

Делимость набирает обороты

1. Можно ли монетами в 14 и 35 шиллингов заплатить без сдачи сумму в 2013 шиллингов?
2. а) $a + 1$ делится на 3. Докажите, что $4 + 7a$ делится на 3.
б) $2 + a$ и $35 - b$ делятся на 11. Докажите, что $a + b$ делится на 11.
3. Сколько есть 6-значных чисел, у которых не более одной чётной цифры?
4. В карьере добыли 36 камней. Их веса составляют арифметическую прогрессию: 490 кг, 495 кг, 500 кг, ..., 665 кг. Можно ли увезти эти камни на семи трёх-тонных грузовиках?
5. Сколькими способами можно переставить буквы в слове ОГОРОД так, чтобы три буквы О не шли подряд?
6. а) Докажите, что если сумма любых двух из трёх чисел делится на 3, то и сумма всех трёх чисел делится на 3.
б) Докажите, что если сумма любых трёх из четырёх чисел делится на 4, то и каждое число делится на 4.
7. Сколько существует 9-значных чисел, сумма цифр которых чётна?
8. 2018 долларов разложили по кошелькам, а кошельки разложили по карманам. Известно, что всего кошельков больше, чем долларов в любом кармане. Верно ли, что карманов больше, чем долларов в каком-нибудь кошельке? (Класть кошельки один в другой не разрешается.)
9. В однокруговом чемпионате по футболу участвовали 16 команд из 16 разных школ. Каждый матч проходил в одной из школ-участниц. Могло ли по окончании чемпионата случиться, что каждая команда сыграла во всех школах, кроме своей?
10. Можно ли поверхность куба оклеить без перекрытий а) 16-ю одинаковыми прямоугольниками? б) 15-ю одинаковыми прямоугольниками?