

Дрессированный лягушонок и другие друзья Васи

1. Остров Ваал населен вегетарианцами, которые всегда говорят правду, и каннибалами, которые всегда лгут.

а) Островитянин А в присутствии другого островитянина В говорит: «По крайней мере один из нас — каннибал». Кто такой А и кто такой В?

б) Встретились несколько аборигенов, и каждый из них заявил всем остальным: «Вы все — каннибалы». Сколько вегетарианцев могло быть среди этих аборигенов?

2. а) Четно или нечетно число $101 + 102 + 103 + 104 + \dots + 197 + 198 + 199 + 200$?

б) На сколько сумма всех четных чисел первой сотни (т.е. $2 + 4 + 6 + \dots + 96 + 98 + 100$) больше суммы всех нечетных чисел первой сотни (т.е. $1 + 3 + 5 + \dots + 97 + 99$)?

3. У Васиного друга Пети есть гири с весами: а) 1 г, 2 г, 3 г, ..., 12 г. б) 1 г, 2 г, 3 г, ..., 13 г. в) 1 г, 2 г, 3 г, ..., 14 г. Можно ли разложить эти гири на три кучки равного веса?

4. Вася приобрел 35 гирь по 2 грамма каждая и 5 гирь по 4 грамма каждая. Можно ли разложить их на две кучки равного веса?

5. Вася приобрел дрессированного лягушонка, который умеет прыгать по прямой дорожке на 1 см вправо или влево. Может ли случиться так, что лягушонок сделает ровно 25 прыжков и вернется в исходное положение?



6. В углу клетчатой доски 8×8 сидит дрессированный лягушонок, который умеет прыгать в соседнюю по стороне клетку. Может ли он за 25 прыжков добраться в противоположный угол доски?

7. На шахматной доске стоят 8 ладей, причем ни одна из них не бьет ни одну из других. Хулиган Вася взял острый ножик и разрезал доску на четыре квадрата 4×4 . Докажите, что в левый-верхний квадрат 4×4 попало столько же ладей, сколько в правый нижний квадрат 4×4 .

Задачи для самых шустрых и домашних раздумий

8. Можно ли числа от 1 до 21 разбить на несколько групп, в каждой из которых имеется число, равное сумме всех остальных?

9. Новый корпус для пятиклассников имеет форму квадрата 6×6 . Маляр обошёл часть комнат, переходя каждый раз в соседнюю комнату. В каждой комнате, где он был, маляр покрасил пол в оранжевый цвет (возможно несколько раз). Может ли среди комнат с оранжевым полом быть 12 таких, которые имеют общую стену ровно с одной оранжевой?

10. Докажите, что а) число $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 99 \cdot 100$ меньше, чем 100^{100} ; б) меньше чем 99^{98} .

Отметим, что число $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 99 \cdot 100 = 100!$ называется факториалом, читается «сто факториал». А 100^{100} это число которое получается умножением сто раз числа 100 на само себя: $100^{100} = \underbrace{100 \cdot 100 \cdot 100 \cdot \dots \cdot 100}_{100 \text{ раз}}$, а

$$99^{98} = \underbrace{99 \cdot 99 \cdot 99 \cdot \dots \cdot 99}_{98 \text{ раз}}$$

Сайт кружка <http://matemax.pythonanywhere.com>