

С НОВЫМ ГОДОМ

1. На квадратном торте лежит круглая мармеладка. Как одним прямолинейным разрезом разделить торт на две равные части, чтобы мармеладка также разделилась на две равные части?

2. Каким количеством способов можно выбрать из 15 морских и 13 речных пиратов команду из 11 человек так, чтобы в ней обязательно были представители обоих сообществ пиратов.

Определение 1. Натуральное число p называется *простым*, если оно имеет ровно два различных натуральных делителя. Натуральное число, не являющееся простым или 1, называется *составным*.

3. Найдите все такие натуральные p , что числа p , $2p + 1$, $4p + 1$ простые.

4. Прямоугольник, у которого одна из сторон втрое длиннее другой, разрежали на одинаковые квадратики. Оказалось, что сумма их периметров в 6 раз больше периметра исходного прямоугольника. Сколько могло получиться квадратиков?

5. На столе лежит $n > 3$ монет. За одну операцию можно перевернуть любые $n - 3$ монеты. При каких n такими операциями можно перевернуть все n монет?

6. Докажите, что число способов расставить на шахматной доске максимальное число ферзей чётно.

7. На доске выписаны числа от 1 до 100. Каждую секунду какие-то два числа стираются и вместо них пишется их сумма. Какое число будет написано на доске через 99 секунд.

8. На окружности отмечено десять точек. Сколько существует незамкнутых несамопересекающихся девятизвенных ломаных с вершинами в этих точках?

9. Первоначально на доске написано натуральное число A . Разрешается прибавить к нему любой из его делителей, отличный от A и 1. С полученным числом разрешается проделать аналогичную операцию, и т. д. Докажите, что из числа $A = 4$ можно с помощью таких операций получить любое наперёд заданное составное число.

10. Назовём лабиринтом шахматную доску 8×8 , где между некоторыми полями вставлены перегородки. Если ладья может обойти все поля, не перепрыгивая через перегородки, то лабиринт называется хорошим, иначе — плохим. Каких лабиринтов больше — хороших или плохих?

17 февраля состоится очень классное мероприятие под названием «Математический праздник». Все желающие могут принять участие, подробности <https://olympiads.mccme.ru/matprazdnik/>.

Сайт кружка <http://matemax.pythonanywhere.com>