

Все в сборе

1. Сколько различных можно составить из букв слов а) «ОПЯТЬ», б) «СОСТАВЛЯТЬСЛОВА».

Определение 1. Целое число k делится на целое число $l \neq 0$ означает, что существует такое целое число n , что $k = ln$. Обозначается $k:l$ (k делится на l).

2. а) Докажите, что если $a:n$ и $b:n$, то $a+b:n$. б) Докажите, что если $a:n$ и $a+b:n$, то $b:n$.

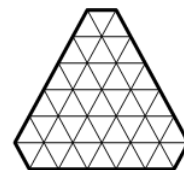
3. Докажите, что сумма пяти последовательных чисел делится на 5.

4. а) Каким числом способов из 10 горшков можно выбрать один для фикуса, один для крокуса, и один для кактуса? б) А каким числом способов из 10 горшков можно выбрать три, чтобы посадить в них гладиолус?

5. Три последовательных двузначных числа выписали друг за другом. Докажите, что полученное число не делится на 37.

6. Можно ли шестиугольный торт разрезать на 23 равных куса по указанным линиям?

7. Куб со стороной 10 разбит на 1000 кубиков, и в каждом кубике записано число. Сумма чисел в каждом столбике из десяти кубиков (рассматриваются столбики всех трех направлений) равна 1. В одном из кубиков записано число 40. Через этот кубик проходит три слоя $1 \times 10 \times 10$, параллельных граням куба. Найдите сумму всех чисел вне этих слоев.



8. Найдите все такие натуральные числа, что как в десятичной записи самого числа, так и в десятичной записи его квадрата встречаются только нули и единицы. Квадрат числа — это число, умноженное на себя (например, квадрат числа 3 равен 9).

9. Вновь назначенный директор НИИ Правды узнал, что все его 100 сотрудников — либо рыцари, которые всегда говорят правду, либо лжецы, которые всегда лгут, причём среди сотрудников есть и те, и другие. Директор спросил у каждого, сколько лжецов среди сотрудников НИИ. Может ли директор, получив ответы, пригласить к себе некоторых сотрудников и, спросив каждого из них, сколько лжецов среди приглашённых, выяснить про каждого сотрудника НИИ, рыцарь он или лжец?



10. Сколько способов расставить по парам 12 шестиклассников?