EJERCICIOS IMPRESCINDIBLES

▶ Grados, grados centesimales y radianes

(1) Da un método para calcular con la calculadora el resto al dividur un número entre $360°$.

(2) Indica si los siguientes pares de ángulos son complementarios o suplementarios:

a) $30°$ y $60°$. *b*) $30°$ y $150°$. *c*) $45°$ y $45°$. *d*) $160°$ y $20°$.

(3) Traza los siguientes ángulos: $0°$, $45°$, $90°$, $180°$, $270°$, $360°$ e indica cuánto miden en radianes.

(4) **Pasando grados a radianes.** Convierte a radianes los siguientes ángulos:

a) $30°$ *b*) $60°$ *c*) $75°$ *d*) $230°$

(5) **Pasando radianes a grados.** ¿Cuántos grados son 1 radian? ¿Y 2 radianes? ¿y 3? ¿y 4?

(6) Un ángulo que mide $1'5$ radianes ¿es menor, igual o mayor que un ángulo recto?

(7) Calcula el ángulo central y el interior de un decágono regular, tanto en grados como en radianes (figura (fig. 1)).

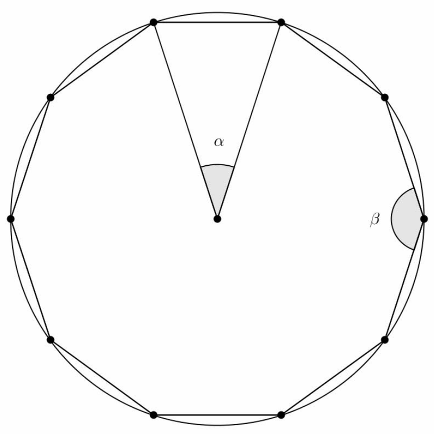

Figura 1: Decágono regular

(8) En una circunferencia de 5 cm de radio, un arco mide 10 cm. ¿Cuánto mide (en grados y en radianes) el ángulo correspondiente?

(9) Calcula el arco subtendido por dos segmentos de 10 cm de radio que forman un ángulo de 4 radianes.

▶ Ampliando el concepto de ángulo

(10) Sea P un punto, y sea θ el ángulo que forma con el eje positivo de las x. Indica en que cuadrante se encuentra P cuando:

a) $\theta = 70°$	*d*) $\theta = 150°$	*g*) $\theta = 1000°$	*j*) $\theta = 90°$
b) $\theta = 230°$	*e*) $\theta = 400°$	*h*) $\theta = -500°$	*k*) $\theta = 180°$
c) $\theta = -34°$	*f*) $\theta = 450°$	*i*) $\theta = 0°$	*l*) $\theta = 270°$

(11) **Rueda girando.** En una rueda de un coche dibujamos un radio en rojo, para que se vea bien. A continuación el coche lo ponemos a andar y hacemos sucesivas fotos. Dibuja las primeras 5 fotos del coche cuando:

a) Se mueve 300° entre fotos.

b) Se mueve 405° entre fotos.

▶ Seno y coseno de un ángulo

(12) Dibuja una circunferencia de radio 1 e identifica los siguientes senos:

a) $\operatorname{sen} 0$ *b*) $\operatorname{sen} \frac{\pi}{2}$ *c*) $\operatorname{sen} \pi$ *d*) $\operatorname{sen} \frac{3\pi}{2}$ *e*) $\operatorname{sen} 2\pi$

(13) **Semicuerda de una circunferencia.** Otra forma de definir el seno de un ángulo es diciendo que es la longitud de la semicuerda que subtiende el ángulo θ sobre una circunferencia de radio unidad. ¿Esta definición coincide con la que hemos dado?

(14) ¿Es verdad que $|\operatorname{sen} \theta| \leq 1$?

(15) **Razones trigonométricas de 45° .** Cálcula el seno y coseno de de 45° . Para ello, traza un cuadrado y su diagonal.

(16) Sabiendo que $\operatorname{sen} 30° = 0'5$ y que $\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$, calcula, el seno y el coseno de 120° , 210° , 240° , 300° y -30° y 1920° .

(17) Sabiendo que $\operatorname{sen} \theta = \frac{3}{5}$ calcula $\cos \theta$.

(18) Sabiendo que $\cos \theta = \frac{8}{17}$ calcula $\operatorname{sen} \theta$.

(19) Simplifica $\frac{\operatorname{sen} \alpha + \operatorname{sen} \beta}{\cos \alpha + \cos \beta} + \frac{\cos \alpha - \cos \beta}{\operatorname{sen} \alpha - \operatorname{sen} \beta}$

▶ Tangente de un ángulo

(20) Dibuja una circunferencia de radio 1 e identifica las siguientes tangentes:

a) $\operatorname{tg} 0$ *b*) $\operatorname{tg} \frac{\pi}{2}$ *c*) $\operatorname{tg} \pi$ *d*) $\operatorname{tg} \frac{3\pi}{2}$ *e*) $\operatorname{tg} 2\pi$

(21) **Reducción de la tangente.** Calcula $\operatorname{tg}\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)$, $\operatorname{tg}(\theta+\pi)$, $\operatorname{tg}\left(\theta + \frac{3\pi}{2}\right)$.

(22) Calcula la tangente de $-\theta$ y de $\frac{\pi}{2} - \theta$ a partir de las razones trigonométricas de θ.

▶ Secante de un ángulo y demás

(23) Dibuja una circunferencia de radio 1 e identifica las siguientes secantes:

a) $\sec 0$ *b*) $\sec \frac{\pi}{2}$ *c*) $\sec \pi$ *d*) $\sec \frac{3\pi}{2}$ *e*) $\sec 2\pi$

(24) Calcula la secante, la cotangente y la cosecante a partir de los lados de un triángulo rectángulo.

(25) Sabemos que $\operatorname{tg}\theta = \frac{\text{“lado opuesto”}}{\text{“lado contiguo”}}$ y que $\sec\theta = \frac{\text{“hipotenusa”}}{\text{“lado contiguo”}}$. Usando esto demuestra que si θ es un ángulo agudo se tiene que $1 + \operatorname{tg}^2\theta = \sec^2\theta$

(26) Reduce al primer cuadrante $\operatorname{tg} 800°$ y $\operatorname{cotg} 900°$.

(27) Simplifica $\operatorname{tg}\frac{3\pi}{4} - 2\operatorname{cotg}\frac{5\pi}{4}$.

▶ Uso de la calculadora

(28) Calcula, usando la calculadora:

a) $\operatorname{sen} 10°$ *c*) $\cos 30°$ *e*) $\operatorname{tg} 45°$ *g*) $\operatorname{tg} 360°$

b) $\operatorname{sen} 45°$ *d*) $\cos -60°$ *f*) $\operatorname{tg} 90°$

▶ Fórmulas de la suma y demás

(29) **Resumiendo.** Haz una chuleta con todas las fórmulas obtenidas en este apartado, indicando la idea que nos permite deducir cada una de ellas.

(30) Demuestra que $2\operatorname{sen}\theta > \operatorname{sen} 2\theta$

(31) Dados $\operatorname{sen}\alpha = \frac{8}{17}$ y $\operatorname{sen}\beta = \frac{196}{371}$ calcula $\operatorname{sen}(\alpha-\beta)$ y $\cos(\alpha+\beta)$.

(32) Demuestra que $\operatorname{sen}\alpha \pm \cos\alpha = \operatorname{sen}(\alpha \pm 45°\ ) \cdot \sqrt{2}$

(33) **Cotangente.** Demuestra que $\operatorname{cotg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{cotg}\alpha \cdot \operatorname{cotg}\beta \mp 1}{\operatorname{cotg}\beta \pm \operatorname{cotg}\alpha}$

(34) Calcula a mano las razones trigonométricas de los siguientes ángulos:

a) 15° *b*) $22'5^\circ$ *c*) $112'5^\circ$

(35) Si $\operatorname{tg}\alpha = 2$ y $\operatorname{tg}\beta = \dfrac{1}{3}$, calcula $\operatorname{tg}(\alpha + 2\beta)$

(36) Demuestra que $\dfrac{\cos(a-b) - \cos(a+b)}{\operatorname{sen}(a+b) + \operatorname{sen}(a-b)} = \operatorname{tg} b$

(37) Demuestra que $\dfrac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg} 2\alpha - \operatorname{tg}\alpha} = \cos 2\alpha$

(38) Si $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{5}{6}$ y $\operatorname{tg}\beta = \dfrac{1}{11}$ demuestra que $\alpha + \beta = \dfrac{\pi}{4}$

(39) Demuestra que $\operatorname{sen}(60^\circ + \alpha) - \operatorname{sen}(60^\circ - \alpha) = \operatorname{sen}\alpha$

(40) Demuestra que $\cos(\alpha+\beta)\cdot\cos(\alpha-\beta) = \cos^2\alpha - \cos^2\beta = \cos^2\beta - \cos^2\alpha$

▶ Funciones trigonométricas inversas

(41) **Usando la calculadora.** Resuelve con la calculadora las siguientes ecuaciones:

a) $\operatorname{sen} x = 0'1$ *c*) $\cos x = -0'4$ *e*) $\operatorname{tg} x = 5$

b) $\operatorname{sen} x = 2$ *d*) $\cos x = 0'95$ *f*) $\operatorname{tg} x = -15$

(42) Si la sombra de un poste es la mitad de su altura ¿qué ángulo forman los rayos de sol con el horizonte?

▶ Ecuaciones trigonométricas

(43) Resuelve la ecuación $\operatorname{sen} x = \operatorname{sen}\dfrac{\pi}{4}$ (Recuerda que $\dfrac{\pi}{4}$ radianes $= 45^\circ$)

(44) Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\operatorname{sen} x = 0$ *b*) $\operatorname{sen} x = 1$ *c*) $\operatorname{sen} x = -1$ *d*) $\operatorname{sen} x = 3$

(45) Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\operatorname{tg} x = 0$ *b*) $\operatorname{tg} x = \operatorname{tg}\dfrac{\pi}{4}$

(46) Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\sec x = 0$ *b*) $\sec x = 1$ *c*) $\sec x = -1$ *d*) $\sec x = \sec\dfrac{\pi}{4}$

(47) Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\cos^2 x - 2\operatorname{sen} x + \dfrac{1}{4} = 0$

b) $6\operatorname{tg}^2 x - 4\operatorname{sen}^2 x = 1$

c) $\operatorname{cosec} x \cdot \operatorname{cotg} x = 2\sqrt{3}$

d) $\dfrac{\operatorname{sen} x}{1 + \cos x} = 2 - \operatorname{cotg} x$

e) $\sec x = \dfrac{2}{\sqrt{3}} \operatorname{tg} x$

(48) Resuelve las siguientes ecuaciones trigonométricas:

a) $2\cos x - 3\operatorname{tg} x = 0$

b) $\operatorname{sen} 2x = 2\cos x$

c) $\operatorname{sen} x + \cos x = \sqrt{2}$

d) $\operatorname{sen} 2x \cdot \cos x = 6\operatorname{sen}^3 x$

▶ Resolución de triángulos rectángulos

(49) Resuelve los siguientes triángulos rectángulos:

a) $a = 640$, $b = 324$

b) $b = 3'65$ m, $c = 4'25$ m

c) $b = 4'42$ m, $B = 35°$

d) $b = 17'34$ cm, $C = 69°\ 30'$

(50) Resuelve el triángulo rectángulo cuya hipotenusa vale 4 y uno de sus ángulos vale 40° .

(51) Resuelve el triángulo rectángulo que tiene un cateto que vale 6, sabiendo que el ángulo opuesto a este cateto es 35° .

(52) Calcula el perímetro y el área de un triángulo isósceles cuya lado desigual mide 20 cm y cuyos ángulos iguales miden 50°

(53) Una escalera de 4 m está apoyada contra la pared. ¿Cuál será su inclinación si su base dista 2 m de la pared?

(54) Resuelve el triángulo rectángulo sabiendo que su hipotenusa vale 13 y un cateto vale 12. Expresa los ángulos en grados, minutos y segundos.

▶ Resolución de triángulos

(55) Indica cuáles de las siguientes ternas de números corresponden a los lados de un triángulo:

a) 10, 15 y 30

b) 7, 7 y 7

c) 5, 10 y 15

d) 5, 7 y 9

(56) Resuelve los siguientes triángulos:

a) $a = 10$, $b = 11$, $c = 12$

b) $b = 30$, $c = 38$, $A = 72°$

c) $b = 5$, $c = 12$, $C = 90°$

d) $a = 8$, $A = 120°$, $B = 30°$

(57) Desde un cierto punto del suelo se ve un árbol bajo un ángulo de 40° ¿Bajo qué ángulo se verá colocándose a distancia doble? ¿Y si nos colocamos a distancia triple?

(58) Calcula el área de un paralelogramo sabiendo que sus dos lados, de 36 y 48 m, forman un ángulo de 35° .

(59) **Fuerzas.** Un hombre arrastra un baúl tirando de una cuerda. Si la fuerza con la que tira son 300 N y la inclinación de la cuerda respecto de la horizontal son 30° calcula las componentes horizontales y verticales de la fuerza.