

ТЧ

Задача 1. Делится ли $2^{62} + 1$ на $2^{31} + 2^{16} + 1$?

Задача 2. Решите в целых числах уравнение $x^4 - 2y^4 - 4z^4 - 8t^4 = 0$.

Задача 3. Даны десять подряд натуральных чисел. У каждого взяли наибольший собственный делитель и образовали новые десять чисел. Докажите, что найдутся два, оканчивающиеся на одну и ту же цифру.

Задача 4. a, b, n — натуральные числа такие, что $(a + 4b)(b + 4a) = 5^n$. Докажите, что $a = b$.

Задача 5. Нехай $[x]$ — ціла частина числа x (тобто найбільше ціле число, яке не перевищує x), $\{x\} = x - [x]$ — дробова частина числа x . Розв'яжіть рівняння $\{x\}^2 + 2\{x\} = 3x^2$.

Задача 6. Каждому натуральному числу n сопоставлено неотрицательное целое число n' по следующим правилам:

(i) если p простое, то $p' = 1$;

(ii) $(ab)' = a'b + ab'$ для любых натуральных a и b .

Решите уравнение $y' = y$.

Задача 7. Найдите все натуральные n , которые можно представить в виде $n = [a, b] + [b, c] + [c, a]$ с натуральными a, b, c . Здесь $[x, y]$ — наименьшее общее кратное чисел x и y .