


Седьмая

1. Докажите, что на шахматной доске 100×100 чёрных и белых клеток поровну.
2. В компьютерном классе может находиться не менее 3 и не более 12 компьютеров. В городе 91 школа, в каждой из которых имеется компьютерный класс. Докажите, что найдется, по крайней мере, 10 школ, в компьютерных классах которых стоит одинаковое число компьютеров.
3. а) Найдите сумму всех нечётных чисел от 1 до 19. б) Докажите равенство $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 3) + (2n - 1) = n^2$.
4. Какое наибольшее количество не бьющих друг друга королей можно поставить на шахматную доску?
5. На каждой клетке доски 5×5 сидит один дрессированный лягушонок. По команде «Ква!» каждый лягушонок перепрыгивает по диагонали на одну клетку. Докажите, что после команды «Ква!» хотя бы на 5 клетках не будет лягушат. 
6. Докажите, что в компании из 10 школьников найдутся двое, у которых одинаковое число друзей среди этих школьников.
7. Разложите а) 55, б) 100 орехов на 10 кучек так, чтобы в них было разное число орехов, но никакую из куч нельзя было бы разбить на две так, чтобы получилось 11 кучек с разным числом орехов.

Задачи для самых шустрых и домашних раздумий

8. Числа 1, 2, ..., 9 разбиты на три группы. Докажите, что произведение чисел хотя бы в одной из групп не меньше 72.
9. Можно ли разрезать прямоугольник 4×5 на 5 различных фигурок «тетрамино» (фигурки, составленные из четырех клеток, как-то примыкающих друг к другу по стороне)?
10. В стране Арагонии жили 100 рыцарей, 99 принцесс и 101 дракон. Рыцари убивают драконов, драконы едят принцесс, а принцессы изводят до смерти рыцарей. Древнее заклятие запрещает убивать того, кто сам погубил нечетное число других жителей. Сейчас в Арагонии остался всего один житель. Кто это?