

## Комбинаторика перешла в наступление

1. Докажите, что пятизначное число делится на 4 тогда и только тогда, когда число, составленное из двух его последних цифр, делится на 4.

2. Туземцы захватили в плен Паганеля и заставили его быть поваром. Он умеет готовить 10 видов мяса и 5 видов гарнира. Каждый день на обед надо приготовить один гарнир и а) один, б) два вида мяса. Если он повторит меню – его съедят за ужином. Через полгода придет спасительный корабль. Сможет ли Паганель продержаться?



3. а) Докажите, что если сумма цифр четырёхзначного числа делится на 9, то и само число делится на 9. б) Докажите, что если четырёхзначное число делится на 9, то сумма его цифр делится на 9.

4. Сколькими способами можно добраться из города А в город С, если схема дорог представлена а) на рисунке а, б) на рисунке б в) на рисунке в (возвращаться назад нельзя)?

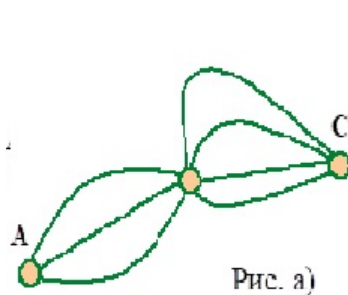


Рис. а)

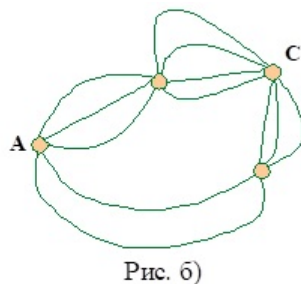


Рис. б)

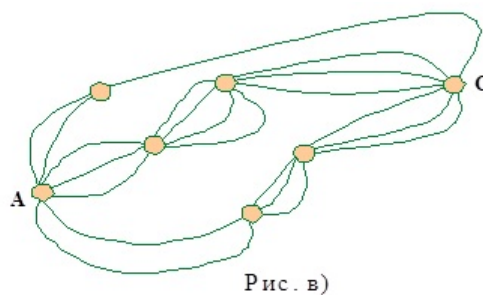


Рис. в)

5. Дно прямоугольной коробки выложено плитками 2 и  $1 \times 4$ . Плитки высыпали из коробки, но одна плитка  $2 \times 2$  потерялась. Вместо нее достали плитку  $1 \times 4$ . Докажите, что выложить дно коробки плитками теперь не удастся.

6. В прямоугольной таблице 8 столбцов, сумма в каждом столбце равна 10, а в каждой строке – 20. Сколько в таблице строк?

7. Существуют ли 55 различных двухзначных чисел таких, что сумма любых двух не равна 100?

8. Есть 101 монета, из которых 50 фальшивых, отличающихся по весу на 1 грамм от настоящих. Петя взял одну монету и за одно взвешивание на весах со стрелкой, показывающих разность весов на чашках, хочет определить, фальшивая ли она. Сможет ли он это сделать?

9. Два числа А и В отличаются только перестановкой цифр. Может ли сумма чисел А и В равняться  $99 \dots 9$  (999 девяток)?

10. Маляр, в распоряжении которого чёрная и белая краска, ставится на угловую клетку доски  $8 \times 8$ , где все клетки белые. Он может за один ход перейти на соседнюю по стороне клетку, после этого должен перекрасить ее в противоположный цвет. Докажите, что маляр может покрасить доску в шахматную раскраску.