

Это же индукция

Определение 1. Принцип математической индукции состоит в следующем:

Пусть есть утверждение, зависящее от натурального числа n , обозначим его $P(n)$. Тогда, если:

- 1) Верно утверждение $P(1)$ (база индукции),
- 2) для любого натурального числа k из утверждения $P(k)$ следует утверждение $P(k+1)$, (индукционный переход, или шаг математической индукции), то утверждение $P(n)$ верно для всех натуральных n .

Задача 1 (Игра "Ханойская башня"). Имеется пирамида с n кольцами возрастающих размеров и еще два пустых стержня той же высоты. Разрешается перекладывать верхнее кольцо с одного стержня на другой, но при этом запрещается класть большее кольцо на меньшее. Докажите, что а) можно переложить все кольца с первого стержня на один из пустых стержней; б) это можно сделать за $2^n - 1$ перекладываний.

Задача 2. В Математической стране 100 городов. Любые два города соединены напрямую либо автодорогой, либо подземной дорогой. Докажите, что или из любого города в любой можно проехать на автомобиле, или из любого города в любой можно добраться на метро.

Задача 3. В стране n городов, любые два соединены дорогой с односторонним движением. Докажите, что существует город, из которого можно добраться

- а) до любого;
- б) до любого другого, сделав не более одной пересадки.

Задача 4. В концах диаметра окружности стоят единицы. На первом шаге каждая из получившихся дуг делится пополам, и в её середине пишется сумма чисел, стоящих в концах. Затем то же самое делается с каждой из четырёх полученных дуг и т.д. Такая операция продлевается n раз. Найти сумму всех полученных чисел.