

## Разнобой

1. На множестве всех положительных чисел задана операция  $m \circ n = \frac{m+n}{mn+4}$ .  
Найдите значение выражения  $((\dots((2017 \circ 2016) \circ 2015) \circ \dots \circ 2) \circ 1)$ .
2. На множестве всех целых неотрицательных чисел определена операция  $*$ , обладающая следующими свойствами:  $0*y = y+1$ ,  $(x+1)*0 = x*1$ ,  $(x+1)*(y+1) = x*((x+1)*y)$ . Найдите  $3*2017$ .
3. Параллелограмм  $ABCD$  таков, что  $\angle B < 90^\circ$  и  $AB < BC$ . Точки  $E$  и  $F$  выбраны на окружности  $\omega$ , описанной около треугольника  $ABC$ , так, что касательные к  $\omega$  в этих точках проходят через  $D$ . Оказалось, что  $\angle EDA = \angle FDC$ . Найдите угол  $ABC$ .
4. Сумма и произведение двух чисто периодических десятичных дробей — чисто периодические дроби с периодом  $T$ . Докажите, что исходные дроби имеют периоды не больше  $T$ .
5. Глава Монетного двора хочет выпустить монеты 12 номиналов (каждый — в натуральное число рублей) так, чтобы любую сумму от 1 до 6543 рублей можно было заплатить без сдачи, используя не более 8 монет. Сможет ли он это сделать? (При уплате суммы можно использовать несколько монет одного номинала.)