FACULTAD DE INGENIERIA
Universidad de Buenos Aires

25-08-2021 Análisis Numérico I (75.12- 95.04) Integrador

EL EXAMEN SE APRUEBA CON 3 EJERCICIOS CORRECTAMENTE RESUELTOS

Apellido: .... Nombres : ....

Padrón: ....

1. La *Ley de enfriamiento de Newton* está caracterizada por la ecuación diferencial: $\frac{dT(t)}{dt} = -K(T - T_a)$, donde T es la temperatura del objeto, T_a es la tempertura del ambiente y K es la constante de proporcionalidad. Esta ecuación es usada en criminalística para determinar la hora de muerte, en el instante $t = 0$ se descubre un cuerpo. En ese instante se toma su temperatura $T_0 = 29.5$°C, dos horas después la temperatura es de $T_2 = 23.5$°C, lo que permite determinar la constante $K = 0.49926$, mientras que la temperatura ambiente es de $T_a = 20$°C.

   a) Con los datos anteriores plantear el PVI.

   b) Usar el método de Runge Kuta del punto medio para determinar aproximadamente la hora de muerte. Se sabe que la temperatura del cuerpo era el valor normal: $T_c = 36$°C. Usar $h = 0.2$, 0 $h = -0.2$, de acuerdo a la temperatura que establezca como semilla. ($h = 0.2$ o $h = -0.2$ equivale a dos horas).

2. Considerar el modelo depredador-presa de *Lotka-Volterra*definido por:
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.1x + 0.02xy \\ \frac{dy}{dt} = 0.2y - 0.025xy \end{cases}$$
Donde $x(t)$ (depredadores), e $y(t)$ (presas) se miden en miles cada seis meses.
Sabiendo que inicialmente habia 6.10^2 depredadores y 6.10^2 presas. Estimar la población al cabo de un año y medio, usando tres iteraciones del método de Euler.

3. El crecimiento poblacional de una determinada bacteria, $P(t)$, se determina a partir de la ecuación diferencial de segundo orden:
$\frac{d^2P}{dt^2} = t^2 - 4t + 8$, sabiendo que $P(0) = 1.10^6$ y $P(2) = 7.10^6$. El tiempo está medido en horas.

   a) Plantear el problema como un problema de valores en la frontera.

   b) Usar el metodo de diferencias finitas para calcular la población cada media hora.

4. Se sabe que $H(x) = 4 - 3(x+1) - 2(x+1)^2 - 1.5(x+1)^2(x-1) - 0.5(x+1)^2(x-1)^2$ es el polinomio de interpolación de *Hermite* de cierta función f, basado en los datos: $f(-1)$, $f'(-1)$, $f(1)$, $f'(1)$ y $f''(1)$.

-1	4				
-1	$f[-1]$	-3			
1	$f[1]$	$f[-1,1]$	-2		
1	$f[1]$	$f[1,1]$	$f[-1,1,1]$	-1.5	
1	$f[1]$	$f[1,1]$	$f[1,1,1]$	$f[-1,1,1,1]$	-0.5

Sin evaluar $H(x)$ ni sus derivadas en -1 y 1, determinar las diferencias divididas indicadas en la tabla y los valores de: $f(-1)$, $f'(-1)$, $f(1)$, $f'(1)$ y $f''(1)$.

5. Sea $\vec{f}(x,y) = (x, x-y^2)$. Calcular la circulación de $\vec{f}$ en sentido positivo a lo largo de la curva descripta por: $0 \leq y \leq 1, x = y^2$. Usar la regla de Simpson 1/3 con $N = 8$. Indicar el error que comete.