

EL EXAMEN SE APRUEBA CON 3 EJERCICIOS CORRECTAMENTE RESUELTOS

Apellido: ..... Nombres : .....

Padrón: .....

1. Dado el sistema lineal 
$$\begin{cases} 10x_1 + 3x_2 + x_3 = 14 \\ 2x_1 - 10x_2 + 3x_3 = -5 \\ x_1 + 3x_2 + 10x_3 = 14 \end{cases}$$

a) Hallar el  $\rho(T_{GS})$ . Siendo  $T_{GS}$  la matriz del método de *Gauss-Seidel* asociada al sistema. Justificar la convergencia del método

b) Realizar dos iteraciones del método de *Gauss-Seidel* utilizar al menos 2 decimales y redondeo. Estimar el error relativo cometido entre dos iteraciones consecutivas. Tomar como semilla  $\bar{x}^0 = (0 \ 0 \ 0)^t$ .

2. Suponga que un lago de volumen  $V = 10 \text{ km}^3$  tiene contaminantes  $A$  y  $B$  disueltos uniformemente en cantidades iniciales de 1 y 7 toneladas respectivamente. Agua contaminada con una concentración de  $1 \frac{\text{ton}}{\text{km}^3}$  de  $A$  ingresa a una tasa constante de  $6 \text{ km}^3/\text{año}$ . Además, ingresaron directamente 1 ton/año, del contaminante  $A$  y 2 ton/año, del contaminante  $B$ . Suponer que agua perfectamente mezclada sale del lago a una tasa de  $6 \text{ km}^3/\text{año}$ . El sistema de ecuaciones diferenciales que caracteriza a este problema se puede escribir como:

$$\begin{cases} A'(t) = 6 - 0.6A(t) \\ B'(t) = 2 - 0.6B(t) \end{cases} \quad \text{Indicar las condiciones iniciales y aproximar la cantidad de contaminante } A \text{ y } B \text{ presentes al cabo de } 0.5 \text{ seg, usar cinco iteraciones del método de Euler. Indicar si las cantidades de contaminantes son iguales transcurrido ese tiempo.}$$

3. Dada la siguiente tabla correspondiente a valores de la posición de un móvil calcular el valor aproximado de la velocidad en  $t = 1$  usando el método de *extrapolación de Richardson*.  $(R^{(k)}(h) = \frac{4^k R^{(k-1)}(h/2) - R^{(k-1)}(h)}{4^k - 1})$ ,  $R^{(0)}(h) = R(h)$

$t$	0.0	0.25	0.5	0.75	1	1.25	1.50	1.75	2.00
$x(t)$	1.0000	1.0645	1.2840	1.7551	2.7183	4.7707	9.4877	21.3809	54.5982

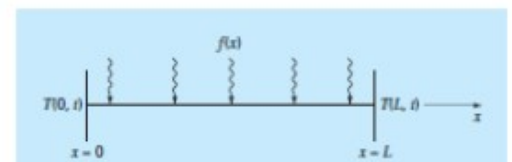
4. Se sabe que la función  $f(x) = x^2 - 5x - e^x$  tiene una raíz real en el intervalo  $[-1, 0]$ .

a) Hallar dicha raíz como punto fijo de una función  $g$  admisible. Realizar tres iteraciones de dicho método usar como semilla  $x_0 = -0.5$ .

b) Hallar el error relativo entre dos iteraciones consecutivas.

5. La siguiente figura muestra un sistema que puede modelarse mediante la forma unidimensional de la ecuación de *Poisson*:

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = -f(x) \text{ donde } f(x) \text{ es una función que define una fuente de calor a lo largo de la barra, y donde los extremos}$$



de la barra se mantienen a temperaturas fijas,  $T(0, t) = T_1$  y  $T(L, t) = T_2$

Resuelva el problema de valores en la frontera para una barra de 10 cm con las siguientes condiciones de frontera,

$T(0, t) = 75$  y  $T(10, t) = 150$  y una fuente de calor uniforme de  $f(x) = 10$ .