05-07-2023 Análisis Numérico I (75.12- 95.04) Integrador

EL EXAMEN SE APRUEBA CON 3 EJERCICIOS CORRECTAMENTE RESUELTOS

Apellido: .... Nombres : ....
Padrón: ....

1. *a*) Sea el sistema $\mathbf{A}x = \mathbf{b}$, con $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1.01 \\ 0.99 & 1 \end{pmatrix}$ y $\mathbf{b} = (-0.01, -0.01)^t$. Se obtiene con aritmética de 3 dígitos una aproximación $\tilde{x} = (0.981, -0.981)^t$. Estimar el número de condición de la matriz.

   b) Obtener una mejor aproximación de la solución haciendo un paso de refinamiento iterativo.

2. *a*) Indicar las condiciones que debe cumplir un trazador cúbico para que sea una *Spline cúbica natural* que interpole a una función $f \in C^1[a, b]$ en los nodos $a = x_0 < x_1 < \cdots < x_n = b$.

   b) La relación agua-cemento que se debe poner a la mezcla para hacer *Hormigón* nos proporciona la resistencia final que se le requiere. Se tienen los siguientes datos:

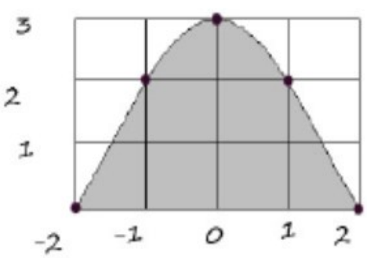
$x = agua - cemento(\%)$	40	45	50
$y = resistencia(kg/cm^2)$	390	340	290

   Obtener una *Spline cúbica natural* del tipo
   $$S(x) = \begin{cases} a_0(x-x_0)^3 + b_0(x-x_0)^2 + c_0(x-x_0) + d_0 & x \in [x_0; x_1] \\ a_1(x-x_1)^3 + b_1(x-x_1)^2 + c_1(x-x_1) + d_1 & x \in [x_1; x_2] \end{cases}$$
   para estimar la resistencia cuando la relación agua-cemento es 49.

3. El recinto de la figura adjunta, que se encuentra inmerso en una cuadrícula, está limitado por una recta y una curva de la que se conoce que se trata de un polinomio de cuarto grado.

   a) Calcular el área exacta del recinto sin determinar el polinomio que la delimita, usando un método de integracion numérica adecuado. Justificar claramente su elección.

   b) Determinar, el polinomio que la delimita usando Newton y comprobar que el área calculada en *a*) coincide con la que se obtiene por integración directa del polinomio.



4. Dada la ecuación real $2cos(2x) + 4x - k = 0$.

   a) Determinar el valor de k para que tenga una única raíz triple en el intervalo $[0, 1]$.

   b) Para el valor de k, hallado en *a*), calcular la raíz con una cifra decimal exacta, utilizando el método de Newton modificado para raices múltiples. Usar como semilla $x_0 = 0.7$.

5. Considerar una barra delgada de longitud l que se mueve en el plano $x-y$. La barra se fija en uno de sus extremos con un alfiler y con una masa en el otro. Este sistema se resuelve con la siguiente ecuación diferencial de segundo orden:
   $\frac{d^2\theta(t)}{dt^2} - \frac{g}{l}\theta(t) = 0$. Sabiendo que: $g = 9.81\frac{m}{s^2}$, $l = 0.5$ m, $\theta(0) = 0$ y $\frac{d\theta}{dt}(0) = 0.25\frac{rad}{s}$. Hallar el ángulo y la velocidad angular en $t = 0.2$ segundos utilizando dos iteraciones del método de Runge-Kutta del punto medio.