

## Нестандартная геометрия

1. На отрезке  $AB$  отмечено 200 точек так, что весь набор симметричен относительно середины отрезка. Сто точек покрашено в синий, а остальные — в красный цвет. Докажите, что сумма расстояний от  $A$  до красных точек равна сумме расстояний от  $B$  до синих точек.

2. На квадратном столе со стороной 1 лежат 100 лоскутов, площадь каждого из которых больше  $\frac{99}{100}$ . Докажите, что на столе существует точка, покрытая всеми лоскутами.

3. Квадрат  $2 \times 2$  разрезан на несколько прямоугольников. Докажите, что мы можем заштриховать несколько из них так, чтобы проекция заштрихованной фигуры на одну сторону квадрата имела длину не меньше 1, а на другую — не больше 1.

4. Река Кама, протекающая в прекрасном городе Пермь, в районе порта имеет несколько островов, общий периметр которых равен 8 километрам. Один умник утверждает, что можно отчалить на лодке от порта и переправиться на другой берег, проплыв менее 3 километров. Берега реки в районе пристани параллельны, а ширина ее равна 1 километру. Прав ли умник?

5. Шесть кругов имеют общую точку. Докажите, что хотя бы один из них содержит центр некоторого другого.

6.  $n$  — нечетное число. Вершины выпуклого  $n$ -угольника раскрашены в несколько цветов так, что каждые две соседние вершины — разного цвета. Докажите, что этот  $n$ -угольник можно разбить на треугольники непересекающимися диагоналями, ни у одной из которых концы не окрашены одинаково.

7. В пространстве дана 8-звенная замкнутая несамопересекающаяся ломаная, вершины которой совпадают с вершинами некоторого куба. Докажите, что одно из звеньев ломаной совпадает с ребром куба.