Fritt fall

Information till läraren

Mål med problemet

Tanken med detta upplägg är att man istället för att utgå från en färdig ekvation, och derivera detta, får utgå från en verklig situation. Ofta lär man sig deriveringsreglerna, och utgår från derivatans definition, men förhoppningsvis ger detta en tydligare koppling och en djupare förståelse till vad derivata egentligen är.

Förkunskaper

Problemet kan användas antingen i samband med introduktion av begreppet derivata, eller till elever som redan kan derivata, och då som en fördjupning eller ett sätt att se på derivata på ett annat sätt.

Övergripande upplägg

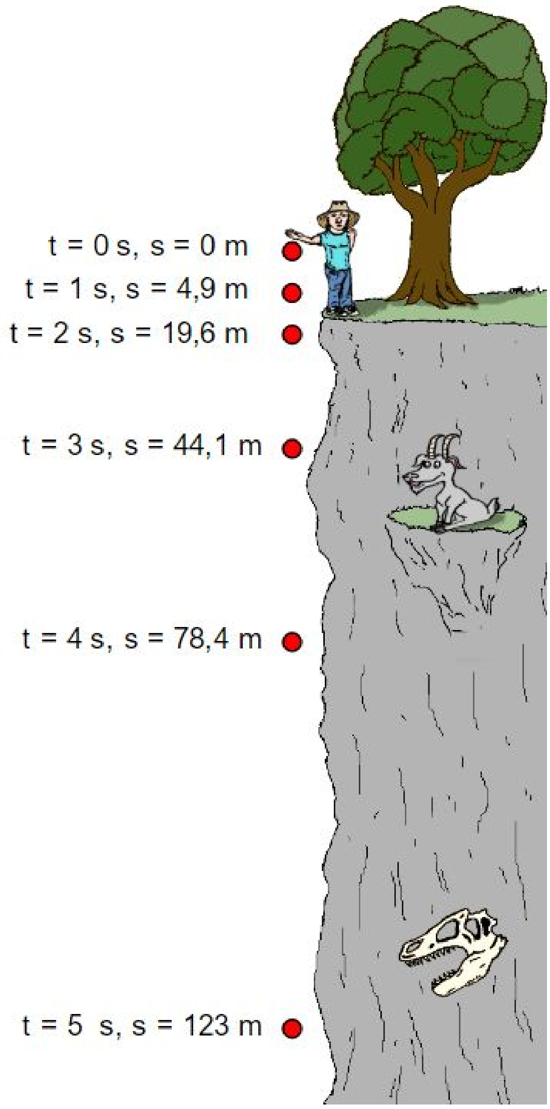
Introduktion

Diskussion om derivata:

- Vad är derivata?
- Hur beräknar man en derivata? Vad behöver man? Finns det flera sätt?
    - Via en funktion, t.ex f(x)=...
    - Via en graf, rita tangenter och använd $\Delta y/\Delta x$

Presentera problemet:

Börja med en bild av en fallande boll. Bilden är hopsatt av flera bilder och visar bollens position med jämna tidsintervall. På bilden finns också markeringar så att man kan avgöra bollens höjd vid de olika tiderna. Vad kan man komma fram till om bollens hastighet och acceleration vid olika tider?



Genomförande

Problemet genomförs i grupper om två (alternativt 3 i en grupp) och förslagsvis med en tidsbegränsning av ca 20 minuter. Utifrån bilden kan man rita en s-t-graf, med punkter för bollens höjd för olika tider. Med hjälp av t.ex. en linjal kan man då uppskatta lutningen i de olika punkterna (alternativt genom att använda $\Delta y/\Delta x$ för de intilliggande punkterna). Detta kan ritas i en ny graf. Med samma procedur kan man därefter rita en graf för accelerationen.

Diskussion

I helklass:

- Vad blev resultatet?
- Blev svaret exakt?
- Vad hade man kunnat göra för att få ett bättre resultat?

Ytterligare information

Tankar bakom problemet:

Problemet är i grunden mycket klassisk, men förhoppningen är att lösningsmetoden ger en ny syn på derivata. Ofta får man ett uttryck som ska deriveras med hjälp av deriveringsreglerna, men det kan vara svårt att se hur man skulle få detta uttryck i ett verkligt problem. Här får man chansen att använda derivata på ett mer direkt sätt, och utifrån värden som känns som om man skulle kunna ta reda på själv.

Man kan därför också som lärare poängtera att detta går att göra själv, t.ex genom att ta en bildserie med kända tidsintervall och mäta på denna.

En annan viktig aspekt som man kan peka på är den historia som finns bakom problemet. Att fundera ut hur ett föremål faller har en gång varit ett verkligt problem, vilket kan vara roligt att tänka på i samband med att man genomför problemet.

Noggrannhet

Metoden bygger på att i flera steg uppskatta lutningen på en kurva genom att rita egna tangenter. Dessutom har man inte hela kurvan från början, utan endast givna punkter. Detta gör att det är väldigt svårt att få ett exakt resultat. Målet är dock att komma fram till att accelerationen ligger runt 10 (men du kan få kanske ±5 eller mer). Med fler punkter hade man troligen fått ett något bättre resultat.

Förslag på vidareutveckling och variationer:

Man kan också utföra samma problem men utgå ifrån bilder av en bil, en löpare osv. Man skulle också kunna tänka sig att eleverna själva får ta bilder på när någon springer, eller att man t.ex gör det tillsammans i klassen genom att släppa en boll längst fram och ta bilder. Detta ger eleverna ytterligare känsla av att de äger problemet.
Man skulle också kunna lösa samma problem genom att anpassa en kurva efter punkterna (på en dator) och derivera denna två gånger för att få accelerationen.