

ГМТ

Задача 1. Решите уравнение $a^2 + b^2 = 100$, где $a, b \in \mathbb{N}$

Задача 2. Дан квадрат 5×5 . Из него вырезали одну клетку и после этого его стало можно разрезать на прямоугольники 1×3 . Найдите эту клетку.

Задача 3. На плоскости даны точки AB . Найдите все такие точки M , что $AM > MB$.

Определение 1. *Геометрическое место точек (ГМТ)*, обладающих данным свойством — это фигура, состоящая из тех и только тех точек, которые обладают этим свойством.

Факт. ГМТ, которые равноудалены от двух данных точек A и B — серединный перпендикуляр к отрезку AB .

Факт. ГМТ, равноудаленных от сторон данного угла и лежащих внутри данного угла, есть биссектриса данного угла.

Задача 4. а) Найдите ГМТ, равноудаленных от двух данных прямых.
б) Найдите ГМТ, равноудаленных от трёх данных прямых.

Задача 5. Найдите ГМТ, удалённых от данной прямой на данное расстояние d .

Задача 6. Найдите ГМТ, из которых данный отрезок виден под прямым углом.

Задача 7. Отрок Дементий решил забраться на лестницу, приставленную к стене. Едва он успел добраться до середины, лестница съехала на пол. Какова траектория Дементия до удара об пол?

Задача 8. Пусть O лежит на отрезке AB . Найдите ГМТ M таких, что $\angle MOB = 2\angle MAB$.

Задача 9. Компьютер печатает числа одно за другим по следующему алгоритму: вначале печатаются три натуральных числа, введенных с клавиатуры (все они больше 100), а затем каждую секунду компьютер складывает три последних напечатанных им числа и печатает полученную сумму. Может ли компьютер напечатать восемь простых чисел подряд?

Задача 10. Решите в целых числах уравнение $6xy - 4x + 9y - 366 = 0$.

Задача 11. Найдите все пары простых p, q , такие что $p^2 + q^3$ и $q^2 + p^3$ точные квадраты.