

OULUN SEUDUN SEITSEMÄSLUOKKALAISTEN
MATEMATIIKKAKILPAILU 11.–15.3.2024
RATKAISUJA

1. Laske $1 - 0,9 + 10 - 9 + 100 - 90 + 1000 - 900$.

- a) 100,0 b) 101,1 c) 110,1 d) 111,1 e) 237,9

Ratkaisu. d) 111,1: $1 - 0,9 + 10 - 9 + 100 - 90 + 1000 - 900 = 0,1 + 1 + 10 + 100 = 111,1$

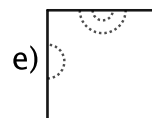
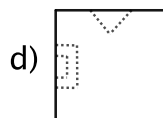
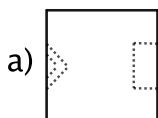
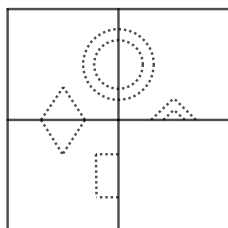
2. Laske $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$.

- a) $\frac{7}{4}$ b) $\frac{3}{8}$ c) $\frac{4}{8}$ d) $\frac{7}{8}$ e) $\frac{3}{14}$

Ratkaisu. d) $\frac{7}{8}$: Lavennetaan murtoluvut samannimisiksi ja lasketaan yhteen.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8} + \frac{2}{8} + \frac{1}{8} = \frac{4+2+1}{8} = \frac{7}{8}$$

3. Mikä seuraavista paloista sopii kolon paikalle? Paloja saa kiertää.



Ratkaisu. c) Vain paloissa a ja c on oikeat kuviot. Pala a ei sovi, sillä siinä kuviot eivät ole vierekkäisillä sivuilla. Pala c sopii; kierretään sitä 90° myötäpäivään.

4. Anssin ikä on seitsemän vuotta suurempi kuin Pinjan ikä vuosi sitten. Neljän vuoden kuluttua Anssi on kaksi kertaa vanhempi kuin Pinja. Kuinka vanha Anssi on nyt?

- a) 6 vuotta b) 8 vuotta c) 11 vuotta d) 16 vuotta e) 18 vuotta

Ratkaisu. b) 8 vuotta: Ratkaisun voi etsiä kokeilemalla mikä vaihtoehtoista toimii. Jos Anssi on nyt 8, niin vuosi sitten Pinja oli 1-vuotias. Pinja on nyt siis 2-vuotias. Neljän vuoden kuluttua Anssi on 12 ja Pinja 6, jolloin Anssi on kaksi kertaa vanhempi kuin Pinja.

5. Juuso ja Toni kävelevät kilparadan ympäri siten, että kumpikin heistä astuu täsmälleen yhden askeleen sekunnissa. Juuso käyttää yhteen kierrokseen 150 askelta ja Toni 200 askelta. Kuinka monta kertaa Juuso on kiertänyt radan, kun Toni on kiertänyt radan kolme kertaa?

- a) kerran b) kahdesti c) kolmesti d) neljästi e) viidesti

Ratkaisu. d) neljästi: Kun Toni on kiertänyt radan kolme kertaa, hän on kävellyt $3 \cdot 200 = 600$ askelta. Koska Juuso käyttää yhteen kierrokseen 150 askelta, on hän tässä ajassa kiertänyt radan $600 : 150 = 4$ kertaa.

6. Digitaalinen kello ilmoittaa ajan minuutin tarkkuudella 24 h tuntimuodossa. Esimerkiksi se voi näyttää 20:31. Mikä on suurin mahdollinen numeroiden summa tässä digitaalisessa kellossa? Esimerkiksi kellonajan 20:31 numeroiden summa on $2 + 0 + 3 + 1 = 6$.

- a) 6 b) 19 c) 20 d) 24 e) 36

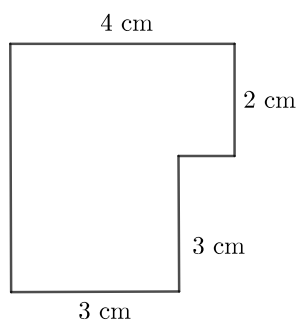
Ratkaisu. d) 24: Pyritään saamaan mahdollisimman suuret numerot.

Aloitetaan minuuteista. Suurin minuuttien yksikkömäärä on yhdeksän. Kymmenten minuuttien kohdalla numero on taas korkeintaan viisi. 59 minuuttia on kellossa täysin käypä aika.

Siirrytään tunteihin. Kymmeniä tunteja merkitsevä numero on korkeintaan kaksi. Tällöin kuitenkin ykkösiä merkitsevä numero tunneissa on korkeintaan neljä, jolloin tunneista saatava summa on korkeintaan $2 + 4 = 6$. Huomataan, että klo 19 tuottaa suuremman summan, sillä on $1 + 9 = 10$. Näin ollen kymmeniä merkitsevän numeron on oltava korkeintaan 1. Koska ykkösiä merkitsevä numero tunneissa on joka tapauksessa korkeintaan yhdeksän, ja klo 19 on olemassa oleva aika, niin 19 on haluttu tuntien ajankohta.

Todetaan vielä, että 19:59 on olemassa oleva aika. Näin ollen kysytty summa on $1 + 9 + 5 + 9 = 24$.

7. Mikä on kuvion piiri? Kaikki kuvion kulmat ovat joko 90° tai 270° .



- a) 12 cm b) 17 cm c) 18 cm
d) 20 cm e) 24 cm

Ratkaisu. c) 18 cm: Oikealla olevan sivun pituus on $2 \text{ cm} + 3 \text{ cm} = 5 \text{ cm}$. Koska kaikki kulmat ovat joko 90° tai 270° , niin vasemmalla oleva sivu on oikealla olevan sivun kanssa yhdensuuntainen ja myös sen pituus on 5 cm. Vastaavalla päättelyllä voidaan todeta, että keskellä olevan vaakasuoran sivun pituus on ylhäällä olevan pidemmän sivun ja alhaalla olevan lyhyen sivun pituuksien erotus eli $4 \text{ cm} - 3 \text{ cm} = 1 \text{ cm}$. Kuvion piiri on siis

$$4 \text{ cm} + 2 \text{ cm} + 1 \text{ cm} + 3 \text{ cm} + 3 \text{ cm} + 5 \text{ cm} = 18 \text{ cm}.$$

8. Tiedetään, että positiivinen kokonaisluku N toteuttaa seuraavat ehdot: luku N on pienempi kuin luku 20, luku N on jaollinen luvulla 4 ja kun lukua N kerrotaan kolmella, niin tulos on jaollinen luvulla 9. Mikä on luku N ?

- a) 6 b) 9 c) 12 d) 16
e) Tehtävää ei voi ratkaista annettujen tietojen avulla.

Ratkaisu. c) 12: Koska kokonaisluku $3N$ on jaollinen luvulla 9, on luku N jaollinen luvulla 3. Ainoa lukua 20 pienempi kokonaisluku, joka on jaollinen sekä kolmella että neljällä on luku 12.

9. Tutkitaan jotain kolmiota. Piirretään kolmion sisään toinen kolmio yhdistämällä alkuperäisen kolmion sivujen keskipisteet janoilla. Kuinka suuren osan pienempi kolmio peittää alkuperäisen kolmion pinta-alasta?

- a) 10 % b) 20 % c) 25 % d) 50 % e) 75 %

Ratkaisu. c) 25 %: Kun kolmion sivujen keskipisteet yhdistetään janoilla, jakautuu kolmio neljään pienempään yhdenmuotoiseen kolmioon. Näin ollen koko kolmion pinta-ala on neljä kertaa pienen kolmion pinta-ala, eli pienen kolmion pinta-ala on yksi neljäsosa, eli 25 % koko kolmion pinta-alasta.

10. Kuinka monta sellaista positiivista kokonaislukua, jotka ovat enintään 1000 ja joissa esiintyy numero 3 ainakin kerran, on olemassa? Esimerkiksi 13 on tällainen luku.

- a) 243 b) 244 c) 271 d) 300 e) 700

Ratkaisu. c) 271: Välillä 1 – 9 tällaisia lukuja on yksi; luku kolme. Välillä 11 – 99 on jokaisessa kymmenessä yksi sellainen luku, jossa on numero kolme ykkösten paikalla sekä yhdeksän muuta sellaista lukua, joissa on kymmenten paikalla kolme. Siis välillä 11 – 99 on $9 + 9 = 18$ kysytynlaista lukua.

Välillä 100 – 999 jokaisessa sadassa (9 kpl) on edellisen kappaleen nojalla 19 sellaista lukua, joissa on ykkösten tai kymmenten paikalla numero 3. Tämän lisäksi on vielä $100 - 19 = 1$ sellaista lukua, joissa satojen paikalla on kolme, mutta ykkösten tai kymmenten paikalla ei ole numeroa kolme. Siis välillä 100 – 999 yhteensä $9 \cdot 19 + 81 = 171 + 81 = 252$ luvussa on numero kolme.

Luvussa 1000 ei ole numeroa kolme. Näin ollen yhteensä

$$1 + 18 + 252 = 19 + 252 = 271$$

kysytyistä luvuista on numero kolme.

11. Aino sanoo, että Eino valehtelee. Eino sanoo, että Leo valehtelee. Leo sanoo, että Olivia valehtelee. Olivia sanoo, että Leo valehtelee. Väinö sanoo, että kaikki puhuvat totta. Kuinka moni viidestä lapsesta puhuu totta?

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

Ratkaisu. b) 2: Koska Leo sanoo, että Olivia valehtelee ja Olivia sanoo, että Leo valehtelee, täsmälleen toisen heistä on valehdeltava. Näin ollen myös Väinö valehtelee aina.

Jos Leo valehtelee, niin Olivia ja Eino puhuvat totta sekä Aino valehtelee. Näin ollen kaksi lapsista puhuu totta.

Jos Leo puhuu totta, niin Olivia ja Eino valehtelevat, mutta Aino puhuu totta. Tässäkin tapauksessa kaksi lapsista puhuu totta.

12. Kolme lasta jakaa sinisiä ja punaisia karkkeja. Kukin lapsi saa yhtä monta punaista karkkia. Siniset karkit eivät kuitenkaan jakaudu tasan, vaan yksi lapsista saa yhden sinisen karkin vähemmän kuin muut. Osoittautuu, että yksi seuraavista luvuista oli sinisten ja punaisten karkkien alkuperäinen yhteismäärä. Mikä?

- a) 32 b) 34 c) 39 d) 40 e) 42

Ratkaisu. a) 32: Punaisia karkkeja on oltava kolmella jaollinen määrä, koska ne voitiin jakaa tasan lasten kesken. Sen sijaan sinisten karkkien jakojäännöksen kolmella jaettaessa on oltava kaksi, sillä yksi kolmesta lapsesta sai muita vähemmän sinisiä karkkeja. Näin ollen myös karkkien kokonaismäärän on oltava sellainen luku, että kolmella jaettaessa sen jakojäännös on kaksi. (Tämä olisi voitu nähdä myös siitä, että karkit loppuivat, kun yhdelle oli tullut yksi karkki vähemmän kuin muille.) Ainoa vaihtoehdoista, joka toteuttaa tämän ehdon, on 32, sillä on

$$32 = 3 \cdot 10 + 2, \quad 34 = 11 \cdot 3 + 1, \quad 39 = 13 \cdot 3, \quad 40 = 13 \cdot 3 + 1, \quad 42 = 14 \cdot 3.$$

13. Punahilkka on 50 metrin päässä isoäidin mökistä ja kulkee suoraan mökkiä kohti. Aina, kun Punahilkka kulkee kahdeksan metriä, ilmestyy susi puun takaa pelottelemaan Punahilkkää ja Punahilkka perääntyy suoraan taaksepäin kaksi metriä. Susi menee tämän jälkeen piiloon ja Punahilkka jatkaa matkaansa jälleen suoraan mökkiä kohti, kunnes taas hänen kuljettuaan kahdeksan metriä susi ilmestyy pelottelemaan häntä.

Kuinka monta metriä Punahilkka joutuu kävelemään tällä 50 metrin matkalla ennen kuin hän pääsee isoäidin mökille?

- a) 64 m b) 68 m c) 72 m d) 76 m e) 82 m

Ratkaisu. e) 82 m: Viimeisiä metrejä lukuun ottamatta aina, kun Punahilkka on edennyt kuusi metriä, hän on todellisuudessa joutunut kävelemään $8 + 2 = 10$ metriä (kahdeksan eteen ja kaksi taakse). Koska $50 = 48 + 2 = 8 \cdot 6 + 2$, niin Punahilkka kävelee tällaisia kymmenen metrin pätkiä kahdeksan ja lopuksi hän kävelee kaksi metriä ilman pelottelua. Siis yhteensä matkaa kertyy $8 \cdot 10 + 2 = 82$ metriä.

14. Veera ja Noora valitsevat kumpikin yhden luvuista 1, 2, 3, 4 ja 5. Tämän jälkeen Veeran ja Nooran valitsemat luvut kerrotaan keskenään, ja heille paljastetaan, että kertolaskun tulos on parillinen luku. Veera ja Noora käyvät seuraavan keskustelun. Veera sanoo Nooralle: "En pysty pääättelemään onko lukusi parillinen vai pariton". Noora vastaa: "Siinä tapauksessa lukujemme summa on parillinen". "Lukujemme tulon on siis oltava korkeintaan kahdeksan", Veera sanoo. "Sitten minä tiedänkin, minkä luvun olet valinnut", Noora ilmoittaa. Minkä luvun Veera on valinnut?

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

Ratkaisu. b) 2: Koska Veera ei pysty pääättelemään, onko Nooran luku parillinen vai pariton, täytyy Veeran luvun olla parillinen. Jos nimittäin Veeran luku olisi pariton, voisi hän päätellä, että Nooran luvun on oltava parillinen, sillä jos se olisi pariton, olisi Veeran ja Nooran lukujen tulo myös pariton, mikä ei pidä paikkaansa. Näin ollen Noora tietää Veeran luvun olevan jompi kumpi luvuista 2 ja 4. Kun Noora kertoo Veeralle heidän lukujensa summan olevan parillinen, paljastaa hän Veeralle, että myös hänen lukunsa on parillinen, sillä jos se olisi pariton, olisi lukujen summa myös pariton. Siispä myös Veeran luku on toinen luvuista 2 tai 4. Kun Veera ilmoittaa Nooralle, että hän tietää heidän lukujensa tulon olevan korkeintaan kahdeksan, paljastaa hän valinneensa luvun 2: jos Veera olisi valinnut luvun 4, voisi Noora ollut valinnut luvun 4, jolloin lukujen tulo olisi 16.

15. Pekka, Laura ja Juhani pelaavat pöytätennistä. Heistä kaksi pelaa toisiaan vastaan kerrallaan, ja jokaisen ottelun häviöjää jättää seuraavan ottelun väliin. Yhteensä otteluita pelattiin 21, joista Pekka pelasi 17, Laura 15 ja Juhani 10 ottelua. Kuka hävisi toisen ottelun?

- a) Pekka b) Laura c) Juhani
d) Joko Laura tai Pekka, mutta tehtävänannosta ei voi päätellä kumpi.
e) Tehtävää ei voi ratkaista annettujen tietojen avulla.

Ratkaisu. c) Juhani: Koska yhteensä otteluita pelattiin 21 ja Juhani pelasi 10 ottelua, täytyi Juhaniin jättää välistä 11 ottelua. Koska pelaaja ei voi sääntöjen puitteissa jättää väliin kahta peräkkäistä ottelua, on Juhaniin täytynyt jättää väliin kaikki parittomat ottelut. Näin ollen Juhani on hävinnyt kaikki parilliset ottelut, eli erityisesti hän hävisi toisen ottelun.