



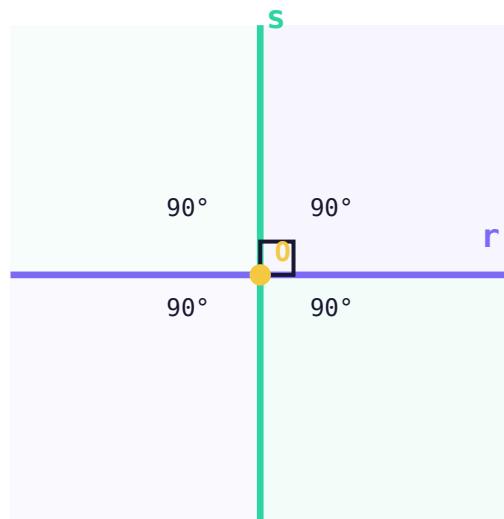
# Rette parallele e perpendicolari

01

## Rette Perpendicolari

### DEFINIZIONE

Due rette incidenti si dicono PERPENDICOLARI se, incontrandosi, formano quattro angoli retti. Si scrive  $r \perp s$ .



### Esempi nella vita reale:

Incrocio stradale — Due strade che si intersecano a 90°

Quaderni a quadretti — Linee orizzontali  $\perp$  linee verticali

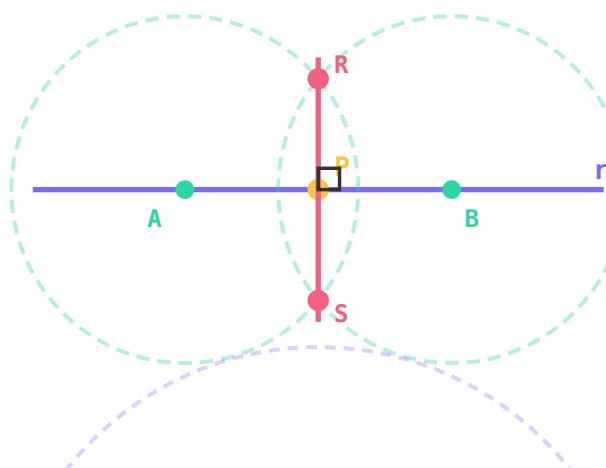
Finestra — I lati formano angoli retti ai vertici

02

## Costruire la Perpendicolare

**CASO A — PUNTO P SULLA RETTA**

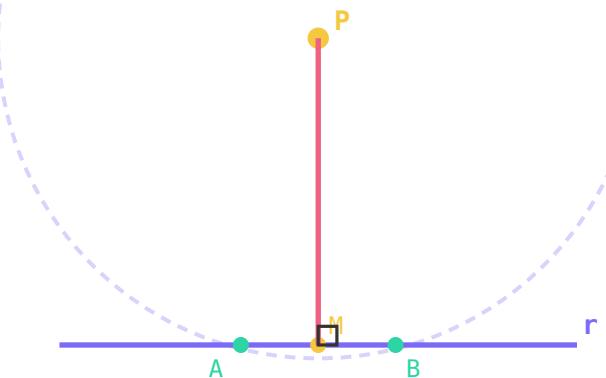
Il punto da cui tracciare la perpendicolare si trova sulla retta  $r$ .

**Passi costruttivi:**

1. Data la retta  $r$  e il punto  $P$  su di essa.
2. Segna  $A$  e  $B$  equidistanti da  $P$ .
3. Con centro  $A$ , circonferenza di raggio  $> AP$ .
4. Con centro  $B$ , circonferenza con lo stesso raggio della circonferenza precedente. Le circonferenze si incontrano in  $R$  e  $S$ .
5. La retta  $RS$  passa per  $P$  ed è  $\perp$  alla retta  $r$ . ✓

**CASO B — PUNTO P ESTERNO ALLA RETTA**

Il punto da cui tracciare la perpendicolare è esterno alla retta  $r$ .

**Passi costruttivi:**

1. Da  $P$  traccia una circonferenza che interseca  $r$  in  $A$  e  $B$ .
2. Trova il punto medio  $M$  del segmento  $AB$ .
3. La retta  $PM$  è la perpendicolare cercata. ✓

03

**Rette Parallelle**

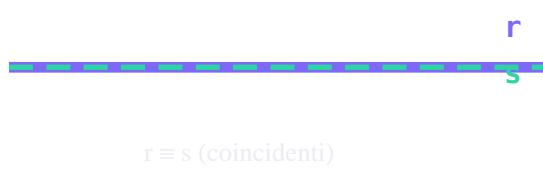
**DEFINIZIONE**

Due rette si dicono PARALLELE se non hanno punti in comune oppure se coincidono. Si scrive  $r \parallel s$ .

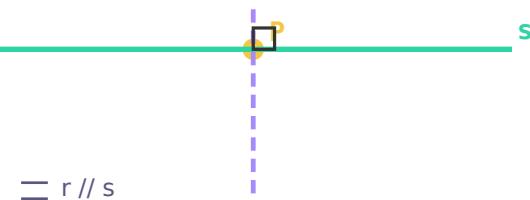
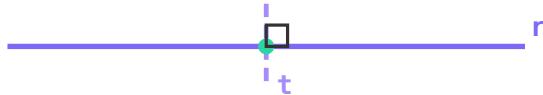
Rette parallele distinte



Rette coincidenti

 $r \equiv s$  (coincidenti)

04

**Costruire la Parallelia** $\equiv r \parallel s$ **PASSI (SQUADRA E RIGA)**

1. Traccia  $t$  perpendicolare a  $r$  passante per  $P$ .
2. Traccia  $s'$  perpendicolare a  $t$  passante per  $P$ .
3. Allora  $r \parallel s'$ . ✓

**NOTA IMPORTANTE**

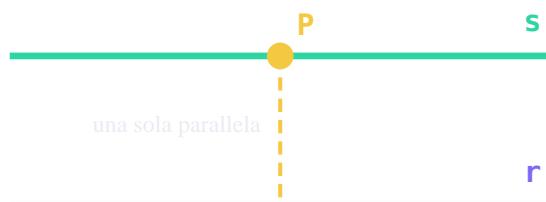
L'esistenza non richiede assiomi aggiuntivi oltre a quelli introdotti fino ad ora; l'unicità richiede l'introduzione di un nuovo assioma: il V postulato di Euclide.

05

**Il V Postulato di Euclide**

**PERCHÉ SERVE UN POSTULATO?**

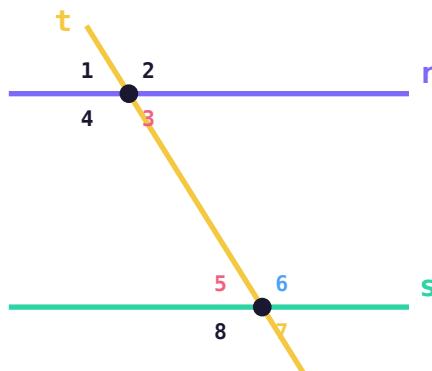
L'unicità della parallela non si dimostra usando gli altri assiomi: va assunta come postulato aggiuntivo.

**ENUNCIATO**

«Dato un punto P e una retta r, la retta passante per P e parallela a r è unica»

06

## Rette tagliate da una Trasversale



### Definizione delle coppie di angoli

**ALTERNI INTERNI**

3 e 5, 4 e 6 — si trovano tra le due rette, su lati opposti della trasversale.

**ALTERNI ESTERNI**

1 e 7, 2 e 8 — si trovano all'esterno delle due rette, su lati opposti della trasversale.

**CORRISPONDENTI**

1 e 5, 2 e 6, 3 e 7, 4 e 8 — stessa posizione rispetto alla trasversale.

**CONIUGATI INTERNI**

3 e 6, 4 e 5 — tra le due rette, sullo stesso lato della trasversale.

**CONIUGATI ESTERNI**

1 e 8, 2 e 7 — fuori dalle due rette, sullo stesso lato della trasversale.

**CRITERIO GENERALE DI PARALLELISMO**

Due rette tagliate da una trasversale sono parallele se e solo se si verifica una delle seguenti condizioni:

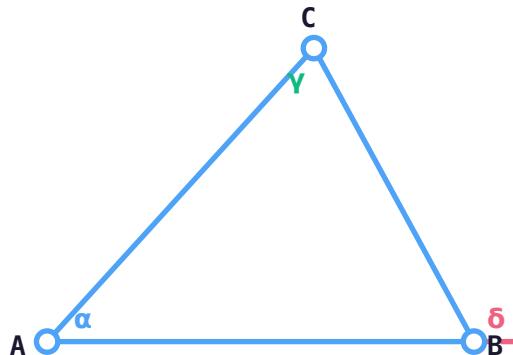
Angoli alterni interni (o esterni)	sono congruenti
Angoli corrispondenti	sono congruenti
Angoli coniugati interni (o esterni)	sono supplementari (somma = $180^\circ$ )

07

## Triangoli e angoli

**TEOREMA DELL'ANGOLO ESTERNO**

Ciascun angolo esterno ( $\delta$ ) di un triangolo è congruente alla somma degli angoli interni ( $\alpha$  e  $\gamma$ ) a esso non adiacenti.



$$\delta = \alpha + \gamma$$

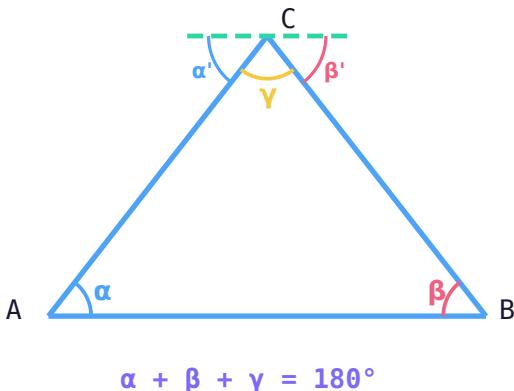
#### OSSERVAZIONE

Il primo teorema dell'angolo esterno può essere visto come conseguenza di questo teorema.

#### TEOREMA — SOMMA DEGLI ANGOLI INTERNI

La somma delle ampiezze degli angoli interni di un triangolo è  $180^\circ$  (angolo piatto).

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$



Dimostrazione:

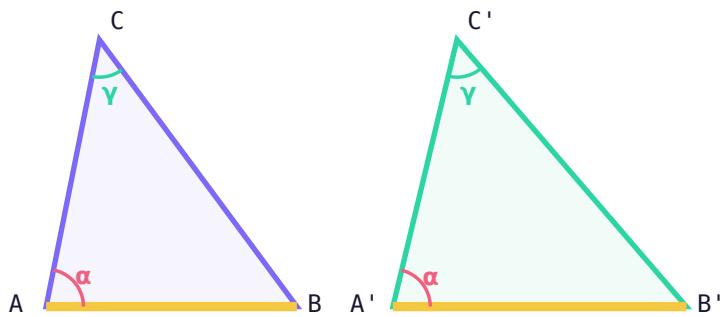
1. Traccia per C una retta parallela al lato AB.
2.  $\alpha' \cong \alpha$  (alterni interni con AC) e  $\beta' \cong \beta$  (alterni interni con BC).
3. Sulla retta parallela per C:  $\alpha' + \gamma + \beta' = 180^\circ$  (angolo piatto).
4. Quindi  $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ . ✓

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

## Secondo criterio di congruenza generalizzato

#### ENUNCIATO

Due triangoli che hanno due angoli e un lato ordinatamente congruenti sono congruenti.



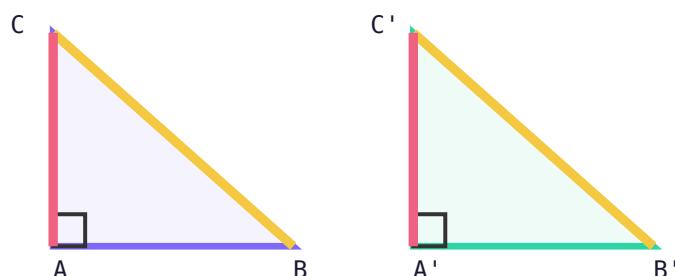
## Congruenza dei Triangoli Rettangoli

### OSSERVAZIONE

Con i triangoli rettangoli sono sufficienti meno elementi, rispetto al caso generale, per determinare la congruenza.

### CRITERIO — IPOTENUSA E CATETO

Se due triangoli rettangoli hanno ordinatamente congruenti l'ipotenusa e un cateto, essi sono congruenti.



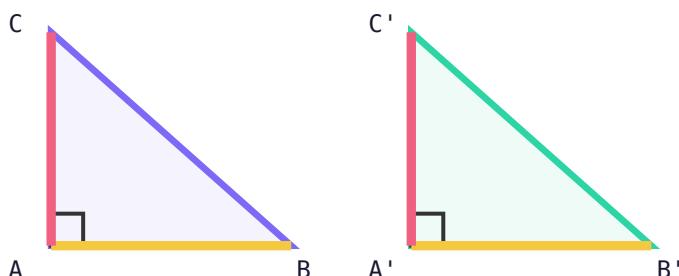
$BC \cong B'C' \text{ & } AC \cong A'C' \rightarrow \text{triangoli congruenti}$

### NOTA

Questo criterio non ha un equivalente diretto nel caso generale: fissato l'angolo retto, ipotenusa + cateto determinano completamente il triangolo.

**CRITERIO — DUE CATETI**

Due triangoli rettangoli sono congruenti se hanno i due cateti rispettivamente congruenti.



$AB \cong A'B' \text{ & } AC \cong A'C' \rightarrow \text{triangoli congruenti}$

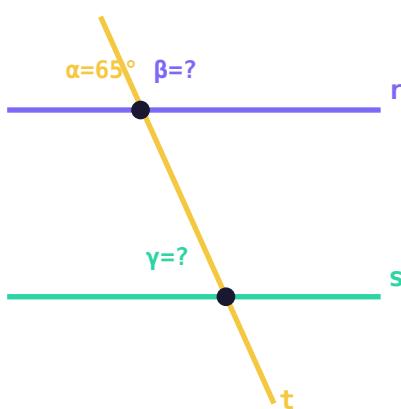
**OSSERVAZIONE**

È una diretta conseguenza del Primo criterio di congruenza dei triangoli.

08

**Esercizi****1) Calcola l'angolo mancante**

Le rette  $r$  e  $s$  sono parallele, tagliate dalla trasversale  $t$ . L'angolo  $\alpha = 65^\circ$ . Trova  $\beta$  e  $\gamma$ .



Soluzione:  $\beta = 115^\circ$  (supplementare di  $\alpha$ , dato che  $\beta + \alpha = 180^\circ$ )



$$\gamma = 65^\circ \text{ (alterni interni, congruente ad } \alpha\text{)}$$

## 2) Vero o Falso

1 .	Due rette perpendicolari si incontrano formando quattro angoli retti.	V
2 .	Due rette parallele si incontrano in un punto all'infinito.	F
3 .	Gli angoli alterni interni sono congruenti quando le rette sono parallele.	V
4 .	La somma degli angoli interni di un triangolo è $360^\circ$ .	F
5 .	Per il V postulato di Euclide, per un punto esterno passa una sola parallela.	V

## 3) Il terzo angolo del triangolo

In un triangolo due angoli misurano  $\alpha = 40^\circ$  e  $\beta = 45^\circ$ . Calcola il terzo angolo  $\gamma$ .

### SOLUZIONE

$$\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta = 180^\circ - 40^\circ - 45^\circ = 95^\circ$$

## 4) Abbinamento definizioni

Si incontrano formando quattro angoli retti.	→ Rette perpendicolari
Non hanno punti in comune (oppure coincidono).	→ Rette parallele
Retta che taglia altre due rette in due punti distinti.	→ Trasversale
Angoli su lati opposti della trasversale, tra le due rette, congruenti se le rette sono parallele.	→ Alterni interni
Per un punto esterno a una retta passa una e una sola retta parallela.	→ V postulato

## 5) Ordina i passi — Costruzione della perpendicolare

Ordine corretto: C → A → D → B → E

C	Considera la retta r e il punto P su di essa.
A	Segna due punti A e B su r equidistanti da P.



D	Traccia un arco con centro A e raggio maggiore di AP.
B	Traccia una circonferenza con centro B con lo stesso raggio: le circonferenze si incontrano in R e S.
E	Traccia la retta RS: è la perpendicolare a r passante per P.