

## Осенняя учебная олимпиада

1. В холодильнике у дракона 47 пироженых. Дракон будет сыт, если съест не меньше, чем 44 пироженых. Каким количеством способов дракон может насытиться?

2. Натуральное число называется палиндромом, если оно не изменяется при выписывании его цифр в обратном порядке (например, 626 — палиндром, а 2013 — нет). Представьте число 2013 в виде суммы двух палиндромов двумя разными способами (представления, отличающиеся только порядком слагаемых, считаются одинаковыми).

3. В классе несколько парт. Оказалось, что ровно половина всех девочек сидят рядом с мальчиками, а мальчиков и девочек, сидящих в одиночку за партой, поровну. Докажите, что мальчиков в классе чётное число.

4. 2011 человек стоят по кругу. Каждый из них — рыцарь, всегда говорящий правду, или лжец, который всегда лжёт. Каждый из 2011 человек сказал: «Все кроме, возможно, меня и моих соседей — лжецы». Сколько может быть лжецов среди этих 2011 человек?

5. На бал пришли 30 юношей и 30 девушек. После вечера танцев оказалось, что все юноши танцевали с одним и тем же количеством девушек, а девушка Оля танцевала ровно с 15 юношами. Докажите, что какие-то две девушки танцевали с одним и тем же количеством юношей.

6. Есть 100 шкафчиков. Дверь каждого шкафчика может быть или открыта или закрыта. Все шкафчики изначально открыты. Васю попросили пройти по всем шкафчикам и закрыть все двери. После первого прохода попросили еще раз пройти и поменять состояние шкафчика (в данном случае открыть двери) у каждого второго шкафчика. На третьем проходе Васю попросили поменять состояние каждого третьего шкафчика и т.д. Сколько шкафчиков будут находиться в открытом состоянии после 100-го прохода?



7. В пятизначном числе  $m$  цифры идут в строго возрастающем порядке. Число  $n$  образовано теми же цифрами, идущими в обратном порядке. Найдите сумму цифр числа  $n - m$ .

8. На окружности отмечено 300 точек: по 100 точек синего, красного и зелёного цветов. Докажите, что можно провести 150 отрезков с концами в этих точках, соблюдая такие правила: 1) никакие два отрезка не пересекаются (даже в концах); 2) концы каждого отрезка — разного цвета.

**Занятий 3-го ноября не будет.**

**Олимпиада письменная.** Если по каким-то причинам вас не будет на следующем, то можно прислать на почту, адрес на сайте. Просьба все решения оформлять в отдельной тоненькой тетрадке более или менее аккуратно, пояснять все переходы максимально подробно.

Сайт кружка <http://matemax.pythonanywhere.com>