

OULUN SEUDUN SEITSEMÄSLUOKKALAISTEN MATEMATIIKKAKILPAILUN FINAALI 26.4.2025

Kirjoita kunkin tehtävän ratkaisuun runsaasti sanallisia perusteluja sekä välivaiheita!

1. ISBN on 13 numeron pituinen tunnus, joka annetaan kirjoille. Jokaisella teoksella on oma tunnus, jolla sen erottaa muista kirjoista. Tunnuksen sisältämät viivat eivät ole miinusmerkkejä, vaan ne ovat mukana vain helpottamassa tunnuksen lukemista.

ISBN-tunnuksille on kehitetty seuraava tarkistusmenetelmä pienten virheiden havaitsemiseksi: Poimitaan tunnuksesta ensin parittomissa kohdissa olevat numerot (1. numero, 3., 5. ja niin edelleen aina viimeiseen, 13. numeroon saakka). Sitten poimitaan parillisissa kohdissa olevat numerot ja kerrotaan jokaista niistä kolmella. Kun kaikki 13 näin saatua lukua lasketaan yhteen, niin tulos on aina jaollinen kymmenellä.

- a) Erään kirjan ISBN-tunnus on 978–0–12–002151–2. Näytä laskemalla, että yllä kuvattu tarkistusmenetelmä toimii tälle kirjalle.
- b) Eräessä toisessa kirjassa on ISBN-tunnus 978–0–01–0?1240–1, mutta tunnuksen kohdalle on tullut tahra, joka peittää yhden numeron. Tahraa on merkitty kysymysmerkillä. Selvitä, mikä tämä numero on.

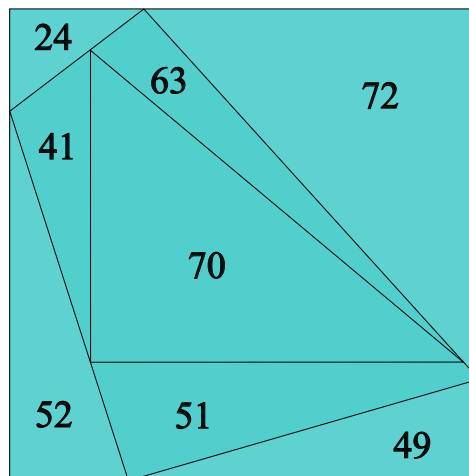
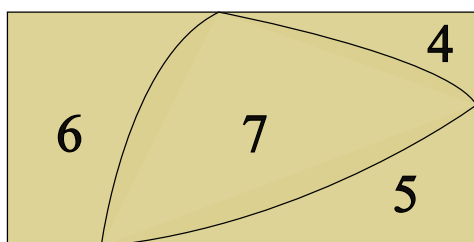
2. Milka väittää osaavansa lukea ajatuksia. Hän esittää sinulle seuraavan tempun:

- “Ajattele jotakin positiivista lukua, mutta älä paljasta sitä minulle,” sanoo Milka.
- Hän jatkaa: “Nyt lisää tähän lukuun yksi.”
- “Seuraavaksi kerro lopputulos kahdella.”
- “Lisää nyt lukuun neljä.”
- “Jaa sitten äsken saamasi tulos kahdella.”
- “Lopuksi vähennä edellisessä kohdassa saamastasi luvusta alussa ajattelemasi luku.”
- “Tiedän, että lopputulos on 3,” julistaa Milka voitonriemuisesti.

Miten Milka tiesi lopputuloksen?

- a) Valitse jokin luku, ja näytä vaihe vaiheelta, että tällä luvulla lopputulokseksi todella tulee kolme.
- b) Perustele huolellisesti, miksi valitsemalla minkä tahansa luvun lopputulos on aina välttämättä kolme. Milka ei siis osakaan lukea ajatuksia.

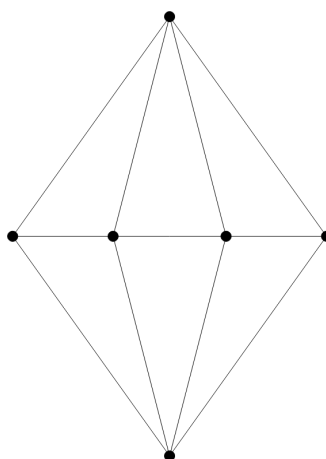
3. Tehtävässä on tarkoituksena selvittää neliön/suorakaiteen piiri. Tehtävän kuvien mittasuhteet eivät ole oikeat, joten kuvista ei kannata yrittää tehdä mittauksia.



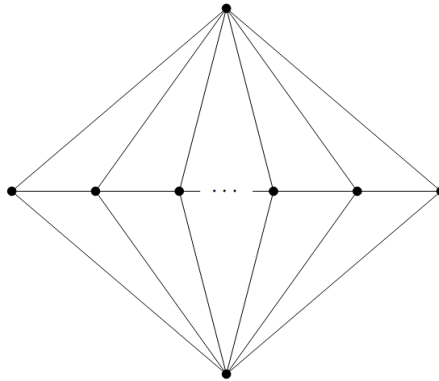
- Suorakaide on jaettu neljään alueeseen vasemmanpuoleisen kuvan mukaisesti. Kunkin alueen piiri (eli aluetta rajaavan reunan pituus) on merkitty kyseisen alueen sisään. Mikä on koko väritetyn suorakaiteen piiri?
- Oikeanpuoleisessa kuvassa neliö on jaettu kahdeksaan alueeseen. Kuten kohdassa a), kunkin alueen sisällä näkyvä luku kertoo kyseisen alueen piirin. Mikä on koko väritetyn neliön piiri?

4. Tehtävässä kuljetaan pitkin kuvan mukaisen graafin viivoja. Säännöt ovat seuraavat: lähdet liikkeelle ylimmästä pisteestä, jonka jälkeen saat liikkua viivoja pitkin vain viistosti alas sekä lisäksi joko suoraan vasemmalle tai oikealle, mutta jos olet liikkunut vasemmalle tai oikealle, et voi liikkua enää vastakkaiseen suuntaan.

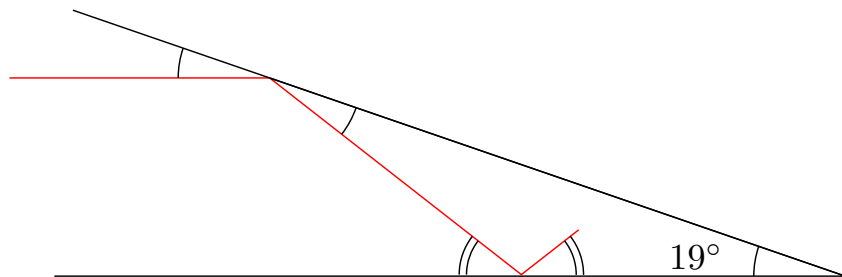
- Kuinka monta eri reittiä on ylimmästä pisteestä alimpaan pisteeseen?



- b) Liikutaan sitten graafissa, jossa keskirivillä onkin 2025 kappaletta pisteitä. Alla olevassa kuvassa ei siis näy kaikkia pisteitä. Kuinka monta eri reittiä tässä tilanteessa on ylimmästä pisteestä alimpaan pisteeseen, noudattaen edelleen samoja sääntöjä?



5. Kaksi peiliä asetetaan 19° kulmaan toisiinsa nähden alla olevan kuvan mukaisesti. Lasersäde kulkee vasemmalta oikealle alemman peilin kanssa yhdensuuntaisesti ja heijastuu peileistä siten, että jokaisen heijastumisen jälkeen lasersäteen ja peilin välinen kulma on yhtä suuri kuin ennen heijastumista. Yllä olevassa kuvassa näkyy tilanne, kun lasersäde on heijastunut kahdesti. Kaikki kuvaan yhdellä kaarella merkityt kulmat ovat keskenään yhtäsuuret, kuten myös molemmat kahdella kaarella merkityt kulmat.



- a) Kuinka monta kertaa lasersäde heijastuu peileistä, ennen kuin säde ei enää ikinä osu kumpaankaan peilipintaan?
- b) Kuinka suuren kulman lasersäde muodostaa sen peilipinnan kanssa, johon se osuu viimeisenä?

Kulmien silmämääräinen mittaaminen kuvasta ei riitä vastaukseksi.