

Пересекаются в одной точке

Задача 1. Внутри треугольника ABC расположена точка M . Ее проекции на стороны AB , AC , BC соответственно точки C_1 , B_1 , A_1 . Через середины отрезков A_1B_1 и MC провели прямую l_1 . Прямые l_2 , l_3 определяются аналогично. Докажите, что три прямые пересекаются в одной точке

Задача 2. На плоскости нарисовано три равных окружности $\omega_1, \omega_2, \omega_3$, которые попарно пересекаются дуг с другом. Пусть A_1, A_2 — точки пересечения первой и второй окружности, точки B_1, B_2 и C_1, C_2 определяются аналогично. Докажите, что прямые A_1A_2 , B_1B_2 и C_1C_2 либо пересекаются в одной точке, либо параллельны.

Задача 3. Внутри угла с вершиной M отмечена точка A . Из этой точки выпустили шар, который отразился от одной стороны угла в точке B , затем от другой стороны в точке C и вернулся в A («угол падения» равен «углу отражения»). Докажите, что центр O окружности, описанной около треугольника BCM , лежит на прямой AM .

Задача 4. Окружность ω вписана в шестиугольник $ABCDEF$ и касается его сторон в точках P, Q, R, S, T, U соответственно, причем P — середина AB , R — середина CD , T — середина EF . Докажите, что прямые PS, QT, RU пересекаются в одной точке.

Задача 5. Точки A, B, C, D, E, F лежат на одной окружности, отрезки AD, BE, CF пересекаются в одной точке. Пусть P, Q, R — середины AD, BE, CF , соответственно. Хорды AG, AH параллельны CF и BE , соответственно. Докажите, что треугольники GHD и PQR подобны.

Задача 6. На сторонах AB, BC и AC равностороннего треугольника ABC выбраны точки K, M и N соответственно так, что угол MKB равен углу MNC , а угол KMB равен углу KNA . Докажите, что NB — биссектриса угла MNK .

Задача 7. Четырёхугольнике $ABCD$ угол $\angle BDC = 2\angle BAC$, а угол $\angle BDA = 2\angle ACB$. Докажите, что треугольник ADC равнобедренный.