

# Försvåring av ekvation

## Information till läraren

### Mål med problemet

Det här problemet är mycket fritt och ger eleverna chansen att undersöka matematiken. Det kan också användas som en introduktion till problemlösning, eftersom den leder fram till att ett stort problem kan delas in i flera små steg och på så sätt bli ett enklare problem, eller till och med en lösning.

Förhoppningen med problemet är att det ska ge en djupare förståelse om vad en ekvation innebär, nämligen att båda sidorna är lika, samt att man löser den genom att utföra samma operationer på båda sidorna. Även om ekvationer tas upp redan i högstadiet kan många ha nytta av att få den här chansen till djupare förståelse. Det kan även användas som en förklaring till varför additionsmetoden fungerar vid lösning av ekvationssystem.

Tanken med problemet är att eleverna ska få känslan av att de kan leka med matematiken och att det är de som har makten över matematiken, inte tvärtom.

### Förkunskaper

Upplägget av problemet förutsätter att eleverna vet vad en ekvation är, och har arbetat med ekvationer tidigare. Därutöver krävs dock inga förkunskaper, utan problemet kan anpassas till den nivå som passar varje par av elever.

# Övergripande upplägg

## Introduktion

Man kan inleda med den diskussion om ekvationer i helklass

- Vad är en ekvation?
- Hur löser man en ekvation?
- Vilka operationer får man göra?

## Genomförande

Eleverna får utgå från  $x=2$ . Elevernas uppgift är nu att i grupper om två (3 i en grupp om udda antal i klassen) arbeta vidare med ekvationen för att få den att se så "jobbig" ut som möjligt (där tolkningen av detta lämnas till eleverna). De får 10 minuter på sig.

För diskussionens skull rekommenderar vi att varje steg i "försvåringen" skrivs ner, t.ex enligt:

$$x = 2$$

$$2x = 4 \quad (\cdot 2 = \cdot 2)$$

$$2x + 5 = 7 + 2 \quad (+ 5 = + 3 + 2)$$

osv. Kommentarer inom parentes visar alltså vilken operation som utförts i varje steg.

## Diskussion

Börja med att låta eleverna presentera, jämföra och diskutera sina slutgiltiga jobbiga ekvationer i lite större grupper.

Därefter kan man avsluta med en diskussion i helklass

- Går ekvationerna att lösa? Eller har de blivit för jobbiga?
- Hur gör man då för att lösa dem?
- Om vi nu skulle vilja göra den jobbigaste ekvationen någonsin, utifrån det vi har gjort nu, hur skulle vi göra?

Här kan även vara lämpligt att dra en parallell till additionsmetoden för lösning av ekvationssystem, om det är något klassen har kikat på. Detta eftersom den ju fungerar eftersom man lägger till samma sak på båda sidorna.

# Ytterligare information

## Tankar bakom problemet

Detta är ett mycket fritt problem. Dels eftersom ordet "jobbig" självklart kan definieras på olika sätt. Man kan då tänka sig att man kan addera, subtrahera, dividera, multiplicera eller upphöja med såväl siffror som fler  $x$  eller andra variabler. Med hjälp av t.ex kvadreringsregeln, konjugatregeln, trigg-ettan eller vad man nu kan tänka sig kan man därefter försvåra delar av uttrycket för att få det att se ännu värre ut. På så sätt kan man sluta på en ekvation som ser oerhört komplicerad ut, och som de flesta hade ansett omöjlig att lösa. Men har man gjort rätt har den alltså fortfarande lösningen  $x=2$ .

Tanken är att eleverna ska inse att något som ser ut som en väldigt avancerad ekvation egentligen bara är en lösning som någon har "krånglat till". Kanske kan det ta bort en del av den avskräckande känslan som riskerar att hindra någon från att ens försöka lösa ekvationen.

En viktig tanke med problemet är också att det bör kunna genomföras på liknande villkor för elever som har olika lätt eller svårt för algebra, eftersom eleverna själva väljer svårighetsgrad.

## Diskussion om ekvationer

Det som här är viktigast att man kommer fram till är att man får göra vilka matematiska operationer som helst med en ekvation, bara man gör det på båda sidorna!

Man kan även poängtera att även om en operation inte nödvändigtvis leder närmare till lösningen, så behöver den inte vara fel. Har den genomförts korrekt på båda sidorna har man bara skapat en ny ekvation, men med SAMMA LÖSNING.

## Genomförande

När eleverna arbetar med ekvationen är det bra om de i största möjliga mån får tänka själva inom sina grupper. Om några elever ändå ber om hjälp kan man dock t.ex tipsa om att man kan sätta in  $x=2$  (eller vad man utgick ifrån, för att kontrollera att ekvationen fortfarande stämmer. Alternativt kan man bara poängtera att de verkligen har fria händer med ekvationen.

## Tänkbara svar på den avslutande diskussionen

- Hur gör man då för att lösa dem?
  - Sätta in  $x=2$  och prova! *Ett bra svar, eftersom det är ett sätt att kontrollera lösningen när man känner till den! Här kan man även poängtera att det ju kan gå att gissa sig fram till lösningen på en ekvation som man inte känner till*

*lösningen för. Speciellt om man kommer fram till ett bra system och tar hjälp av en dator, som är bra på att göra många beräkningar snabbt.*

- *Arbeta sig baklänges med samma metoder som vi använde för att skapa ekvationen. En mycket viktig iakttagelse, som man kan försöka leda fram till genom att be eleverna fundera på hur de har skapat ekvationerna. Det de har gjort är en baklänges lösning av en ekvation! Det de ska göra för att lösa ekvationen är alltså att börja bakifrån och därefter dividera där de har multiplicerat, addera där de har subtraherat osv. Lösningen till en jättejobbig ekvation kan alltså delas upp i små och förhållandevis enkla steg.*
- Om vi nu skulle vilja göra den jobbigaste ekvationen någonsin, utifrån det vi har gjort nu, hur skulle vi göra?
  - *Vi kan kombinera de ekvationer vi har. Målet här är att komma fram till att varje ekvation är en likhet. Därmed kan man t.ex ta VL och HL av en ekvation och addera eller multiplicera det på motsvarande led hos en annan. Detta är inte heller något ni kanske bör göra, men det kan vara roligt att inse att det går att utveckla i all oändlighet.*