Перед многоборьем

Задача 1. Для данного натурального n нашли наименьшее натуральное k такое, что $[\frac{n^2}{k}] = [\frac{n^2}{k+1}]$. Найдите (выразите через n) сумму $[\frac{n^2}{k}] + k$.

Задача 2. Пусть каждое из натуральных чисел $n, n+1, n+2$ делится на квадрат любого своего простого делителя. Докажите, что число n делится на куб некоторого своего простого делителя

Задача 3. Про целые числа x, y, z известно, что $(x-y)(y-z)(z-x) = x+y+z$. Докажите, что $x+y+z$ делится на 27.

Задача 4. Известно, что числа $2n+1$ и $3n+1$ — квадраты целых чисел. Может ли быть простым число $5n+3$.

Задача 5. Докажите, что натуральных чисел, не представимых в виде суммы двух кубов натуральных чисел, бесконечно много.