

## Комбинаторика

1. В классе 16 учеников. Каждый месяц учитель делит класс на две группы. Какое наименьшее количество месяцев должно пройти, чтобы любые два ученика в какой-то из месяцев оказались в разных группах?
2. На координатной плоскости рисуются всевозможные несамопересекающиеся ломаные, все вершины которых имеют целые координаты, а звенья параллельны координатным осям. Обозначим через  $L_n$  число таких ломаных, выходящих из начала координат и имеющих длину  $n$ . Докажите, что  $4 \cdot 2^n - 4 \leq L_n \leq 4 \cdot 3^{n-1}$ .
3. Сколько различных фигур можно построить из данного правильного  $n$ -угольника и  $n$  кругов попарно различных радиусов, если каждая сторона  $n$ -угольника должна касаться в своей середине ровно одного из данных кругов и наоборот, каждый круг должен касаться ровно одной стороны  $n$ -угольника? Две фигуры считаются одинаковыми, если одну из другой можно получить некоторым движением.
4. В языке племени АУ две буквы — “а” и “у”. Некоторые последовательности этих букв являются словами, причём в каждом слове не больше 13 букв. Известно, что если написать подряд любые два слова, то полученная последовательность букв не будет словом. Найдите максимальное возможное количество слов в таком языке
5. В стране есть несколько городов, соединенных дорогами. Каждая дорога соединяет только два города, и на ней введено одностороннее движение; при этом пара городов соединена не более чем одной дорогой. Выехав из любого города, нельзя в него вернуться. Известно, что из города А в город В можно проехать ровно 2006 способами. Найдите минимальное возможное число городов в стране.