EJERCICIOS IMPRESCINDIBLES

▶ Funciones como dependencia

(1) **Cálculo de $f(a)$.** Calcula $f(x)$ en los puntos indicados, simplificando al máximo:

a) $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 5x + 4$; $x = -2$

b) $f(x) = 2x + 4$; $x = (a+1)^2$

c) $f(x) = \dfrac{x^2-1}{x^2+2x+1}$; $x = b+2$

d) $f(x) = \dfrac{x+1}{x-1}$; $x = \dfrac{1}{c}$

▶ Funciones como asociación

(2) **Notación I.** ¿Existe alguna obligación por la que tengamos que llamar a x e y, x e y? Indica si las siguientes funciones son iguales o no:

a) $y = f(x) = 2x + 3$ y $y' = f(x') = 2x' + 3$

b) $y = f(x) = x - 3$ y $\gamma = f(\theta) = -(3 - \theta)$

c) $y = f(x) = 4x^2$ y $s = f(z) = 4z^2$

d) $y = f(x) = Rx$ y $V = f(I) = RI$, con R una constante.

e) $y = f(x) = vx$ y $s = f(t) = vt$, con v una constante.

f) $y = f(x) = kx$ y $P = f(T) = kT$, con k una constante.

(3) **Notación II.** ¿Existe alguna obligación por la que tengamos que llamar a la función f? ¿Podríamos llamar a la función que asocia x con y, g? ¿y h?

▶ Características de una función

(4) Calcula el dominio de las siguientes funciones:

a) $y = \sqrt{x-5}$

b) $y = \sqrt{7-x}$

c) $y = \sqrt{x^2-x-6}$

d) $y = \sqrt{(x-2)(x+1)}$

e) $y = \dfrac{3x}{x-5}$

f) $y = \dfrac{2x^2-1}{(x+2)(x+3)}$

g) $y = \dfrac{\sqrt{x-1}}{2x-4}$

h) $y = \dfrac{x-2}{2-\sqrt{x-3}}$

▶ Composición de funciones

(5) Dadas las funciones $f_1(x) = 2x+1$, $f_2(x) = \dfrac{1}{2x-1}$ y $f_3(x) = \dfrac{2x-1}{2x+1}$, calcula $f_1 \circ f_2$, $f_2 \circ f_1$, $f_1 \circ f_3$, $f_3 \circ f_1$, $f_2 \circ f_3$ y $f_3 \circ f_2$.

(6) Sean $f(x) = \operatorname{sen} x$ y $g(x) = \sqrt{x+1}$. Calcula $f \circ g$ y $g \circ f$.

▶ Función inversa

(7) Calcula, analíticamente, la función inversa de las siguientes funciones:

a) $f(x) = x$

b) $g(x) = 2x - 1$

c) $h(x) = \sqrt{x}$

d) $f(x) = \dfrac{x+1}{x-1}$

e) $g(x) = \dfrac{1}{x+1}$

(8) Calcula la función inversa de:

a) $y = e^x$

b) $y = \cos x$

c) $y = \operatorname{tg}(x+1)$

d) $y = e^{3x-2}$

(9) Calcula, gráficamente, la función inversa de las funciones de la figura (fig. 1)

▶ Funciones a trozos

(10) Representa: $f(x) = \begin{cases} 4 - x^2 & \text{si } -2 \leq x < 0 \\ 4 - x & \text{si } 0 \leq x \leq 4 \end{cases}$

(11) Un artículo de consumo estuvo a la venta durante 8 años, y su precio $p(t)$ (en miles de euros) varió con el tiempo t (en años) que llevaba en el mercado, según la función siguiente:

$$p(t) = \begin{cases} 4t^2 + 4 & \text{si } 0 \leq t \leq 2 \\ \dfrac{5}{2} + 25 & \text{si } 2 < t \leq 8 \end{cases}$$

a) Representa gráficamente la función.

b) Averiguar en qué momentos se alcanzaron los precios máximos y mínimos y cuáles fueron esos precios.

(12) La velocidad (en metros/minuto) de un juguete viene dada por:

$$v(t) = \begin{cases} 10t - t^2 & \text{si } t \in [0,2] \cup [8,10] \\ 16 & \text{si } t \in (2,8) \end{cases}$$

siendo t el número de minutos transcurridos desde que se pone en marcha.

a) Represente la función velocidad.

b) A la vista de la gráfica, diga cuál es la velocidad máxima y en qué momento o momentos se alcanza.

c) Calcule la velocidad del juguete pasados 30 segundos desde su puesta en marcha. ¿Hay algún otro momento en el que lleva la misma velocidad? En caso afirmativo, diga en cuál.

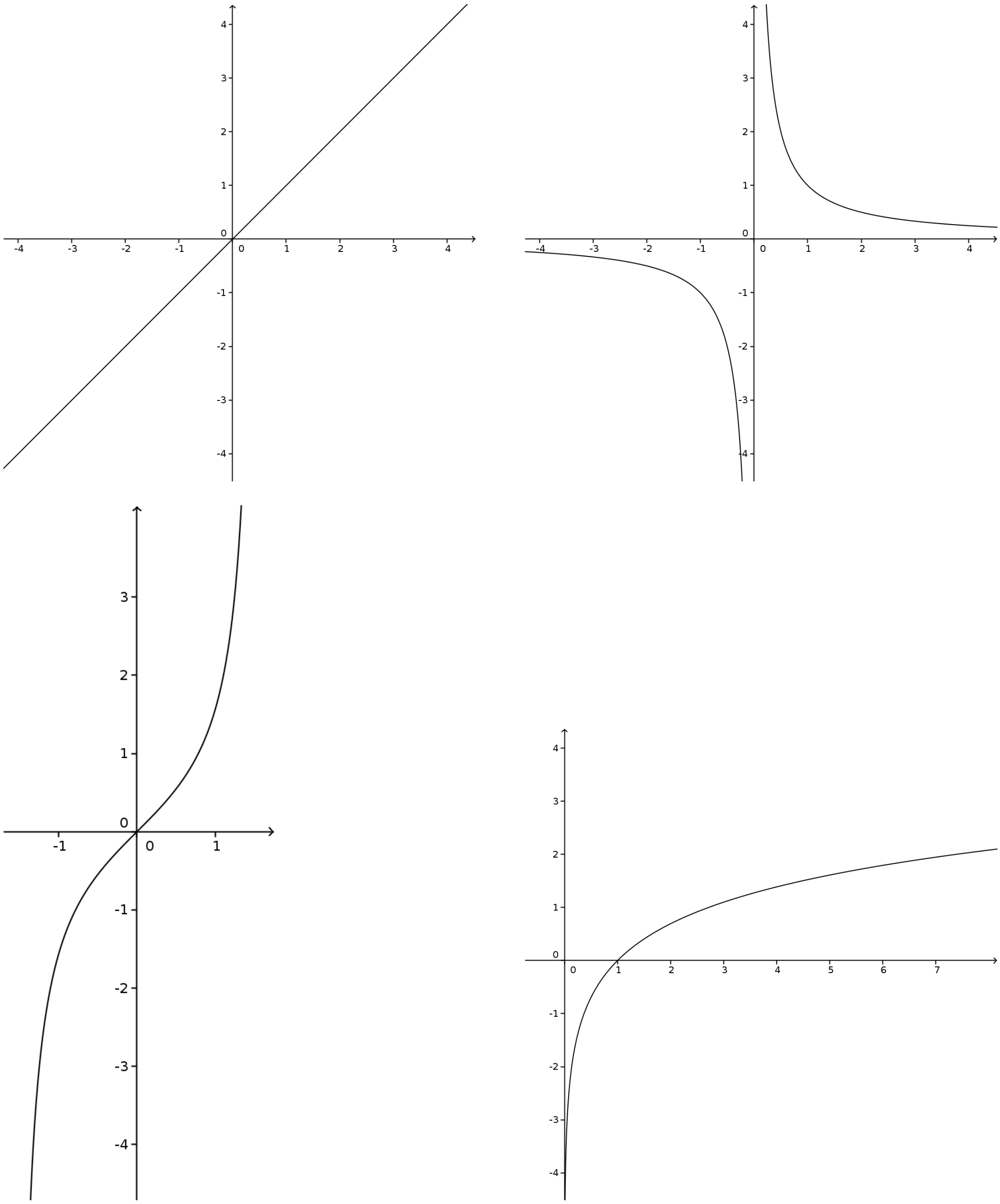

Figura 1: Calculando inversas