

Фигуры постоянной ширины

Определение 1. Шириной выпуклой фигуры в данном направлении называется расстояние между парой опорных прямых, перпендикулярных данному направлению.

Определение 2. Фигурой постоянной ширины называется выпуклая замкнутая фигура для которой ширина по каждому направлению одна и та же. Её называют диаметром данной фигуры, будем обозначать её d . Фигуру постоянной ширины будем обозначать далее F .

1 (Теорема Барбье). Периметр фигуры постоянной ширины с диаметром d равен πd

2. а) Пусть $A, B \in F$, тогда $AB \leq d$. б) Для каждой точки A на границе F есть точка $B \in F$ такая, что $AB = d$.

3. С каждой из своих опорных (параллельных) прямых кривая постоянной ширины имеет лишь по одной общей точке

4. Любые два диаметра F имеют общую точку.

5. Фигура постоянной ширины является центрально симметричной тогда и только тогда, когда она является окружностью.

Определение 3. Описанной окружностью фигуры называется окружность с наименьшим радиусом R , содержащая всю фигуру.

Определение 4. Вписанной окружностью фигуры называется окружность наибольшего радиуса r , содержащаяся полностью в фигуре.

Факт. Для любой ограниченной фигуры существует единственная описанная окружность. Для вписанной окружности это неверно в общем случае.

6. Для фигуры постоянной ширины центры вписанной и описанной окружности совпадают, причём $d = R + r$.

7. Фигура F' получается из фигуры F путём поворота F на π . Докажите, что $F + F'$ является окружностью.