

Réplication du papier d'Engle & Campos-Martins sur le facteur commun de Covolatilité

Ryhan Chebrek, Theo Domingues, Matéo Molinaro, Julien Moury

M2 272 IEF, Université Dauphine PSL

17 Mai 2025

Plan de la Présentation

- 1 Introduction et motivation
- 2 Théorie du modèle COVOL et application aux ETF pays
- 3 Estimation par EM et Tests sur facteur COVOL
- 4 Validation de l'estimation par méthode Monte-Carlo
- 5 Comparaison avec des mesures de risque géopolitique
- 6 Analyse et régression sur corrélations cross-sectionnelles
- 7 COVOL et indicateurs de sentiment / cycle
- 8 Extension: construction de portefeuilles
- 9 Annexes

I - Introduction et motivation

- Les marchés financiers sont régulièrement exposés à des chocs systémiques (crises financières, pandémies, tensions géopolitiques).
- Lors d'un choc majeur, on observe non seulement une augmentation de la volatilité propre à chaque actif (effet univarié), mais aussi une co-mouvement accru de ces hausses (effet cross-sectionnel).
- D'où la question centrale : peut-on identifier un indicateur en temps réel de l'ampleur de ces chocs globaux et communs de volatilité ?
- Engle et Campos-Martins (2023) introduisent le facteur COVOL, un facteur latent commun à l'ensemble des actifs, destiné à capter cette dynamique.
- Objectif de cette étude : répliquer leur approche, évaluer la robustesse de leurs résultats, et explorer l'application du facteur COVOL à la gestion de portefeuilles dynamiques.

II – Données et régression des rendements

- **ETF pays** : 47 fonds indiciels couvrant un large panel géographique (source : Bloomberg).
- **Facteur ACWI** : indice global de marché (MSCI ACWI), utilisé comme proxy du facteur systémique de rendement.
- **Composante principale (PCA)** : premier facteur principal des rendements ETF, capturant les comouvements dominants.

Régression de chaque rendement $r_{i,t}$:

$$r_{i,t} = \phi_i r_{i,t-1} + \alpha_i + \beta_i^{\text{ACWI}} r_t^{\text{ACWI}} + \beta_i^{\text{PC1}} \text{PC1}_t + \varepsilon_{i,t}^{(m)}$$

Extraction des résidus de rendement $\varepsilon_{i,t}^{(m)}$.

II – Prétraitement univarié & innovations standardisées

- Ajustement de chaque série de log-rendements $r_{i,t}$ par un modèle AR(1)–GARCH(1,1), pour neutraliser clustering, levier et saisonnalité et obtenir des innovations homogènes.

$$r_{i,t} = \mu_{i,t} + \varepsilon_{i,t}, \quad \sigma_{i,t}^2 = \omega_i + \alpha_i \varepsilon_{i,t-1}^2 + \beta_i \sigma_{i,t-1}^2$$

- $\varepsilon_{i,t} \mid \mathcal{F}_{t-1} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{i,t}^2)$: hypothèse gaussienne.
- GARCH(1,1) capture le clustering, et l'AR(1) corrige l'autocorrélation des rendements.

$$e_{i,t} = \frac{\varepsilon_{i,t}}{\sigma_{i,t}}, \quad \mathbb{E}[e_{i,t} \mid \mathcal{F}_{t-1}] = 0, \quad \mathbb{V}(e_{i,t} \mid \mathcal{F}_{t-1}) = 1.$$

- Garantit des innovations « blanches » (pas d'autocorrélation, variance unité), neutralisant clustering et hétérogénéité de volatilité propres à chaque actif.

II - Visualisation des résidus standardisés & volatilité

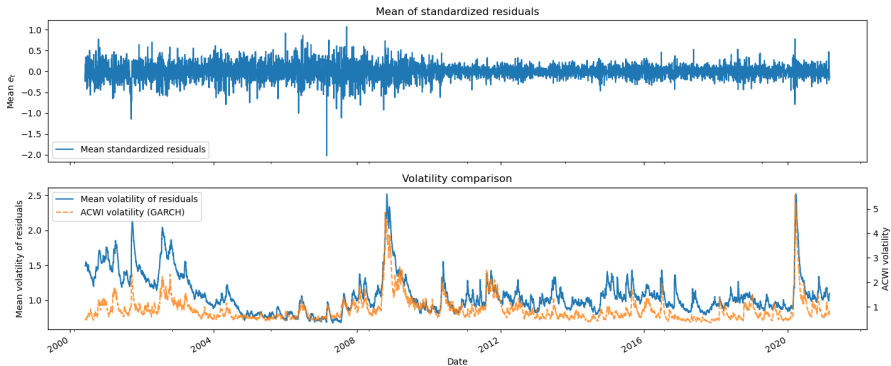


Figure 1 – Moyenne transversale journalière des résidus standardisés pour l'ensemble des ETF par pays (panel supérieur) et volatilité estimée de l'ACWI (panel inférieur, ligne pointillée).

II - Analyse cross-sectionnel & modèle global COVOL

$$e_{i,t} = \sqrt{g(s_i, x_t)} \varepsilon_{i,t}, \quad g(s_i, x_t) = s_i x_t + (1 - s_i)$$

- Loading $s_i \in [0, 1]$: part de variance de l'actif i expliquée par le facteur global
 - $s_i = 0$: variance purement idiosyncratique
 - $s_i = 1$: variance entièrement due au choc global
- Facteur latent $x_t > 0$ gouverne la covariance des chocs :

$$\text{COV}(e_{i,t}^2 - 1, e_{j,t}^2 - 1) = s_i s_j \mathbb{V}(x_t)$$

- $v_t = \mathbb{V}(x_t)$ mesure l'intensité du choc global.
- La dispersion cross-sectionnelle des innovations standardisées provient d'une part systémique (x_t pondéré par s_i) et d'une part idiosyncratique.

III - Estimation du modèle COVOL (1/2)

- **Méthode Max–Max** pour variables latentes : maximisations séquentielles et partielles pour déterminer les x_t (latents) et s_i maximisant la log-vraisemblance.
- **Contraintes d'identification** : $\frac{1}{T} \sum_t x_t = 1$, $\|s\|_2 = 1$, $s_i \in [0, 1]$.
Assurent la signifiante économique et l'unicité de la solution.
- **Extraction initiale de $s^{(0)}$** :
 - Construire $\Psi = \frac{1}{T} \sum_t (e_t^2 - 1)(e_t^2 - 1)'$ "empirique".
 - Appliquer ACP à $\Psi \rightarrow$ 1ère composante v_1 .
 - Normaliser $s_i^{(0)} = |v_{1,i}| / \|v_1\|_2$.
- **Approximation initiale de $x_t^{(0)}$** :
 - Projection des carrés centrés : $x_t^{(0)} \propto (s^{(0)})'(e_t^2 - 1)$ ou alternative par l'estimateur "equal-loading" : $x_t^{(0)} = N^{-1} \sum_i e_{i,t}^2$.
 - Normalisation : $\frac{1}{T} \sum_t x_t^{(0)} = 1$

III - Estimation du modèle COVOL (2/2)

❶ **Entrées** : résidus standardisés e_t et points de départ $\{x^{(0)}, s^{(0)}\}$

❷ **Itérations** ($k = 1, 2, \dots$) :

- **Bloc-x (vue cross-section)** : à $s^{(k-1)}$ donné, on détermine x_t qui maximise la log vraisemblance sous hypothèse gaussienne :

$$x_t^{(k)} = \arg \min_{x > 0} \frac{1}{2} \sum_{t \in \mathcal{T}} \left[\ln(s^{(k-1)}x + 1 - s^{(k-1)}) + \frac{e_t^2}{s^{(k-1)}x + 1 - s^{(k-1)}} \right]$$

On renormalise ensuite : $\frac{1}{T} \sum_t x_t^{(k)} = 1$.

- **Bloc-s (vue time-series)** : pour $x_t^{(k)}$ donné, on détermine les poids s_i expliquant au mieux les chocs de volatilité dans le temps :

$$s^{(k)} = \arg \min_{0 \leq s \leq 1} \frac{1}{2} \sum_{t \in \mathcal{T}} \left[\ln(s x_t^{(k)} + 1 - s) + \frac{e_t^2}{s x_t^{(k)} + 1 - s} \right]$$

On renormalise ensuite : $\|s^{(k)}\|_2 = 1$.

❸ **Arrêt** : variation de log-vraisemblance $|\log L^{(k)} - \log L^{(k-1)}| < 10^{-4}$ (15–30 itérations dans notre panel ETF).

III - Série de x_t estimée

Figure 2: Estimated Global COVOL Factor (x_t)

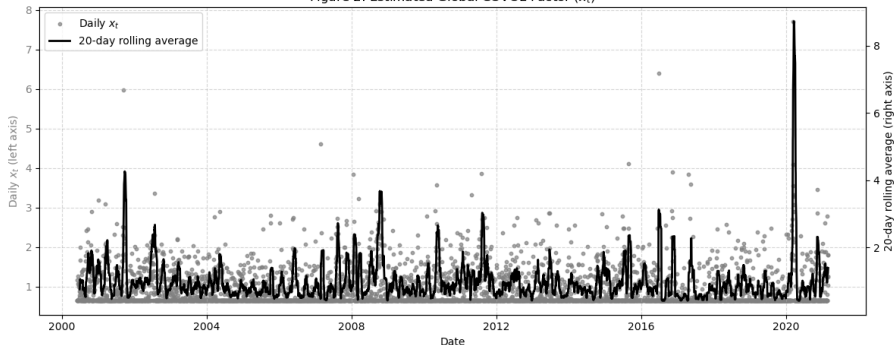


Figure 2 – Moyenne mobile sur 20 jours (noir) des estimations ponctuelles (en racine carré) du facteur global COVOL (gris).

III - Top 10 des événements marqués par le facteur COVOL

Date	\hat{x}_t	\bar{r}_{US} (%)	Événement principal
2020-03-09	61.41	-8.13	COVID-19 : confinement Italie & guerre des prix pétroliers
2016-06-24	41.58	-3.71	Référendum Brexit
2001-09-17	36.74	-5.37	Réouverture du NYSE après le 11 septembre
2007-02-27	21.86	-3.98	Premiers signes de la crise subprimes
2015-08-24	17.08	-4.30	Flash crash US/Chine (dévaluation du yuan)
2020-03-12	16.86	-10.06	COVID-19 : suspension des vols Europe-États-Unis
2016-11-09	15.37	1.05	Élection de Donald Trump (US)
2011-08-05	15.11	-0.15	Abaissment de la note souveraine US (S&P)
2008-01-22	15.09	-1.02	Intensification de la crise des prêts subprimes
2017-04-24	14.87	1.09	Victoire d'E. Macron au premier tour (France)

- *Lecture* : Le 9 mars 2020, le facteur global COVOL \hat{x}_t atteint son pic à 61,41, date à laquelle le rendement moyen de l'indice US chute de -8,13%.

IV - Validation Monte Carlo – Design des simulations

- **Objectif** : évaluer la robustesse et la précision des estimateurs \hat{s}_i et \hat{x}_t obtenus par EM.
- Pour chaque réplication $r = 1, \dots, 150$ et scénario $(N \text{ actifs}, T \text{ dates}) \in \{(10, 1000), (10, 5000), (50, 1000), (50, 5000)\}$:
 - 1 Tirage $s_i^{\text{true}} \sim \mathcal{U}(0, 1)$, normalisation $\|s\|_2 = 1$.
 - 2 Génération latent $\phi_t \sim \mathcal{N}(0, \nu^2)$, $x_t = \exp(\phi_t)$, normalisé pour $\frac{1}{T} \sum_t x_t = 1$.
 - 3 Innovations $\varepsilon_{i,t} \sim \mathcal{N}(0, 1)$ i.i.d.
 - 4 Construction $e_{i,t} = \sqrt{s_i^{\text{true}} x_t + (1 - s_i^{\text{true}})} \varepsilon_{i,t}$.
 - 5 Estimation EM $\rightarrow \hat{s}, \hat{x}_t$.
- On compare ensuite aux valeurs “true” pour mesurer l’erreur et la corrélation résiduelle.

IV - Validation Monte Carlo – Résultats et comparaison

Table: \overline{R}_s^2 , \overline{R}_x^2 , $\overline{\widehat{\rho}_{e^2}}$ et $\overline{\nu}$ moyennés (R=150)

	Aléatoire, $T = 1000$		Aléatoire, $T = 5000$		Fixe, $T = 1000$		Fixe, $T = 5000$	
	$N = 10$	$N = 50$	$N = 10$	$N = 50$	$N = 10$	$N = 50$	$N = 10$	$N = 50$
\overline{R}_s^2	0.819	0.852	0.961	0.969	0.765	0.837	0.959	0.968
\overline{R}_x^2	0.785	0.941	0.807	0.946	0.852	0.964	0.823	0.952
$\overline{\widehat{\rho}_{e^2}}$	0.251	0.239	0.279	0.262	0.338	0.315	0.303	0.290
$\overline{\nu}$	24.07	27.90	39.13	53.89	70.62	67.64	52.08	51.17

- \overline{R}_x^2 relativement proches du papier : estimation cohérente du facteur latent.
- Légère sous-performance de \overline{R}_s^2 pour petits panels ($T = 1000$ et $N = 10$), converge mieux avec davantage de simulations $T = 5000$ et $N = 50$.
- $\overline{\widehat{\rho}_{e^2}}$ cependant globalement deux fois plus élevés à la réplication avec le caractère artificiel des tirages mais reste positif.

V - Comparaison COVOL avec des mesures de risque géopolitique

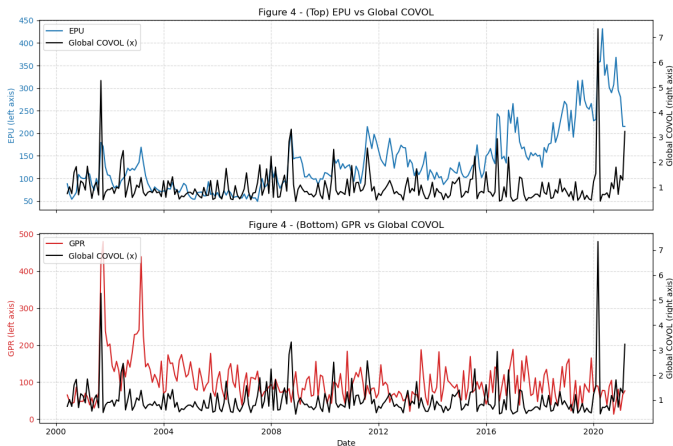


Figure 4 – Comparaison mensuelle du facteur global COVOL (\hat{x}_t) avec (haut) l'indice EPU et (bas) l'indice GPR.

V – Régressions ACWI

Table: Tableau 8 – Régression de ψ_t^{ACWI}

	(1)	(2)	(3)	(4)
\hat{x}_t^2	0.418*** (0.030)	—	—	0.378*** (0.034)
ΔEPU_t	—	0.006*** (0.001)	—	0.001* (0.001)
ΔGPR_t	—	—	0.002*** (0.000)	0.001 (0.000)
Observations	248	248	248	248
R^2	0.449	0.163	0.047	0.462
Adj. R^2	0.446	0.160	0.043	0.456
Residual S.E.	0.319	0.392	0.419	0.316
F-Statistic	200.910	48.081	12.157	70.265

Table: Tableau 9 – Régression de r_t^{ACWI}

	(1)	(2)	(3)	(4)
\hat{x}_t^2	-0.037*** (0.004)	—	—	-0.035*** (0.004)
ΔEPU_t	—	-0.000*** (0.000)	—	-0.000 (0.000)
ΔGPR_t	—	—	-0.000** (0.000)	-0.000 (0.000)
Constante	0.003 (0.002)	0.003 (0.003)	0.003 (0.003)	0.003 (0.002)
Observations	248	248	248	248
R^2	0.297	0.090	0.019	0.299
Adj. R^2	0.294	0.086	0.015	0.291
Residual S.E.	0.039	0.044	0.046	0.039
F-Statistic	103.969	24.209	4.675	34.726

ΔEPU et ΔGPR , significatifs en isolation, perdent de la robustesse en présence de \hat{x}_t^2 , soulignant la primauté du facteur COVOL pour capturer le risque financier global (Engle Campos-Martins).

VI – Analyse des corrélations cross-sectionnelles

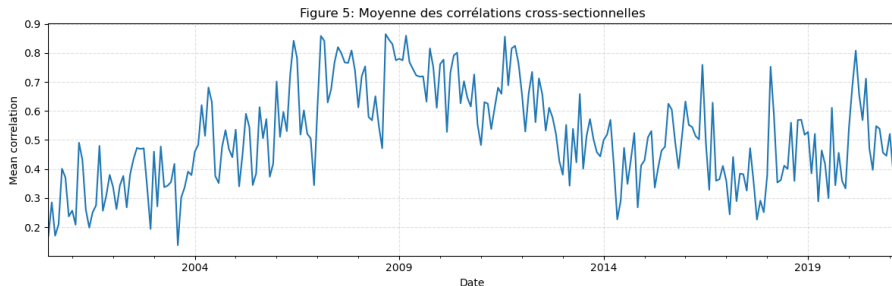


Figure 5 – Moyenne mensuelle des corrélations cross-sectionnelles des rendements des ETF pays.

VI - Régression de la corrélation moyenne

Table: Résultats sur régression des variables de risque & facteur COVOL

	(1)	(2)	(3)	(4)
$COVOL^2$	0.066* (0.011)	—	—	0.055* (0.012)
δEPU_t	—	0.001* (0.000)	—	0.000 (0.000)
δGPR_t	—	—	0.000** (0.000)	0.000 (0.000)
$\rho_{m,t-1}$	0.691* (0.042)	0.687* (0.044)	0.694* (0.045)	0.693* (0.042)
Constante	0.160* (0.023)	0.162* (0.024)	0.158* (0.025)	0.159* (0.023)
Observations	248	248	248	248
R^2	0.552	0.513	0.492	0.557
Adj. R^2	0.548	0.509	0.488	0.550
Residual S.E.	0.114	0.119	0.121	0.114
F-Statistic	150.650	129.105	118.479	76.510

- **Impact du facteur COVOL:** coefficient positif et significatif (0.06) → une hausse de la variance systémique renforce la corrélation moyenne entre actifs.
- **Rôle de l'autocorrélation:** le terme $\rho_{m,t-1}$ (lag de la corrélation) reste très élevé (0.69) et hautement significatif, signalant une dynamique persistante des comouvements.
- **Indices géopolitiques:** ΔEPU et ΔGPR sont significatifs seuls, mais perdent de la puissance lorsqu'on contrôle pour $COVOL^2 + \rho_{m,t-1}$ (modèle 4).
- **Conclusion partielle:** comme dans Engle & Campos-Martins, le facteur global COVOL capte une part substantielle du comouvement de rendement, au-delà des indices d'incertitude macro et géopolitique.

VII-A – Global COVOL vs VIX et récessions (Fig. 6)

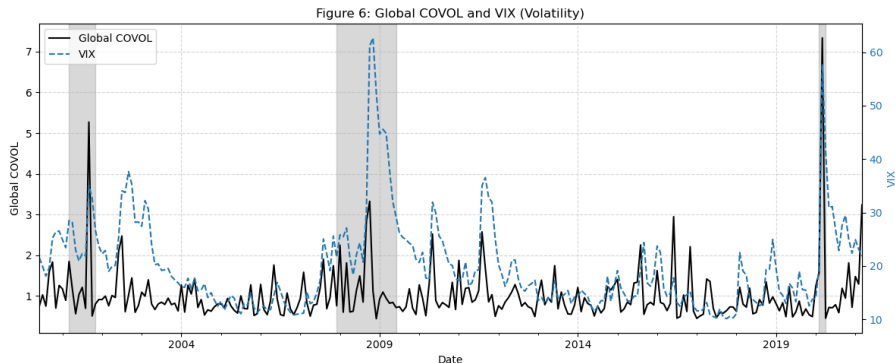


Figure 6 – Variance systémique mensuelle (\hat{x}_t^2) et indice VIX, avec en arrière-plan les zones de récession NBER grisées.

VII-B – Global COVOL vs CCI (Fig. 7)

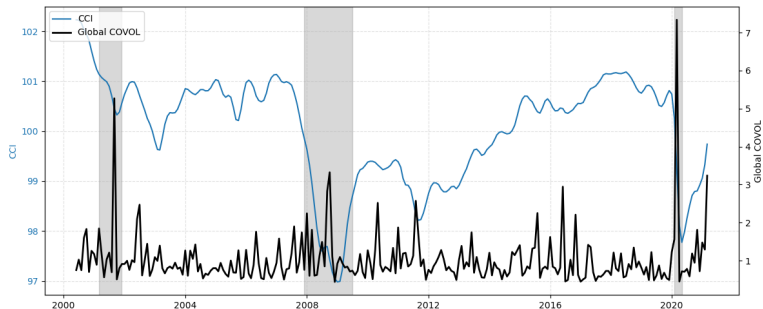


Figure 7 – Variance systémique mensuelle (\hat{x}_t^2) et indice de confiance des consommateurs (CCI).

VII – Cycle conjoncturel et Sentiment (Tableaux 11 & 12)

Table: Tableau 11 – Régression de \hat{x}_t^2 sur indicatrices NBER

Période	Global COVOL ²
EXP1 (2000-06 → 2001-02)	1.381 (1.223)
CON1 (2001-03 → 2001-11)	4.254* (1.223)
EXP2 (2001-12 → 2007-11)	1.015** (0.432)
CON2 (2007-12 → 2009-06)	2.117** (0.841)
EXP3 (2009-07 → 2020-01)	1.046* (0.325)
CON3 (2020-02 → 2020-04)	19.463* (2.117)
EXP4 (2020-05 → 2021-01)	1.131 (1.223)
Observations	250
R^2	0.332
Adj. R^2	0.313
Residual S.E.	3.668
F-Statistic	17.272

Table: Tableau 12 – Régressions de ΔVIX , $\Delta GEPU$, ΔCCI sur \hat{x}_t^2

	ΔVIX	$\Delta GEPU$	ΔCCI
Global COVOL ²	5.189* (0.297)	19.868* (2.272)	-0.039* (0.006)
Observations	248	248	248
R^2	0.554	0.323	0.850
Adj. R^2	0.552	0.312	0.848
Residual S.E.	3.205	24.425	0.067
F-Statistic	305.566	29.041	344.581

VII – Interprétation économique

- **Business cycle:** les périodes de contraction (CON1, CON2, CON3) sont associées à des hausses de \hat{x}_t^2 significatives, confirmant que COVOL capte bien le stress systémique en récession.
- **Sentiment:** ΔVIX et $\Delta GEPV$ sont positivement corrélés à \hat{x}_t^2 , montrant que l'incertitude financière et macroéconomique précipite les chocs globaux de volatilité.
- Le coefficient négatif sur ΔCCI traduit qu'une amélioration du sentiment précède généralement une baisse des chocs COVOL (prime d'optimisme).
- **Synthèse:** ces régressions confirment les conclusions d'Engle & Campos-Martins sur la robustesse de COVOL comme indicateur de stress systémique, complémentaire aux mesures traditionnelles de risque et sentiment.

Extension: construction de portefeuilles avec différentes sensibilités au COVOL

- Création de 4 stratégies:
 - Neutral COVOL
 - Objectif: construire un portefeuille hedgé du facteur COVOL
 - Max COVOL
 - Objectif: construire un portefeuille avec une expo max au COVOL
 - Min COVOL
 - Objectif: construire un portefeuille avec une expo min au COVOL
 - Dynamic COVOL
 - Objectif: construire un portefeuille avec une expo dynamique au COVOL
- Application à des:
 - ETFs factoriels: quality (US et EUR)
 - Facteurs internationaux (24 pays): smb, hml_ff, hml_devil et bab
- Données: mensuelles, rebal mensuel, sans CT

Extension: construction de portefeuilles avec différentes sensibilités au COVOL - Neutral

- Programme d'optimisation:

$$\begin{aligned} \min_w \quad & w^\top \Sigma w \\ \text{s.c.} \quad & \beta_t^\top w = 0 \\ & 1^\top w = 1 \end{aligned}$$

- Ce portefeuille est *orthogonal au facteur COVOL*, tout en minimisant la variance totale. Il ne cherche ni à capter ni à éviter le facteur.
- Estimation de la matrice de VCV par shrinkage Ledoit-Wolf (+ précis sur de petits échantillons) sur une fenêtre de 24 mois pour 24 actifs.

Extension: construction de portefeuilles avec différentes sensibilités au COVOL - Max

- Programme d'optimisation:

$$\begin{aligned} \max_w \quad & \beta_t^\top w \\ \text{s.c.} \quad & \mathbf{1}^\top w = 1 \\ & w^\top \Sigma w \leq \sigma_m^2 \end{aligned}$$

- Ce portefeuille est *pleinement sensible* au facteur COVOL. Il capte ce que le portefeuille neutre cherche à *éliminer*.
- Le niveau de volatilité cible est fixé au niveau de la volatilité obtenue avec le portefeuille neutre, sorte de "variance targeting" pour faciliter la comparaison des portefeuilles entre eux.
- Estimation de la matrice de VCV par shrinkage Ledoit-Wolf (+ précis sur de petits échantillons) sur une fenêtre de 24 mois pour 24 actifs.

Extension: construction de portefeuilles avec différentes sensibilités au COVOL - Min

- Programme d'optimisation:

$$\begin{aligned} \min_w \quad & \beta_t^\top w \\ \text{s.c.} \quad & \mathbf{1}^\top w = 1 \\ & w^\top \Sigma w \leq \sigma_m^2 \end{aligned}$$

- Ce portefeuille *évite les expositions* à COVOL.
- Le niveau de volatilité cible est fixé au niveau de la volatilité obtenue avec le portefeuille neutre, sorte de "variance targeting" pour faciliter la comparaison des portefeuilles entre eux.
- Estimation de la matrice de VCV par shrinkage Ledoit-Wolf (+ précis sur de petits échantillons) sur une fenêtre de 24 mois pour 24 actifs.

Extension: construction de portefeuilles avec différentes sensibilités au COVOL - Dynamic

1 Fenêtres temporelles

- Fenêtre d'estimation (24 mois) : estimation VCV Ledoit-Wolf
- Fenêtre de normalisation (12 mois) : min/max passés du facteur COVOL dans une période récente

2 Calcul du niveau courant de COVOL

$$\text{scaled}_t = \frac{\text{COVOL}_t - \min(\text{COVOL}_{t-\text{scale:t}})}{\max(\text{COVOL}_{t-\text{scale:t}}) - \min(\text{COVOL}_{t-\text{scale:t}})}$$

3 Poids sigmoïdes dynamiques

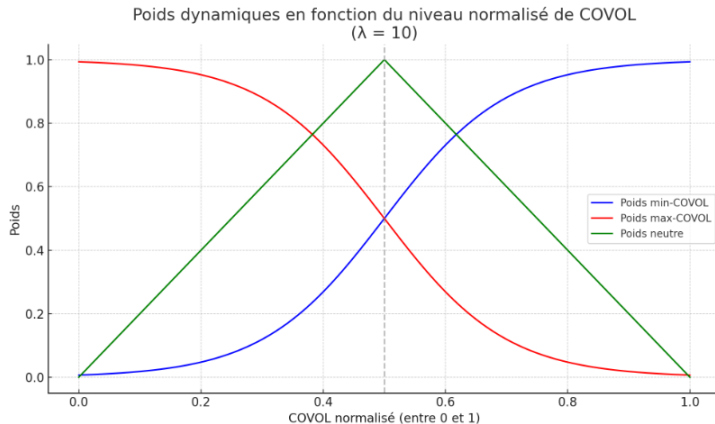
$$\lambda = 10 \quad (\text{pente de la sigmoïde})$$

$$w_{\min} = \sigma(\lambda(\text{scaled}_t - 0.5))$$

$$w_{\max} = 1 - w_{\min}$$

$$w_{\text{neutre}} = 1 - |2 \cdot \text{scaled}_t - 1|$$

Extension: construction de portefeuilles avec différentes sensibilités au COVOL - Dynamic



Extension: construction de portefeuilles avec différentes sensibilités au COVOL - Dynamic

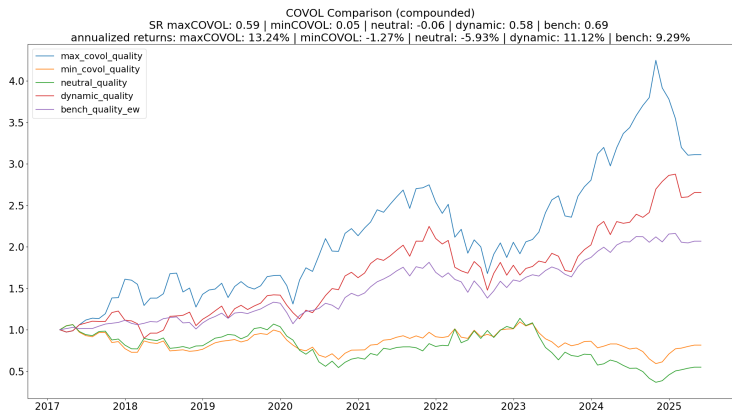
1 Optimisation des portefeuilles

- $\min_w \beta_t^\top w$ s.c. $1^\top w = 1, w^\top \Sigma w \leq \sigma_m^2$ (*min COVOL*)
- $\max_w \beta_t^\top w$ s.c. idem (*max COVOL*)
- $\min_w w^\top \Sigma w$ s.c. $\beta_t^\top w = 0, 1^\top w = 1$ (*neutral COVOL*)

2 Pondération finale

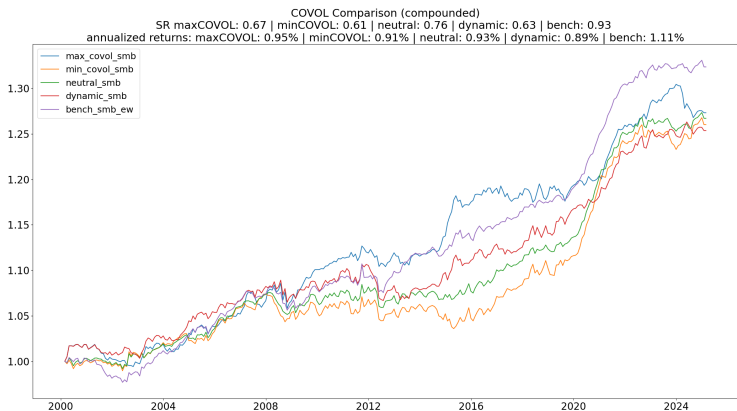
$$w_t = w_{\min} \cdot w_t^{\min} + w_{\max} \cdot w_t^{\max} + w_{\text{neutre}} \cdot w_t^{\text{neutre}}$$

Extension: construction de portefeuilles avec différentes sensibilités au COVOL - ETF Quality



- Exposition au COVOL permet un effet levier
- Les chocs de COVOL profitent aux ETFs Quality (aspect défensif)

Extension: construction de portefeuilles avec différentes sensibilités au COVOL - smb



- Meilleure stratégie SR: neutral
- La performance de smb est peu sensible au facteur COVOL

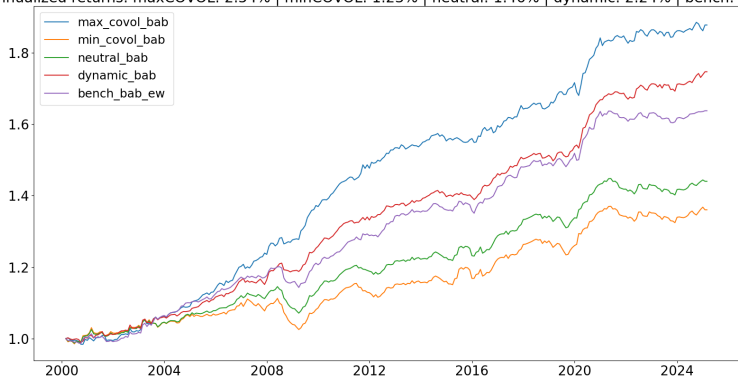
Extension: construction de portefeuilles avec différentes sensibilités au COVOL - hml_ff



- Le facteur hml_ff souffre des périodes où le facteur COVOL est élevé
- Les entreprises Value performant mieux dans des régimes de faible COVOL

Extension: construction de portefeuilles avec différentes sensibilités au COVOL - bab

COVOL Comparison (compounded)
SR maxCOVOL: 1.31 | minCOVOL: 0.60 | neutral: 0.81 | dynamic: 1.32 | bench: 1.09
annualized returns: maxCOVOL: 2.54% | minCOVOL: 1.23% | neutral: 1.46% | dynamic: 2.24% | bench: 1.98%



- BAB exposé à des actions à faible beta -> couverture pendant les baisses de marché (accompagnées de chocs de vol)
- Il profite donc du facteur COVOL

Fin

Annexe: résultat portefeuilles sur hml_devil

