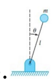
11-08-2021 Análisis Numérico I (75.12- 95.04) Integrador

EL EXAMEN SE APRUEBA CON 3 EJERCICIOS CORRECTAMENTE RESUELTOS

Apellido: ............................................... Nombres : ......................................................................

Padrón: ......................

1. Considerar la barra delgada de longitud $l$ que se mueve en el plano $x-y$, como se ilustra en la figura. La barra se fija en uno de sus extremos con un alfiler y tiene una masa en el otro extremo. Este sistema se resuelve con la siguiente ecuación diferencial de segundo orden: $\frac{d^2\theta(t)}{dt^2} - \frac{g}{l}\theta(t) = 0$. Sabiendo que: $g = 9.81\frac{m}{s^2}$, $l = 0.5$ m, $\theta(0) = 0$ y $\frac{d\theta}{dt}(0) = 0.25\frac{rad}{s}$. Hallar el ángulo y la velocidad angular en $t = 0.2$ segundos utilizando dos iteraciones del método de Runge-Kutta del punto medio. 

2. Hallar una aproximación del trabajo que realiza la fuerza $\vec{F}(x,y) = (3y^2+2, 16x)$ al mover una partícula desde $(1,0)$ hasta el $(-1,0)$, siguiendo la mitad superior de la elipse $x^2 + \frac{y^2}{9} = 1$. Usar Simpson 1/3 y aproximar $\pi = 3$, con $N = 12$. Indicar el error cometido. Trabajar con dos decimales. (AYUDA: $W = \int_a^b \vec{F}(\sigma(t))\sigma'(t)dt$)

3. Dadas las rectas

$$\begin{cases} r_1 : x_1 + 1.01x_2 = -0.01 \\ r_2 : 0.99x_1 + x_2 = -0.01 \end{cases}$$ Escribir el sistema de la forma $\mathbf{A}x = \mathbf{b}$

Con aritmética de 5 dígitos se obtiene una aproximación de la solución: $\tilde{x} = (0.981, -0.981)^t$.

   *a*) Estimar el número de condición de la matriz $A$, e indicar si la matriz está bien condicionada.

   *b*) Obtener una mejor aproximación de la solución haciendo un paso de refinamiento iterativo.

4. Una partícula se mueve a lo largo del eje $x$ con una aceleración que en cualquier tiempo $t \geq 0$ se escribe como: $a(t) = 8 - 4t + t^2$. Se sabe que la partícula se encuentra en $x = 1$ en $t = 0$ y al cabo de dos segundos se encuentra en $x = 7$. Hallar la posición de la partícula en los instantes $t = 0.5$seg., $t = 1$seg.y $t = 1.5$seg. Usando diferencias finitas.

5. Se sabe que la suma de dos números es 7 y su producto es 12. Plantear un sistema para estimar dichos números. Resolver el sistema usando dos iteraciones del método de Newton para sistemas no lineales tomando como semilla $x^0 = (3.9, 2.9)^t$. Trabajar al menos con cuatro decimales y redondeo.