

Клетки и кролики

1. Есть кран, раковина и два бидона ёмкостью 15 и 16 литров, можно ли отмерить 8 литров?

2. Васин лягушонок подрос и теперь прыгает по клеткам доски 12×12 , притом каждый раз только на соседнюю *по диагонали* клетку. Сможет ли он вернуться на ту клетку, с которой начинал, сделав 239 прыжков?

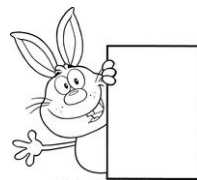
3. В классе 30 учеников. Во время контрольной работы Вася сделал 13 ошибок, а остальные — меньше. Докажите, что найдутся три ученика, сделавшие одинаковое число ошибок.

4. На квадратной площади со стороной 1 км стоит 51 памятник П.Г.Л.Дирихле. Докажите, что какие-то три памятника помещаются на квадратном участке со стороной 200 м.

5. На квадратной доске 10×10 клеток расставлены шашки, причём на всех вертикалях стоит разное (возможно, нулевое) число шашек, и на всех горизонталях стоит разное (возможно, нулевое) число шашек. Сколько всего шашек может быть на доске?

6. Найдите последнюю цифру числа а) 6^{2017} ; б) 111^{2017} ; в) 9^{2017} ; г) 2^{2017} .

7. Аделина, Алёна и Вася несколько раз бежали наперегонки. После каждого забега прибежавший первым получал три очка, вторым — два очка, а третьим — одно очко. По итогам всех забегов ребята получили поровну очков. Известно, что Вася прибегал раньше Аделины 17 раз, а раньше Алёны 12 раз. Сколько было забегов?

*Задачи для самых шустрых и домашних раздумий*

8. Числа 1, 2, ..., 9 разбиты на три группы. Докажите, что произведение чисел хотя бы в одной из групп меньше 72.

9. Григорий и Вася часто играют между собой, и записывают все результаты. Оказалось, что за каждые два месяца подряд в 2017 году Григорий в сумме чаще выигрывал, чем проигрывал. а) Может ли случиться, что в сумме за весь год чаще выигрывал Вася? б) Может ли случиться, что в сумме за первые 11 месяцев года чаще выигрывал Вася?

10. В целом числе без нулей каждая цифра, кроме первых двух, больше хотя бы одной из двух предыдущих. Какое максимальное количество цифр в нем может быть?