

## Немного тригонометрии

1. Найдите, чему равняется: а)  $\cos(\alpha - \beta)$ , б)  $\cos(\alpha + \beta)$ , в)  $\sin(\alpha - \beta)$ , г)  $\sin(\alpha + \beta)$ .
2. Про числа  $a_1, a_2, \dots, a_{12}$  и  $b_1, b_2, \dots, b_{12}$  известно, что  $a_i^2 + b_i^2 = 1$  для любого  $0 \leq i \leq 13$ . Докажите, что найдутся такие  $m \neq n$ , что  $a_m a_n + b_n b_m \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$ .
3. вещественные числа  $a, b, c$  и  $d$  таковы, что  $a^2 + b^2 = 1$ ,  $c^2 + d^2 = 1$  и  $ac + bd = 0$ . Найдите  $ab + cd$ .
4. Пусть  $\alpha, \beta, \gamma$  — углы треугольника. Докажите неравенство  $\cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma \leq \frac{3}{2}$ .
5. Докажите, что  $\cos(nx)$  можно представить как многочлен  $P(\cos x)$  с целыми коэффициентами.