

## Алгоритм Евклида

1. Коля берёт прямоугольный бумажный лист  $m \times n$  см, отрезает от него квадрат со стороной, равной меньшей стороне прямоугольника, и кидает его на пол. От оставшегося прямоугольника он снова отрезает квадрат, кидает на пол и так далее, до тех пор, пока это возможно. Что же останется в руках у Коли, когда он закончит свою деятельность и приступит к уборке мусора?

2. Пусть  $a$  при делении на  $b$  дает остаток  $r$ . Докажите, что  $(a, b) = (b, r)$ .

3. Алгоритм Евклида: для того, чтобы найти НОД двух чисел  $a$  и  $b$ , нужно выполнить последовательно несколько делений с остатком:

$$a = bq_1 + r_1$$

$$b = r_1q_2 + r_2$$

$$r_1 = r_2q_3 + r_3$$

$$r_2 = r_3q_4 + r_4$$

...

$$r_{n-2} = r_{n-1}q_n + r_n$$

$$r_{n-1} = r_nq_{n+1}$$

На каждом шаге предыдущий делитель делится с остатком на предыдущий остаток. Так продолжается до тех пор, пока на каком-то шаге остаток не станет равен 0. Последний ненулевой остаток  $r_n$  равен  $(a, b)$ .

4. Какие значения может принимать наибольший общий делитель чисел  $3n + 1$  и  $7n - 4$  в зависимости от  $n$ ?

5. Найдите наибольший общий делитель всех десятизначных чисел, состоящих из различных цифр.

6. Найдите наибольшее натуральное число, такое, что числа 78, 559, 1151 при делении на дают одинаковые остатки.