

## Перед многоборьем-2

**Задача 1.** Ребра графа, в котором каждая вершина степени 3, раскрашены в три цвета так, что из каждой вершины выходят ребра трех разных цветов. Докажите, что при удалении любого ребра граф останется связным.

**Задача 2.** В какое наибольшее число цветов можно раскрасить доску  $8 \times 8$  так, чтобы каждая клетка граничила по стороне хотя бы с двумя клетками своего цвета?

**Задача 3.** В стране 15 городов, некоторые из них соединены авиалиниями, принадлежащими трем авиакомпаниям. Известно, что даже если любая из авиакомпаний прекратит полеты, можно будет добраться из любого города в любой другой (возможно, с пересадками), пользуясь рейсами оставшихся двух компаний. Какое наименьшее количество авиалиний может быть в стране?

**Задача 4.** Хромой король может ходить на любую соседнюю по стороне или углу клетку доски, кроме верхней и нижней (не более 6 возможных ходов с каждой клетки). Может ли хромой король обойти все клетки доски  $9 \times 9$ , побывав на каждой клетке по одному разу?

**Задача 5.** Квадрат  $99 \times 99$  разрезан по границам клеток на прямоугольники. Докажите, что найдется часть, чей периметр делится на 4.