


Вспомнить всё

1. В кафе продаются 4 вида мороженого. Каждый из 47 человек купил одну или две порции (возможно, одного вида). Докажите, что найдутся четверо, сделавшие одинаковые покупки.

2. Сколько различных слов можно получить, переставляя буквы слова: а) «КРУЖОК»; б) «МАЛЫЙМЕХМАТ»?

3. В клетчатой доске 100×100 вырезали пять клеток в левом верхнем углу (см. рисунок). Можно ли такую доску разрезать на прямоугольники размером 1×5 ? 

4. Сколькими способами белая шашка, стоящая на поле $a1$, может пройти в дамки? Возможные встречи с другими шашками не учитывайте.

5. Три последовательных двузначных числа выписали друг за другом. Докажите, что полученное число делится на 3.

6. Раскрасьте клетки таблицы 3×3 в наибольшее число цветов (каждую клетку – одним цветом!) так, чтобы для любых двух цветов нашлись клетки этих цветов, имеющие общую сторону.

7. Герцог желает, чтобы ежедневно в течение месяца на десерт подавались два вида пирожных. Если в какие-то два дня десерты окажутся одинаковыми, повару отрубят голову. а) Сколько видов пирожных должен уметь выпекать Карлик Нос, чтобы голова осталась при нем? б) Докажите, что в любой день найдутся два вида пирожных (из тех, что умеет печь Карлик Нос), подававшиеся одинаковое число раз.

8. 95 грустных мартышек кидаются друг в друга одним кокосом. Грустная мартышка, попавшая в другую грустную мартышку, становится веселой и больше уже не грустнеет. Мартышка, в которую попали, выбывает из игры. Когда осталась одна мартышка, выяснилось, что среди выбывших – поровну грустных и веселых. Какое настроение у оставшейся мартышки?

9. В прямоугольной таблице размером 3×7 каждая клетка закрашена одним из двух цветов. Докажите, что независимо от способа раскраски, найдутся 4 клетки одного цвета, центры которых являются вершинами прямоугольника

10. Каёмкой клетчатого прямоугольника (со сторонами, не меньшими двух) назовём полосу ширины 1, идущую по краю прямоугольника. (Прямоугольник $2 \times n$ является и своей каёмкой). Можно ли квадрат 2001×2001 покрыть по линиям сетки каёмками в несколько слоёв (т.е. над каждой клеткой квадрата должно быть поровну клеток каёмок)?