# Гео + дорешивание прошедших задач

**Задача 1.** Прямая, перпендикулярная биссектрисе угла $\angle BAC$, пересекает стороны угла в точках $M$ и $N$. Докажите, что треугольник $AMN$ равнобедренный.

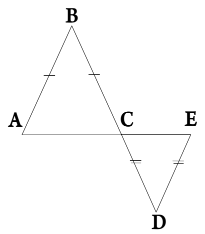
**Задача 2.** На сторонах угла $\angle CAD$ отмечены точки B и E так, что B лежит на отрезке $AC$, а $E$ на $AD$. Причём $AC = AD$, $AB = AE$. Докажите, что $\angle CBD = \angle DEC$.

**Задача 3.** Дан четырёхугольник $ABCD$. Известно, что $AC = BD$, $AB = CD$. Докажите, что $\angle CAD = \angle BDA$ и $\angle BAC = \angle CDB$.

**Задача 4.** В треугольниках $ABC$ и $A_1B_1C_1$ известно, что медианы $BM$ и $B_1M_1$ равны, также $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$. Докажите, что данные треугольники равны.

**Задача 5.** На рисунке $AB = BC$, $CD = ED$. Докажите, что $AB$ параллельно $ED$.

**Задача 6.** В треугольнике $ABC$ $\angle A = 40$, $\angle B = 70$. Через вершину $B$ проведена прямая $BD$ так, что луч $BC$—биссектриса угла $ABD$. Докажите, что $AC$ параллельно $BD$.




---

**Задача 7.** Степень каждой вершины графа меньше $d$. Докажите, что его вершины можно покрасить в $d$ цветов *правильным образом* (т.е. так что вершины одного цвета не были соединены ребром)

**Задача 8.** В гандбольном турнире в один круг участвовали несколько студенческих команд и две школьных. Каждая команда сыграла с каждой ровно один матч. За победу давалось 2 очка, за ничью — 1, за проигрыш — 0. Известно, что все студенческие команды набрали одинаковое число очков, а обе школьные — по 14 очков. Сколько студенческих команд могло участвовать в турнире ?

**Задача 9.** Есть 10 одинаковых бочек. Из них 9 доверху заполнены вином своего сорта, а десятая пустая. Можно переливать из любой бочки в любую любое количество вина. Докажите, что можно сделать так что каждая из 10 бочек будет на 9/10 заполнена равномерной смесью 9 вин.

**Задача 10.** а) На плоскости нарисован квадратик размером $1 \times 1$. Рома каждый раз пририсовывает к имеющемуся прямоугольнику возле большей стороны квадрат. Какой прямоугольник он получит после 5 пририсовываний? После $n$ пририсовываний?
б) Используя пункт а) найдите $F_1^2 + F_2^2 + \ldots + F_n^2$.

**Задача 11.** Коля берёт прямоугольный бумажный лист $m \times n$ см, отрезает от него квадрат со стороной, равной меньшей стороне прямоугольника, и кидает его на пол. От оставшегося прямоугольника он снова отрезает квадрат, кидает на пол и так далее, до тех пор, пока это возможно. Что же останется в руках у Коли, когда он закончит свою деятельность и приступит к уборке мусора?(*в парочке задач было нечто схожее, поэкспериментируйте с маленькими $m$ и $n$ и угадайте ответ*)