

Индукция, продолжение

1. Докажите, что $1 \cdot 4 + 2 \cdot 7 + \dots + n(3n + 1) = n(n + 1)^2$.
2. Известно, что $x + \frac{1}{x} \in \mathbb{Z}$. Докажите, что $x^n + \frac{1}{x^n} \in \mathbb{Z}$ для любого натурального n .
3. На сколько частей разбивают плоскость n прямых общего положения? (Никакие две из них не параллельны, никакие три из них не проходят через одну точку.)
4. Пусть a — сумма цифр числа 4444^{4444} , а b — сумма цифр числа a . Найдите сумму цифр числа b .
5. В стране любые два города соединены дорогой с односторонним движением. Доказать, что можно проехать по всем городам, побывав в каждом городе ровно по одному разу.
6. В стране 100 городов, некоторые из которых соединены авиалиниями. Известно, что из любого города можно долететь до любого другого. Докажите, что можно облететь все города, совершив не более а) 198; б) 196 перелетов.