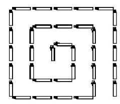
# Формула, где формула?

**1.** Докажите, что $C_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$.

**2.** На доске выисаны числа от 1 до 100. Каждую секунду какие-то два числа стираются и вместо них пишется их произведение. Какое число будет написано на доске через 99 секунд.

**3.** Найдите все простые числа $p$, что числа $p+2$ и $5p+2$ простые.

**4.** На стол положили 35 спичек так, как показано на рисунке. Получилась спираль, "закрученная"по часовой стрелке. Переложите четыре спички так, чтобы получилась такая же спираль, закрученная против часовой стрелки.



**5.** а) Сколько существует способов пройти из левого нижнего вершины прямоугольника $2 \times n$ в правую верхнюю, двигаясь только вверх и вправо по линиям сетки?
б) Сколько существует способов пройти из левой нижней вершины прямоугольника $m \times n$ в правую верхнюю, двигаясь только вверх и вправо по линиям сетки?

**6.** Найдите остаток при делении на а) 3, на б) 7 суммы $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \ldots + 98 \cdot 99 + 99 \cdot 100$.

**7.** Саша и Андрей написали на 1000 карточках числа от 0 до 999, после чего разделили карточки между собой. Каждый из них выложил свои карточки в ряд и получил длинное число. Могут ли длинные числа у Саши и Андрея совпасть?

**8.** Докажите, что $C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^{k} = C_n^k$ для любых натуральных $n \geqslant k$.

**9.** Билеты нумеруются от 000000 до 999999. Номер называется счастливым, если сумма первых трех цифр равна сумме последних трех цифр. Докажите, что сумма всех счастливых номеров делится на 1001.

**10.** Семеро козлят задумали по трjхзначному числу. Затем каждые двое сыграли в такую игру: они сравнили первые цифры своих чисел, и тот, у кого цифра больше, дал другому столько щелчков, на сколько больше его цифра; потом проделали то же самое со вторыми и третьими цифрами. Могло ли случиться так, что всего они пробили 217 щелчков?