

14.5 Ejemplo físico: Distribución de temperatura en una barra

Los problemas de valores en la frontera aparecen en muchas situaciones físicas. Un ejemplo clásico es el estudio de la distribución estacionaria de temperatura en una barra metálica delgada.

Supongamos una barra de aluminio de longitud $l = 1$ ft, aislada térmicamente en casi toda su superficie, salvo en uno de sus extremos. El extremo derecho está en contacto con una fuente de calor que mantiene una temperatura constante de 100°F , mientras que el extremo izquierdo, inicialmente aislado, se libera en cierto instante, permitiendo que la temperatura evolucione.

El modelo físico que describe este fenómeno corresponde a una ecuación en derivadas parciales (EDP), pero su estado estacionario puede representarse por una ecuación diferencial ordinaria de segundo orden con condiciones en la frontera:

$$\begin{cases} \frac{d^2 T}{dx^2} = 0, \\ T(0) = T_0, \\ T(l) = 100, \end{cases}$$

donde $T(x)$ representa la temperatura en la posición x a lo largo de la barra. La solución de esta ecuación nos permite conocer cómo se distribuye la temperatura en estado de equilibrio.

En este tipo de problemas, las condiciones en los extremos ($x = 0$ y $x = l$) representan las **condiciones en la frontera**. El enfoque numérico mediante **diferencias finitas** permite aproximar soluciones incluso cuando el problema es más complejo (por ejemplo, si $T''(x) = f(x, T)$).

Este tipo de aplicación justifica el estudio de los Problemas con Valores en la Frontera, ya que aparecen en fenómenos de conducción de calor, elasticidad, oscilaciones, cargas distribuidas y muchas otras áreas de la física e ingeniería.