13-й листик, чёртова дюжина

- **1.** а) Из пятизначного числа вычли его сумму цифр. Докажите, что полученное число делится на 9.
- б) Из пятизначного числа вычли число, составленное из его двух последних цифр. Докажите, что полученное число делится на 4 и 25.
- **2.** Можно ли расставить числа в квадратной таблице 5×5 так, чтобы сумма чисел в каждой строке была чётной, а в каждом столбце нечётной?
- **3.** 65 школьников написали 3 контрольные работы. За каждую контрольную работу ставилась одна из оценок: «2», «3», «4» или «5». Докажите, что найдутся школьники, написавшие все контрольные работы одинаково.
- **4.** В квадратном ковре со стороной 1 м моль проела 51 точечную дырку. Докажите, что некоторой квадратной заплаткой стороной 20 см можно закрыть не менее трёх дырок.
- **5.** В арсенале настоящего манчкина 6 щитов, 7 посохов, 4 головняка и 3 обувки (и всё обязательно различное). Чтобы пойти в секретную пещеру ему надо надеть на себя как минимум 3 шмотки разного типа. Сколько вариантов снарядиться манчкину в пещеру?
- 6. Перед Васей положили на два стола монеты на сумму 2014 рублей. Ему можно перевернуть все монеты на одном из столов и взять с обоих столов все монеты, лежащие орлом вверх. Он перевернул монеты на левом столе, и ему досталось 1000 рублей. А сколько денег досталось бы Васе, если бы он перевернул монеты на правом столе? Ответ объясните.
- ?
- 7. В левом нижнем углу шахматной доски 5×5 стоит фишка. За один ход её разрешается передвинуть на одну клетку вправо или вверх. В каждой клетке записывается число способов передвинуть фишку из начального положения в данную клетку. Какое число записано в правом верхнем углу?
- 8. Сумма нескольких натуральных слагаемых равна 2014. Докажите, что в записи этого равенства какая-то цифра встретилась более одного раза.
- 9. На шахматной доске стоит 31 фишка. Докажите, что найдется свободный «уголок» из трех клеток.
- 10. Шестизначное число оканчивается на единицу. Если её перенести в начало, то число уменьшится в 3 раза. Какое это число?