

## Магический листик

**Определение 1.** Магический квадрат — это квадратная таблица, в клетки которой вписаны числа так, что их суммы по всем строкам, всем столбцам и двум главным диагоналям равны.

1. а) Постройте магический квадрат  $3 \times 3$  из чисел от 1 до 9. б) Найдите все числа, которые могут быть в центральной клетке такого магического квадрата.

2. Можно ли составить магический квадрат из 16 первых простых чисел?

3. На столе стоят 50 стаканов, из них 25 - вверх дном. Можно ли, переворачивая по два стакана, поставить все стаканы правильно?

4. Найдите все простые числа  $p$  такие, что числа  $2p + 1$ ,  $3p + 2$ ,  $4p + 3$  и  $6p + 1$  также являются простыми.

5. Изначально на доске написаны числа от 1 до 10. Разрешается выбрать любые три числа  $a, b, c$  и заменить их на  $a + b - c$ ,  $b + c - a$ ,  $c + a - b$ . Могло ли так получиться, что после нескольких итераций все числа на доске стали равны?

6. Грани некоторого многогранника раскрашены в два цвета так, что соседние грани имеют разные цвета. Известно, что все грани, кроме одной, имеют число рёбер, кратное 3. Доказать, что и эта одна грань имеет кратное 3 число рёбер.

7. Билеты нумеруются от 000000 до 999999. Номер называется счастливым, если сумма первых трех цифр равна сумме последних трех цифр. Докажите, что количество счастливых билетов равно количеству билетов с суммой цифр 27.

8. Есть девять борцов разной силы. В поединке любых двух из них всегда побеждает сильнейший. Можно ли разбить их на три команды по три борца так, чтобы во встречах команд по системе "каждый с каждым" первая команда по числу побед одержала верх над второй, вторая — над третьей, а третья — над первой?

9. На окружности стоят 89 точек. Можно ли каждую из них раскрасить в один из девяти цветов таким образом, чтобы для любых трёх цветов нашлись три точки этих цветов, стоящие подряд?

10. У паука есть 8 одинаковых носков и 8 одинаковых ботинок. Паук каждую секунду либо надевает на одну из своих ног носок, либо натягивает ботинок на какую-нибудь из ног, на которую носок уже надет (у паука 8 ног; на каждую ногу он надевает один носок и один ботинок). Два способа обувания паука считаются различными, если паук хотя бы в одну из 16 секунд делает различные действия. Сколькими различными способами паук может обуться?