

Аффинка-2

www dfd

Определение 1. Даны две плоскости α и α_1 и не параллельная им прямая l . Отображение $\alpha \rightarrow \alpha_1$, которое каждой точке M плоскости α поставим в соответствие такую точку M_1 плоскости α_1 , что прямая MM_1 параллельна l , называется параллельным проектированием.

1. Докажите, что параллельное проекктирование есть аффинное преобразование.

2. Докажите, что с помощью композиции движений и параллельного проектирования можно перевести любой треугольник в любой треугольник.

3. Параллельное проектирование плоскости на плоскость сохраняет отношение площадей фигур.

Определение 2. Сжатие к прямой l с коэффициентом $k > 0$ вдоль вектора e называется преобразованием плоскости G такое, что для любой точки плоскости A и точки $O \in l$, $\overline{AO} \parallel e$, тогда точке A ставится такая точка A' , что $k\overline{OA} = \overline{OA'}$.

4. Доказать, что сжатие к прямой — аффинное преобразование.

5. Докажите, что параллельное проектирование есть сжатие к прямой или параллельный перенос.

6. На сторонах AB , BC , AC треугольника ABC даны точки M , N , P соответственно. Докажите, что если точки M_1 , N_1 , P_1 симметричны точкам M , N , P относительно середин соответствующих сторон, то $S_{MNP} = S_{M_1N_1P_1}$.

7. На сторонах AB , BC , AC треугольника ABC даны точки M , N , P соответственно. Докажите, что если точки M_1 , N_1 , P_1 — такие точки сторон AC , AB , BC , что $MM_1 \parallel BC$, $NN_1 \parallel CA$, $PP_1 \parallel AB$, то $S_{MNP} = S_{M_1N_1P_1}$.

8. Пусть $ABCD$ — выпуклый четырехугольник, E и F — точки пересечения продолжений противоположных сторон. Докажите, что середины диагоналей AC и BD и середина EF лежат на одной прямой.