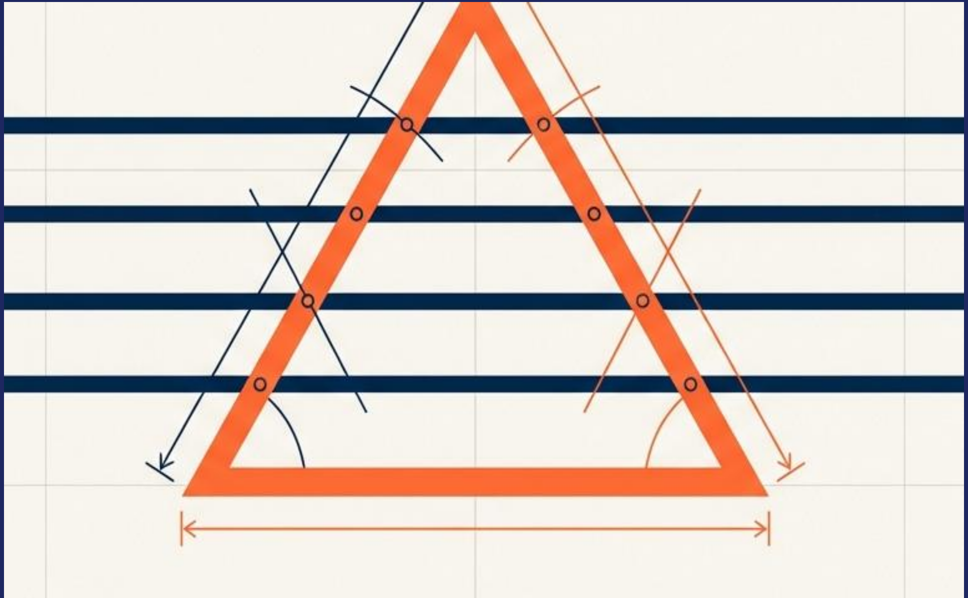
# Geometria delle Relazioni

## Teorema di Talete e Similitudine



*Una guida visiva alla logica delle proporzioni e delle forme.*

*Un percorso dai segmenti lineari allo spazio bidimensionale.*

# Il Linguaggio delle Proporzioni

## Definizione

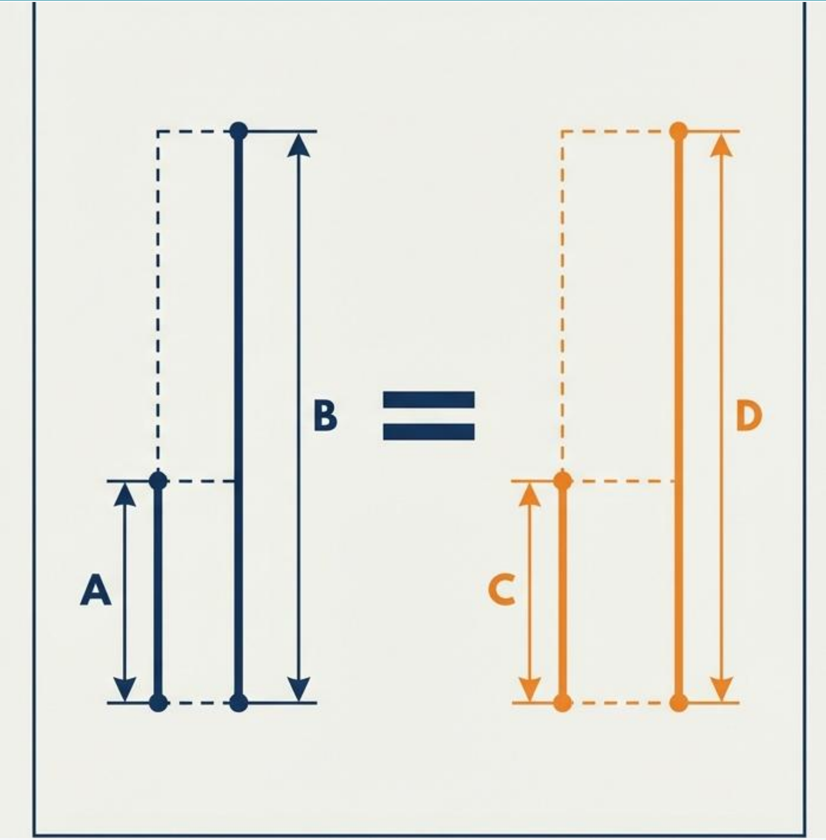
Quattro grandezze A, B, C, D sono in proporzione se il rapporto tra le prime due è uguale al rapporto fra le ultime due.

## Formula

***A : B = C : D***

## Nota Bene

A e B devono essere omogenee (stessa unità di misura), così come C e D.



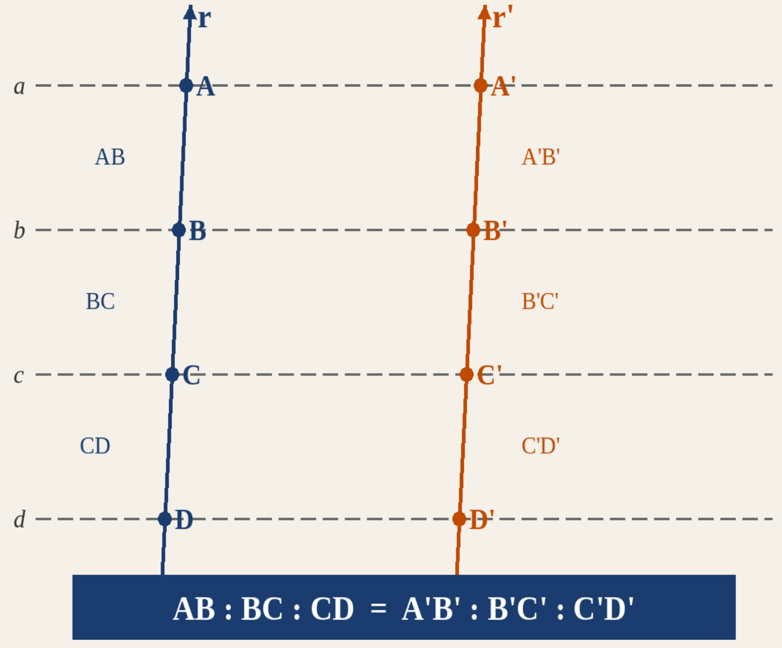
# Il Ritmo delle Rette Parallele

## Teorema di Talete

Dato un fascio di rette parallele tagliate da due trasversali, il rapporto tra due segmenti individuati dal fascio su una trasversale è uguale al rapporto tra i loro corrispondenti segmenti sull’altra trasversale.

**Formula:** *AB : CD = A'B' : C'D'*

**Nota Bene:** La corrispondenza è rigida: se le rette sono parallele, il rapporto si conserva sempre.



# Quando le Trasversali Formano un Triangolo

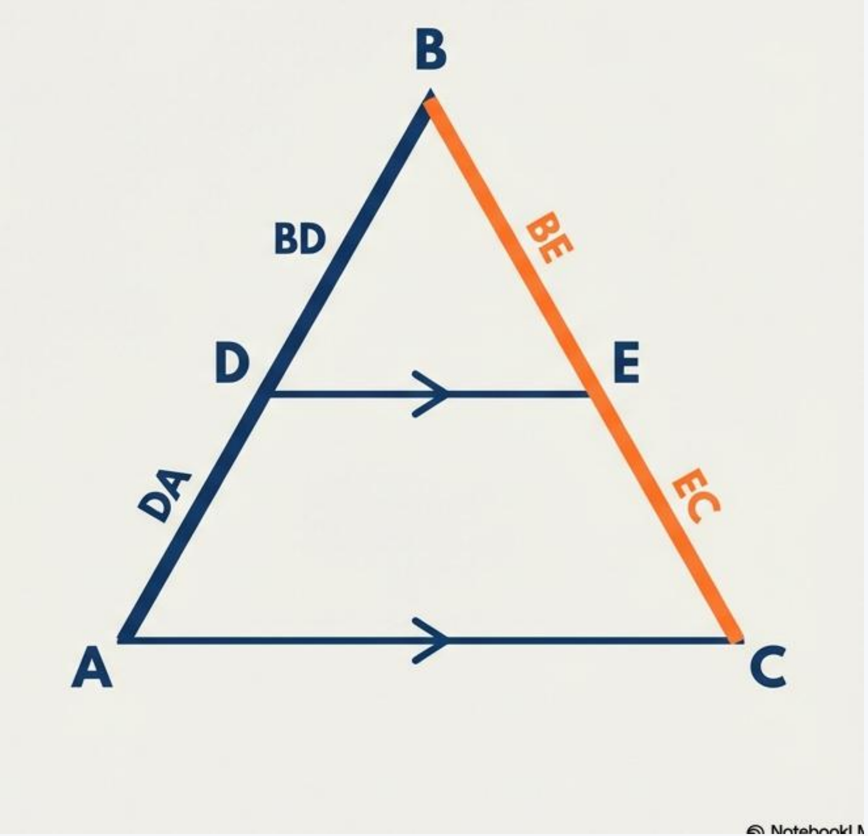
**Retta parallela a un lato di un triangolo:** Se una retta parallela a un lato di un triangolo interseca gli altri due lati, allora li divide in segmenti proporzionali.

## Formula

*BD : DA = BE : EC*

## Teorema Inverso

Se una retta interseca due lati di un triangolo in modo che i segmenti definiti sui due lati siano proporzionali, allora tale retta è parallela al terzo lato.



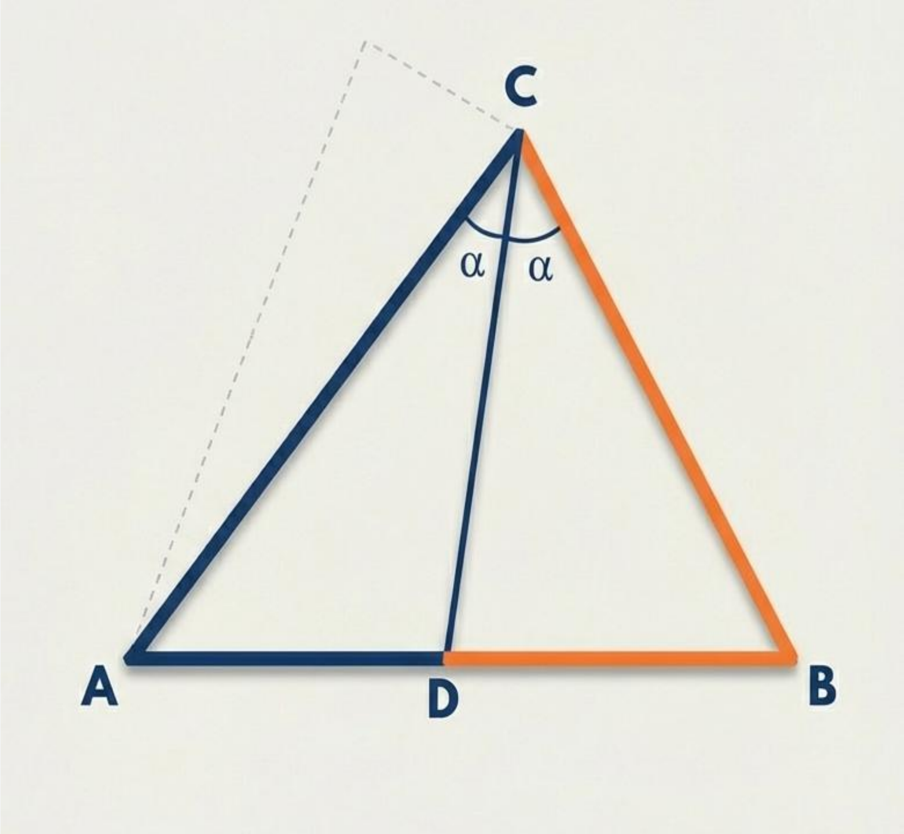
# Il Teorema della Bisettrice

In un triangolo, la bisettrice di un angolo interno divide il lato opposto in segmenti

**proporzionali** agli altri due lati.

## La Proporzione

***AD : DB = AC : CB***



# Similitudine: Stessa Forma, Diversa Scala

## Definizione

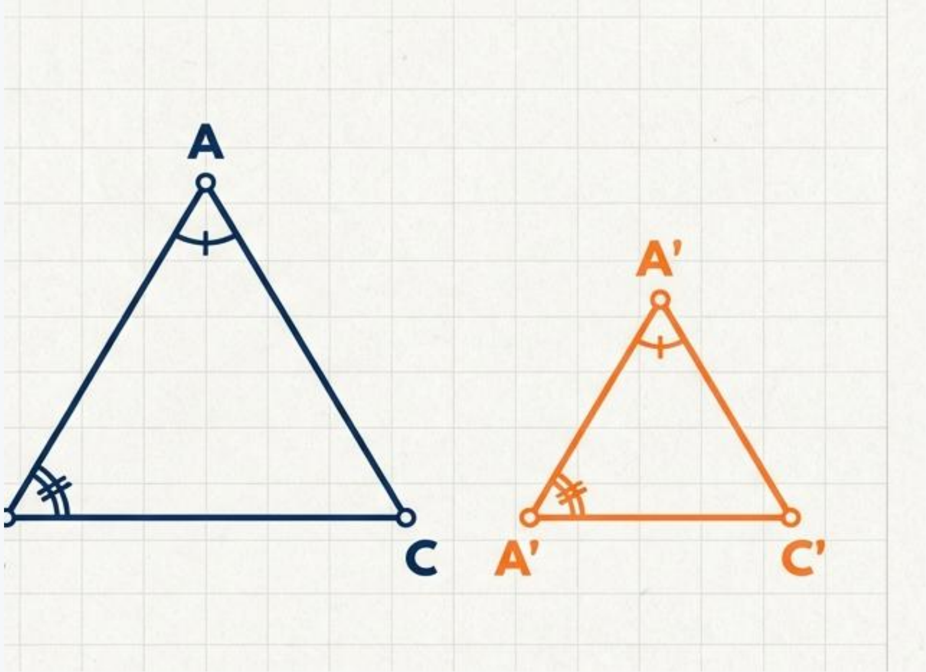
Due triangoli sono simili (~) se hanno:

1. Gli angoli ordinatamente congruenti (Â ≅ Â’, ecc.)

2. I lati opposti agli angoli congruenti in proporzione.

**Notazione:** ABC ~ A'B'C'

**Rapporto di Similitudine (k):** Il rapporto costante tra i lati omologhi.

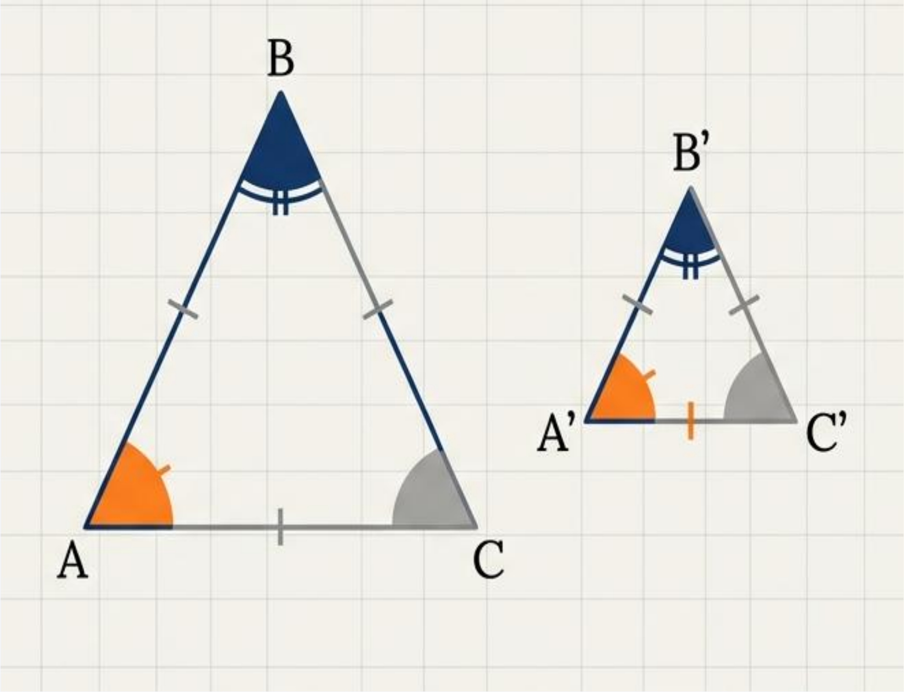


# Il Primo Criterio di Similitudine

**Definizione:** Se due triangoli hanno due angoli rispettivamente congruenti, allora sono simili.

**Perché funziona:** Poiché la somma degli angoli interni è 180°, se due angoli sono congruenti, anche il terzo lo è necessariamente.

**Logica:** $\hat{A} \cong \hat{A}'$ e $\hat{B} \cong \hat{B}' \rightarrow ABC \sim A'B'C'$

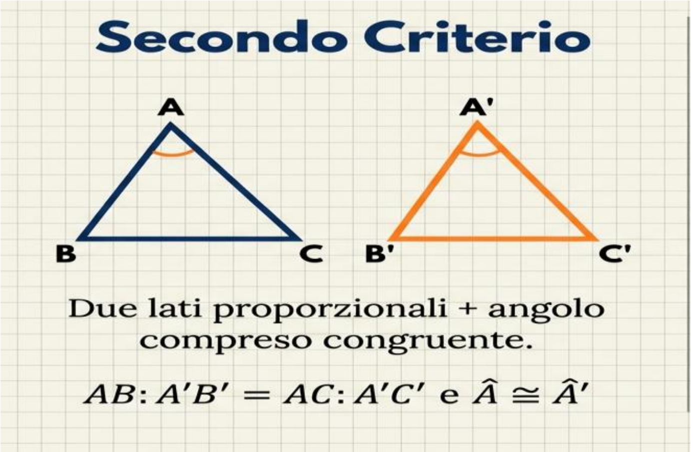


# Secondo e Terzo Criterio di Similitudine

## Secondo Criterio di similitudine

Se due triangoli hanno due lati in proporzione e l'angolo fra essi compreso congruente, allora sono simili.

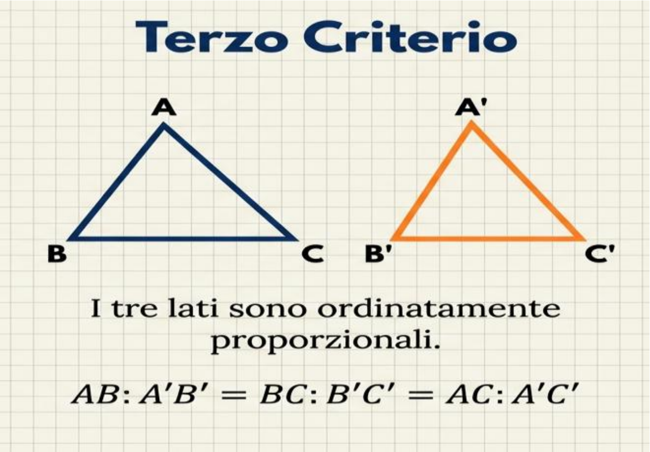
*AB:A'B' = AC:A'C'  e  Â ≅ Â'*




## Terzo Criterio di similitudine

Se due triangoli hanno I lati proporzionali, allora sono simili.

*AB:A'B' = BC:B'C' = AC:A'C'*



# Geometria nella Storia: Il Metodo dello Specchio

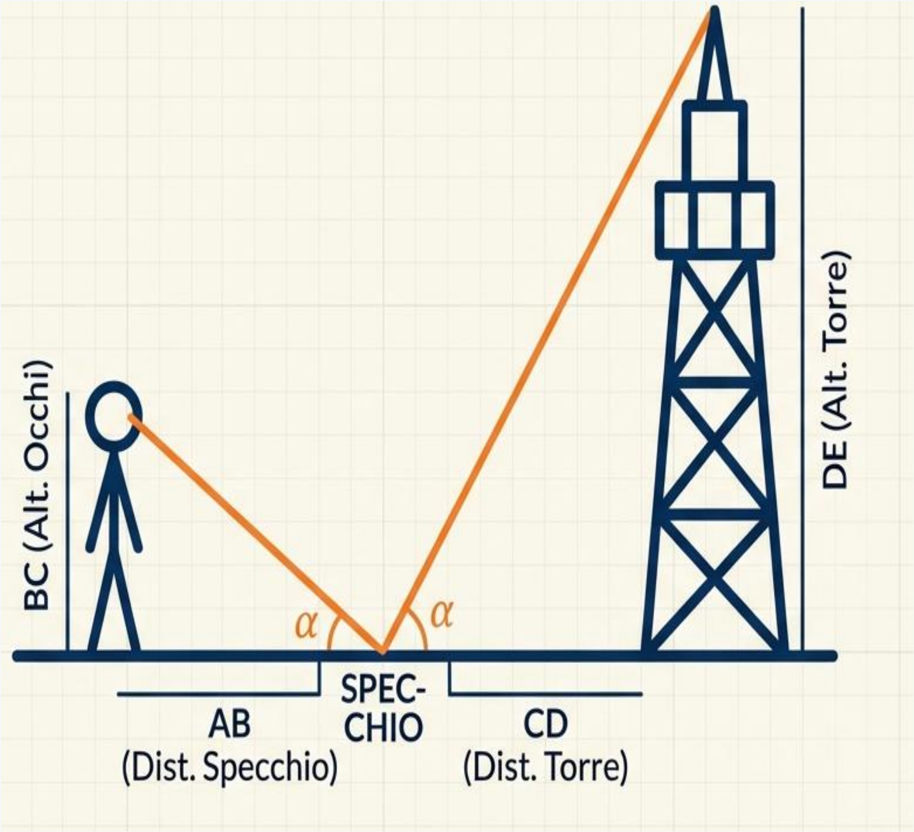
**Contesto:** Cosimo Bartoli (1500) usa la riflessione per creare triangoli simili (Primo Criterio).

**Fisica:** Angolo di incidenza = Angolo di riflessione.

## Proporzione

Dist. Specchio : Dist. Torre = Alt. Occhi : Alt. Torre

***CD : DE = BC : AB***



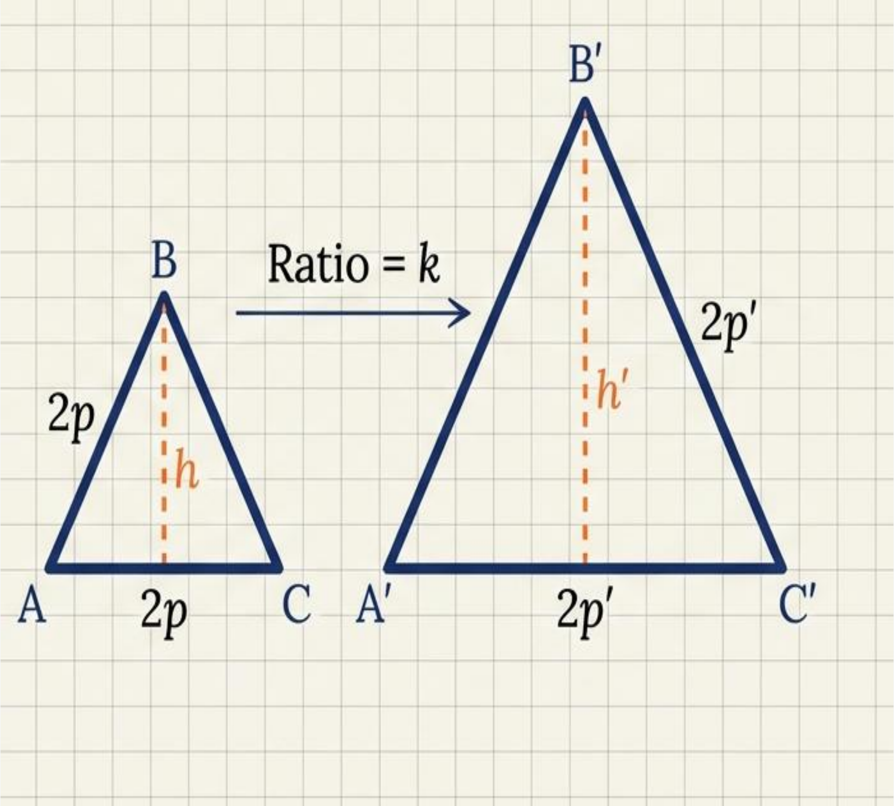
# La Coerenza delle Dimensioni Lineari

**Concetto:** In due triangoli simili, il rapporto di similitudine *k* vale per **tutte** le lunghezze corrispondenti, non solo i lati.

## Elementi che scalano con k

- Altezze (h)
- Perimetri (2p)
- Mediane e Bisettrici

**Formula:** ***2p' / 2p = h' / h = k***

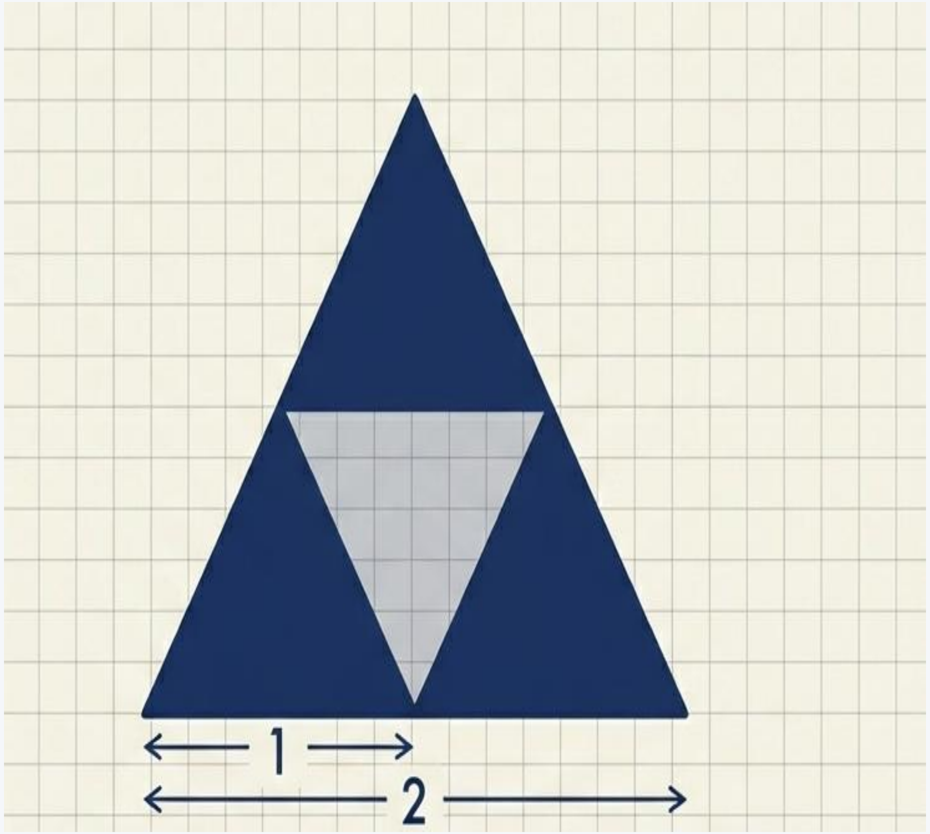


# La Legge Quadratica delle Aree

**La Regola:** Se il rapporto di similitudine tra i lati è *$k$*, il rapporto tra le **aree** è ***$k^2$***.

**Esempio:** Raddoppiando il lato ($k = 2$), l'area diventa quattro volte più grande ($2^2 = 4$).

**Formula:** ***$Area' / Area = k^2$***

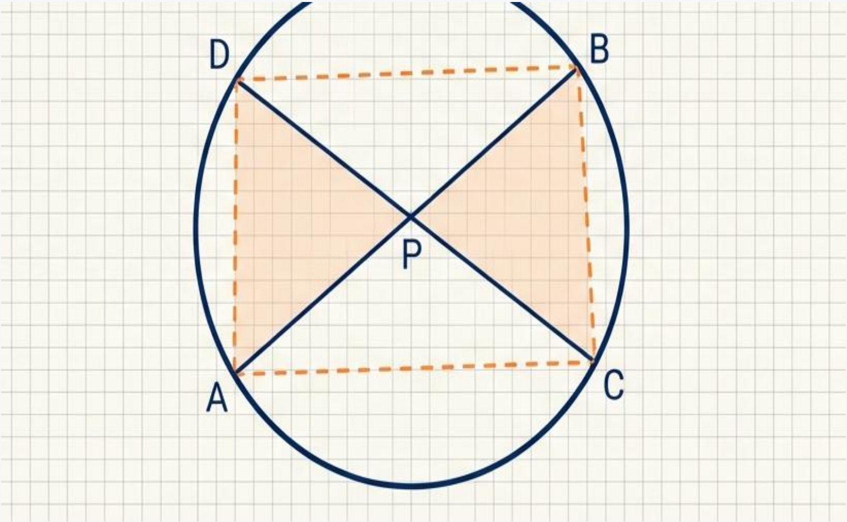


# Triangoli Nascosti: Teorema delle Corde

**Teorema:** Se due corde si intersecano, i segmenti formati su una sono i medi e quelli sull'altra gli estremi di una proporzione.

**Proporzione:** *CP : AP = PB : PD*

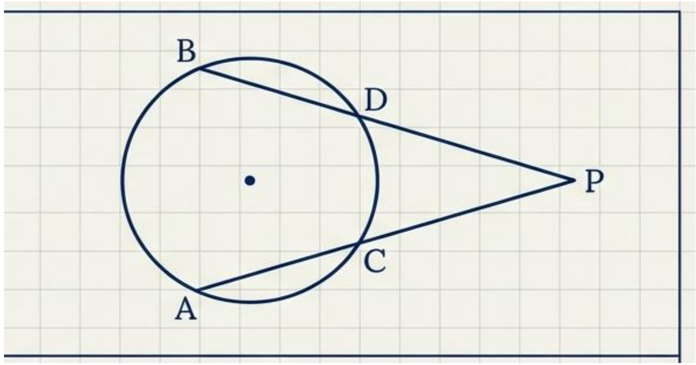
**Risultato:** ***CP · PD = AP · PB*** (Il prodotto dei segmenti è costante).



# Relazioni Esterne: Secanti e Tangenti

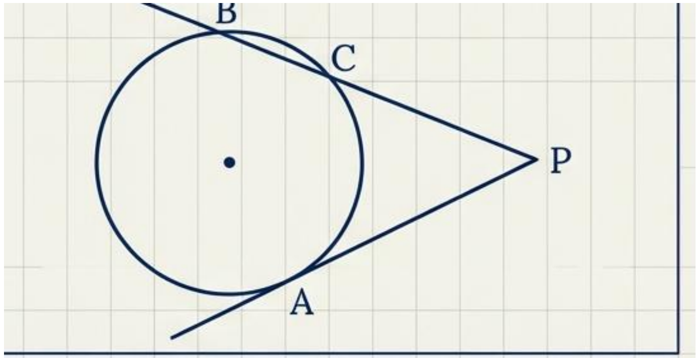
**Teorema delle Secanti** *$PC \cdot PA = PB \cdot PD$*

Se da un punto esterno ad una circonferenza si conducono due semirette secanti e si considerano i quattro segmenti che hanno un estremo nel punto esterno e l'altro nei punti di intersezione delle secanti con la circonferenza, il prodotto delle misure dei segmenti appartenenti ad una secante è uguale al prodotto delle misure dei due segmenti appartenenti all'altra secante.




**Teorema della Tangente** *$PA^2 = PC \cdot PB$*

Se da un punto esterno a una circonferenza si conducono una tangente e una secante, il prodotto fra le misure dei due segmenti che hanno un estremo nel punto esterno e l'altro nei punti di intersezione della secante con la circonferenza è uguale al quadrato della misura del segmento di tangenza..



# Riepilogo: Il Quadro Completo

### Teorema di Talete

***AB : CD = A'B' : C'D'***

Le rette parallele tagliate da due trasversali creano segmenti proporzionali.

### Teorema della Bisettrice

***AD : DB = AC : CB***

La bisettrice di un angolo divide il lato opposto in segmenti proporzionali agli altri due lati.

### Similitudine

***Angoli uguali · Lati proporzionali (× k)***

Due triangoli simili hanno angoli congruenti e lati omologhi in rapporto costante k.

### Aree e Similitudine

***Area' / Area = $k^2$***

Il rapporto tra le aree di due figure simili è uguale al quadrato del rapporto di similitudine.

**Cerchio — Potenza di un punto:** ***PA · PB = PC · PD*** | Due secanti o una tangente e una secante tracciati dallo stesso punto esterno.

*La geometria non è statica; è la scienza di come le forme scalano e si relazionano nello spazio.*