Зимняя письменная учебная олимпиада.

1. Мышонок ест куб сыра $3 \times 3 \times 3$, съедая за один присест один кубик $1 \times 1 \times 1$. После того, как кубик съеден, мышонок переходит к соседнему с ним по грани кубику. Может ли этот зверь съесть весь сыр без центрального кубика?

2. Учитель написал на листке бумаги число 20. Тридцать три ученика передают листок друг другу, и каждый прибавляет к числу или отнимает от него единицу – как хочет. Может ли в результате получиться число 10?

3. Докажите, что среди 1200 школьников найдутся минимум трое с однинаковым днём рождением?

4. Хромой король может ходить на любую соседнюю по стороне или углу клетку доски, кроме верхней и нижней (не более 6 возможных ходов с каждой клетки). Может ли хромой король обойти все клетки доски 9×9, побывав на каждой клетке по одному разу?

5. В ковре размером 4×4 метра моль проела 15 дырок. Докажите, что из этого ковра можно вырезать коврик размера 1×1 метр, в котором нет ни одной дырки.

6. Обойдите все клетки доски 8×8 конём, побывав на каждой клетке ровно один раз и вернитесь в исходную клетку.

7. Город называется большим северным, если по отношению к любому другому городу он либо больше, либо севернее. Аналогично определяется маленький южный город. В Тридевятом царстве все города, кроме Задворска, являются и большими северными и малыми южными одновременно. Докажите, что Задворск -— тоже большой северный и при этом также малый южный город.

8. Ксения Сергеевна сложила в стопку несколько треугольников, в углах каждого из которых написаны числа 1, 2 и 3. Может ли сумма чисел в каждом углу стопки оказаться равной 55?

9. Трое пятиклассников играют в «Мега-банальности». Каждый записывает по сто слов. После этого записи сравнивают. Если слово встретилось у всех троих, за него дают 0 очков, если у двоих – каждый получает 1 очко, если у одного – он получает 4 очка. Может ли в результате один набрать 161, другой – 180, а третий – 286 очков?

10. Доска размером 4×4 покрыта 13 доминошками 2×1. Докажите, что можно убрать одну доминошек так, что оставшиеся будут по-прежнему покрывать всю доску.

11. На шахматной доске 8×8 стоит 50 пешек. Разрешается выбрать квадрат 2×2, в котором стоит единственная пешка, и снять ее. Докажите, что не удастся снять все пешки.

Олимпиада письменная, первое занятие в феврале. Если по каким-то причинам вас не будет, то можно прислать на почту, адрес на сайте. Просьба все решения оформлять в отдельной тоненькой тетрадке более или менее аккуратно, пояснять все переходы максимально подробно.

Сайт кружка `http://matemax.pythonanywhere.com`,