

Разнобой

1. Каждое из натуральных чисел a , b , c и d делится на натуральное число $ab - cd$. Докажите, что $ab - cd = 1$.

2. Докажите, что найдется прямая, проходящая через два узла клетчатой бумаги, и не лежащий на этой прямой узел, такой, что расстояние между ними меньше $\frac{1}{2019}$.

3. В остроугольном треугольнике ABC на сторонах AC и AB отметили такие точки K и L соответственно, что прямая KL параллельна BC и при этом $KL = KC$. На стороне BC выбрана точка M так, что $\angle KMB = \angle BAC$. Докажите, что $KM = AL$.

4. Дед Мороз подарил каждому из 102 детей по 100 конфет. Конфеты бывают трех видов: красные, синие и зеленые. Докажите, что найдутся двое, чьи наборы конфет либо полностью одинаковы, либо полностью различны. (Два набора конфет считаются полностью одинаковыми, если в них поровну конфет каждого вида, и полностью различными, если никакого вида конфет в них не поровну.)

5. Докажите, что кратчайшая ломаная с вершинами в данных точках не имеет самопересечений

6. В кружке прикладного прикалывания 14 человек прикалываются кнопками, 13 - значками и 13 - булавками. Всего в кружке 20 приколистов и каждый из них прикалывается не менее чем двумя предметами. Сколько кружковцев прикалываются кнопками, булавками и значками одновременно?

7. Вдоль шестидесятой параллели растут деревья одинаковой высоты. Если все они упадут на запад, то общая длина участков шестидесятой параллели, заваленных более чем пятью деревьями составит 100 км. Докажите, что если все деревья упадут на восток, то общая длина более чем пятикратно заваленных участков шестидесятой параллели тоже составит 100 км