

EJERCICIOS IMPRESCINDIBLES

► Variables aleatorias

- (1) De una urna, con 4 bolas blancas y 6 negras, sacamos 3 bolas. Sea X el número de bolas blancas extraídas. Calcula la función de probabilidad $p(X)$, representando la distribución. *(solución)*

► Distribución binomial

- (2) Sea X una distribución binomial $Bin(5, 0'2)$. Calcula $p(X = 3)$, $p(X \geq 2)$, $p(X < 2)$. *(solución)*
- (3) Indica si X tiene una distribución binomial o no. Razona tu respuesta:
- a) Observas el sexo de los próximos 20 bebés nacidos en un hospital. X es el número de niñas.
 - b) Una pareja decide seguir teniendo bebés hasta que nazca la primera niña. X es el número total de hijos que tiene la pareja.

(Problema de David S. Moore)

(solución)

- (4) **EBAU 2005S.** Un examen consta de 6 preguntas con 4 posibles respuestas cada una, de las que sólo una de ellas es correcta. Un estudiante que no se había preparado la materia responde completamente al azar marcando una respuesta aleatoriamente. Calcula la probabilidad de que acierte 4 o más preguntas. *(solución)*
- (5) **EBAU 2011S.** En cierto instituto aprueba la asignatura de filosofía el 80 % de los alumnos. ¿Cuál es la probabilidad de que de un grupo de 8 alumnos elegidos al azar hayan aprobado 6 alumnos? *(solución)*
- (6) **EBAU 2013S.** En una clase de inglés hay 7 mujeres y 12 hombres. Si se seleccionan 3 personas al azar, halla la probabilidad de que se seleccionen 2 mujeres y un hombre. Cuidado: antes de responder pregúntate ¿se trata de una situación binomial? *(solución)*

► Distribución normal

- (7) **Altura de hombres.**

La distribución de alturas de los hombres adultos es aproximadamente normal, con una media de 1'75 m y una desviación típica de 0'06 m. Dibuja una curva normal en la que sitúes correctamente su media y su desviación típica.

- (8) **Más sobre alturas de hombres.**

La distribución de las alturas de los hombres adultos es aproximadamente normal con una media de 1'75 m y desviación típica de 0'06 m. Usa la regla del 68-95-99'7, para responder a las siguientes preguntas:

- a) ¿Qué porcentaje de hombres son más altos que 1,87 m?
- b) ¿Entre qué alturas se encuentra el 95 % de los hombres?
- c) ¿Qué porcentaje de hombres tiene una altura inferior a 1'69 m?

(9) **Coefficientes de inteligencia.**

La distribución de los coeficientes de inteligencia de hombres entre 20 y 34 años tiene aproximadamente una distribución normal de media $\mu = 110$ y desviación típica $\sigma = 25$. Utiliza la regla del 68-95-99'7 para responder a las siguientes preguntas:

- a) De los hombres entre 20 y 34 años, ¿qué porcentaje tiene un coeficiente intelectual superior a 110?
- b) ¿Qué porcentaje tiene un coeficiente intelectual superior a 160?
- c) ¿En qué intervalo se encuentra el 95 % de la población?

► **Distribución normal estandarizada**

(10) Calcula:

- | | |
|----------------------|---------------------------------|
| a) $p(z \leq 1'63)$ | e) $p(1'2 \leq z \leq 2'04)$ |
| b) $p(z \geq 1'82)$ | f) $p(-1'32 \leq z \leq 1'42)$ |
| c) $p(z \leq -0'53)$ | g) $p(-2'04 \leq z \leq -1'49)$ |
| d) $p(z \geq -1'89)$ | |

(solución)

(11) Utiliza la tabla de $N(0,1)$ para hallar el valor de z de una distribución normal estandarizada que cumpla cada una de las siguientes condiciones. En cada caso, dibuja una normal y sitúa tu valor z en el eje de las abscisas.

- a) El valor z tal que el 25 % de las observaciones sean menores.
- b) El valor z tal que el 40 % de las observaciones sean mayores.

(solución)

► **Problemas de la EBAU (de sociales)**

(12) **EBAU2012S.** Una Universidad pública recibe 800 solicitudes de acceso para uno de los Grados en los que la oferta de plazas se reduce a 120. Sabiendo que la nota final, de un solicitante, después de las pruebas de acceso sigue una distribución normal de media 7.3 y desviación típica 0.7, calcula la nota mínima para obtener una de las 120 plazas ofertadas.

(solución)

(13) **EBAU2013S.** Sea X una variable aleatoria que sigue una distribución normal $N(50, 10)$. Calcula la probabilidad $p(X \geq 80)$.

(solución)

- (14) **EBAU2015J.** Una panadería elabora magdalenas caseras cuyos pesos siguen una distribución normal con media 40 gramos y desviación típica 5 gramos. Calcula el porcentaje de magdalenas que pesan más de 43 gramos. *(solución)*
- (15) **EBAU2015J.** La duración de una batería de móvil sigue una distribución normal de media 3 años y desviación típica 0.5 años. Calcula la probabilidad de que una batería dure entre 2 y 4 años. *(solución)*
- (16) **EBAU2016S.** El volumen de madera (en m^3) que se obtiene de un chopo de diez años es una variable aleatoria con distribución normal con media $\mu = 0'443$ y desviación típica $\sigma = 0'068$. más de $0.5 m^3$ de madera. *(solución)*
- (17) **EBAU2018S.** Se sabe que el salario mensual de los trabajadores de dos empresas A y B sigue la distribución normal. Si en la empresa A el salario mensual medio es de 1200 euros y su desviación típica es 400 euros, ¿cuál es la probabilidad de que un trabajador cobre más de 1740 euros al mes? *(solución)*
- (18) **EBAU2019J.** Las autoridades sanitarias están estudiando los efectos del tabaco en la salud. El tiempo que tarda un fumador en dejar definitivamente de fumar se ajusta a una distribución normal, de media 5 meses y desviación típica 2 meses. Con esta información: Calcula la probabilidad de que un fumador tarde más de 4 meses en dejar definitivamente de fumar? *(solución)*
- (19) **EBAU2019S.**
Se sabe que el tiempo de resolución de los exámenes propuestos por un profesor universitario sigue una distribución normal de media 74 minutos. Si en el primer examen de este curso la desviación típica poblacional σ del tiempo de resolución fue 8 minutos, ¿cuál es la probabilidad de haber necesitado para resolver el examen más de los 90 minutos disponibles?

(solución)

► Problemas EBAU ciencias

- (20) **EBAU2018J.** La variable aleatoria IMC (índice de masa corporal, de modo abreviado) de las personas adultas de un determinado país sigue una distribución normal de media 26 y desviación típica de 6. Si tener un IMC superior a 35 significa ser obeso, encontrar la proporción de personas adultas obesas de ese país.
- (21) **EBAU2018S.** El diámetro del interior de un anillo se distribuye normalmente con una media de 10 cm y una desviación típica de 0'03.
- ¿Cuál es la probabilidad de que un anillo tenga un diámetro mayor de 10'075?
 - ¿Cuál es la probabilidad de que un anillo tenga un diámetro entre 9'97 y 10'03?
- (22) **EBAU2019J.** Las notas de Matemáticas II de 500 alumnos presentados al examen de EBAU tienen una distribución normal con media 6'5 y desviación típica 2.

- a) Calcule la probabilidad de que un alumno haya obtenido más de 8 puntos.
- b) ¿Cuántos alumnos obtuvieron notas menores de 5 puntos?

(23) **EBAU2019S.** La temperatura del cuerpo humano sigue una distribución normal media de $37^{\circ} C$ y desviación típica de $0'5^{\circ} C$.

- a) Calcular la probabilidad de que la temperatura de una persona esté comprendida entre $36^{\circ} C$ y $38^{\circ} C$.
- b) Calcular la probabilidad de que la temperatura de una persona sea menor que $36'5^{\circ} C$.

► DISTRIBUCIÓN NORMAL $Z \sim N(0, 1)$

La siguiente tabla nos da el área comprendido debajo de la distribución normal $N(0,1)$. La primera columna nos dice las unidades y las décimas de x mientras que la primera fila nos da las centésimas. Así, por ejemplo, si quieres calcular el área para $z = 1'34$, busca en la primera columna 1'3 y en la segunda 0'04, obteniendo $F(1'34) = 0'9099$. (Es mucho más práctico usar la calculadora o el ordenador para calcular esto, pero en la EBAU te vas a encontrar con esta tabla, así que hay que aprender a manejarla).

	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9014
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9318
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9997	0,9997	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999

Figura 1: Distribución normal $F(x)$