

## Теория чисел

**Задача 1.** Решите в целых числах  $ab(a + b) = 15015$ .

**Задача 2.** Найдите все натуральные  $n$  и  $k$ , что  $n! + 2 = k^2$ .

**Задача 3.** Найдите все пары простых  $p, q$ , такие что  $p^2 + q^3$  и  $q^2 + p^3$  точные квадраты.

**Задача 4.** Дана последовательность чисел  $1, 1, 2, 3, 7, 22, \dots$ , где каждый следующий член равен произведению двух предыдущих плюс один. Докажите, что в последовательности нет чисел кратных 4.

**Задача 5.** Решите в целых числах уравнение  $6xy - 4x + 9y - 366 = 0$ .

**Задача 6.** Компьютер печатает числа одно за другим по следующему алгоритму: вначале печатаются три натуральных числа, введенных с клавиатуры (все они больше 100), а затем каждую секунду компьютер складывает три последних напечатанных им числа и печатает полученную сумму. Может ли компьютер напечатать восемь простых чисел подряд?

**Задача 7.** Сколькими способами число  $\frac{38}{37}$  можно представить в виде произведения двух чисел вида  $\frac{k+1}{k}$ , где  $k$  — натуральное число?