

Неравенства

Задача 1. Для положительных чисел a, b докажите, что $a + b \geq \sqrt{ab}$

Задача 2. Докажите, что $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$.

Задача 3. Для положительных чисел a, b, c, d докажите неравенство

$$\frac{a + b + c + d}{4} \geq \sqrt[4]{abcd}.$$

Задача 4. Про числа x, y, z известно, что $x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$. Докажите, что либо $x + y + z = 0$, либо $x = y = z$.

Задача 5. Докажите, что $7a + 5b > ab + 35$, если $a, b \in [5; 7]$.

Задача 6. Для положительных чисел a, b, c докажите неравенство

$$\frac{a + b + c}{3} \geq \sqrt[3]{abc}.$$

Задача 7. Докажите, что $(a + b)(b + c)(c + a) > 8abc$ при $a, b, c > 0$.