

Комбинаторика

Задача 1. В фирме из 10 человек есть клуб любителей пива. По уставу в клубе должно быть не менее трех человек. На каждом собрании в клуб принимается один человек, либо из клуба исключается один человек. Нельзя возвращаться к набору участников, который уже раньше встречался. Может ли клуб пройти через все разрешенные уставом составы?

Задача 2. Клетчатый квадрат 9×9 разбит на прямоугольники 1×3 . У каждого из прямоугольников отмечена точка пересечения диагоналей. Докажите, что из отмеченных точек можно выбрать такие четыре, которые лежат на одной прямой.

Задача 3. На острове, где обитают только рыцари, всегда говорящие правду, и лжецы, которые всегда лгут, прошла финансовая реформа, в результате которой правительство отобрало часть денег у некоторых жителей и раздало все отобранные деньги остальным, но не более, чем по 100 тугриков каждому. После реформы каждый житель сообщил, что потерял в результате реформы более 100 тугриков. Докажите, что лжецов на острове больше, чем рыцарей.

Задача 4. Можно ли разрезать выпуклый 17-угольник на 14 треугольников?

Задача 5. В молодежном движении «Ихние» состоят 2012 мальчиков и 2012 девочек. Каждый из участников движения не более двух раз принимал участие в митингах в поддержку стабильности. Известно, что каждый мальчик вместе с каждой девочкой посетил по крайней мере один митинг. Докажите, что был митинг, в котором принимали участие хотя бы 2012 человек.

Задача 6. В народной дружине 100 человек. Каждый день на дежурство выходят трое. Докажите, что нельзя так организовать график дежурств, чтобы любые два человека дежурили вместе ровно один раз.

Задача 7. Имеется $2k + 1$ карточек, занумерованных числами от 1 до $2k + 1$. Какое наибольшее число карточек можно выбрать так, чтобы ни один из извлечённых номеров не был равен сумме двух других извлечённых номеров?