b) $\sqrt[5]{2^5 \cdot 3^{10} \cdot 7}$	e) $\sqrt{75}$	h) $\sqrt[3]{882}$	k) $\sqrt{50x}$
c) $\sqrt{125 \cdot 98}$	f) $\sqrt{900}$	i) $\sqrt{4x}$	l) $\sqrt[3]{81x^4}$

(18) **Sumas y restas.** Calcula, simplificando al máximo:

a) $2\sqrt{3} - 4\sqrt{5} + 3\sqrt{3}$	c) $\sqrt{24} - 3\sqrt{150}$
b) $3\sqrt{2} + 2\sqrt{8} - 5\sqrt{18}$	d) $2\sqrt{162} - 3\sqrt{16} + 2\sqrt{75} - \sqrt{72}$

(19) **Cuando la raíz aparece dividiendo.** Racionaliza:

a) $\frac{1}{\sqrt{3}}$	b) $\frac{1}{2\sqrt{5}}$	c) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}$
-------------------------	--------------------------	--------------------------------

(20) Calcula:

a) $(1 + \sqrt{3}) \cdot (1 - \sqrt{3})$	c) $(3\sqrt{2} + 4\sqrt{7}) \cdot (3\sqrt{2} - 4\sqrt{7})$
b) $(4 + 3\sqrt{7}) \cdot (4 - 3\sqrt{7})$	

(21) **Cuando la raíz aparece sumando.** Racionaliza:

a) $\frac{1}{\sqrt{3} + 4}$	b) $\frac{1}{1 - \sqrt{3}}$	c) $\frac{2}{3\sqrt{2} - 3}$	d) $\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$	e) $\frac{3}{3\sqrt{5} - 3\sqrt{2}}$
-----------------------------	-----------------------------	------------------------------	------------------------------------	--------------------------------------

(22) Calcula, simplificando al máximo:

a) $3\sqrt{2} - \frac{5}{\sqrt{2}}$	b) $\frac{2 + \sqrt{2}}{3 + \sqrt{5}} - \frac{3 + \sqrt{2}}{3 - \sqrt{5}}$
-------------------------------------	--

► Desigualdades

(23) a) Si $x > 0$ ¿ $-x$ es positivo o negativo?

b) Si $x < 0$ ¿ $-x$ es positivo o negativo?

(24) Si $a > b$, ¿ $a - b$ es positivo o negativo?

► Intervalos

(25) Escribe la definición de los siguientes intervalos:

$$\begin{array}{lll} a) [0, 10] & c) (20, 30] & e) (-\sqrt{2}, \sqrt{2}) \\ b) \left[\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right) & d) \left(-1, \frac{5}{3}\right) & \end{array}$$

(26) Representa los intervalos del ejercicio anterior.

(27) Representa los siguientes intervalos:

$$\begin{array}{lll} a) [-1, 1] \cup (2, 4) & c) (0, \infty) \cup [-2, -1) & e) [3, 3] \cup [4, 4] \\ b) (0, 4] \cup [4, 5) & d) (-\infty, -3) \cup (-3, \infty) & \end{array}$$

(28) Sea A un punto, y sea OA la distancia de este punto al origen. Sea x la coordenada del punto A. Si A está a la derecha de O es evidente que $x = OA$, pero si A está a la izquierda $x \neq OA$. ¿Cuánto vale x en este caso?

(29) Algunos de los siguientes intervalos están mal escritos. Indica cuáles y dónde está el error:

$$\begin{array}{lllll} a) (2, 3) & c) \left[\frac{4}{0}, \infty\right) & e) [0, \infty] & g) (\infty, 4) & i) [0, 0] \\ b) (1, -1) & d) (-\infty, \infty) & f) (3, \infty) & h) [-1, -2] & j) (0, 0) \end{array}$$

(30) Escribe un entorno de 3, otro de -1 y otro de 7.

► Valor absoluto

(31) **Memorizando definición.** Calcula:

$$\begin{array}{llll} a) |10| & b) |-2'5| & c) |0| & d) \left|-\frac{3}{4}\right| \end{array}$$

(32) ¿Es verdad que $(-5, 5) = \{x \in \mathbb{R} / |x| < 5\}$? Justifica tu respuesta.

(33) Haz un dibujo justificando las siguientes equivalencias:

$$\begin{array}{l} a) |x - 5| < 3 \iff 2 < x < 8 \\ b) |x + 4| < 2 \iff -6 < x < -2 \\ c) -2 < x < 2 \iff |x| < 2 \end{array}$$

(34) Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$\begin{array}{lll} a) |x| = 7 & c) |2 - x| = 3 & e) |5 - x| < 2 \\ b) |-x| = -2 & d) 2 - |x + 5| = 4 & f) |x - 2| \geq 6 \end{array}$$