

## Суббота 14-ое

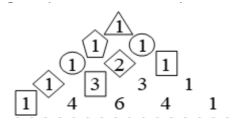
1. Докажите, что  $n$ -ое число Фибоначчи равно:

$$F_n = \frac{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n}{\sqrt{5}}$$

2. Каждая грань кубика разбита на 4 квадрата. Некоторые стороны этих квадратов раскрасили в красный цвет – всего 26 сторон. Докажите, что на поверхности кубика найдется замкнутая ломаная из красных отрезков.

3. а) Докажите, что суммы чисел, стоящих на диагоналях снизу вверх направо в треугольнике Паскаля равны числам Фибоначчи.

б) Запишите полученный результат через числа сочетаний.



4. В выпуклом многограннике все грани пятиугольники или шестиугольники. В каждой вершине сходится три ребра. Сколько всего пятиугольных граней?

5. Докажите, что сумма восьми последовательных чисел Фибоначчи не может быть числом Фибоначчи.

6. Среди нескольких команд провели круговой турнир по волейболу (каждая команда сыграла с каждой по одному разу, ничьих не бывает). Команда А называется сильнее команды В, если А выиграла у В или, если есть команда С, которая выиграла у В и проиграла А. Доказать, что победитель турнира (набравший наибольшее число очков) сильнее всех.

7. В стране 15 городов, некоторые из них соединены авиалиниями, принадлежащими трем авиакомпаниям. Известно, что даже если любая из авиакомпаний прекратит полеты, можно будет добраться из любого города в любой другой (возможно, с пересадками), пользуясь рейсами оставшихся двух компаний. Какое наименьшее количество авиалиний может быть в стране?