

Клетки, числа и комба

1. В пиратской команде 10 человек. а) Сколько способов выстроить 10 пиратов в ряд? б) Выбрать капитана и боцмана? в) Выбрать двух неудачников дравить палубу?

2. На русско-французской встрече не было представителей других стран. Суммарное количество денег у французов оказалось больше суммарного количества денег у русских, и суммарное количество денег у женщин оказалось больше суммарного количества денег у мужчин. Обязательно ли на встрече была француженка?

3. Докажите, что число $\overline{abcdef} - \overline{defabc}$ делится на 27.

4. В квадрате 8×8 расставили числа от 1 до 64. Могло ли так получиться, что сумма чисел в каждом прямоугольнике 1×4 а) делится на 3, б) нечётна?

5. Двенадцать волейбольных команд сыграли турнир в один круг (каждая сыграла с каждой один раз).


а) Сколько всего было сыграно матчей?

б) Докажите, что есть команда, которая выиграла не менее 10 матчей (ничей в волейболе не бывает).

в) Обязательно ли найдутся такие три команды, что каждая из девяти оставшихся команд проиграла хотя бы одной из этих трех?

6. Цифры a и b таковы, что $a + b$ делится на 7. Докажите, что число \overline{aba} делится на 7.

7. Каким числом способов можно поставить на шахматную доску двух королей так, чтобы они не били друг друга?

8. Можно ли доску размером 10×10 покрыть фигурами вида  ?

9. Какое наибольшее количество натуральных чисел, не превосходящих 1000, можно выбрать, чтобы ни одно из этих чисел не делилось на разность никаких двух других?

10. И сказал Кащей Ивану Царевичу: «Жить тебе до завтрашнего утра. Утром явишься пред мои очи, задумаю я цифры x , y и z . Назовёшь ты мне три натуральных числа a , b и c . Выслушаю я тебя и скажу, чему равно $ax + by + cz$. Не отгадаешь, какие числа я задумал — голову с плеч долой!» Запечалился Иван Царевич и пошёл думать думать. Может ли он в живых остаться?

