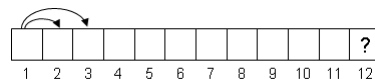


## Мартовский заяц

1. Автобусные билеты имеют шестизначные номера, от 000000 до 999999. а) Сколько всего номеров? б) Сколько номеров, не содержащих цифру 7? в) Сколько номеров, содержащих цифру 7? г) Сколько номеров, у которых есть хоть одна нечётная цифра?

2. Можно ли вписать в клетки доски  $8 \times 8$  различные числа от 1 до 64 так, чтобы в любом квадрате  $2 \times 2$  сумма чисел была равна 120?

3. Заяц прыгает в одном направлении по разделенной на клетки полосе. За один прыжок он может сместиться либо на одну, либо на две клетки. Сколькими способами может заяц добраться с 1-й клетки на 12-ю?



4. На шестиугольной решетке (см. рисунок) отметили 300 шестиугольников. Докажите, что из них можно выбрать 100 так, чтобы не было соседних по стороне.



**Определение 1.** Знакопеременной суммой цифр числа  $\overline{a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1}$  называется число  $(-1)^{n-1} a_n + (-1)^{n-2} a_{n-1} + \dots + a_3 - a_2 + a_1$ .

5. а) Докажите, что число, составленное из чётного количества девяток делится на 11. б) Докажите, что число  $1 \underbrace{000000 \dots 00000000}_{\text{чётное количество нулей}} 1$  делится на 11.

в) Докажите, что шестизначное число делится на 11 тогда и только тогда, когда его знакопеременная сумма цифр делится на 11.

6. Найдите сумму всех шестизначных чисел состоящих из цифр 1,2,3,4

7. Три кота, Фикус, Крокус и Кактус, нашли мешок с 10 разными сосисками. Сколькими способами они могут разделить эти сосиски между собой? (Кстати, кому-то из них может ничего не достаться)

8. Книга состоит из 30 рассказов объемом 1, 2, ..., 30 страниц. Рассказы печатаются с первой страницы, каждый рассказ начинается с новой страницы. Какое наибольшее количество рассказов может начинаться с нечетной страницы?

9. Среди 10 человек, подозреваемых в преступлении, двое виновных и восемь невинных. Экстрасенсу предъявляют подозреваемых по трое. Если среди троих есть преступник, экстрасенс указывает на него, если два преступника — на одного из них, а если преступников нет — на любого из троих. а) Как за 4 сеанса найти хотя бы одного преступника. б) Как за 6 таких сеансов наверняка выявить обоих преступников?

10. На шахматной доске расставлены ладьи, так чтобы каждую ладью бьют не более трёх других. Найти наибольшее количество ладей.