EJERCICIOS PARA PRACTICAR

(1) Haz un dibujo de un triángulo, de tal manera que aparezca el ángulo α indicado:

a) $\operatorname{sen}\alpha = \dfrac{3}{5}$

b) $\cos\alpha = \dfrac{4}{5}$

c) $\operatorname{tg}\alpha = 1$

d) $\operatorname{cotg}\alpha = 1$

e) $\sec\alpha = 1$

f) $\operatorname{cosec}\alpha = 2$

(2) Calcula las razones trigonométricas del ángulo α sabiendo que:

a) $\operatorname{sen}\alpha = \dfrac{3}{5}$; $90° < \alpha < 180°$

b) $\cos\alpha = \dfrac{4}{5}$; $270° < \alpha < 360°$

c) $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{3}{4}$; $180° < \alpha < 270°$

d) $\operatorname{cotg}\alpha = -2$; $90° < \alpha < 180°$

(3) Un reloj señala a las 12 en punto. Después de 20 minutos ¿qué ángulo, en radianes, forman las agujas de la hora y la d elos minutos?

(4) ¿Cuántos radianes mide el ángulo central de un decágono regular? ¿y el de un pentágono?

(5) ¿Es posible que un ángulo tenga igual tangente que cotangente?

(6) Calcula el área de un sector circular de radio 4 y amplitud $\dfrac{1}{2}$ radian.

(7) Simplifica:

a) $\dfrac{\operatorname{tg} a \cdot \operatorname{cosec} a}{\sec a}$

b) $(\cos a - \operatorname{sen} a)^2 - (\cos a + \operatorname{sen} a)^2$

c) $\dfrac{\cos^2 a}{1 - \operatorname{sen} a}$

d) $\dfrac{\operatorname{cosec} x}{1 + \operatorname{cotg}^2 x}$

(8) ¿Verdadero o falso?

a) $\dfrac{\operatorname{sen} x \cdot \cos x}{\cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x} = \dfrac{\operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x}$

b) $\operatorname{sen}^2 a - \cos^2 b = \operatorname{sen}^2 b - \cos^2 a$

(9) Representa las siguientes funciones:

a) $y = \operatorname{sen} 2x$

b) $y = \cos 2x$

c) $y = \operatorname{tg} 2x$

d) $y = 2\operatorname{sen} x$

e) $y = \operatorname{sen}(x+2)$

f) $y = 2\operatorname{sen}(x+2)$

(10) Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\operatorname{sen} x \cos x = \dfrac{1}{2}$

b) $\cos x \operatorname{tg} x = \dfrac{1}{2}$

c) $\operatorname{sen} 2x = \cos x$

d) $\cos 2\pi + 5\cos x + 3 = 0$

e) $\cos 2x - \cos 6x = \operatorname{sen} 5x + \operatorname{sen} 3x$

(11) A las 3 horas las agujas de un reloj forman un ángulo recto ¿Al cabo de cuánto tiempo volverán a estar por primera vez formando nuevamente un ángulo recto?

(12) Simplifica las siguientes expresiones:

a) $\operatorname{sen}\alpha \cdot \dfrac{1}{\operatorname{tg}\alpha}$

b) $\dfrac{\cos^2\alpha}{1-\operatorname{sen}\alpha}$

c) $\dfrac{\sec^2\alpha+\cos^2\alpha}{\sec^2\alpha-\cos^2\alpha}$

d) $\dfrac{\operatorname{cosec}\alpha}{1+\operatorname{cotg}^2\alpha}$

e) $\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha \cdot \left(\operatorname{tg}\alpha+\dfrac{1}{\operatorname{tg}\alpha}\right)$

(13) ¿Verdadero o falso?

a) $\dfrac{\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\beta}{\operatorname{cotg}\alpha+\operatorname{cotg}\beta}=\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta$

b) $\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{cotg}\alpha=\sec\alpha\operatorname{cosec}\alpha$

c) $\dfrac{\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha}{\cos^2\alpha-\operatorname{sen}^2\alpha}=\dfrac{\operatorname{tg}\alpha}{1-\operatorname{tg}^2\alpha}$

(14) Simplifica:

a) $\dfrac{\operatorname{sen}2a}{1-\cos a}\cdot\dfrac{1+\cos a}{\cos a}$

b) $\cos\left(\dfrac{5\pi}{2}-x\right)-\operatorname{sen}\left(\dfrac{\pi}{2}+x\right)+\cos\left(\dfrac{3\pi}{2}-x\right)-\operatorname{sen}\left(\dfrac{7\pi}{2}+x\right)$

(15) Demuestra que: $\dfrac{\operatorname{sen}a+\operatorname{sen}b}{\operatorname{sen}a-\operatorname{sen}b}\cdot\dfrac{\cos a-\cos b}{\cos a+\cos b}=-\operatorname{tg}^2\left(\dfrac{a-b}{2}\right)$

(16) Reduce al primer cuadrante:

a) $\operatorname{sen}-10°$

b) $\operatorname{sen}900°$

c) $\operatorname{tg}800°$

(17) Simplifica:

a) $\operatorname{sen}(\pi+\theta)$

b) $\cos(2\pi-\theta)$

c) $\cos(\dfrac{\pi}{2}+\theta)$

d) $\cos\left(\dfrac{3\pi}{2}+\theta\right)$

e) $\operatorname{tg}(\pi+\theta)$

(18) Simplifica:

a) $a\cos 0° \ -b\sec 180° \ +c\operatorname{sen}270°$

b) $a\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right)+b\cos\left(\dfrac{\pi}{2}+\theta\right)$

c) $(a+b)\operatorname{tg}(90° \ -\theta)+(a-b)\operatorname{cotg}(90° \ +\theta)$

d) $\dfrac{\operatorname{sen}\theta\operatorname{tg}(180° \ -\theta)}{\operatorname{tg}\theta\cos(90° \ -\theta)}$

(19) Dado el triángulo rectángulo de lados 3, 4 y 5, demuestra que los senos de sus ángulos agudos son $\dfrac{3}{5}$ y $\dfrac{4}{5}$.

(20) Demuestra que:

a) $\operatorname{tg}\theta + \operatorname{cotg}\theta = \sec\theta \operatorname{cosec}\theta$

b) $(\operatorname{cotg}\theta + \operatorname{cosec}\theta)^2 = \dfrac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}$

c) $\operatorname{sen}\theta \cdot (1+\operatorname{tg}\theta) + \cos\theta \cdot (1+\operatorname{cotg}\theta) = \sec\theta + \operatorname{cosec}\theta$

(21) Si $\cos\theta = \dfrac{\operatorname{sen}^2\beta}{\cos^2\beta} + 1$, demuestra que $\sec\theta = \cos^2\beta$.

(22) Transforma las siguientes expresiones de tal manera que solo contenga $\cos\alpha$:

a) $\dfrac{\operatorname{sen}^2\alpha}{\cos\alpha} + \dfrac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{cotg}\alpha}$

b) $\operatorname{cotg}^2\alpha + \operatorname{tg}^2\alpha - \operatorname{sen}^2\alpha$

(23) Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\operatorname{tg}x - \operatorname{cotg}x = \sqrt{2}$

b) $(\operatorname{cotg}x - \operatorname{tg}x)^2 = 4 \cdot \dfrac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$

(24) Demuestra que:

a) $\operatorname{tg}2\alpha = \dfrac{\operatorname{tg}\alpha}{1-\operatorname{tg}\alpha} + \dfrac{\operatorname{tg}\alpha}{1+\operatorname{tg}\alpha} = \dfrac{1}{1-\operatorname{tg}\alpha} - \dfrac{1}{1+\operatorname{tg}\alpha}$

b) $\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta = \dfrac{\operatorname{sen}(\alpha-\beta)}{\cos\alpha\cos\beta}$

c) $\operatorname{tg}(\alpha + 45^\circ\ ) = \dfrac{1+\operatorname{tg}\alpha}{1-\operatorname{tg}\alpha}$

(25) Demuestra que

a) $\operatorname{tg}\dfrac{\pi}{12} = 2-\sqrt{3}$

b) $\operatorname{cotg}\dfrac{\pi}{12} = 2+\sqrt{3}$

(26) Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\cos 2x + 3\operatorname{sen}x = a$

b) $\operatorname{cotg}2x = a \cdot \dfrac{1-\operatorname{tg}^2 x}{1+\operatorname{tg}^2 x}$

c) $\operatorname{sen}x = a\operatorname{sen}^2 x$

d) $\cos^2 x = 4\operatorname{sen}x$

▶ Aplicaciones de la trigonometría

(27) Calcula el área de un pentágono regular de lado 1.

(28) Calcula el área de un heptágono regular de lado 10.

(29) Calcula el área de un octógono regular de lado 2.

(30) ¿Podemos aplicar el teorema del seno a un triángulo rectángulo?

(31) Dados los 3 ángulos de un triángulo ¿queda determinado el triángulo?

(32) Resuelve el triángulo rectángulo sabiendo que:

a) $a = 432'5$ m y $B = 41^\circ\ 12'$

b) $a = 5'24$ dm y $C = 27^\circ\ 15'$

c) $b = 32'5$ m y $B = 36^\circ\ 12'$

d) $c = 41'25$ m y $B = 36^\circ\ 12'$

e) $a = 21'2$ m y $b = 12'3$ m

f) $b = 31'4$ m y $c = 27'8$ m

(33) Calcula el área de un rombo de 8 m de lado, sabiendo que dos lados forman un ángulo de 24° .

(34) Calcula las longitudes de las diagonales de un rombo de 8 m de lado sabiendo que dos lados forman un ángulo de 24° .

(35) Dos lados de un triángulo miden 36 y 24 cm, respectivamente, y forman un ángulo de 35° . Calcula el área del triángulo.

(36) Cada uno de los ángulos iguales de un triángulo isósceles mide $24^\circ\ 12'$ y cada uno de los dos lados iguales 20 m. Calcula el área de dicho triángulo.

(37) Sea un pentágono inscrito en una circunferencia de 8 cm. Calcula el lado del pentágono, su apotema y su área.

(38) **Resolución de triángulos.** Resuelve los siguientes triángulos:

a) $A = 85^\circ\ 12'$; $b = 36'42$ m; $c = 32'24$ m

b) $A = 43^\circ\ 21'$; $a = 72'23$ m; $b = 98'72$ m

c) $a = 121'3$ cm; $b = 109'6$ m; $c = 96'1$ m

(39) Justifica que la suma de los lados de un triángulo siempre tiene que ser mayor que el tercero.

(40) Demuestra que el ángulo C es el suplementario del ángulo $A + B$.