

Heapsort

Условие

Добре известен алгоритъм наречен heapsort е детерминистичен сортиращ алгоритъм със сложност $O(n \log n)$ като време и $O(1)$ като допълнителна памет. Нека опишем възходяща сортировка на масив от различни цели числа.

Алгоритъмът работи в две фази. В първата фаза масивът се превръща в пирамида. Масив $a[1...n]$ от цели числ се нарича пирамида ако за всяко $1 \leq i \leq n$ важат следните условия:

ако $2i < n + 1$ тогава $a[i] > a[2i]$;

ако $2i+1 < n + 1$ тогава $a[i] > a[2i + 1]$.

Можем да интерпретираме масива като двоично дърво, смятайки че $a[2i]$ и $a[2i + 1]$ са наследници на $a[i]$. В терминологията на дървото свойствата на пирамидата означават че стойността на всеки връх е по-голяма от тази на наследниците му.

Във втората част на алгоритъма, пирамидата се превръща в сортиран масив. От свойствата на пирамидата най-големия елемент в масива-пирамида е $a[1]$. Нека го сменим с $a[n]$, сега най-големия елемент в масива е на правилното си място в сортирания масив. Тази операция се нарича извличане на максимума.

Сега нека разгледаме частта от масива $a[1...n - 1]$. Тя може да не е пирамида, защото условието за пирамида може да се провали за $i = 1$. Ако е така (тоест или $a[2]$, или $a[3]$, или и двете са по-големи от $a[1]$) нека сменима най-големият наследник на $a[1]$ с него, възстановявайки свойството за $i = 1$. Сега е възможно условието за пирамида да се провали за позицията която заема старата стойност на $a[1]$. Приложете същата процедура към нея, сменяйки я с по-големият и наследник. Продължавайки по този начин ще превърнем целия масив $a[1...n - 1]$ в пирамида. Процедурата се нарича пресяване надолу. След като превърнем $a[1...n - 1]$ в масив чрез пресяване извличаме максимума отново, поставяйки втория по големина елемент в $a[n - 1]$, и т.н.

Например, нека разгледаме как масива $a = (5, 4, 2, 1, 3)$ се превръща в сортиран масив. Нека направим първото извличане на максимума. Масива се превръща в $(3, 4, 2, 1, 5)$. Условието за пирамида се разваля от $a[1] = 3$ защото наследника му $a[2] = 4$ е по-голям от него. Правим пресяване надолу сменяйки $a[1]$ и $a[2]$. Сега имаме масива $(4, 3, 2, 1, 5)$. Изпълнени са условията за пирамида и пресяването приключва. Отново извличаме максимума. Новия масив е $(1, 3, 2, 4, 5)$. Отново условието за пирамида се проваля за $a[1]$; като пресеем получаваме $(3, 1, 2, 4, 5)$ което е пирамида. Пак извличаме максимума и получаваме $(2, 1, 3, 4,$

5). Този път условията са изпълнени за всички елементи, затова правим извличане на максимума, получавайки (1, 2, 3, 4, 5). Началото на масива е пирамида, и с последното извличане на минимум получаваме (1, 2, 3, 4, 5).

Знаем че превръщането на произволен масив в пирамида става със сложност $O(n)$. Затова, операцията която поглъща най-много време е пресяването $O(n \log n)$.

В тази задача трябва да намерите масив-пирамида съдържащ числата от 1 до n , такъв че когато го превърнем в сортиран масив, най-големия брой размени във всички пресявания е максималния възможен. В горния пример номер на размените е $1 + 1 + 0 + 0 + 0 = 2$, което не е максималното. (5, 4, 3, 2, 1) дава максимален брой 4 размени за $N = 5$.

Вход

Използва се стандартния вход. Съдържа числото n ($0 < n < 50001$).

Изход

Използва се стандартния изход. Изведете масив съдържащ n различни числа от 1 до n , такъв че да е пирамида, и при обръщането му в сортиран масив, броя на размените е възможно най-голям. Отделете числата със интервали.

Примерен Вход
6

Примерен Изход
6 5 3 2 4 1

Ограничения:

Време: 0.25s

Памет: 128MB

Заглавен коментар (header)

за C: /* TASK:heapsort LANG:C */	за C++: /* TASK:heapsort LANG:C++ */	за Pascal: { TASK:heapsort LANG:Pascal }
--	--	--