

Последовательности и части — 2

Задача 1. Докажите, что в арифметической прогрессии с первым членом, равным 1, и разностью, равной 729, найдется бесконечно много членов, являющихся степенью числа 10.

Задача 2. Дана геометрическая прогрессия. Известно, что ее первый, десятый и тридцатый члены являются натуральными числами. Верно ли, что ее двадцатый член также является натуральным числом?

Задача 3. Решите уравнение $x^3 - [x] = 3$

Задача 4. Для данного натурального n нашли наименьшее натуральное k такое, что $[\frac{n^2}{k}] = [\frac{n^2}{k+1}]$. Найдите (выразите через n) сумму $[\frac{n^2}{k}] + k$.

Задача 5. Существуют ли такие различные натуральные числа a, b и c , что число $a + \frac{1}{a}$ равно полусумме чисел $b + \frac{1}{b}$ и $c + \frac{1}{c}$?

Задача 6. Арифметическая прогрессия состоит из целых чисел. Сумма первых n членов этой прогрессии является степенью двойки. Докажите, что n — также степень двойки.