

Их что-то объединяет (ну кроме последней)

1. Докажите, что треугольник с целочисленными координатами вершин имеет целую или полую площадь.
2. «Дельфин» — фигура, которая ходит на одно поле вверх, вправо или по диагонали влево вниз. Может ли «дельфин», начиная из левого нижнего угла, обойти всю шахматную доску, побывав в каждой клетке ровно один раз?
3. На плоскости отмечено 5 точек с целыми координатами. Докажите, что найдутся такие две точки, что середина отрезка, их соединяющего также имеет целые координаты
4. На шахматной доске 9×9 стоят 9 ладей, не бьющих друг друга. Каждую ладью передвинули шагом коня. Докажите, что теперь есть бьющие друг друга ладьи.
5. Существует ли такая сетка из параллелограммов на плоскости в вершинах которой можно нарисовать правильный пятиугольник?
6. В вершинах квадрата сидят четыре кузнечика. Они прыгают в произвольном порядке, но не одновременно. Каждый кузнечик прыгает в такую точку, которая симметрична точке, в которой он находился до прыжка, относительно центра тяжести трёх других кузнечиков. Может ли в какой-то момент один кузнечик приземлиться на другого? (Кузнечики точечные.)
7. Пусть M — середина стороны BC остроугольного треугольника ABC ; точка O — центр описанной окружности. P и Q основания перпендикуляров, опущенных из точки M на стороны AB и AC . Докажите, что медиана ML треугольника PMQ параллельна прямой AO .