

Передай другому

1. Двое играющих наперегонки едят яблоки. Вначале первый выбирает яблоко, затем второй — любое из оставшихся яблок, и они одновременно начинают есть. Они едят с одинаковой скоростью, и тот, кто доел, берет следующее яблоко. Кто из них сможет съесть больше и на сколько при любых действиях второго, если вначале есть 3 яблока весами 160 г, 140 г и 90 г?

2. Имеется 100 камней. За один ход можно брать 2, 3 или 4 камня. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?

3. На доске написано число 2. За ход можно к записанному числу прибавить один из его делителей отличный от самого этого числа. Проигрывает тот, кто получит число большее 1000. Докажите, что у первого игрока есть выигрышная стратегия.

4. Имеется клетчатая шоколадка $m \times n$. За ход можно съесть дольку и все другие дольки, которые находятся не выше и не левее ее. Проигрывает тот, кто откусывает последнюю клетку (там яд). Кто выигрывает при правильной игре?

5. Игра в “двойные шахматы” ведется также, как и в обычные, только игроки делают по 2 хода за раз. Докажите, что в этой игре у второго игрока не может быть выигрышной стратегии.

6. 100 карточек в стопке пронумерованы числами от 1 до 100 сверху вниз. Двое играющих по очереди снимают сверху по одной или несколько карточек и отдают противнику. Выигрывает тот, у кого первого произведение всех чисел на карточках станет кратно 1000000. Может ли кто-то из игроков всегда выигрывать независимо от игры противника?

7. На доске написаны числа от 1 до 2007. За ход разрешается вычеркнуть любое число вместе со всеми его делителями. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?

8. От клетчатой доски $m \times n$ ($m > 2$, $n > 2$) осталась только рамка ширины 1. За один ход можно выпилить одну или несколько клеток, образующих прямоугольник, лишь бы при этом оставшая часть не распалась на два куска. Кто не может сделать хода — проигрывает. Кто из игроков может выигрывать независимо от игры противника?

9. В Черноморском казино Остап Бендер играет с крупье в фишки. Игра состоит в том, что игроки по очереди (крупье — первым, Остап — вторым) перекладывают фишки с черного поля стола на красное. За один ход можно переложить не меньше одной фишки и не больше, чем уже есть на красном поле. Побеждает тот, кто положил на красное поле последнюю фишку. До начала игры на красном поле лежат 10 фишек, а на черном — некоторое известное Остапу количество (но не ноль). У Остапа в кармане лежат 10 фишек, которые он может до начала игры незаметно подбросить: некоторые — на красное, а некоторые — на черное. Докажите, что он сможет выиграть.

Сайт кружка <http://matemax.pythonanywhere.com>