

Вспомнить всё +

1. Найдите линейное разложение НОД чисел 35 и 1543.
2. Найдите количество решений уравнения $x + y + z + t = 28$ а) в натуральных числах, б) в целых неотрицательных.
3. Вычеркните из произведения $1! \cdot 2! \cdot 3! \cdot \dots \cdot 79! \cdot 80!$ один из восьмидесяти факториалов, чтобы оставшееся произведение было квадратом целого числа.
4. Натуральное число называется удивительным, если самый большой его собственный делитель на 1 больше, чем квадрат самого маленького собственного делителя. Найдите все удивительные числа и докажите, что других нет.
5. а) Каким наименьшим числом гирь можно набрать все веса 1 г, 2 г, 3 г, ..., 31 г? (гири можно класть только на одну чашку весов).
б) Какое наименьшее число гирь должно быть в наборе, чтобы с его помощью можно было отмерить на чашечных весах веса 1 г, 2 г, ..., 13 г? (Гири можно класть на обе чашки весов).
6. a и b — взаимно простые натуральные числа. В доме есть лифт с двумя кнопками, одна из которых поднимает лифт на a этажей вверх, а вторая опускает на b этажей вниз, если это возможно (например, на последнем этаже первая кнопка не работает). Докажите, что на этом лифте можно попасть с любого этажа на любой другой, если высота дома не меньше $a + b$.