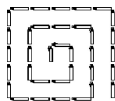


Формула, где формула?

1. Докажите, что $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.
2. На доске выписаны числа от 1 до 100. Каждую секунду какие-то два числа стираются и вместо них пишется их произведение. Какое число будет написано на доске через 99 секунд.
3. Найдите все простые числа p , что числа $p+2$ и $5p+2$ простые.
4. На стол положили 35 спичек так, как показано на рисунке. Получилась спираль, "закрученная" по часовой стрелке. Переложите четыре спички так, чтобы получилась такая же спираль, закрученная против часовой стрелки. 
5. а) Сколько существует способов пройти из левого нижнего вершины прямоугольника $2 \times n$ в правую верхнюю, двигаясь только вверх и вправо по линиям сетки?
б) Сколько существует способов пройти из левой нижней вершины прямоугольника $m \times n$ в правую верхнюю, двигаясь только вверх и вправо по линиям сетки?
6. Найдите остаток при делении на а) 3, на б) 7 суммы $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + 98 \cdot 99 + 99 \cdot 100$.
7. Саша и Андрей написали на 1000 карточках числа от 0 до 999, после чего разделили карточки между собой. Каждый из них выложил свои карточки в ряд и получил длинное число. Могут ли длинные числа у Саши и Андрея совпасть?
8. Докажите, что $C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k = C_n^k$ для любых натуральных $n \geq k$.
9. Билеты нумеруются от 000000 до 999999. Номер называется счастливым, если сумма первых трех цифр равна сумме последних трех цифр. Докажите, что сумма всех счастливых номеров делится на 1001.
10. Семеро козлят задумали по трёхзначному числу. Затем каждые двое сыграли в такую игру: они сравнили первые цифры своих чисел, и тот, у кого цифра больше, дал другому столько щелчков, на сколько больше его цифра; потом проделали то же самое со вторыми и третьими цифрами. Могло ли случиться так, что всего они пробили 217 щелчков?