

## 13-й листик, чёртова дюжина

1. а) Из пятизначного числа вычли его сумму цифр. Докажите, что полученное число делится на 9.

б) Из пятизначного числа вычли число, составленное из его двух последних цифр. Докажите, что полученное число делится на 4 и 25.

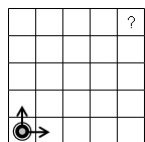
2. Можно ли расставить числа в квадратной таблице  $5 \times 5$  так, чтобы сумма чисел в каждой строке была чётной, а в каждом столбце нечётной?

3. 65 школьников написали 3 контрольные работы. За каждую контрольную работу ставилась одна из оценок: «2», «3», «4» или «5». Докажите, что найдутся школьники, написавшие все контрольные работы одинаково.

4. В квадратном ковре со стороной 1 м моль проела 51 точечную дырку. Докажите, что некоторой квадратной заплаткой стороной 20 см можно закрыть не менее трёх дырок.

5. В арсенале настоящего манчкина 6 щитов, 7 посохов, 4 головняка и 3 обуви (и всё обязательно различное). Чтобы пойти в секретную пещеру ему надо надеть на себя как минимум 3 шмотки разного типа. Сколько вариантов снарядиться манчкину в пещеру?

6. Перед Васей положили на два стола монеты на сумму 2014 рублей. Ему можно перевернуть все монеты на одном из столов и взять с обоих столов все монеты, лежащие орлом вверх. Он перевернул монеты на левом столе, и ему досталось 1000 рублей. А сколько денег досталось бы Васе, если бы он перевернул монеты на правом столе? Ответ объясните.



7. В левом нижнем углу шахматной доски  $5 \times 5$  стоит фишка. За один ход её разрешается передвинуть на одну клетку вправо или вверх. В каждой клетке записывается число способов передвинуть фишку из начального положения в данную клетку. Какое число записано в правом верхнем углу?

8. Сумма нескольких натуральных слагаемых равна 2014. Докажите, что в записи этого равенства какая-то цифра встретилась более одного раза.

9. На шахматной доске стоит 31 фишка. Докажите, что найдется свободный «уголок» из трех клеток.

10. Шестизначное число оканчивается на единицу. Если её перенести в начало, то число уменьшится в 3 раза. Какое это число?