

Наконец-то  $C_n^k$ 

1. Найдите линейное представление НОД чисел а) 5 и 8, б) 21 и 56.
2. Найдите количество способов выбрать из  $n$  различных шаров а) 4, б)  $k$ .

**Определение 1.** Количеством способов выбрать из  $n$  различных предметов  $k$  называется *числом сочетаний из  $n$  по  $k$*  и обозначается как  $C_n^k$ . Читается «Цэ из эн по ка».

3. Сколькими способами можно расставить 12 белых и 12 черных шашек на чёрных полях шахматной доски?

4. а) Докажите, что произведение трёх последовательных целых чисел делится на 6.

б) Докажите, что произведение четырёх последовательных целых чисел делится на 24.

5. Хромой король умеет ходить только вверх, вправо и вправо-вверх. Каких путей хромого короля больше: из **a1** в **h7** или из а) **a1** в **h8**; б) **a1** в **g8**?

6. На доске написано число 1. Каждую секунду к числу на доске прибавляют сумму его цифр. Может ли через некоторое время на доске появиться число 123456?

7. В каждой клетке клетчатого квадрата  $10 \times 10$  провели по диагонали. Докажите, что можно покрасить каждый из 200 получившихся треугольников в один из трёх цветов так, чтобы треугольники одинакового цвета по стороне не граничили.

8. Лестница имеет 20 ступенек. Отрок взбирается по лестнице прыжками, делая ровно 7 прыжков. Сколькими способами отрок может преодолеть лестницу?

9. По кругу в произвольном порядке расставили десять чисел от 1 до 10. Докажите, что найдутся четыре подряд стоящих числа, сумма которых не меньше, чем 22.

10. Докажите, что доску  $m \times n$  можно разрезать на прямоугольники  $1 \times k$  тогда и только тогда, когда хотя бы одно из чисел  $m$  или  $n$  делится на  $k$ .