Очень интересные задачи

1. Двенадцать волейбольных команд сыграли турнир в один круг (каждая сыграла с каждой один раз). Обязательно ли найдутся такие три команды, что каждая из девяти оставшихся команд проиграла хотя бы одной из этих трех?

2. Новый корпус для пятиклассников имеет форму квадрата 6×6. Маляр обошёл часть комнат, переходя каждый раз в соседнюю комнату. В каждой комнате, где он был, маляр покрасил пол в оранжевый цвет (возможно несколько раз). Может ли среди комнат с оранжевым полом быть 12 таких, которые имеют общую стену ровно с одной оранжевой?

3. Клетки доски 11×11 покрашены в белый цвет. Разрешается выбрать любые четыре белые клетки, расположенные в вершинах квадрата со сторонами, параллельными сторонам доски, и две из этих клеток, расположенные по диагонали, перекрасить в черный цвет. Какое наибольшее число черных клеток удастся получить при помощи таких операций?

4. Клетки доски 8×8 раскрашены в шахматном порядке. Одним ходом разрешается перекрасить любую клетку в цвет одной из соседних с ней клеток. Можно ли с помощью таких перекрашиваний изменить цвет всех клеток на противоположный? (Соседними считаются клетки, имеющие общую сторону.)

5. На доске 10×10 стоят фишки, занимая два противоположных квадрата 5×5. Фишки могут свободно прыгать друг через друга по вертикали, горизонтали или диагонали (если только поле, на которое прыгает фишка свободно). Можно ли за несколько ходов переместить фишки так, чтобы они заняли прямоугольник 5×10?

6. Можно ли некоторые клетки белой доски 9×9 покрасить в черный цвет так, чтобы каждая клетка (как белая, так и черная) граничила по стороне с нечетным числом черных клеток?

7. Можно ли на шахматной доске раставить а) 15, б) 14 слонов так, чтобы они не били друг друга?

8. В целом числе без нулей каждая цифра, кроме первых двух, больше хотя бы одной из двух предыдущих. Какое максимальное количество цифр в нем может быть?

9. Аделина, Алёна и Вася несколько раз бежали наперегонки. После каждого забега прибежавший первым получал три очка, вторым — два очка, а третьим — одно очко. По итогам всех забегов ребята получили поровну очков. Известно, что Вася прибегал раньше Аделины 17 раз, а раньше Алёны 12 раз. Сколько было забегов?

10. В стране Арагонии жили 100 рыцарей, 99 принцесс и 101 дракон. Рыцари убивают драконов, драконы едят принцесс, а принцессы изводят до смерти рыцарей. Древнее заклятие запрещает убивать того, кто сам погубил нечетное число других жителей. Сейчас в Арагонии остался всего один житель. Кто это?

11. Разложите 100 орехов на 10 кучек так, чтобы в них было разное число орехов, но никакую из куч нельзя было бы разбить на две так, чтобы получилось 11 кучек с разным числом орехов.

12. В олимпиаде, состоящей из 6 задач, участвуют 200 школьников. Известно, что каждую задачу решили хотя бы 120 школьников. Докажите, что можно выбрать двух школьников таким образом, чтобы каждую задачу решил кто-либо из этой пары.

13. Можно ли выложить шахматную доску тридцатью двумя доминошками так, чтобы 17 из них были расположены горизонтально, а 15 – вертикально?

Сайт кружка `http://matemax.pythonanywhere.com` Следующее занятие, 16 декабря, последнее в этом году, в новом году занятия возобновятся в феврале. Более точная информация будет доступна позже на сайте.