FACULTAD DE INGENIERIA
Universidad de Buenos Aires

12-07-2023 Análisis Numérico I (75.12- 95.04) Integrador

EL EXAMEN SE APRUEBA CON 3 EJERCICIOS CORRECTAMENTE RESUELTOS

Apellido [redacted]
Padrón:

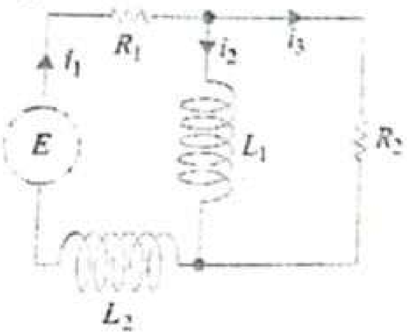
1. Al tiempo $t = 0$, se introduce una innovación tecnológica en una comunidad que tiene una población de n habitantes. La ecuación diferencial que caracteriza a este fenómeno es:
$\frac{dx}{dt} = kx(t)(n+1-x(t))$. El tiempo está medido en meses. $x(t=0)=1$

   a) Plantear el problema de valores iniciales sabiendo que la población tiene 100 habitantes y la constante k es 0.01.

   b) Aplicar tres iteraciones del método de Runge Kutta del punto medio para estimar la cantidad de personas $x(t)$ que adopataron la innovación tecnológica al cabo de ~~15~~ 9 meses.

2. Aproximar mediante el método de *Simpson* $\frac{1}{3}$ el trabajo que realiza la fuerza $\vec{F}(x,y,z) = x^2\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$, para mover una partícula que se desplaza sobre la curva $\sigma(t) = (cos(t), sen(t), t)$ con $t \in [0, \pi]$. ($W = \int_a^b \vec{F}(\sigma(t))\sigma'(t)dt$)
Tomar $\pi = 3$ y una partición del intervalo con $n = 6$.

3. El sistema de ecuaciones diferenciales para las corrientes $i_1(t)$ e $i_2(t)$ en la red eléctrica que se muestra en la figura



es: $\begin{cases} \frac{di_1(t)}{dt} = -\frac{R_1+R_2}{L_2}i_1(t) + \frac{R_2}{L_2}i_2(t) + \frac{E(t)}{L_2} \\ \frac{di_2(t)}{dt} = \frac{R_2}{L_1}i_1(t) - \frac{R_2}{L_1}i_2(t) \end{cases}$ Utilizar tres iteraciones del *método de Euler* para estimar la intensidad de la corriente $i_1(0.3)$ e $i_2(0.3)$. Sabiendo que: $R_1 = 8\Omega$, $R_2 = 3\Omega$, $L_1 = 1h$, $L_2 = 1h$, $E(t) = 100sen(t)W$, $i_1(0) = i_2(0) = 0$.

4. Dado el sistema lineal $\begin{cases} 10x_1 + 3x_2 + x_3 = 14 \\ 2x_1 - 10x_2 + 3x_3 = -5 \\ x_1 + 3x_2 + 10x_3 = 14 \end{cases}$

   a) Hallar el $\rho(T_{GS})$. Siendo T_{GS} la matriz del método de *Gauss-Seidel* asociada al sistema. Justificar la convergencia del método

   b) Realizar dos iteraciones del método de *Gauss-Seidel* utilizar al menos 2 decimales y redondeo. Estimar el error relativo cometido entre dos iteraciones consecutivas. Tomar como semilla $\vec{x}^0 = (0\ 0\ 0)^t$.

5. Se sabe que la función $f(x) = x^2 - 5x - e^x$ tiene una raíz real en el intervalo $[-1, 0]$.

   a) Hallar dicha raíz como punto fijo de una función g admisible. Realizar tres iteraciones de dicho método usar como semilla $x_0 = -0.5$.

   b) Hallar el error relativo entre dos iteraciones consecutivas.