

Вписанные углы-2

Задача 1. Даны две окружности с центрами O_1 , O_2 , которые пересекаются в точках A и B . Через точку A и O_1 проводят прямую, пересекающую первую окружность в точке C . Через точку A и O_2 проводят ещё одну прямую, которая пересекает вторую окружность в точке D . Докажите, что точки B, C, D лежат на одной прямой.

Задача 2. В треугольник ABC вписана окружность, касающаяся сторон AB и AC в точках D и E . Докажите, что центр окружности, вписанной в треугольник ADE , лежит на первой окружности.

Задача 3 (Лемма о трезубце). Биссектриса угла A треугольника ABC пересекает описанную окружность в точке A_1 . Докажите, что $BA_1 = CA_1 = IA_1$, где I — точка пересечения биссектрис.

Задача 4. Пусть BB_1 — биссектриса неравнобедренного треугольника ABC с углом $\angle B = 48^\circ$. Из точки O , лежащей на луче BB_1 , опустили перпендикуляр OH на сторону AC . Оказалось, что $AH = HC$. Найдите угол $\angle OAC$.

Задача 5. AA_1 и BB_1 — высоты остроугольного треугольника ABC , O — центр описанной окружности. Докажите, что прямые A_1B_1 и CO перпендикулярны.

Задача 6. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AA_1 , BB_1 и CC_1 . Докажите, что точка, симметричная A_1 относительно прямой AC , лежит на прямой B_1C_1 .