

Алгоритм Евклида-2

1. Найдите $(123456789, 123498765)$.
2. С помощью алгоритма Евклида докажите, что для любых натуральных чисел a и b существуют такие целые числа x и y , что $ax + by = (a, b)$ (линейное разложение НОД).
3. Найдите а) $(\underbrace{11 \dots 11}_6, \underbrace{11 \dots 11}_{15})$, б) $(\underbrace{11 \dots 11}_m, \underbrace{11 \dots 11}_n)$.
4. У фальшивомонетчика Пети имеется неограниченный запас 1993-рублевых купюр. Жетон метро стоит n рублей, где $n < 1993$, а в кассе есть всего 1 рубль сдачи. Докажите, что несмотря на это Петя сможет купить несколько (менее 1993) жетонов в данной кассе.
5. Обозначим через $n?$ (“ n вопросил”) произведение всех простых чисел, меньших n (для натуральных $n \geq 3$). Найдите все натуральные n такие, что $n? \leq n$.
6. В странах Диллии и Даллии денежными единицами являются диллеры и даллеры соответственно, причем в Диллии диллер меняется на 10 даллеров, а в Даллии даллер на 10 диллеров. Начинаящий финансист имеет один диллер и может свободно переезжать из одной страны в другую и менять свои деньги в обеих странах. Докажите, что количество даллеров у него никогда не сравняется с количеством диллеров.
7. Есть три кучки камней: в первой 51 камень, во второй – 49, а в третьей – 5. Разрешается объединять любые кучки в одну, а также разделять кучку, состоящую из чётного числа камней, на две равные. Можно ли получить 105 кучек по одному камню в каждой?