

## Числа Фибоначчи и Ко

**Определение 1.** Последовательность чисел, заданная условиями:  $F_1 = F_2 = 1, F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ , называется **последовательностью чисел Фибоначчи**.

**Задача 1.** Выпишите первые 12 чисел Фибоначчи.

**Задача 2.** Каким количеством способов можно подняться на  $n$ -ю ступеньку, если можно шагать только на одну или две ступеньки вверх?

**Задача 3.** Доску  $2 \times n$  разрезают на доминошки (прямоугольники  $2 \times 1$ ).

- а) Выясните, сколькими способами это можно сделать для  $n = 1, 2, 3, 4$ .
- б) Что за последовательность получается? Сформулируйте гипотезу, а потом докажите её.

**Задача 4.** У дрессировщика имеется очень много львов и тигров. Он хочет выстроить на арене цирка шеренгу из  $n$  зверей. Двух тигров рядом ставить нельзя.

- а) Найдите число различных шеренг при  $n=1, 2, 3, 4$ .
- б) Сформулируйте и докажите общую гипотезу.

**Задача 5.** Найдите **НОД** двух соседних чисел Фибоначчи.

---

**Задача 6.** Докажите, что в любой стране можно ввести одностороннее движение так, что если человек выехал из какого-то города, то он не мог в него вернуться, не нарушая правила ПДД.

**Задача 7.** На доске было написано несколько чисел, среднее арифметическое которых равно 20. После того, как Ваня стер одно из чисел, среднее арифметическое стало равно 19. А если бы Ваня, вместо того, чтобы стирать, дописал бы число, равное стертому, то среднее арифметическое чисел на доске было бы равно 20,5. Сколько чисел написано на доске и какое число стер Ваня?

**Задача 8.** Дано натуральное число  $A$ . В нём как-то переставили цифры и получили число  $B$ . Известно, что число  $A - B$  записывается  $k$  единицами. Найдите наименьшее возможное значение  $k$ .

**Задача 9.** Какое наибольшее число коней можно расставить на шахматной доске  $8 \times 8$ , так чтобы каждый бил не более семи из остальных?

**Задача 10.** Дано натуральное число  $A$ . В нём как-то переставили цифры и получили число  $B$ . Известно, что число  $A - B$  записывается  $k$  единицами. Найдите наименьшее возможное значение  $k$ .