

## 11. Ecuaciones Diferenciales de Orden Superior

Las ecuaciones diferenciales de orden superior son aquellas en las que aparece una derivada de orden mayor a uno. Por ejemplo, una ecuación de segundo orden tiene la forma general:

$$y'' = f(x, y, y').$$

Para resolver este tipo de problemas con métodos numéricos, es necesario reducir la ecuación a un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden, que son los que los métodos como Euler o Runge-Kutta pueden manejar directamente.

## 12. Problema de Valores Iniciales de Segundo Orden

Un problema típico de segundo orden se plantea como:

$$\begin{cases} y'' = f(x, y, y'), \\ y(x_0) = y_0, \\ y'(x_0) = u_0. \end{cases} \quad (1)$$

Podemos transformar esta ecuación en un sistema de primer orden mediante el cambio de variable:

$$y' = u.$$

Entonces, el sistema equivalente es:

$$\begin{cases} y' = u, \\ u' = f(x, y, u). \end{cases} \quad (2)$$

Las condiciones iniciales se mantienen consistentes:

$$y(x_0) = y_0, \quad u(x_0) = u_0.$$

Este sistema puede resolverse con cualquier método numérico aplicable a ecuaciones de primer orden.

### 12.1 Método de Euler para Segundo Orden

Aplicando Euler al sistema anterior, se obtiene:

$$\begin{pmatrix} y_{i+1} \\ u_{i+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_i \\ u_i \end{pmatrix} + h \begin{pmatrix} u_i \\ f(x_i, y_i, u_i) \end{pmatrix}. \quad (3)$$