

## 6. feladatsor: Polinomok

### Polinomok osztása, legnagyobb közös osztója

1. Határozzuk meg a  $\mathbb{Z}$  feletti  $3x^8 + 5x^6 - 11x^3 + 7x^2 - 15x + 8$  és  $16x^7 - 13x^6 + 6x^3 - 13x + 21$  polinomok szorzatában a 0-ad, 9-ed, 14-ed, 15-öd és 20-ad fokú tag együtthatóját! Oldjuk meg ugyanezt  $\mathbb{Z}_{24}$  felett is! Mennyi lesz ekkor a szorzatpolinom foka?
2. Adjuk meg  $\mathbb{Z}_{72}$  felett  $8x^2 + 13$  és a  $18x + 36$  polinomok szorzatát!
3. Osszuk el az  $f(x)$  polinomot  $g(x)$ -szel maradékosan  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Z}_7$  és  $\mathbb{Z}_6$  felett, ha lehet
  - a)  $f(x) = 42x^4 - 7x^3 + 13x^2 + 43x - 12$ ,  $g(x) = x^2 - x + 1$ ;
  - b)  $f(x) = x^3 - 3x^2 - x - 1$ ,  $g(x) = 3x^2 - 2x + 1$ ;
  - c)  $f(x) = 5x^4 + 2x - 3$ ,  $g(x) = 2x^2 - 3x + 4$ ;
  - d)  $f(x) = x^3$ ,  $g(x) = 2x + 3$ ;
  - e)  $f(x) = x^2 + 3x - 2$ ,  $g(x) = 6x^4 + 5x^2 - 3x + 2$ ;
  - f)  $f(x) = x^3 + x^2 + 3x + 2$ ,  $g(x) = 2x^2 + 4$ .

---

### További feladatok

4. Bizonyítsuk be, hogy tetszőleges  $R$  gyűrű esetén az  $R$  feletti polinomok halmaza gyűrűt alkot a polinomok összeadásával és szorzásával, mint műveletekkel.
5. Létezik-e olyan  $R$  gyűrű, amelyre az  $R[x]$  polinomgyűrű:
  - a) egységelemes integritási tartomány?
  - b) test?

Igazoljuk is állításunkat.