

Конструирование или как последовательно добиваться успеха

Задача 1. В городе живут n жителей. Как-то они узнали все по анекдоту и стали звонить друг другу и обмениваться всеми анекдотами, которые знают к моменту звонка. Докажите, что если а) $n = 4$, то все могут узнать все анекдоты, сделав не больше 5 звонков. б) Если $n = 5$, то им хватит всего 7 звонков. в) $n = k$, то хватит $2k - 3$ звонка.

Задача 2. Незнайка придумал, как шахматным конем обойти все клетки доски 5×5 , побывав на каждой клетке ровно один раз. Он показал решение Знайке, после чего Знайка заявил, что теперь он знает, как обойти конем любую доску $5n \times 5n$. Что придумал Незнайка и что придумал Знайка?

Задача 3. Есть 10 одинаковых бочек. Из них 9 ? доверху заполнены вином своего сорта, а десятая пустая. Можно переливать из любой бочки в любую любое количество вина. Докажите, что можно сделать так что каждая из 10 бочек будет на $9/10$ заполнена равномерной смесью 9 вин.

Задача 4. В каждой клетке шахматной доски стоит 0. Разрешается выбрать любые две клетки, соединенные ходом коня, и увеличить на 1 стоящие в них числа. Можно ли добиться того, чтобы в клетках оказались числа $1, 2, \dots, 64$ (не обязательно идущие по порядку)?

Задача 5. На прямой расположена фишка. Петя и Вася играют в такую игру: Вася называет положительное число, не большее 1, а Петя двигает фишку вправо или влево (по своему выбору) на расстояние, названное Васей. При этом Пете запрещается 10 раз подряд двигать фишку в одну сторону. Может ли Вася называть такие числа, чтобы через некоторое число ходов фишка гарантированно оказалась сдвинутой вправо на расстояние, большее 2008?