

Инверсия-2

- При инверсии касающиеся окружности переходят или в касающиеся окружности или в касающиеся окружность и прямую, или в пару параллельных прямых. То же для образа касающихся окружности и прямой или пары параллельных прямых.

1. Постройте с помощью циркуля и линейки окружность, касающуюся трех данных окружностей, имеющих общую точку. Проведите исследование.

2. Постройте окружность, проходящую через две данные точки и касающуюся данной окружности

Определение 1. Пусть окружности пересекаются в точке P . Углом между окружностями в точке P называется угол между касательными к этим окружностям, проведенными в этой точке.

Окружности называются *ортогональными*, если угол между ними равен 90° .

Угол между прямой и окружностью определяется аналогично.

3. а) Постройте взаимно перпендикулярные окружность и прямую.
б) Докажите, что угол между пересекающимися окружностями (или окружностью и прямой) не зависит от выбора точки пересечения.
4. Докажите, что угол между двумя линиями (окружностями или прямыми) равен углу между их образами при инверсии. Сколько случаев достаточно рассмотреть?
5. Проведите через данную точку окружность, перпендикулярную двум данным окружностям.
6. Пусть G — описанная окружность треугольника ABC . Окружность с центром в точке O касается отрезка BC в точке P , и дуги BC окружности G , не содержащей точки A в точке Q . Докажите, что, если $\angle BAO = \angle CAO$, то $\angle PAO = \angle QAO$.