# Método de la Bisección

Mateo Cumbal

2024-10-30

## Tabla de Contenidos


**1 CÓDIGO** **1**
1.1 Método de la Bisección . . . 1

**2 CONJUNTO DE EJERCICIOS** **2**

**3 Ejercicio 1** **2**
3.1 Ejercicio 4 . . . 3

**4 EJERCICIOS APLICADOS** **7**
4.1 Ejercicio 1 . . . 7
4.2 Ejercicio 2 . . . 8

**5 EJERCICIOS TEÓRICOS** **8**
5.1 Ejercicio 1 . . . 8


# 1 CÓDIGO

## 1.1 Método de la Bisección

```python
def biseccion(f: float, a: float, b: float, TOL: float, N: int) -> float:
    i = 1
    FA = f(a)

    while i <= N:
        p = a + (b - a) / 2
        FP = f(p)
```

```
        if FP == 0 or (b - a) / 2 < TOL:
            return p

        i += 1

        if FA * FP > 0:
            a = p
            FA = FP
        else:
            b = p

    print(f'El método fracasó después de {N} iteraciones.')
    return None
```

# 2 CONJUNTO DE EJERCICIOS

# 3 Ejercicio 1

**Use el método de bisección para encontrar soluciones precisas dentro de $10^{-2}$ para $x^3 - 7x^2 + 14x - 6 = 0$ en cada intervalo.**

Se define la función de la ecuación y párametros dados.

```
def funcion1(x):
    return x**3 - 7 * x**2 + 14*x - 6

TOL = 10**-2
NO = 100
```

### a. [0, 1]

```
a = 0
b = 1

solucion1 = biseccion(funcion1, a, b, TOL, NO)
if solucion1 is not None:
    print(f'Solución aproximada encontrada: {solucion:.4f} en el intervalo [{a},{b}].')
```

```
Solución aproximada encontrada: 0.5858 en el intervalo [0,1].
```

**b. [1, 3.2]**

```
a = 1
b = 3.2

solucion2 = biseccion(funcion1, a, b, TOL, N0)
if solucion2 is not None:
    print(f'Solución aproximada encontrada: {solucion2:.4f} en el intervalo [{a},{b}].')
```

```
Solución aproximada encontrada: 3.0023 en el intervalo [1,3.2].
```

**c. [3.2, 4]**

```
a = 3.2
b = 4

solucion3 = biseccion(funcion1, a, b, TOL, N0)
if solucion3 is not None:
    print(f'Solución aproximada encontrada: {solucion3:.4f} en el intervalo [{a},{b}].')
```

```
Solución aproximada encontrada: 3.4188 en el intervalo [3.2,4].
```

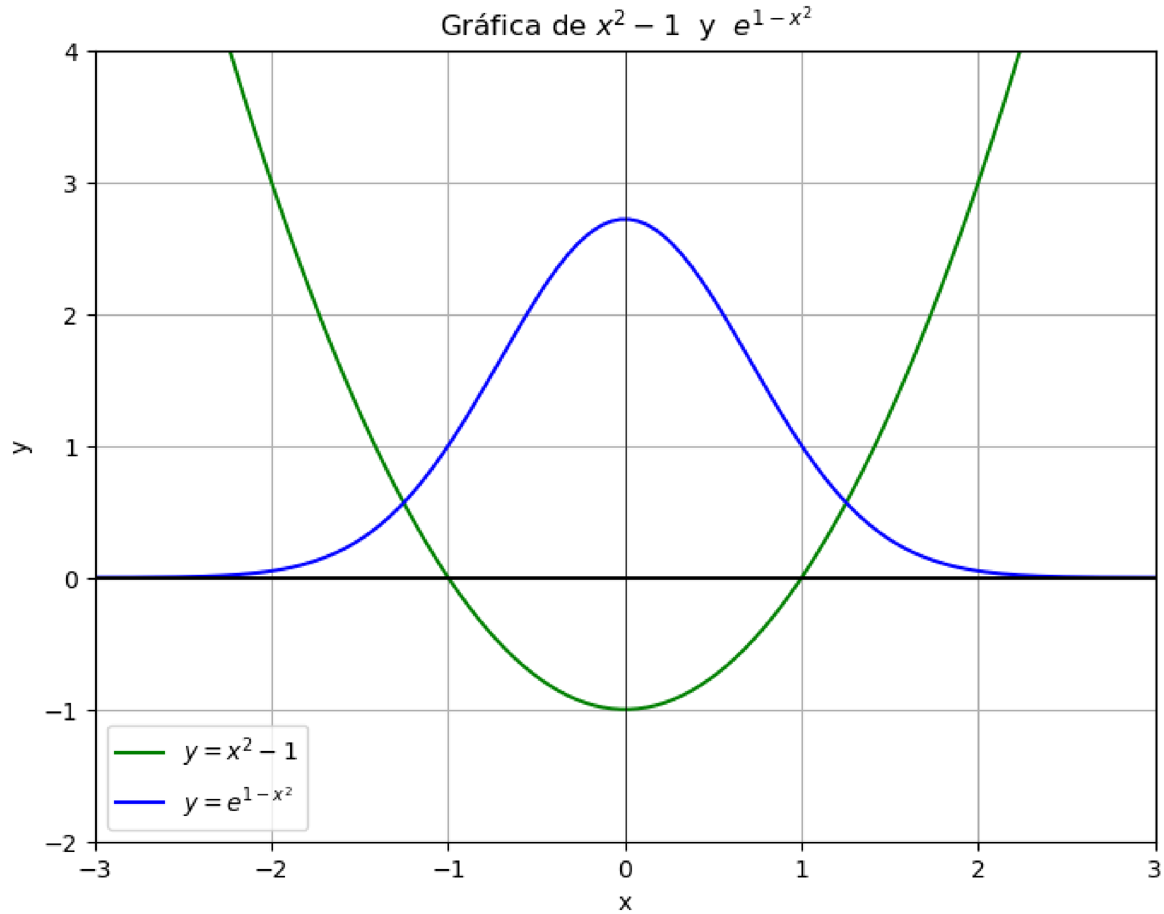
## 3.1 Ejercicio 4

**a. Dibuje las gráficas para $y = x^2 - 1$ y $y = e^{1-x^2}$**

Las gráficas de las funciones se implementan gracias al siguiente código:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

def equation1(x: float) -> float:
    return x**2 - 1

def equation2(x: float) -> float:
    return np.exp(1 - x**2)

x = np.linspace(-5, 5, 200)
y1 = equation1(x)
y2 = equation2(x)
plt.figure(figsize=(8, 6))
```

```python
plt.plot(x, y1, label=r'$y = x^{2} - 1$', color='green')
plt.plot(x, y2, label=r'$y = e^{1-x^{2}}$', color='blue')

plt.xlabel('x')
plt.ylabel('y')
plt.title('Gráfica de $x^{2}-1$  y  $e^{1-x^{2}}$')
plt.axhline(y=0, color='black')
plt.axhline(0, color='black',linewidth=0.5)
plt.axvline(0, color='black',linewidth=0.5)
ax = plt.gca()
ax.set_ylim([-2, 4])
ax.set_xlim([-3, 3])

plt.grid(True)
plt.legend()
plt.show()
```




**b. Use el método de bisección para encontrar una aproximación dentro de $10^{-3}$ para un valor de $[-2, 0]$ con $x^2 - 1 = e^{1-x^2}$**

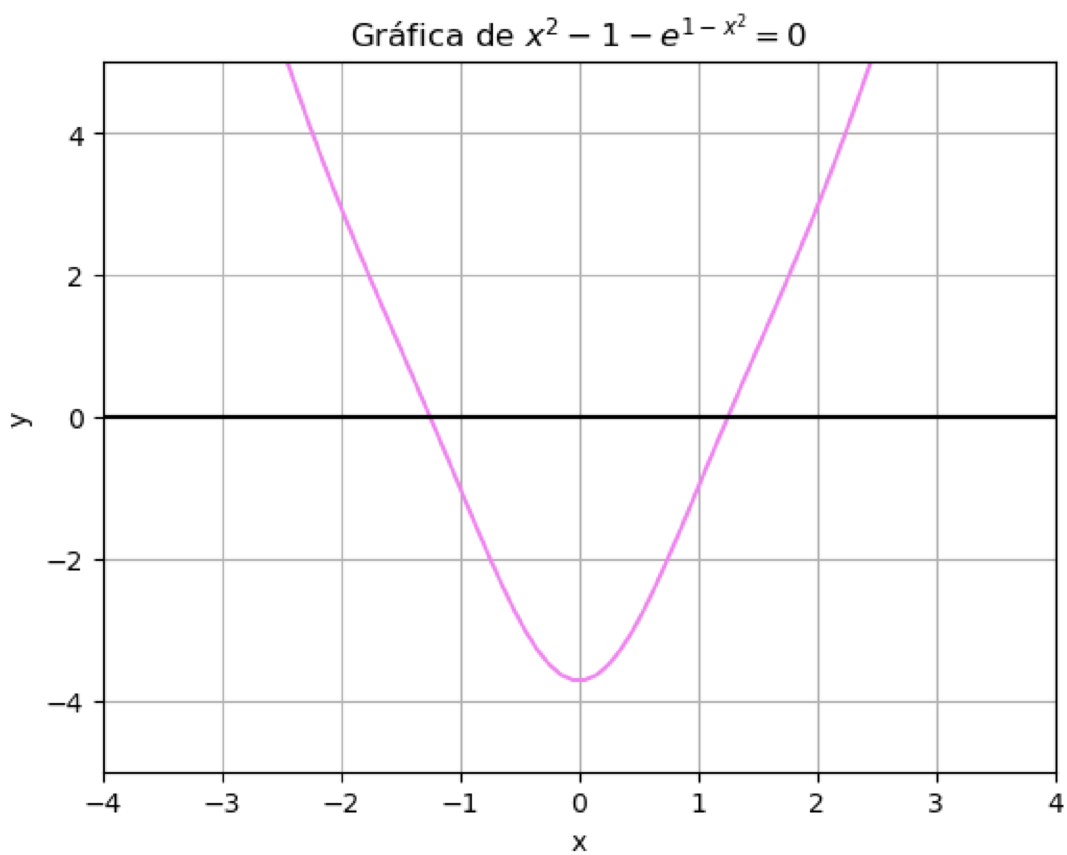
La función de la ecuación es:

```python
def funcion4b(x):
    return ((x**2) - 1)-(np.exp(1-x**2))
```

De esta manera se visualiza la igualdad entre ambas ecuaciones:

```python
x = np.linspace(-5, 5, 100)

y = funcion4b(x)

plt.plot(x, y, label = '$x^{2} - 1 = e^{1-x^{2}}$', color = 'violet')
```

```python
plt.axhline(y=0, color='black')
plt.xlabel('x')
plt.ylabel('y')
plt.title('Gráfica de $x^{2} - 1 - e^{1-x^{2}} = 0$')
ax = plt.gca()
ax.set_ylim([-5, 5])
ax.set_xlim([-4, 4])
plt.grid(True)
plt.show()
```




Se aplica el método de la bisección con los parámetros dados:

```python
a = -2
b = 0
TOL = 10**-3
NO = 100
```

```python
solucion4b = biseccion(funcion4b, a, b, TOL, N0)
if solucion4b is not None:
    print(f'Solución aproximada encontrada: {solucion4b:.4f} en el intervalo [{a},{b}].')
```

```
Solución aproximada encontrada: -1.2510 en el intervalo [-2,0].
```

# 4 EJERCICIOS APLICADOS

## 4.1 Ejercicio 1

**Un abrevadero de longitud tiene una sección transversal en forma de semicírculo con radio . (Consulte la figura adjunta.) Cuando se llena con agua hasta una distancia a partir de la parte superior, el volumen de agua es:**

$V = L\left(0.5\pi r^2 - r^2 \arcsin\left(\frac{h}{r}\right) - h\sqrt{r^2 - h^2}\right)$

**Suponga que = 10 , = 1 y =12.4 . Encuentre la profundidad del agua en el abrevadero dentro de 0.01 $cm$**

Del ejercicio se tiene que: * Tolerancia: $0.01cm$ * Intervalo: $[h_{min}, h_{max}]$, es decir: $[0, 1]$

Se define de la función f(h) basada en el volumen V y el volumen objetivo:

```python
def f(h, L=10, r=1, V=12.4):
    return L * (0.5 * np.pi * r**2 - r**2 * np.arcsin(h / r) - h * np.sqrt(r**2 - h**2)) - V
```

Se aplica el método de la bisección y se obtiene la profundidad:

```python
a = 0
b = 1
TOL = 0.01
N0 = 100

profundidad = biseccion(f, a, b, TOL, N0)
if profundidad is not None:
    print(f'La profundidad del agua es aproximadamente: {profundidad:.4f} cm')
```

```
La profundidad del agua es aproximadamente: 0.1641 cm
```

## 4.2 Ejercicio 2

**Un objeto que cae verticalmente a través del aire está sujeto a una resistencia viscosa, así como a la fuerza de gravedad. Suponga que un objeto con masa cae desde una altura y que la altura del objeto después de segundos es**

$s(t) = s_0 - \frac{mg}{k}t + \frac{m^2 g}{k^2}\left(1 - e^{-\frac{kt}{m}}\right),$

**donde** $(g = 9.81, \mathbf{m/s}^2)$ **y** $(k)$ **representa el coeficiente de la resistencia del aire en** $(\mathbf{Ns/m})$**. Suponga** $(s_0 = 300, \mathbf{m})$**,** $(m = 0.25\,\mathbf{kg})$ **y** $(k = 0.1, \mathbf{Ns/m})$**. Encuentre, dentro de** $(0.01\,\mathbf{segundos})$**, el tiempo que tarda un cuarto de kg en golpear el piso.**

Se define la función de posición s(t):

```python
def s(t, s0=300, m=0.25, g=9.81, k=0.1):
    return s0 - (m * g / k) * t + (m**2 * g / k**2) * (1 - np.exp(-k * t / m))
```

Para determinar el tiempo:

```python
a = 0
b = 100
TOL = 0.01
N0 = 1000

tiempo = biseccion(lambda t: s(t), a, b, TOL, N0)
if tiempo is not None:
    print(f'El objeto golpea el piso aproximadamente en: {tiempo:.4f} segundos')
```

```
El objeto golpea el piso aproximadamente en: 14.7278 segundos
```

# 5 EJERCICIOS TEÓRICOS

## 5.1 Ejercicio 1

**Use el *teorema 2.1.* para encontrar una cota para el número de iteraciones necesarias para lograr una aproximación con precisión de** $10^{-4}$ **para la solución de** $x^3 - x - 1 = 0$ **que se encuentra dentro del intervalo** $[1, 2]$**. Encuentre una aproximación para la raíz con este grado de precisión.**

Se define la ecuación del ejercicio:

```python
def f(x):
    return x**3 - x - 1
```

Se calcula el número mínimo de iteraciones necesarias:

```python
tolerancia = 1e-4
a = 1
b = 2
n_iteraciones = np.ceil(np.log((b - a) / tolerancia) / np.log(2))
print(f"Número mínimo de iteraciones necesarias: {int(n_iteraciones)}")
```

```
Número mínimo de iteraciones necesarias: 14
```

La raiz aproximada se obtiene a partir del método de la bisección.

```python
raiz = biseccion(f, a, b, tolerancia, int(n_iteraciones))
print(f"La aproximación de la raíz es: {raiz:.4f}")
```

```
La aproximación de la raíz es: 1.3248
```

**GitHub:** Métodos Númericos - @mateobtw18