

Последний листик

Задача 1. Докажите, что полный граф на 5 вершинах нельзя нарисовать на плоскости без самопересечений.

Задача 2. С помощью бинোма Ньютона докажите, что а) $C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n = 2^n$; б) $C_n^0 - C_n^1 + \dots + (-1)^n C_n^n = 0$.

Задача 3. Докажите, что любой планарный граф можно раскрасить правильным образом в 6 цветов.

Задача 4. На плоскости отмечены вершины правильного p -угольника, где p - простое число.

а) Посчитайте число замкнутых ориентированных ломанных, проходящих по всем вершинам этого p -угольника.

б) Будем считать одинаковыми ломанные, переходящие друг в друга при повороте. Сколько теперь есть различных ломанных?

Задача 5. Есть три дома и три колодца. Можно ли так проложить дорожки между домами и колодцами, чтобы от каждого дома к каждому колодцу вела дорожка, и никакие две дорожки не пересекались бы. Мосты строить нельзя.