

Перетягивание одеяла

1. а) Диагонали делят трапецию на четыре треугольника. Докажите, что площади треугольников, прилегающих к боковым сторонам, равны.
б) Диагонали четырёхугольника разделили его на четыре треугольника. Оказалось, что площадь двух треугольников, примыкающих к противоположным сторонам равны. Докажите, что исходный четырёхугольник трапеция или параллелограмм.
2. Дан треугольник ABC . Найдите ГМТ точек X таких, что $S_{ABC} = S_{ABX}$.
3. Отрезок, соединяющий середины двух противоположных сторон выпуклого четырёхугольника, разделил его на два четырёхугольника, имеющих равные площади. Докажите, что эти стороны параллельны.
4. В пятиугольнике $ABCDE$ диагональ $AC \parallel ED$ и $BE \parallel CD$. Докажите, что площадь $S_{ADE} = S_{BCD}$.
5. На сторонах AD и CD параллелограмма $ABCD$ взяты точки M и N так, что $MN \parallel AC$. Докажите, что $S_{ABM} = S_{CBN}$.
6. Известно, что на сторонах CD и AD выпуклого четырёхугольника $ABCD$ выбраны точки, соответственно, K и M такие, что каждая из прямых AK та CM делит четырёхугольник $ABCD$ на две равновеликие части. Пусть P — точка пересечения прямых KM и BD . Найдите отношение площади четырёхугольника $ABCD$ к площади четырёхугольника $ABCP$.