EJERCICIOS IMPRESCINDIBLES

▶ Números complejos

(1) Escribe como número de la forma ib las siguientes raíces:

a) $\sqrt{-1}$ *d*) $\sqrt{-16}$ *g*) $\sqrt{-49}$ *j*) $\sqrt{-100}$ *m*) $\sqrt{-3}$
b) $\sqrt{-4}$ *e*) $\sqrt{-25}$ *h*) $\sqrt{-64}$ *k*) $\sqrt{-121}$
c) $\sqrt{-9}$ *f*) $\sqrt{-36}$ *i*) $\sqrt{-81}$ *l*) $\sqrt{-144}$ *n*) $\sqrt{-5}$

(2) De los siguientes números indica cuáles son reales, imaginarios y complejos:

a) 3 *c*) $2-3i$ *e*) $\sqrt{2}$ *g*) i
b) $-i$ *d*) $4+i2$ *f*) $\dfrac{4}{0}$ *h*) $\dfrac{11}{3}$

(3) Identifica la parte real e imaginaria de los siguientes números:

a) $2-3i$ *c*) 4 *e*) $4i$ *g*) $\dfrac{i2}{3}$
b) $-1+\dfrac{i}{4}$ *d*) $\dfrac{2+7i}{3}$ *f*) $-\dfrac{2}{5}+i$ *h*) 0

(4) Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $x^2-2x+5=0$ *b*) $x^2-2x+10=0$ *c*) $2x^2-2x+1=0$

(5) La ecuación $x^2+25=0$, ¿tiene raíces reales? ¿y complejas? Calcúlalas.

▶ Operaciones

(6) Realiza las siguientes operaciones:

a) $(3+2i)+(5-3i)-2\cdot(-4+6i)$
b) $(5-3i)+\dfrac{1}{2}\cdot(4+2i)-(-5+7i)$
c) $\sqrt{-16}+\sqrt{4}-\sqrt{-49}-\sqrt{9}$
d) $(2-3i)\cdot(3+4i)$
e) $(4+5i)\cdot(2-i)$
f) $(1-i)^2$
g) $(4-3i)^2$

(7) Divide:

a) $\dfrac{1+3i}{3-i}$ *b*) $\dfrac{2-5i}{4+2i}$ *c*) $\dfrac{3-3i}{-2+5i}$ *d*) $\dfrac{5+i}{-3-2i}$ *e*) $\dfrac{1+7i}{3+4i}$

(8) Calcula i^5, i^6, i^7, i^8, i^{20}, i^{30}, i^{100}, i^{105}

(9) Realiza las siguientes operaciones:

a) $\dfrac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}i}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}i}$ *b*) $\dfrac{5}{3-4i}+\dfrac{10}{4+3i}$ *c*) $\dfrac{3-i}{1+2i}-\dfrac{1+3i}{2-i}$

(10) ¿Qué se obtiene al multiplicar dos números imaginarios puros?

(11) Dados los complejos $2-ai$ y $3-bi$ hallar los valores que deben tomar a y b para que el producto de aquellos sea igual a $8+4i$.

(12) Hallar el valor que hay que dar a m en $\dfrac{2-(1+m)i}{1-mi}$ para que dicho cociente sea un número real.

(13) Calcula

a) $\sqrt{i}$ *b*) $\sqrt{-9i}$ *c*) $\sqrt{3-2i}$ *d*) $\sqrt{-1+2\sqrt{6}i}$

► **Representación geométrica**

(14) Representa los siguientes números complejos:

a) $2-3i$ *b*) $3+2i$ *c*) $4i$ *d*) 3 *e*) $-2+i$

(15) Representa gráficamente el opuesto (respecto de la suma) y el conjugado de:

a) $1+i$ *b*) $2-3i$ *c*) $-1-i$

¿Serías capaz de indicar cómo representar el opuesto y el conjugado de un número complejo cualquiera $z=a+bi$?

(16) **Paso de binómica a polar.** Escribe en forma polar:

a) $1-i$ *b*) $-1-i2\sqrt{3}$ *c*) $3i$ *d*) -4

(17) **Paso de polar a binómica.** Escribe en forma binómica los siguientes números complejos:

a) 4_{90° *b*) 2_{120° *c*) 1_{225°

(18) Expresa en forma polar y trigonométrica los siguientes números complejos:

a) $-1+i$ *b*) $-1-i$ *c*) $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}-\dfrac{3}{2}i$

(19) Dado el complejo 3_{30° hallar su opuesto respecto del producto, su conjugado y el conjugado de su opuesto.

(20) Indica cómo son entre sí los complejos 2_{30° y 2_{330° y qué les ocurre a sus afijos.

(21) Dado un número complejo cualquiera ¿qué relación existe entre el conjugado de su opuesto y el opuesto de su conjugado?

(22) Al unir el afijo de cierto complejo con el origen, se obtiene un segmento de $2\sqrt{2}$ unidades. Hallar en forma polar y binómica dicho complejo sabiendo que está situado en la bisectriz del primer-tercer cuadrante.

▶ Operaciones con complejos en forma polar

(23) Calcula $4_{20^\circ} \cdot 3_{25^\circ}$ expresando el resultado en forma binómica.

(24) Halla $[6(\cos 130^\circ + i \operatorname{sen} 130^\circ)][3(\cos 80^\circ + i \operatorname{sen} 80^\circ)]$ dando el resultado en forma binómica.

(25) Dados los complejos $z_1 = \sqrt{3} + i$; $z_2 = -\sqrt{3} + 3i$, pasarlos a forma polar y hallar su producto.

(26) Calcula el cociente $\dfrac{12_{54^\circ}}{3_{24^\circ}}$, expresando el resultado en forma binómica.

(27) Halla $\dfrac{20(\cos 83^\circ + i \operatorname{sen} 83^\circ)}{5(\cos 23^\circ + i \operatorname{sen} 23^\circ)}$, expresando el resultado en forma binómica.

(28) Dados los complejos $z_1 = 2 - 2\sqrt{3}i$; $z_2 = 1 + i$, hallar su cociente en forma binómica y en forma polar.

▶ Potencias de complejos. fórmula de moivre

(29) Calcula $(1_{30^\circ})^3$ expresando el resultado en forma binómica.

(30) Calcula $[4(\cos 20^\circ + i \operatorname{sen} 20^\circ)]^3$

(31) Dado el complejo $(1 - i)^4$ pasarlo a forma polar y aplicar la fórmula de Moivre.

(32) Obtener el valor de $(-1 + i)^6$ expresando el resultado en forma binómica.

(33) Calcula el valor de $\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2} + i\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^{30}$

(34) Halla $\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2} + i\dfrac{1}{2}\right)^{100}$

(35) Calcula $\operatorname{sen} 3\alpha$ y $\cos 3\alpha$

(36) Calcula $\operatorname{sen} 4\alpha$ y $\cos 4\alpha$

▶ Radicación de complejos

(37) Calcula, representando todas las raíces:

$a)\ \sqrt[6]{-64}$ $\qquad$ $b)\ \sqrt[3]{8(\cos 45 + i \operatorname{sen} 45)}$