

## 4. feladatsor: Számelmélet

### Lineáris kongruenciarendszerek megoldása

1. Oldjuk meg a következő kongruenciarendszereket:

$$\begin{array}{llll}
 \text{a) } \begin{cases} x \equiv 2 \pmod{3} \\ x \equiv 3 \pmod{4} \\ x \equiv 1 \pmod{5} \end{cases} & \text{b) } \begin{cases} 5x \equiv 3 \pmod{7} \\ 3x \equiv 7 \pmod{8} \end{cases} & \text{c) } \begin{cases} 3x \equiv 2 \pmod{4} \\ 4x \equiv 3 \pmod{5} \end{cases} & \text{d) } \begin{cases} 5x \equiv 1 \pmod{6} \\ 7x \equiv 9 \pmod{10} \end{cases} \\
 \text{e) } \begin{cases} 5x \equiv 2 \pmod{6} \\ 7x \equiv 3 \pmod{10} \end{cases} & \text{f) } \begin{cases} 4x \equiv 2 \pmod{3} \\ 3x \equiv 2 \pmod{7} \\ 9x \equiv 7 \pmod{11} \end{cases} & \text{g) } \begin{cases} 3x \equiv 1 \pmod{4} \\ 7x \equiv 2 \pmod{9} \\ 9x \equiv 3 \pmod{13} \end{cases} & \text{h) } \begin{cases} 5x \equiv 3 \pmod{6} \\ 3x \equiv 9 \pmod{10} \\ 8x \equiv 9 \pmod{15} \end{cases}
 \end{array}$$

2. Melyek azok a száznál kisebb természetes számok, amelyek huszonháromszorosát hetes alapú számrendszerben felírva az utolsó jegy 5, az utolsó előtti jegy pedig 2? Oldjuk meg a feladatot kongruenciák segítségével.

3. Keressük meg a kínai maradéktétel alkalmazásával azokat az egész számokat, amelyek 3-mal osztva 1-et, 4-gyel osztva 2-t, 5-tel osztva 3-at adnak maradékul.

4. Adjuk meg azt a legkisebb természetes számot, amely 28-as alapú számrendszerben felírva 3-ra, 19-es alapú számrendszerben felírva pedig 4-re végződik. Oldjuk meg a feladatot kongruenciák segítségével.

5. Bontsuk fel a 463-at két természetes szám összegére úgy, hogy az egyik szám osztható legyen 14-gyel, a másik 23-mal. Oldjuk meg a feladatot kongruenciák segítségével.

### További feladatok

6. Írjunk programot általános lineáris kongruenciarendszerek megoldására (ahol a modulusok nem feltétlenül relatív prímek)!

7. Adjuk meg az általános lineáris kongruenciarendszerek megoldhatóságának szükséges és elégséges feltételét (ahol a modulusok nem feltétlenül relatív prímek), és bizonyítsuk is be azt!