# Разнобой 3

**1.** На плоскости расставлены 200 точек, никакие три из них не лежат на одной прямой. Каждая точка помечена числом 1, 2 или 3, после этого проведены все отрезки, соединяющие пары точек, помеченных различными числами. Каждый отрезок помечен числом (1, 2 или 3), отличным от чисел в его концах. В результате оказалось, что каждое из трех чисел написано на плоскости ровно по $n$ раз. Найдите $n$.

**2.** Пусть $K$ — поле. Отображение $\delta : K[x] \to K[x]$ задано следующим образом:
1) $\forall a \in K\ \delta(a) = 0$;
2) $\forall f, g \in K[x]\ \delta(f+g) = \delta(f) + \delta(g)$;
3) $\forall f, g \in K[x]\ \delta(fg) = \delta(f)g + f\delta(g)$.
Пусть $f = a_n x^n + ...a_0, g = (x - x_1)(x - x_2)\dots(x - x_n)$. Найдите а) $\delta(f)$, б) $\delta(g)$.

**3.** Целые числа $a$ и $b$ таковы, что при любых натуральных $m$ и $n$ число $am^2 + bn^2$ является точным квадратом. Докажите, что $ab = 0$.

**4.** Компания "ДолгоДорогСтрой"строит участок дороги Москва — Санкт-Петербург, длиной 40 км. В первый день работники компании построили 1 км, а каждый последующий стоили $1/x^{10}$ км дороги, где $x$ — длина уже построенной дороги в километрах. Выполнят ли заказ работники компании "ДолгоДорогСтрой"?

**5.** На диаметре $AB$ окружности $\omega$ со выбрана точка $C$. На отрезках $AC$ и $BC$ как на диаметрах построены окружности $\omega_1$ и $\omega_2$ соответственно. Прямая $l$ пересекает окружность $\omega$ в точках $A$ и $D$, окружность $\omega_1$ — в точках $A$ и $E$, а окружность $\omega_2$ — в точках $M$ и $N$. Докажите, что $MD = NE$.

**6.** Конечное множество $S$ точек на плоскости будем называть сбалансированным, если для любых различных точек $A$ и $B$ из множества $S$ найдется точка $C$ из множества $S$ такая, что $AC = BC$.
а) Докажите, что для любого целого $n > 3$ существует сбалансированное множество, состоящее из $n$ точек.
б) Множество $S$ будем называть супер сбалансированным, если для любых трех различных точек $A$, $B$ и $C$ из множества $S$ существует точки $P$ из множества $S$ такой, что $PA = PB = PC$. Существует ли для какого-нибудь $n$ супер сбалансированноое множество?