

## Отображения, добавка

**Задача 1.** Число разбиений числа  $n$  на не более чем  $k$  слагаемых равно числу разбиений  $n$  на слагаемые, каждое из которых не больше  $k$ .

**Задача 2.** Каких графов больше: связных или несвязных?

**Задача 3.** Рассмотрим последовательности чисел длины  $n$  такие, что в них каждое число от 1 до  $n$  встречается ровно по одному разу и каждый следующий член, кроме первого, делит сумму всех предыдущих. Обозначим за  $A_n$  число таких последовательностей. Докажите, что  $A_{2n} \leq A_{2n+1}$ .

**Задача 4.** Докажите, что ответ в следующих задачах одинаковый:

а) Через  $C_n$  ( $n$ -ое число Каталана) обозначим количество способов расставить  $n$  открывающих и  $n$  закрывающих скобок так, чтобы запись была корректной. Чему равно  $C_n$ ?

б) В очереди в кассу кинотеатра стоят  $2n$  зрителей, у половины из них полтинники, у половины стольники. Билет стоит полтинник. Изначально касса пуста и сдачу давать не может. Сколько имеется очередей, которые смогут целиком пройти через эту кассу?

в) Найдите количество способов соединить  $2n$  точек на горизонтальной прямой дугами, так что никакая дуга не лежит внутри другой (каждая дуга лежит в верхней полуплоскости)?

