Разнобой

1. Напомним, что число $e = \lim\limits_{n->\infty} \sum\limits_{i=0}^{n} \frac{1}{i!}$. Докажите, что e иррационально.

2. Все коэффициенты непостоянного многочлена — целые числа по модулю, не превосходящие 2015. Докажите, что любой положительный корень многочлена больше чем $\frac{1}{2016}$

3. Пусть n — натуральное число. На $2n+1$ карточках написано по ненулевому целому числу; сумма всех чисел также ненулевая. Требуется этими карточками заменить звёздочки в выражении $*x^{2n}+*x^{2n-1}+\ldots+*x+*$ так, чтобы полученный многочлен не имел целых корней. Обязательно ли это можно сделать?

4. На сторонах AB и BC параллелограмма $ABCD$ выбраны точки A_1 и C_1 соответственно. Отрезки AC_1 и CA_1 пересекаются в точке P. Описанные окружности треугольников AA_1P и CC_1P вторично пересекаются в точке Q, лежащей внутри треугольника ACD. Докажите, что $\angle PDA = \angle QBA$.

5. В некоторых клетках доски 10×10 поставили k ладей, и затем отметили все клетки, которые бьет хотя бы одна ладья (считается, что ладья бьет клетку, на которой стоит). При каком наибольшем k может оказаться, что после удаления с доски любой ладьи хотя бы одна отмеченная клетка окажется не под боем?