

## Отображение

**Определение 1.** *Отображением*  $f$  множества  $X$  во множество  $Y$  называется некое *правило*, которое каждому элементу  $x$  множества  $X$  ставит ровно один элемент  $y$  множества  $Y$ .

**Определение 2.** *Биекцией* множества  $X$  во множество  $Y$  называется отображение, которое:

1. любым двум элементам множества  $X$  ставит в соответствие разные элементы множества  $Y$ ;

2. для каждого элемента  $y$  множества  $Y$  найдётся элемент  $x$  из множества  $X$ , что  $x$  сопоставлен  $y$ .

1. Установите биекцию между

а) чётными и нечётными натуральными числами не превосходящими 1000;

б) всевозможными последовательностями из 3 единиц, 7 ноликов и 7 единиц, 3 ноликов;

в) множеством натуральных чисел и множеством нечётных натуральных чисел

2. Докажите, что если между множествами  $X$  и  $Y$  можно установить биекцию и между множествами  $Y$  и  $Z$  можно установить биекцию, то можно установить между множествами  $X$  и  $Z$ .

3. На доске записаны несколько последовательных натуральных чисел. Известно, что 48% из них чётны, а 36% чисел меньше 30. Найти наименьшее из выписанных чисел.

4. В алфавите племени ЯВА всего 3 буквы: А, В и Я. Комбинации букв ВАЯ и ЯЯЯ, ЯВА и АВАЯ, АЯВЯ и ААВА в любом слове можно заменять друг на друга, причем смысл слова от этого не меняется. Можно ли утверждать, что слова АВЯВАЯЯВАЯ и ВАЯВЯАВАЯАЯВЯВ имеют одинаковый смысл?

5. Решите уравнение в целых числах:  $x^2 + y^2 + 2 = 2(x + y)$ .

6. Есть коробка в форме параллелепипеда. Площадь нижней грани равна 8, площадь лицевой грани равна 3, площадь боковой грани равна 1.5. Найдите объём коробки.

7. Во время соревнований по автогонкам некоторые автомобили сталкивались между собой. Оказалось, что их можно разделить на две группы так, что автомобили, вошедшие в одну группу, друг с другом не сталкивались. Докажите, что суммарное количество вмятин у автомобилей первой группы равно суммарному количеству вмятин у автомобилей второй группы.

8. Можно ли составить разлинованный квадрат  $4 \times 4$

а) из 5 ломаных длины 8?

б) из 8 ломаных длины 5?

9. Можно ли расставить в таблице  $4 \times 6$  различные натуральные числа, не превосходящие 30, так, чтобы каждая пара чисел в клетках с общей стороной имела общий делитель, больший единицы?

**10.** Назовём словом любую последовательность букв. Докажите, что количество слов длины 2013, состоящих из букв З, Ю, Е и Р, содержащих последовательность букв ЗЮЗЕР, равно количеству слов длины 2013, состоящих из букв З, Ю, Е и Р, содержащих последовательность букв ЗЮРЕР.