

7. feladatsor: Polinomok

Polinomok helyettesítési értékei, gyökei, Horner-elrendezés

- Keressük meg az $f(x) = x^4 - 3x^2 + x + 6$ polinom helyettesítési értékét a $3, -1, 2, -2$ helyeken!
- Az $x-c$ -vel való maradékos osztás segítségével határozzuk meg az alábbi $\mathbb{C}[x]$ -beli polinomok helyettesítési értékét az adott helyen:
 - $x^4 - 3x^3 + 6x^2 - 10x + 16, c = 4;$
 - $x^5 + (1 + 2i)x^4 - (1 + 3i)x^2 + 7, c = -2 - i;$
 - $x^4 - 3ix^3 - 4x^2 + 5ix - 1, c = 1 + 2i$
- Határozzuk meg az alábbi maradékos osztások hányadosát és maradékát az R gyűrű felett a Horner-módszer segítségével: $f(x) = 3x^5 + 2x^2 - 7x + 2$
 - $g(x) = x - 3, R = \mathbb{Z}$
 - $g(x) = x + 2, R = \mathbb{Z};$
 - $g(x) = x - 1/2, R = \mathbb{Q}$
 - $g(x) = x - 3, R = \mathbb{Z}_3;$
 - $g(x) = x - 3, R = \mathbb{Z}_5.$
- Határozzuk meg az alábbi maradékos osztások hányadosát és maradékát a Horner-módszer segítségével:
 - $f(x) = 4x^3 + x^2, g(x) = x + 1 + i;$
 - $f(x) = x^3 - x^2 - x, g(x) = x - 1 + 2i.$
- Határozzuk meg a p értékét úgy, hogy az $f(x) = x^5 + 3x^4 + 5x + p$ polinom osztható legyen $x - 2$ -vel!
- Hogyan kell megválasztani a p, m értékeket, hogy az $x^3 + px + q$ polinom \mathbb{C} felett osztható legyen az $x^2 + mx - 1$ polinommal?
- Az $x - c$ -vel való ismételt maradékos osztás segítségével írjuk fel a következő $\mathbb{C}[x]$ -beli polinomokat $x - c$ hatványai segítségével:
 - $x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 4x + 1, c = -1;$
 - $x^5, c = 1$
- Határozzuk meg az $x^2 + 4x + 3 \in \mathbb{Z}_8[x]$ polinom összes gyökét!
- Hányszoros gyöke 2 az $x^5 - 5x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 4x - 8 \in \mathbb{Z}[x]$ polinomnak?
- Határozzuk meg az a együtthatót úgy, hogy -1 legalább kétszeres gyöke legyen az $x^5 - ax^2 - ax + 1 \in \mathbb{R}[x]$ polinomnak.

További feladatok

- Adjunk példát olyan R gyűrűre, $f, g \in R[x]$ polinomokra és $r \in R$ elemre, amelyekre $f(r) \cdot g(r) = (f \cdot g)(r)$. (Milyen típusú gyűrűk között érdemes keresni ilyen R -re példát?)