

Вспомнить всё

1. Найдите остаток выражения $4^{100} - 3^{101} \cdot 2^{102}$ при делении на 7.
2. Найдите все такие простые p , что числа $4p + 1$, $20p + 1$ также являются простыми.
3. Из десяти офицеров различных званий пятеро должны уехать в командировку. Сколькими способами они могут это сделать, если генерал, полковник и майор одновременно уезжать не должны?
4. На доске написаны числа от 1 до 20. Разрешается выбрать любую пару чисел (x, y) заменить их на число $3x + 5y$. Может ли после нескольких таких операций на доске остаться число 2005?
5. Сорока-ворона кашу варила, деток кормила. Первому дала. Второму дала побольше. Третьему столько, сколько первым двум вместе взятым. Четвертому – сколько второму и третьему. Пятому – сколько третьему и четвертому. Шестому – сколько четвертому и пятому. А седьмому не дала – каша кончилась! Известно, что пятому досталось 10г каши. Сколько каши сварила сорока-ворона?
6. Когда встречаются двое коротышек из Цветочного города, то один дарит другому василек, а второй в ответ две ромашки. Могло ли случиться так, что за день каждый из 100 жителей города подарил по 10 цветков?
7. В банке находятся несколько свежесвылупившихся сикорахи. Каждый день сикорахи увеличивают свою массу на 1 г. Иногда они встречаются; если встречаются две разнополые сикорахи, то они откладывают яйцо, из которого через день вылупляется новая сикораха. Если встречаются однополые сикорахи разной массы, то большая съедает меньшую, прибавляя её вес к своему. Однополые сикорахи одинаковой массы расползаются. Может ли в конце концов в банке остаться одна здоровенная сикораха?
8. Докажите, что $\frac{2008!}{(251!)^8}$ – целое число.
9. На сколько нулей может оканчиваться число $1^n + 2^n + 3^n + 4^n$ при натуральных n ?
10. Алфавит некой иноземной мовы состоит из n букв. Последовательность букв называется словом тогда и только тогда, когда между любыми двумя одинаковыми буквами все буквы различны. Найдите количество всех слов в этой мове, имеющих длину $3n$.