

ENSIMMÄINEN KIRJEVALMENNUSTEHTÄVÄSARJA

Peruskoululaisten kirjevalmennuksen tavoitteena on tutustua kilpamatematiikkaan ja oppia uutta. Tarkoitus on pyrkiä ratkaisemaan mahdollisimman monta alla olevista tehtävistä kuuden viikon aikana ja lähettää ratkaisut Akseli Jussinmälle sähköpostilla osoitteeseen

akseli.jussinmaki@gmail.com

Palautettavien ratkaisuiden toivotaan olevan tiedostomuodossa pdf, jpg, jpeg, png, doc, txt tai tekstinä sähköpostikentässä. Kysymyksiä voi lähettää yllä mainittuun sähköpostiosoitteeseen. **Myös ratkaisijan sähköpostiosoite toivotaan lähetettävän tulevia tehtäväsarjoja varten.**

Tehtävien on tarkoitus olla haastavia, joten ei kannata huolestua, vaikka ei saisi kovin montaa tehtävää ratkaistua. Muutama yritelmäkin kannattaa lähettää. Ratkaisuissa kaivataan ennen kaikkea ideoita ja perusteluja. Tehtäviä on oikein suotavaa pohtia yhdessä muiden kanssa, pyytää niihin neuvoja vanhemmilta, sisaruksilta, ystäviltä, opettajilta tai muilta tutuilta. Myös Ville Tilviksen kirjoitukseen ”Miten vaikeita tehtäviä ratkotaan?”¹ kannattaa tutustua.

Vastauksia lähetettäviä pyydetään tutustumaan tietosuojalausekkeeseen:

<https://matematiikkakilpailut.fi/tietosuoja/>

1. Laske $\frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{1+2+3+4+5}$.

2. Jos pätee $x + 2y = 84 = y + 2x$, niin mitä on $x + y$?

(**Huom!** Valmennuskirjeissä matematiikan kaavat ja symbolit on kirjoitettu eräällä matemaattisen tekstin kirjoitusohjelmalla. Matematiikkatilassa aakkosten tavallinen kirjain ”äks” eli x näyttää tältä: x . Tätä kirjainta käytetään niin tässä kuin myöhemmissäkin kirjeissä usein muuttujana.)

3. Eräs bakteeri jakautuu niin nopeasti, että sen määrä kaksinkertaistuu ravintoliuoksessa joka kolmas minuutti. Pieni määrä tällaisia bakteereja laitettiin koeastiaan kello 9:00. Kello 10:00 astia oli täynnä bakteereja. Paljonko kello oli silloin, kun astiasta oli neljäsosa täynnä bakteereja?

4. Jos pätee $a = 2^{2011} + 2^{-2011}$ ja $b = 2^{2011} - 2^{-2011}$, niin mitä on $a^2 - b^2$?

5. Mikä on luvun x arvo, jos on $4^{20} + 4^{20} = 2^x$?

6. Miten monella lukua 999 pienemmällä positiivisella kokonaisluvulla on numero 1 kymmenjärjestelmäesityksessä?

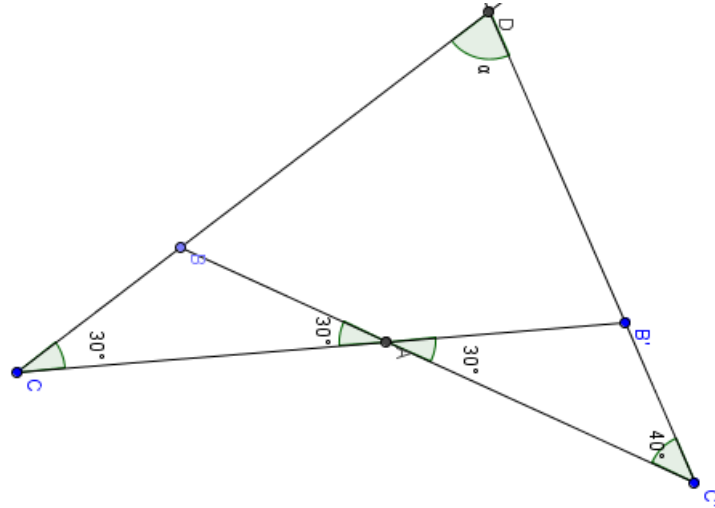
7. Sievennä tulo

$$\left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{99}\right) \left(1 - \frac{1}{100}\right).$$

8. Laske **a)** $1 + 2 + 3 + \dots + 100$; **b)** $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 199$.

¹<https://matematiikkalehtisolmu.fi/2018/3/Taikasaari.pdf>

9. Määritä kuvan kulma α .



10. Onko mahdollista sijoittaa 5×5 -shakkiruudukkoon 5 kuningatarta niin, että ne eivät uhkaa toisiaan?

Huomautus: Kaksi kuningatarta uhkaavat toisiaan täsmälleen silloin, kun ne ovat samalla rivillä sarakkeella tai diagonaalisesti samalla ruuturivillä, eikä niiden välissä ole muita nappuloita.

11. Olkoon r reaalityö. Mitkä seuraavista ovat varmasti suurempia kuin r ?

$$r + 1, \quad 2r, \quad r^{100} \quad \text{ja} \quad r^2 + 1$$

12. Voidaanko neliö peittää äärellisen monella tasasivuisen kolmion muotoisella laattalla? Laattojen ei tarvitse olla samankokoisia, mutta ne eivät mene päällekkäin eivätkä neliön ulkopuolelle.

13. Kuinka monen luvusta $3, 3^2, 3^3, \dots, 3^{1000}$ viimeinen numero on 7?

14. Kahdeksan opiskelijaa istuu pyöreän pöydän ympärillä. Jokaisen ikä on kahden viereisen opiskelijan ikien keskiarvo. Osoita, että opiskelijat ovat samanikäisiä.

15. Olkoon P sattumanvaraisesti valittu piste neliön $ABCD$ sisältä. Osoita, että pätee $PA + PB + PC + PD \geq 2\sqrt{2}a$, missä a on neliön $ABCD$ sivun pituus.