6 апреля

1. Найдите все простые числа p, для которых а) число $5p+1$ тоже простое; б) число p^2+2 тоже простое; в) число p^4+4 тоже простое.

2. Докажите, что количество способов поставить на доску 3 белых и 3 чёрных слона так, чтобы они не били друг друга точный квадрат (квадрат натурального числа).

3. В углу таблицы 4×4 стоит минус, а в остальных клетках — плюсы. Разрешается выбирать любую строку или столбец и менять все стоящие там знаки на противоположные. а) Можно ли такими операциями получить таблицу из одних плюсов? б) Та же задача для таблицы 3×3.

4. Простое чилсо разделили на 60 с остатком. Остаток оказался составным числом, каким?

5. Плоскость произвольно раскрашена в два цвета (т.е. каждая точка плоскости раскрашена в черный или белый цвет). Докажите, что найдутся две одинаково окрашенные точки на расстоянии 1 м друг от друга.

6. Пусть $a=p_1^{b_1}\dots p_k^{b_k}$, где $p_1,\dots,p_k$ различные простые числа и $b_1>0,\dots,b_k>0$. Докажите, что любой делитель c числа a можно представить как $c=p_1^{d_1}\dots p_k^{d_k}$, где $b_1\geqslant d_1\geqslant 0,\dots,b_k\geqslant d_k>0$.

7. Можно ли для любого целого $n>4$ квадрат разрезать на n прямоугольников, у каждого из которых одна из сторон вдвое длиннее другой.

8. В стране Карабасии живут карабасы и барабасы. Каждый карабас дружит с шестью карабасами и девятью барабасами. Каждый барабас дружит с десятью карабасами и семью барабасами. Кого в этой стране больше – карабасов или барабасов?

9. Существует ли число, оканчивающееся на 11, которое делится на 11 и имеет сумму цифр, равную 11?

10. Шахматная доска разбита на доминошки. Всегда ли можно раскрасить их в четыре цвета так, чтобы всех цветов было поровну и доминошки одинакового цвета не граничили друг с другом по отрезку?