

Весна пришла, комбинаторика прилетела

1. На клетчатой бумаге отметили 100 клеток. а) Докажите, что из них можно выбрать 50 так, чтобы среди выбранных клеток не было соседних по стороне. б) Докажите, что из них можно выбрать 25 так, чтобы среди выбранных клеток не было соседних по стороне углу.

2. Докажите, что разность пятизначного числа и числа, записанного теми же цифрами, но в обратном порядке, делится на 11.

3. а) Докажите, что из любых 11 натуральных чисел можно выбрать два таких, что их разность делится на 10.

б) Докажите, что из любых 6 натуральных чисел можно выбрать два таких, что их разность или сумма делится на 10.

4. В арсенале настоящего пирата 6 пистолетов, 7 сабель и 3 дубины (и всё обязательно различное).

а) Чтобы дравить палубу ему надо взять ровно оружие. Сколько вариантов снарядиться дравить палубу?

б) Чтобы пойти в плаванье ему надо по одному оружию разного типа. Сколько вариантов снарядиться пирату в плаванье?



5. Натуральное число назовём тройным, если оно представимо в виде суммы трёх трёхзначных чисел $\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab}$, где a, b, c – различные ненулевые цифры. Сколько существует тройных чисел?

6. Из доски 8×8 вырезали одну клетку так, что остаток можно разрезать на прямоугольники 3×1 . Где могла находиться вырезанная клетка?

7. В пиратской команде а) 100, б) 101 человек. Каждый вечер трое пиратов выходят устраивают весёлую драку. Можно ли составить график драк так, чтобы любые два пирата ровно один раз подрались друг с другом?

Задачи для самых шустрых и домашних раздумий

8. Над озерами летели Бабки-Ежки. На каждом садилась половина тех из них, кто летел, и еще полБабки-Ежки, остальные летели дальше. Все сели на 7 озерах. Сколько было Бабок-Ежек?

9. Можно ли расставить на доске а) 6×6 , б) 8×8 шесть (восемь) ферзей так, чтобы они не били друг друга?

10. На доске написаны числа от 1 до 100. Разрешается стереть любые два числа и написать вместо них их разность. Может ли после 99 таких операций остаться число 1?