



UBA
1821 Universidad
de Buenos Aires

.UBA **fiuba** 
FACULTAD DE INGENIERÍA

Análisis de Circuitos TB066

FACULTAD DE INGENIERÍA UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

TRABAJO PRÁCTICO ANÁLISIS Y SIMULACIÓN DE FILTROS

Alumnos:

Lazo, Sebastian Nahuel

Padrón:

106213

Mail:

slazo@fi.uba.ar

DICIEMBRE DEL 2024

Docentes:

Federico Zacchigna

Diego Cea Sastre

Pablo Rossi

Índice

1. Introducción	3
2. Transferencia H(s) Asignada	3
2.1. Factor de Calidad	4
2.2. Factores de la transferencia	4
2.2.1. Factor Cero en el origen	4
2.2.2. Factor Polo Simple	4
2.2.3. Factor Polo Cuadrático	5
2.3. Ganancia de la Transferencia	6
2.4. Función de Transferencia	8
3. Tipo de Filtro	8
4. Cálculos Analíticos	9
4.1. Respuestas	9
4.1.1. Impulso	9
4.1.2. Escalón	12
4.1.3. Senoidal	14
5. Diseño del Circuito	16
5.1. Filtro Pasa-Altos Pasivo de Primer Orden:	16
5.2. Filtro Pasa-Altos Activo de Primer Orden:	17
5.3. Filtro Pasa-Bajos Activo de Segundo Orden:	18
5.4. Circuito Completo	21
5.5. Ajuste de Ganancia	21
5.6. Componentes	22
6. Calculo de Errores	22
7. Simulaciones en Python	23
7.1. Diagramas de Bode	23
7.1.1. Magnitud	23
7.1.2. Fase	23
7.2. Respuesta al impulso y escalón	24
7.3. Respuesta a señales senoidales	25
7.4. Respuesta a señal cuadrada	26
8. Simulaciones en LTspice	27
8.1. Diagramas de Bode	27
8.1.1. Magnitud	28
8.1.2. Fase	28
8.2. Respuestas del sistema	28
8.3. Respuesta a señales senoidales	29
8.4. Respuesta a señal cuadrada	30
9. Diseño de la Placa Impresa	31
9.1. Esquemático del Circuito	31
9.2. Armado experimental del circuito	32
9.2.1. Placa de Pruebas	32
9.3. Diseño de Placa	33
10. Informe de Estadísticas de la Placa	33
10.1. Placa	33
10.2. Pads	33
10.3. Componentes	33
10.4. Agujeros de Taladros	34
11. Montaje Final de la Placa	34

12.Medición del Circuito Armado	34
12.1. Diagrama de interconexión de los instrumentos	35
12.2. Verificación de la respuesta en frecuencia del circuito en módulo	36
12.3. Valores medidos y gráficos comparativos con las simulaciones	39
13.Conclusión	40
14.Indice de Figuras	41
15.Fuentes y Herramientas	43
15.1. Herramientas	43
16.Bibliografía	43

1. Introducción

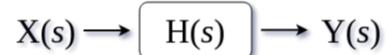
El presente trabajo práctico tiene como objetivo principal el análisis y simulación de un circuito electrónico, con enfoque en el diseño y la caracterización de filtros activos utilizando amplificadores operacionales.

Se asignó una transferencia $H(s)$ para un filtro determinado, y se desarrollaron diversas etapas de análisis, que incluyen el cálculo de los polos, ceros y parámetros relevantes del sistema, así como la simulación tanto numérica como circuitual. Para ello, se emplearon herramientas de simulación como Octave/Python y LTSpice, que permitieron realizar un análisis detallado de la respuesta en frecuencia y el comportamiento temporal del filtro bajo diferentes condiciones de señal. El trabajo también incluye la implementación experimental del circuito, su medición, y la comparación de los resultados obtenidos a partir de las simulaciones con los valores medidos en el laboratorio. A través de estos procedimientos, se busca desarrollar una comprensión profunda de los filtros electrónicos, sus propiedades y su desempeño tanto en el dominio analítico como práctico, abordando tanto la teoría de circuitos como las herramientas para la simulación y validación experimental.

Este informe se organiza en varias secciones que abarcan desde el análisis teórico del filtro hasta la simulación y la implementación física del circuito, permitiendo una evaluación exhaustiva de los resultados obtenidos.

2. Transferencia $H(s)$ Asignada

La función de transferencia $H(s)$ de un circuito es la razón de un fasor de salida $\mathbf{Y}(s)$ (una tensión o corriente de elemento) a un fasor de entrada $\mathbf{X}(s)$ (tensión o corriente de la fuente) en función de la variable compleja s .



$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} \quad , \quad s = \sigma + j\omega$$

Figura 1: Diagrama de bloques de función de transferencia.

Se proporciona una representación visual de la función de transferencia requerida [Figura 2]:

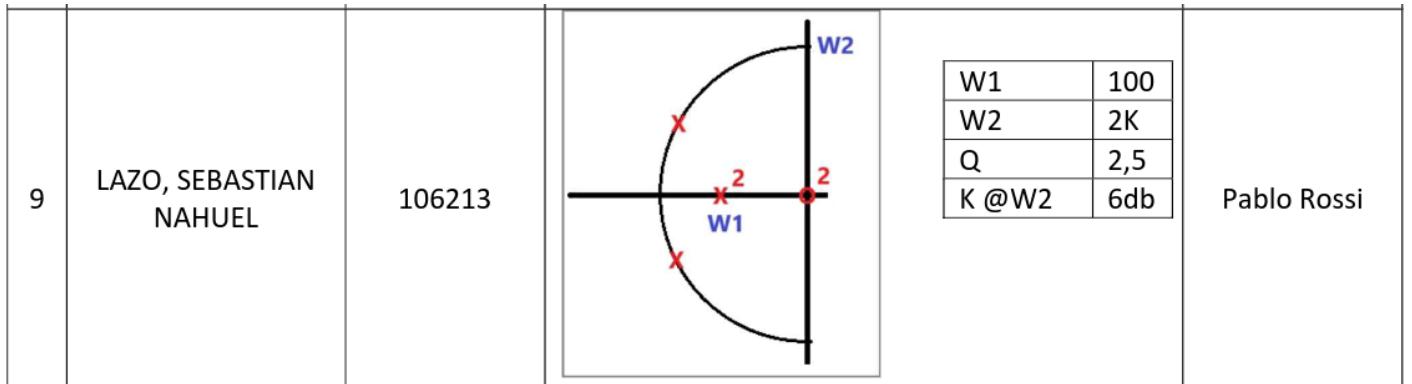


Figura 2: Representación visual de la función de transferencia $H(s)$ asignada del sistema.

Dicha representación, trata de un diagrama de polos y ceros, situándose este en el plano complejo donde el eje horizontal corresponde a los valores *reales* (σ) y el eje vertical a su componente *imaginaria* (ω) de la variable compleja s .

En dicho diagrama, se representa la distribución de los polos y ceros de la función de transferencia mediante cruces (polos) y círculos (ceros).

Ceros: Son los valores de s que hacen que el numerador de la función de transferencia se anule. Es decir, son las raíces del polinomio en el numerador de la función de transferencia.

Los ceros “empujan” la salida del sistema.

Polos: Son los valores de s que hacen que el denominador de la función de transferencia se anule. Es decir, son las raíces del polinomio en el denominador de la función de transferencia.

Los polos determinan la estabilidad y el comportamiento dinámico del sistema.

Una forma genérica de una función de transferencia puede darse de la siguiente forma:

$$H(j\omega) = K \frac{(j\omega)^{\pm 1}(1 + \frac{j\omega}{z_1})[1 + j2\zeta_1\omega/\omega_k + (j\omega/\omega_k)^2]\dots}{(1 + \frac{j\omega}{p_1})[1 + j2\zeta_2\omega/\omega_k + (j\omega/\omega_k)^2]\dots}$$

Se puede identificar de los datos del diagrama los siguientes factores que conforman a la función de transferencia:

2.1. Factor de Calidad

El factor de calidad relaciona la energía máxima o pico almacenada con la energía disipada por ciclo de oscilación:

$$Q = 2\pi \frac{\text{Energía máxima almacenada en el circuito}}{\text{Energía disipada por el circuito en un periodo en resonancia}}$$

Es la razón entre su frecuencia resonante y su ancho de banda. Esto sucede siempre que el sistema tenga un par de polos complejos conjugados.

2.2. Factores de la transferencia

Termino Constante k

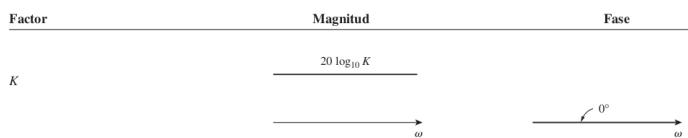


Figura 3: Diagramas de Bode del factor K.

2.2.1. Factor Cero en el origen

s

En la transferencia brindada, este termino se encuentra doble, es decir $s \cdot s = s^2$, por lo tanto la pendiente sera de 40 dB por decada.

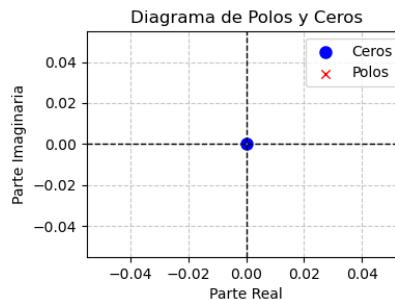


Figura 4: Ceros en el origen



Figura 5: Diagramas de Bode del factor s^N .

2.2.2. Factor Polo Simple

$(s + \omega_1)$

Analizando este factor por separado, se puede apreciar que cuando s tiende a cero, la contribución a la ganancia sera :

$$-20 \log(s + \omega_1) - 20 \log(s + \omega_1) = -40 \log(s + \omega_1) \approx -40 \log(\omega_1) = -80 \text{ dB}$$

En este caso la ganancia de este factor corresponde a - 80 dB y a partir de $s = \omega_1$ comienza la pendiente de - 40 dB por decada en la aproximación.

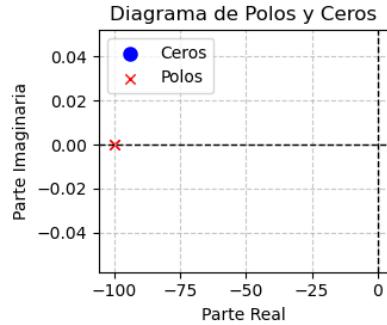


Figura 6: Polos simples.



Figura 7: Diagramas de Bode del factor $\frac{1}{(p+s)^N}$.

En la transferencia brindada, este termino se encuentra doble, es decir $(s + \omega_1)(s + \omega_1) = (s + \omega_1)^2$

2.2.3. Factor Polo Cuadrático

$$\text{Ecuación genérica: } 1 + \frac{(j \cdot 2 \cdot \zeta_2 \cdot \omega)}{\omega_k} + \left(\frac{j \cdot \omega}{\omega_k}\right)^2$$

El factor correspondiente con el polo cuadrático evaluado con $s \rightarrow 0$ contribuye en la ganancia con:
 $-20 \log(s^2 + 800s + 4M) \approx -20 \log(4M) = -132,04 \text{ dB}$

En la transferencia brindada:

$$(s + p_1)(s + p_2) = (s^2 + 2.a + \omega_2)$$

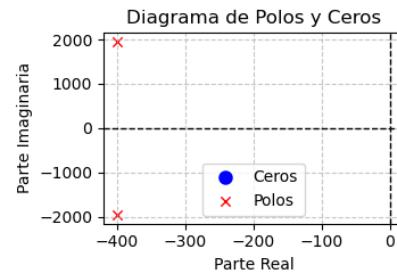


Figura 8: Polos complejos conjugados.

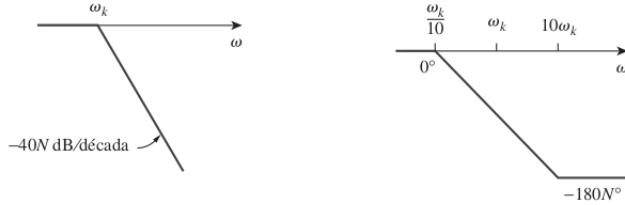


Figura 9: Diagramas de Bode del factor $\frac{1}{1 + \frac{(j \cdot 2 \cdot \zeta_2 \cdot \omega)}{\omega_k} + (\frac{j \cdot \omega}{\omega_k})^2}$.

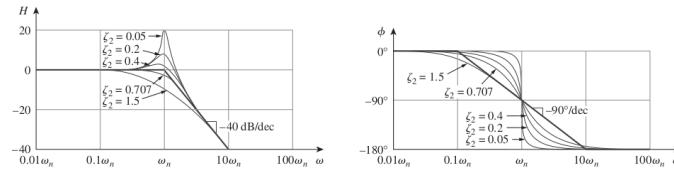


Figura 10: Diagramas de Bode del factor $\frac{1}{1 + \frac{(j \cdot 2 \cdot \zeta_2 \cdot \omega)}{\omega_k} + (\frac{j \cdot \omega}{\omega_k})^2}$, teniendo en cuenta el factor de calidad.

Describiendo el polo en términos genéricos.

$$\zeta_2 = \frac{1}{2Q}$$

Con $\omega_k = 2k$ $s = j \cdot \omega$ $Q = 2, 5$

Lo cual nos da que el factor : $\zeta_2 = 0,2$

$$1 + \frac{(s)}{Q \cdot \omega_k} + \left(\frac{s}{\omega_k}\right)^2$$

Las raíces de este polinomio corresponden con los valores conjugados buscados:

$$s_1 = -400 + 1959,59j \quad s_2 = -400 - 1959,59j$$

Siendo los correspondientes p_1 y p_2 .

Calculo auxiliar:

Analizando el factor cuadrático de la transferencia, se llega a la siguiente expresión.

$$(s + p_1)(s + p_2) = s^2 + s.p_1 + s.p_2 + p_1.p_2$$

$$s^2 + s.p_1 + s.p_2 + p_1.p_2 = s^2 + s(p_1 + p_2) + p_1.p_2$$

$$s^2 + s(p_1 + p_2) + p_1.p_2 = s^2 + s \cdot (-800) + 4M$$

2.3. Ganancia de la Transferencia

Mediante los datos brindados, se puede conocer la ganancia de la transferencia.

Dada la expresión hallada:

$$H(s) = K \cdot \frac{s^2}{(s+100)^2(s^2+s \cdot 800+4M)}$$

Y la información brindada: $K @ \omega_2 = 6 \text{ dB}$

La función de transferencia se evalúa con $\omega = \omega_2$

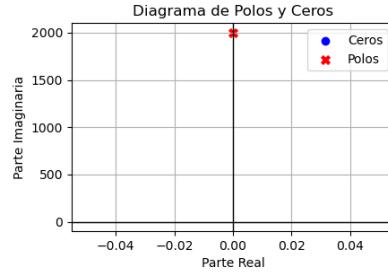


Figura 11: Variable s a evaluar vista en el grafico de polos y ceros.

Siendo: $s = \sigma + j\omega$

Se reemplaza $\omega = 2k$, finalmente $s = j2k$

La información brindada corresponde con la ganancia de la magnitud en escala de decibelios.

$$|H(j2k)|_{dB} = 6 \text{ dB}$$

$$H(s = j2k) = k \frac{(j2k)^2}{(j2k + \omega_1)^2 [(j2k)^2 + (j2k) \frac{\omega_2}{Q} + \omega_2^2]} \quad H(s = j2k) = k \frac{(j2k)^2}{(j2k + 100)^2 [(j2k)^2 + (j2k)800 + 4M]}$$

$$|H(s = j2k)|_{dB} = 20 \cdot \log(|k|) + 20 \cdot \log(|(j2k)^2|) + 20 \cdot \log(\frac{1}{|(j2k+100)^2|}) + 20 \cdot \log(\frac{1}{|j1,6M|}) = 6 \text{ dB}$$

$$|H(s = j2k)|_{dB} = 20 \cdot \log(|k|) + 20 \cdot \log(4 \cdot M) + 20 \cdot \log(\frac{1}{4,01M}) + 20 \cdot \log(\frac{1}{1,6M}) = 6 \text{ dB}$$

$$|H(s = j2k)|_{dB} = 20 \cdot \log(|k|) + 132,04 \text{ dB} + (-132,06) \text{ dB} + (-124,08) \text{ dB} = 6 \text{ dB}$$

$$|H(s = j2k)|_{dB} \approx 20 \cdot \log(|k|) + 132 \text{ dB} + (-132) \text{ dB} + (-124) \text{ dB} = 6 \text{ dB}$$

$$20 \cdot \log(|k|) = 130 \text{ dB}$$

$$\log(|k|) = 6,505 \text{ dB}$$

$$k = 10^{6,505} = 3,2 \cdot M$$

Ganancia de la Función de Transferencia

Finalmente, la ganancia corresponde con:

$$k = 3,2M$$

2.4. Función de Transferencia

Ya interpretado el diagrama de polos y ceros, y habiendo encontrado los datos faltantes mediante el desarrollo de las expresiones, se llega a la expresión completa de la función de la transferencia.

Función de Transferencia Hallada

Finalmente se llega a la expresión analítica de la transferencia.

$$H(s) = (3,2 M) \frac{s^2}{(s+100)^2(s^2+s \cdot 800+4 M)}$$

3. Tipo de Filtro

Para analizar el tipo de filtro, recurriremos a un análisis de límites.

$$\lim_{s \rightarrow 0} H(s) = (3,2 M) \frac{s^2}{(s+100)^2(s^2+s \cdot 800+4 M)} = 0$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} H(s) = (3,2 M) \frac{0^2}{(0+100)^2(0^2+0 \cdot 800+4 M)} = 0$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} H(s) = (3,2 M) \frac{0^2}{(100)^2(4 M)} = 0$$

$$\lim_{s \rightarrow \infty} H(s) = (3,2 M) \frac{s^2}{(s+100)^2(s^2+s \cdot 800+4 M)}$$

Aproximando expresiones se llega a

$$\lim_{s \rightarrow \infty} (s+100)^2 \approx s^2$$

$$\lim_{s \rightarrow \infty} (s^2 + s \cdot 800 + 4 M) \approx s^2$$

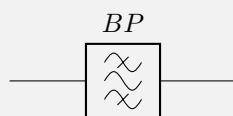
$$\lim_{s \rightarrow \infty} H(s) \approx H(s) = (3,4 M) \frac{s^2}{s^2(s^2)}$$

$$\lim_{s \rightarrow \infty} H(s) \approx (3,2 M) \frac{1}{s^2} = 0$$

Al evaluar la expresión en frecuencias tendiendo a cero y tendiendo a infinito la ganancia es nula, por lo tanto se puede concluir que corresponde a un filtro pasa bandas.

Tipo de Filtro Hallado

Este análisis concuerda con las características de un filtro pasa bandas.



4. Cálculos Analíticos

En este apartado, se analizara como se comporta el sistema al ser excitado por diferentes señales.

Para conocer estas respuestas se puede expresar la salida del sistema en función de la entrada y la función de transferencia:

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$$

$$Y(s) = X(s) \cdot H(s)$$

4.1. Respuestas

Siendo $x(t)$ la señal de entrada en dominio temporal, se usaran diferentes señales conocidas para analizar la respuestas.

4.1.1. Impulso

La señal impulso, vale cero en todo su dominio a excepción del origen. Es el caso límite de un pulso infinitamente corto en el tiempo pero que mantiene su área o integral (por lo cual tiene un pico de amplitud infinitamente alto).

Matemáticamente, un impulso se representa por una función Delta de Dirac ($\delta(t)$).

$$\delta(x) = \begin{cases} \infty, & x = 0 \\ 0, & x \neq 0 \end{cases}$$

$$x(t) = \delta(t)$$

Para hallar la respuesta al impulso, transformo la representación del impulso mediante la transformada de laplace para conocer la expresión en función de s .

$$\mathcal{L}\{\delta(t)\} = \int_0^{\infty} \delta(t)e^{-st} dt = 1, \quad \text{ROC: } s \in \mathbb{C}.$$

Como el impulso es 0 en todo el dominio a excepción del origen y teniendo en cuenta la propiedad:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1.$$

$$\mathcal{L}\{\delta(t)\} = \int_0^{\infty} \delta(t)e^{-st} dt = 1e^{-s \cdot 0} = 1, \quad \text{ROC: } s \in \mathbb{C}.$$

$$\mathcal{L}\{\delta(t)\} = 1, \quad \text{ROC: } s \in \mathbb{C}$$

Por lo tanto, la respuesta en función de s , corresponde con:

$$Y(s) = 1 \cdot H(s) = H(s)$$

Para conocer la respuesta en función del tiempo, corresponde efectuar la antitransformada de Laplace.

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}\{Y(s)\} = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} Y(s)e^{st} ds,$$

Dada la expresión realizar la anti-transformar directamente puede llegar a ser una tarea compleja de llevar a cabo. Por este motivo, se buscara una expresión equivalente más sencilla de anti-transformar. Para lograrlo, se aplicará el método de separación en fracciones simples, o parciales, descomponiendo la función de transferencia en términos más básicos que faciliten el cálculo

$$H(s) = K \frac{s^2}{(s+\omega_1)^2(s^2+s\cdot\omega_2/Q+\omega_2^2)}$$

El denominador tiene dos factores principales:

- $(s + 100)^2$, que es un polo doble.
- $(s^2 + 800s + 4M)$, que es un polo cuadrático irreducible ya que sus raíces son números complejos (no se puede factorizar más usando números reales).

Modificando la expresión:

Con el objetivo de representar la expresión de otra forma mas conveniente, se reescribe con los valores α , β , A , B , C y D que cumplan:

$$H(s) = \frac{A}{(s+\omega_1)} + \frac{B}{(s+\omega_1)^2} + \frac{C(s+\alpha)}{(s+\alpha)+\beta^2} + \frac{D\cdot\beta}{(s+\alpha)+\beta^2}$$

Sabiendo que se cumple: $(s+400)^2 = s^2 + 800 \cdot s + 1,60k$

$$(s+\alpha) + \beta^2 = (s+800 \cdot s + 4M) = (s+400)^2 + 1,96k \quad , \quad \alpha = 400, \quad \beta = 1,96k$$

Modificando la expresión para que la igualdad se vea de forma mas clara :

$$H(s) = \frac{A \cdot (s+\omega_1) + B \cdot (s+\alpha) \beta^2 \cdot ((s+\alpha)+\beta^2) + C(s+\alpha) \cdot (s+\omega_1)^2 + D \cdot \beta \cdot (s+\omega_1)^2}{(s+\omega_1)^2(s+800 \cdot s + 4M)}$$

Se puede observar que ambos denominadores coinciden y se puede analizar la coincidencia del numerador.
Se debe cumplir:

$$K \cdot s^2 = A \cdot (s+\omega_1) + (B \cdot (s+\alpha) \beta^2) \cdot ((s+\alpha)+\beta^2) + C(s+\alpha) \cdot (s+\omega_1)^2 + D \cdot \beta \cdot (s+\omega_1)^2$$

$K \cdot s^2 = A \cdot (s+\omega_1) + (B \cdot (s+\alpha) \beta^2) \cdot ((s+\alpha)+\beta^2) + C(s+\alpha) \cdot (s+\omega_1)^2 + D \cdot \beta \cdot (s+\omega_1)^2$ Planteando el sistema de ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 900 & 1 & 600 & 1,96k \\ 4,08M & 800 & 90k & 392k \\ 400M & 4M & 4M & 19,6M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3,2M \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Solución Hallada :

$$A = -164,09 \quad , \quad B = 8,14k \quad , \quad C = 164,09 \quad , \quad D = 1,65k$$

$$Y(s) = H(s) \cdot 1 = \frac{A}{(s+\omega_1)} + \frac{B}{(s+\omega_1)^2} + \frac{C(s+\alpha)}{(s+\alpha)+\beta^2} + \frac{D\cdot\beta}{(s+\alpha)+\beta^2}$$

Esta expresión se puede transformar individualmente, gracias a las propiedades de linealidad de la anti-transformada de Laplace:

$$\mathcal{L}^{-1}\{AH_1(s) + BH_2(s) + CH_3(s) + DH_4(s)\} = A\mathcal{L}^{-1}\{H_1(s)\} + B\mathcal{L}^{-1}\{H_2(s)\} + C\mathcal{L}^{-1}\{H_3(s)\} + D\mathcal{L}^{-1}\{H_4(s)\}$$

$$\begin{aligned} Y(s) = H(s) \cdot 1 &= \frac{A}{(s+\omega_1)} + \frac{B}{(s+\omega_1)^2} + \frac{C(s+\alpha)}{(s+\alpha)+\beta^2} + \frac{D\cdot\beta}{(s+\alpha)+\beta^2} \\ \mathcal{L}^{-1}\{Y(s)\} &= \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{A}{s+\omega_1}\right\} + \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{B}{(s+\omega_1)^2}\right\} + \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{C(s+\alpha)}{(s+\alpha)+\beta^2}\right\} + \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{D\cdot\beta}{(s+\alpha)+\beta^2}\right\} \end{aligned}$$

Anti-transformada de cada término:

1. **Primer término:** $\frac{A}{s+\omega_1}$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{A}{s+\omega_1}\right\} = Ae^{-\omega_1 t}$$

2. **Segundo término:** $\frac{B}{(s+\omega_1)^2}$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{B}{(s+\omega_1)^2}\right\} = B \cdot te^{-\omega_1 t}$$

3. **Tercer término:** $\frac{C(s+\alpha)}{(s+\alpha)+\beta^2}$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{C(s+\alpha)}{(s+\alpha)+\beta^2}\right\} = C \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \cos(\beta \cdot t)$$

3. **Cuarto término:** $\frac{D\cdot\beta}{(s+\alpha)+\beta^2}$

$$\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{D \cdot \beta}{(s + \alpha) + \beta^2} \right\} = D \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \sin(\beta \cdot t)$$

Solución final:

$$y(t) = Ae^{-\omega_1 t} + Bte^{-\omega_1 t} + Ce^{-t \cdot \alpha} \cos(\beta \cdot t) + De^{-t \cdot \alpha} \cdot \sin(\beta \cdot t),$$

Respuesta al Impulso

Reemplazando los valores finalmente se llega a la expresión analítica de la respuesta al impulso.

$$y(t) = -164,09 \cdot e^{-100t} + 8,14k \cdot t \cdot e^{-100t} + (164,09)e^{-400t} \cos(1,96kt) + (1,65k)e^{-400t} \cdot \sin(1,96kt)$$

Un sistema pasabanda deja pasar un rango específico de frecuencias mientras atenúa las demás, lo que se traduce en un comportamiento resonante.

Por lo que se espera una respuesta oscilatoria que disminuya en amplitud con el tiempo.

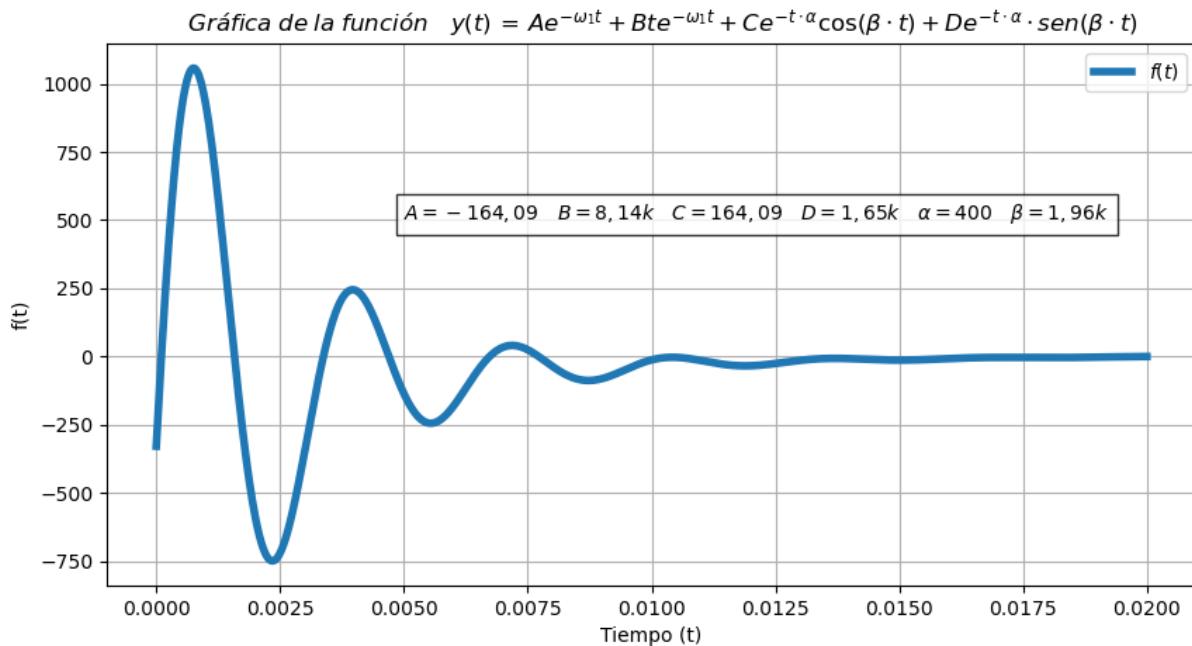


Figura 12: Gráfico de la respuesta al impulso hallada analíticamente.

4.1.2. Escalón

La señal escalón unitario representa un valor cero para todo tiempo anterior a cero, y es de valor uno para todo tiempo posterior.

$$u(t) = \begin{cases} 0, & \text{si } t < 1 \\ 1, & \text{si } t \geq 1 \end{cases}$$

$$x(t) = u(t)$$

La transformada de Laplace del escalon corresponde con :

$$\mathcal{L}\{u(t)\} = \int_0^\infty e^{-st} u(t) dt = \frac{1}{s}, \quad \text{Re}(s) > 0$$

$$X(s) = \frac{1}{s}$$

$$Y(s) = X(s) \cdot H(s)$$

$$Y(s) = \left(\frac{1}{s}\right) \cdot H(s) = \frac{1}{s} \cdot K \frac{s^2}{(s+\omega_1)^2(s^2+s\cdot\omega_2/Q+\omega_2^2)}$$

$$Y(s) = K \frac{s}{(s+\omega_1)^2(s^2+s\cdot\omega_2/Q+\omega_2^2)}$$

Llevando la expresión a fracciones parciales:

$$Y(s) = \frac{A}{(s + \omega_1)} + \frac{B}{(s + \omega_1)^2} + \frac{C(s + \alpha)}{(s + \alpha) + \beta^2} + \frac{D \cdot \beta}{(s + \alpha) + \beta^2}$$

Donde se debe cumplir:

$$3,2 M \cdot s = A(s + 100)(s^2 + 800s + 4M) + B(s^2 + 800s + 4M) + (Cs + D)(s + 100)^2$$

Planteando el sistema de ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 900 & 1 & 600 & 1,96k \\ 4,08M & 800 & 90k & 392k \\ 400M & 4M & 4M & 19,6M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 3,2M \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Solución:

$$A = 826,68m, \quad B = -81,42, \quad C = -826,68m, \quad D = -84,080m$$

Solución final:

$$y(t) = Ae^{-\omega_1 t} + Bte^{-\omega_1 t} + Ce^{-t \cdot \alpha} \cos(\beta \cdot t) + De^{-t \cdot \alpha} \cdot \sin(\beta \cdot t),$$

Respuesta al Escalón

Reemplazando los valores finalmente se llega a la expresión analítica de la respuesta al escalón.

$$y(t) = 826,68m \cdot e^{-100t} + -81,42 \cdot t \cdot e^{-100t} + (-826,68m)e^{-400t} \cos(1,96kt) + (-84,080m)e^{-400t} \cdot \sin(1,96kt \cdot t)$$

Se espera que la salida oscilará por un tiempo y luego decaerá a un valor muy bajo o cero, ya que las señales de frecuencia cercanas a cero serán atenuadas.

Gráfica de la función $y(t) = Ae^{-\omega_1 t} + Bte^{-\omega_1 t} + Ce^{-t \cdot \alpha} \cos(\beta \cdot t) + De^{-t \cdot \alpha} \cdot \sin(\beta \cdot t)$

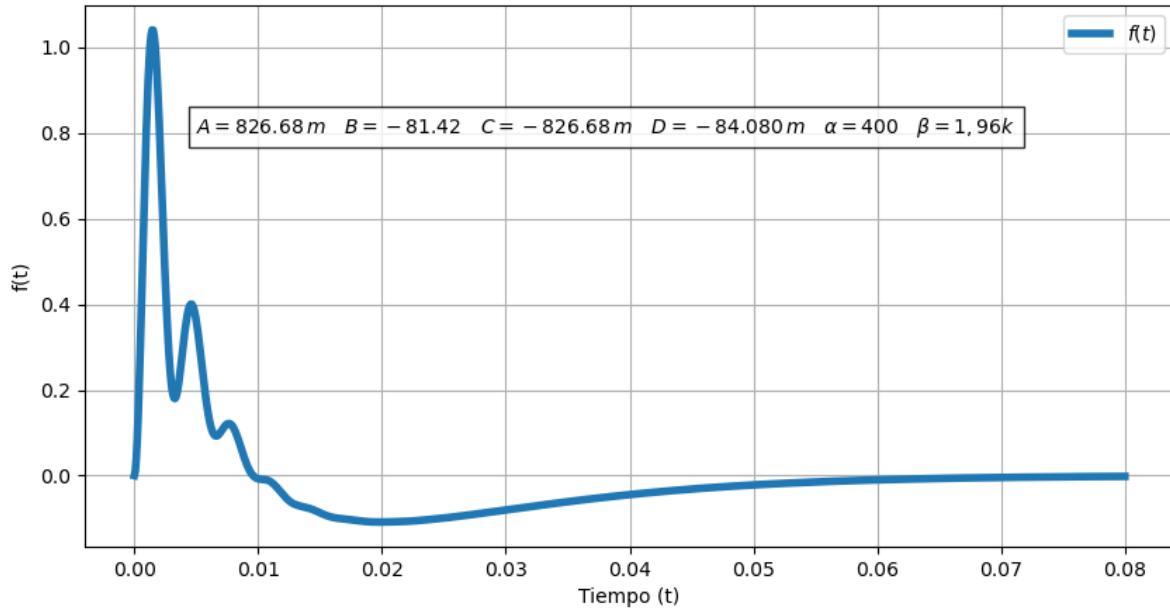


Figura 13: Gráfico de la respuesta al escalon hallada analíticamente.

4.1.3. Senoidal

$$x(t) = A \cdot \sin(\omega_{input} \cdot t), \omega_{input} = 2\pi f$$

La transformada de Laplace de una señal senoidal corresponde con :

$$\mathcal{L}\{A \cdot \sin(\omega_{input} \cdot t)\} = \int_0^{\infty} e^{-st} u(t) dt = A \frac{\omega_{input}}{s^2 + \omega_{input}^2}, \quad \text{Re}(s) > 0$$

$$X(s) = A \frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$$

- $A = 1$
- $f_p = 10 \text{ Hz}$

$$Y(s) = X(s) \cdot H(s)$$

$$Y(s) = A \frac{\omega}{s^2 + \omega^2} \cdot K \frac{s^2}{(s + \omega_1)^2 (s^2 + s \cdot \omega_2/Q + \omega_2^2)}$$

$$Y(s) = K \frac{\omega \cdot s^2}{(s^2 + \omega^2)(s + \omega_1)^2 (s^2 + s \cdot \omega_2/Q + \omega_2^2)}$$

Llevando la expresión a fracciones simples:

$$Y(s) = \frac{A}{(s + \omega_1)^2} + \frac{B(s + \alpha)}{(s + \alpha) + \beta^2} + \frac{C \cdot \beta}{(s + \alpha) + \beta^2} + \frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$$

$$\alpha = 400, \quad \beta = 1,96 k$$

Analizando el numerador de las expresiones se debe cumplir:

$$K \cdot s^2 \cdot \omega = A(s^2 + 800s + 4M)(s^2 + \omega^2) + B(s + \alpha)(s + 200s + 10k)(s^2 + \omega^2) + C\beta(s + 200s + 10k)(s^2 + \omega^2) + \omega(s^2 + 800s + 4M)(s + 200s + 10k)$$

Como el apartado $B(s + \alpha)(s + 200s + 10k)(s^2 + \omega^2)$ es de orden 5, se puede deducir el valor de $B = 0$.

$$K \cdot s^2 \cdot \omega = A(s^2 + 800s + 4M)(s^2 + \omega^2) + C\beta(s + 200s + 10k)(s^2 + \omega^2) + \omega(s^2 + 800s + 4M)(s + 200s + 10k)$$

Formo un sistema de ecuaciones donde se llega a los siguientes resultados:

Coeficientes:

$$A = -62,8$$

$$B = 0$$

$$C = 28,285 \text{ m}$$

$$Y(s) = \frac{A}{(s + \omega_1)^2} + \frac{C \cdot \beta}{(s + \alpha) + \beta^2} + \frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$$

$$y(t) = (A \cdot t) \cdot e^{-100t} + C \cdot e^{-400t} \sin(\beta t) + \sin(\omega t)$$

Respuesta Senoidal

Reemplazando los valores finalmente se llega a la expresión analítica de la respuesta senoidal.

$$y(t) = (-62,8 \cdot t) e^{-100t} + (28,285 \text{ m}) e^{-400t} \sin(1,96 k \cdot t) + \sin(20\pi t)$$

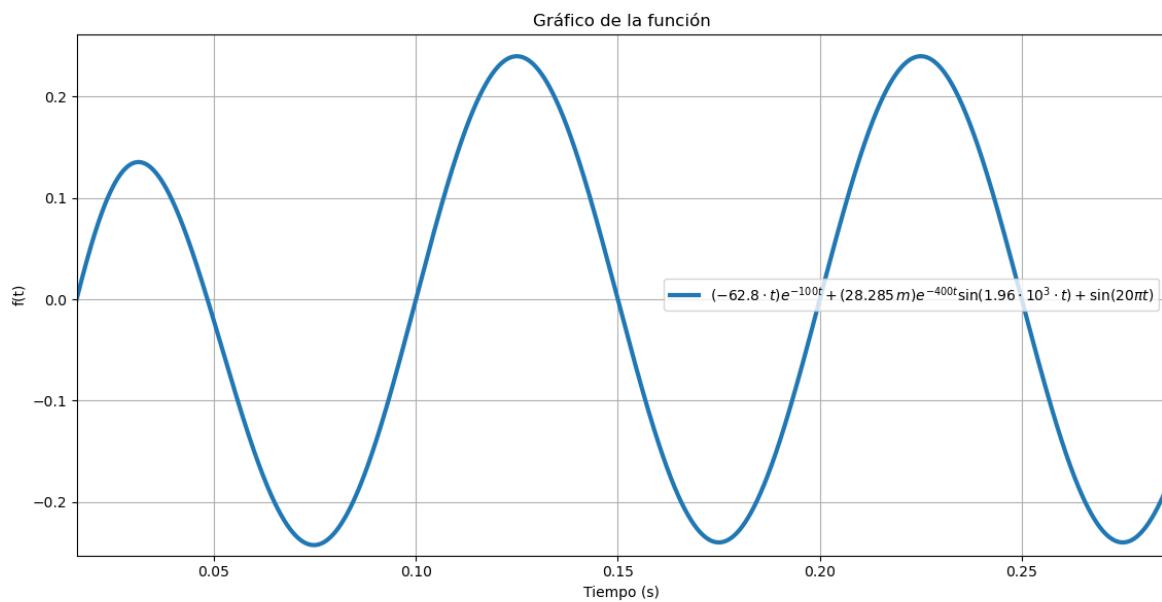


Figura 14: Grafico de la respuesta senoidal hallada de forma analitica.

5. Diseño del Circuito

Para realizar el diseño del circuito se piensa el filtro como una combinación de tres filtros en cadena que lo conforman.

$$H(s) = H_1(s) \cdot H_2(s) \cdot H_3(s)$$

Donde:

$$1. \ H_1(s) = K_1 \frac{s}{(s+\omega_1)}$$

$$2. \ H_2(s) = K_2 \frac{s}{(s+\omega_1)}$$

$$3. \ H_3(s) = K_2 \frac{1}{(s^2 + s \cdot \frac{\omega_2}{Q} + \omega_2^2)}$$

Donde los primeros dos filtros corresponden a filtros pasa altos, mientras que el tercero corresponde a un pasa bajos de segundo orden.

5.1. Filtro Pasa-Altos Pasivo de Primer Orden:

El circuito no cuenta con amplificador operacional, solo requiere elementos pasivos, un resistor y un capacitor, se toma la señal de la caída de tensión sobre el resistor, se puede observar que al alimentar el circuito con una frecuencia baja, el capacitor tendrá una elevada impedancia en contra parte una señal de alta frecuencia conllevará a que toda la tensión caiga sobre el resistor.

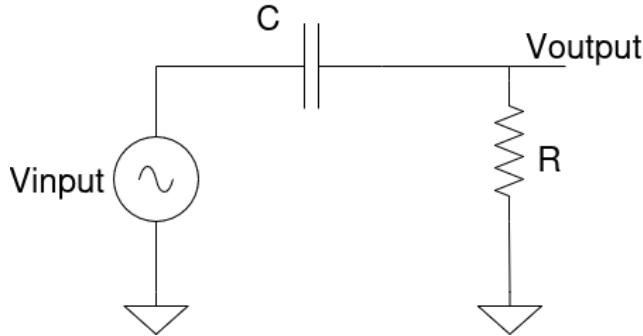


Figura 15: Circuito de Filtro Pasivo Pasa Altos de Primer Orden.

Este circuito no conllevará ganancia alguna en la señal.

Planteando el nodo de V_{out}

$$V_{out}(sC + \frac{1}{R}) = V_{in}(sC)$$

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{sC}{(sC + \frac{1}{R})}$$

Se multiplica por C :

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{s}{(s + \frac{1}{RC})}$$

$$H_1(s) = 1 \frac{s}{(s+\omega_1)}$$

5.2. Filtro Pasa-Altos Activo de Primer Orden:

Se conforma con un amplificador operacional con configuración inversora y un capacitor.

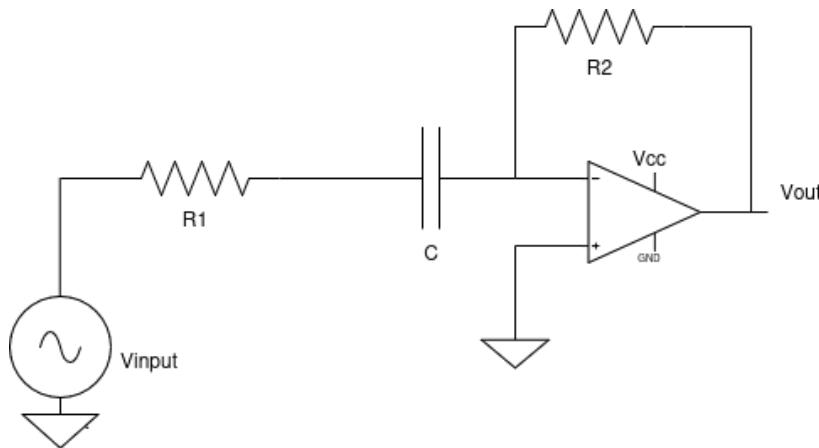


Figura 16: Circuito de Filtro Activo Pasa Altos de Primer Orden.

Para conocer la transferencia de tensión entre la entrada y salida de este filtro se debe hacer un análisis de nodos,

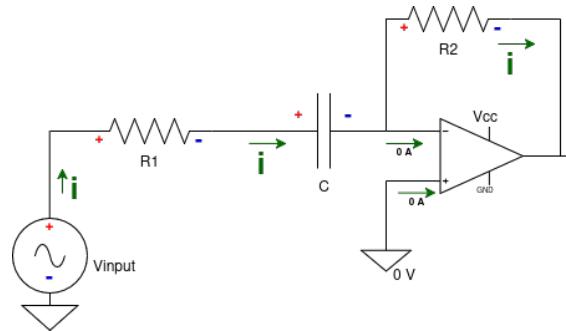


Figura 17: Definición de sentidos de las corrientes y polaridades del circuito.

Al pasar el circuito a dominio de frecuencias, se puede simplificar en dos impedancias nombradas:
 $Z_1 = R_1 + \frac{1}{sC}$, $Z_2 = R_2$, con $s = \sigma + j\omega$

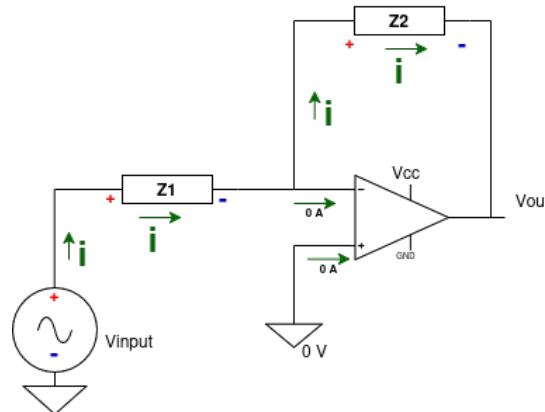


Figura 18: Se simplifican las impedancias en Z_1 correspondiente a la impedancia del resistor R_1 junto a la impedancia del capacitor C en serie y Z_2 correspondientes al resistor R_2 .

De esta forma se puede definir a la corriente i en función de la tensión de entrada y la impedancia Z_1 , ya que por las propiedades de los amplificadores operacionales en condiciones ideales, la corriente en sus entradas es nula, por lo tanto la tensión en la entrada negativa y positiva del amplificador esta al mismo potencial, en este caso la referencia.

$$i = \frac{V_{input}}{Z_1}$$

Cumpliéndose, por ley de Ohm, que la tensión de salida :

$$V_{out} = -Z_2 \cdot i = -Z_2 \cdot \left(\frac{V_{input}}{Z_1} \right)$$

A partir de esta relación se puede hallar la relación entre $\frac{V_{out}}{V_{input}}$

$$V_{out} = -Z_2 \cdot \left(\frac{V_{input}}{Z_1} \right)$$

$$\frac{V_{out}}{V_{input}} = -\frac{Z_2}{Z_1} = -\frac{R_2}{(R_1 + \frac{1}{sC})}$$

Modificando la expresión para que la variable s quede sin factores. $\frac{V_{out}}{V_{input}} = -\frac{R_2}{(R_1 + \frac{1}{sC})} \cdot \frac{\frac{s}{R_1}}{\frac{s}{R_1}}$

$$\frac{V_{out}}{V_{input}} = -\frac{\frac{R_2 s}{R_1}}{\left(\frac{R_1 s}{R_1} + \frac{s}{sR_1 C} \right)}$$

$$\frac{V_{out}}{V_{input}} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{s}{(s + \frac{1}{R_1 \cdot C})}$$

Donde se define $\omega_1 = \frac{1}{R_1 \cdot C}$, $K_1 = -\frac{R_2}{R_1}$, donde finalmente se obtiene la transferencia buscada:

$$\frac{V_{out}}{V_{input}} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{s}{(s + \omega_1)}$$

$$H_1(s) = K_1 \cdot \frac{s}{(s + \omega_1)}$$

Donde se designa un valor conveniente del capacitor ($C = 1 \mu F$), y se eligen los resistores en función de este para llegar a la frecuencia de corte buscada $\omega_1 = 100$ y una ganancia de $|K_1| = 1$.

Valores Definidos:

- $C = 1 \mu F$
- $R_1 = 10 k\Omega$
- $R_2 = 10 k\Omega$

Función de Transferencia:

$$H_1(s) = -1 \cdot \frac{s}{(s + 100)}$$

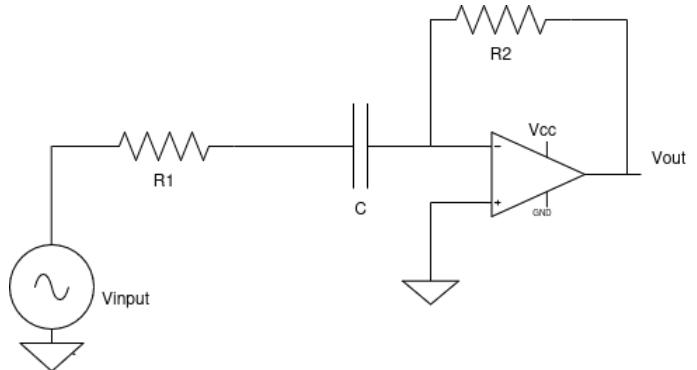


Figura 19: Circuito del filtro pasa altos diseñado.

5.3. Filtro Pasa-Bajos Activo de Segundo Orden:

Se decide por el circuito conocido como Sallen y Key, el circuito produce un filtro paso bajo o paso alto de dos polos usando dos resistencias, dos capacitores y un amplificador.

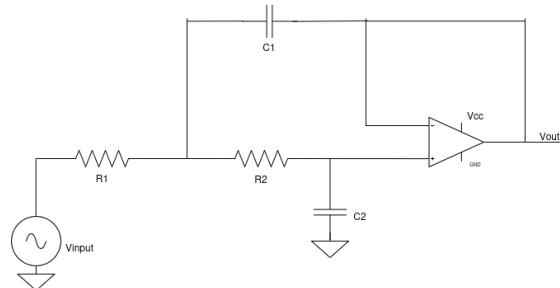


Figura 20: Circuito de un filtro Pasa-Bajos Sallen y Key.

Para realizar el análisis del circuito, se definen polaridades y sentido de las corrientes, teniendo en cuenta las propiedades de los amplificadores operacionales.

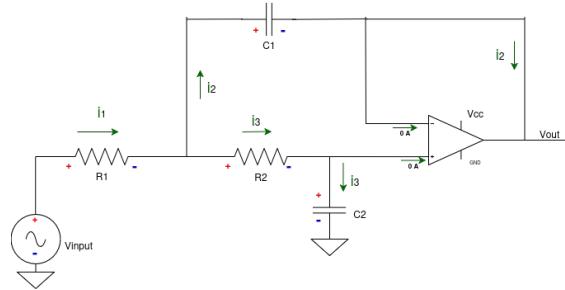


Figura 21: Definición de polaridades y sentido de las corrientes.

Se transforma el circuito a dominio de frecuencias ($s = \sigma + j\omega$) y se plantean dos nodos en el circuito, el nodo A y el nodo B, junto con las impedancias Z_1, Z_2, Z_3 y Z_4 .

- $Z_1 = R_1$
- $Z_2 = R_2$
- $Z_3 = \frac{1}{s \cdot C_1}$
- $Z_4 = \frac{1}{s \cdot C_2}$

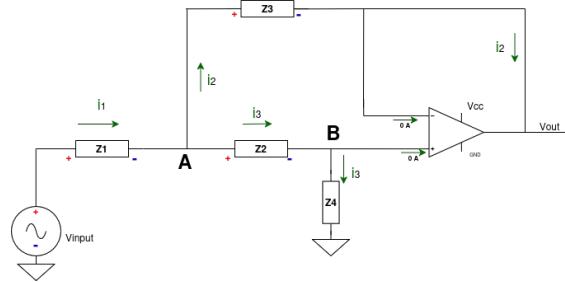


Figura 22: Paso del circuito a el dominio de frecuencias y planteo de nodos.

Nodo A:

$$V_A \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + sC_1 \right) = V_B \left(\frac{1}{R_2} \right) + V_{out}(sC_1) + V_{in} \left(\frac{1}{R_1} \right)$$

Nodo B:

$$V_B\left(\frac{1}{R_2} + sC_2\right) = V_A\left(\frac{1}{R_2}\right)$$

Por características del amplificador operacional ideal, $V_+ = V_-$, por lo tanto se puede notar que $V_B = V_{out}$, de ahí se puede despejar V_A en función de V_{out} y reemplazar en la ecuación del nodo A.

$$V_{out}\left(\frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_4}\right) = V_A\left(\frac{1}{Z_2}\right)$$

Nodo A: Reemplazo $V_B = V_{out}$:

$$V_A\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + sC_1\right) = V_{out}\left(\frac{1}{R_2} + sC_1\right) + V_{in}\left(\frac{1}{R_1}\right)$$

Nodo B: $V_B(sC_2 + \frac{1}{R_2}) = V_A\left(\frac{1}{R_2}\right)$

Reemplazo $V_B = V_{out}$:

$$V_{out}\left(sC_2 + \frac{1}{R_2}\right) = V_A\left(\frac{1}{R_2}\right)$$

Despejo V_A :

$$V_{out}\left(sC_2 + \frac{1}{R_2}\right)R_2 = V_A = V_{out}(sC_2 * R_2 + 1)$$

Nodo B: Reemplazo $V_A = V_{out}(sC_2 + 1)$

$$[V_{out}(sC_2 * R_2 + 1)]\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + sC_1\right) = V_{out}\left(\frac{1}{R_2} + sC_1\right) + V_{in}\left(\frac{1}{R_1}\right)$$

$$V_{out}[sC_2 * R_2\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + sC_1\right) + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + sC_1] = V_{out}\left(\frac{1}{R_2} + sC_1\right) + V_{in}\left(\frac{1}{R_1}\right)$$

$$V_{out}[sC_2 * R_2\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + sC_1\right) + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + sC_1] - V_{out}\left(\frac{1}{R_2} + sC_1\right) = V_{in}\left(\frac{1}{R_1}\right)$$

$$V_{out}[sC_2 * R_2\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + sC_1\right) + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + sC_1 - \frac{1}{R_2} - sC_1] = V_{in}\left(\frac{1}{R_1}\right)$$

$$V_{out}[sC_2 * R_2\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + sC_1\right) + \frac{1}{R_1}] = V_{in}\left(\frac{1}{R_1}\right)$$

$$V_{out}[sC_2 * R_2\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + sC_1\right) + \frac{1}{R_1}] \cdot R_1 = V_{in}$$

$$V_{out}[sC_2 * R_2 * R_1\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + sC_1\right) + 1] = V_{in}$$

$$V_{out}(sC_2 * R_2 + sC_2 * R_1 + sC_2 * R_2 * R_1 * sC_1 + 1) = V_{in}$$

$$V_{out}(s[C_2 * R_2 + C_2 * R_1] + s[C_2 * R_2 * R_1 * C_1] + 1) = V_{in}$$

Se forma la relación entre tensión de entrada y de salida.

$$\frac{V_{out}}{V_{input}} = \frac{1}{s[C_2 * R_2 * R_1 * C_1] + s[C_2 * R_2 + C_2 * R_1] + 1}$$

De esta forma se pude definir la función de transferencia del circuito.

$$H_3(s) = \left(\frac{1}{R_1 C_1 R_2 C_2}\right) \frac{1}{\left(\frac{1}{R_1 C_1 R_2 C_2} + s\left(\frac{1}{C_1 \cdot R_1} + \frac{1}{C_1 \cdot R_2}\right) + s^2\right)}$$

En este caso se pueden identificar los parámetros con las siguientes relaciones.

- $K_3 = \left(\frac{1}{R_1 C_1 R_2 C_2}\right)$

- $\omega_2^2 = \frac{1}{R_1 C_1 R_2 C_2}$

- $Q = \frac{C_2 \sqrt{\frac{1}{R_1 C_1 R_2 C_2}}}{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)}$

Para determinar los valores, se comenzó por los valores de cada capacitor. Se determino $C_1 = 1 \mu F$, este nos impone un valor de $R_1 = 2,5 k\Omega$. Con esto nos aseguramos la relación buscada ($\frac{\omega_2}{Q} = 800$), finalmente para que la condición

$\omega_2^2 = 4 M$ se cumpla, se determino el segundo capacitor con el valor $C_2 = 100 nF$ imponiendo el valor del segundo resistor a $R_2 = 2 k$.

Valores Definidos:

- $C_1 = 1 \mu F$
- $C_2 = 2,2 nF$
- $R_1 = 1,2 k\Omega$
- $R_2 = 100 k\Omega$

Función de Transferencia:

$$H_3(s) = 3,78 M \cdot \frac{1}{(s^2 + 843s + 3,78 M)}$$

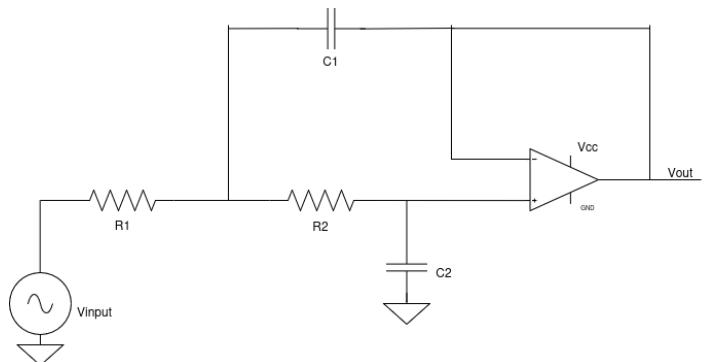


Figura 23: Circuito del filtro Pasa-Bajos diseñado.

5.4. Circuito Completo

Finalmente se forma el circuito completo, combinando los anteriores en cascada.

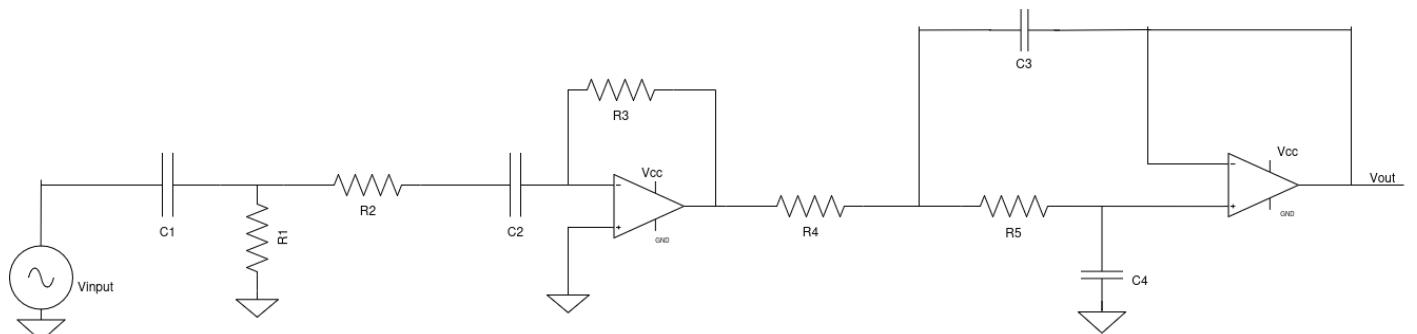


Figura 24: Circuito completo.

5.5. Ajuste de Ganancia

Dado el circuito diseñado se puede hacer un ajuste de ganancia para que sea la requerida:

$$|K| = |K_1 \cdot K_2 \cdot K_3| = \left(\frac{R_3}{R_2}\right)\left(\frac{1}{R_5 R_6 C_3 C_4}\right) = 3,2 M$$

Con un resistor R_3 de valor comercial $8,2 k$ se logra una ganancia mas cercana a la deseada.

$$|K| = |K_1 \cdot K_2 \cdot K_3| = \left(\frac{8,3}{10}k\right) \left(\frac{1}{1,2k \cdot 100k \cdot 1\mu F \cdot 2,2nF}\right) = 3,1M$$

Lista de Componentes

5.6. Componentes

Especificaciones:

- Amplificador Operacional: Se utilizara el modelo TL081.
- Capacitores: Se utilizaran la serie del 10% (E24) y valores entre 1nF y $1\mu\text{F}$.
- Resistores: Se utilizaran la serie del 1% (E96) y valores entre $1\text{k}\Omega$ y $1\text{M}\Omega$.

Listado:

- $C_1 = 1\mu\text{F}$
- $R_1 = 10\text{k}\Omega$
- $R_2 = 10\text{k}\Omega$
- $C_2 = 1\mu\text{F}$
- $R_3 = 8,2\text{k}\Omega$
- $R_4 = 10\text{k}\Omega$
- $C_3 = 1\mu\text{F}$
- $C_4 = 2,2\text{nF}$
- $R_5 = 1,2\text{k}\Omega$
- $R_6 = 100\text{k}\Omega$

6. Calculo de Errores

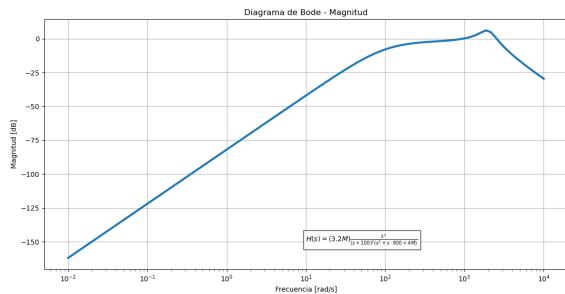
TABLA 1: COMPARACIÓN DE PARÁMETROS DEL CIRCUITO: IDEAL VS. REAL

Parámetro	Ideal	Real	Error (%)
Ganancia (A_v)	$A_{v,\text{ideal}} = 3,2M$	$A_{v,\text{real}} = 3,1M$	$\frac{ A_{v,\text{ideal}} - A_{v,\text{real}} }{A_{v,\text{ideal}}} \times 100 = 3,125\%$
Frecuencia de resonancia (ω_o)	$\omega_{o,\text{ideal}} = 2k$	$\omega_{o,\text{real}} = 1,94k$	$\frac{ \omega_{o,\text{ideal}} - \omega_{o,\text{real}} }{\omega_{o,\text{ideal}}} \times 100 = 2,78\%$
Factor de calidad (Q)	$Q_{\text{ideal}} = 2,5$	$Q_{\text{real}} = 2,31$	$\frac{ Q_{\text{ideal}} - Q_{\text{real}} }{Q_{\text{ideal}}} \times 100 = 7,74\%$

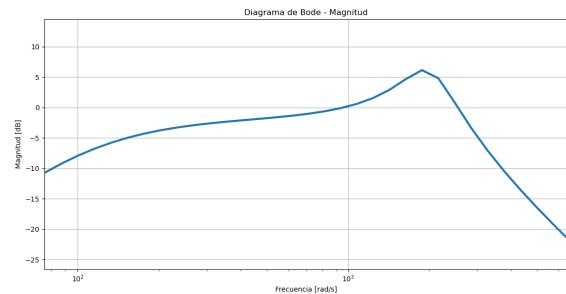
7. Simulaciones en Python

7.1. Diagramas de Bode

7.1.1. Magnitud



(a) Diagrama de Bode - Magnitud.



(b) Zoom en la magnitud.

Figura 25: Análisis de magnitud en el diagrama de Bode.

7.1.2. Fase

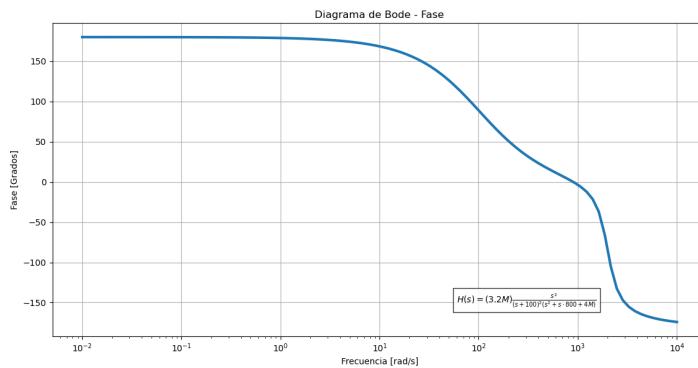
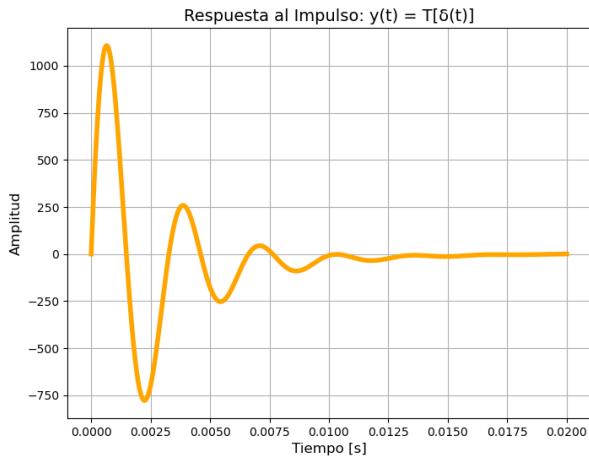
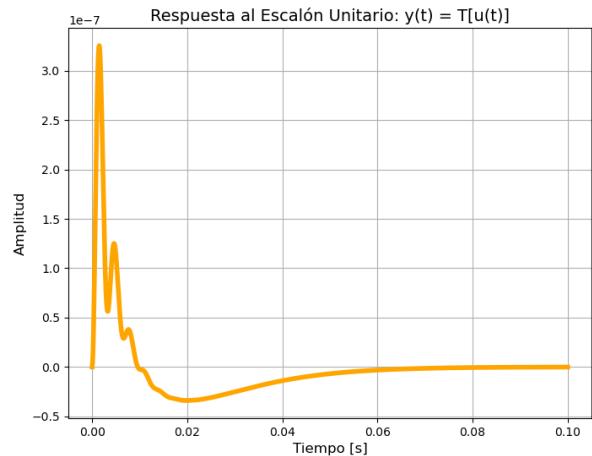


Figura 26: Diagrama de Bode - Fase.

7.2. Respuesta al impulso y escalón



(a) Respuesta al impulso.



(b) Respuesta al escalón.

Figura 27: Respuestas a funciones básicas en Python.

Conclusión

Las respuestas simuladas coinciden con las obtenidas mediante la expresión analítica. Se puede observar que al excitar el sistema con la señal escalón la respuesta permanente del filtro será nula, ya que contiene un cero doble en el origen y en cuanto a la respuesta transitoria será oscilatoria amortiguada.

Para evaluar si llega a régimen permanente en el tiempo esperado, se analiza la parte transitoria de la respuesta, que está determinada por los polos y las curvas exponenciales que forman $e^{-\omega_1 t}$ y $e^{-\alpha t}$. Por lo tanto se espera que

a partir del tiempo $0,1 s$ ya la señal de respuesta sea la permanente sin componentes oscilatorias.

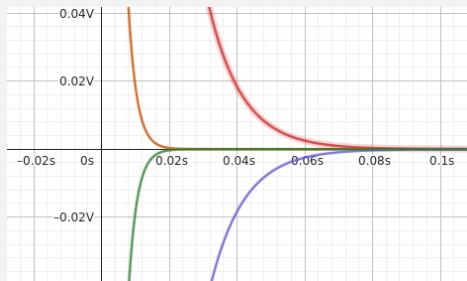
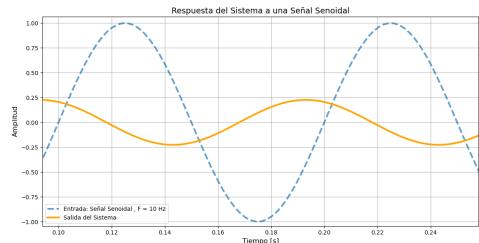


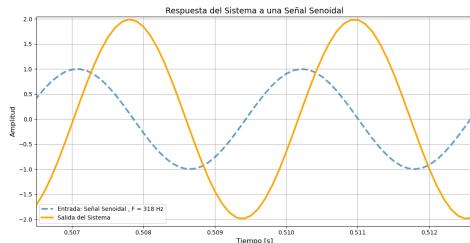
Figura 28: Exponentiales que determinan la respuesta transitoria.

Se puede observar en la figura que la exponencial $e^{-\omega_1 t} = e^{-100 t}$ y $e^{-\alpha t} = e^{-400 t}$ coinciden con la atenuación de la respuesta.

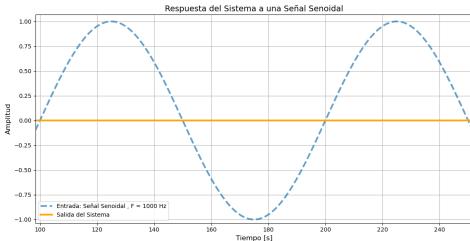
7.3. Respuesta a señales senoidales



(a) $f = 10 \text{ Hz}$.



(b) $f = 318 \text{ Hz}$.



(c) $f = 1 \text{ kHz}$.

Figura 29: Respuestas a señales senoidales de diferentes frecuencias.

Conclusión

Las respuestas senoidales son las esperadas. A 10 Hz la atenuación es de 12 dB, a 318 Hz la ganancia es de 6 dB, y a 1 kHz la atenuación es completa siendo cero la respuesta.

Se espera dicho comportamiento, ya que el filtro debe amplificar un ancho de banda en torno a la frecuencia angular $2k$ ($2\pi 318 \text{ Hz}$) y atenuar el resto de frecuencias.

En términos de desfase se espera que la señal en torno a la frecuencia angular $2k$ ($2\pi 318 \text{ Hz}$) tenga un desfase de -266° significa que una señal o un vector está desplazado en fase 266° en sentido horario (hacia la derecha) respecto a otra referencia, a lo que es igual a un desfase equivalente de 94° .

Mientras que en 10 Hz se espera un desfase de -73° significa que una señal o vector está desplazado 73° en sentido horario (hacia la derecha).

7.4. Respuesta a señal cuadrada

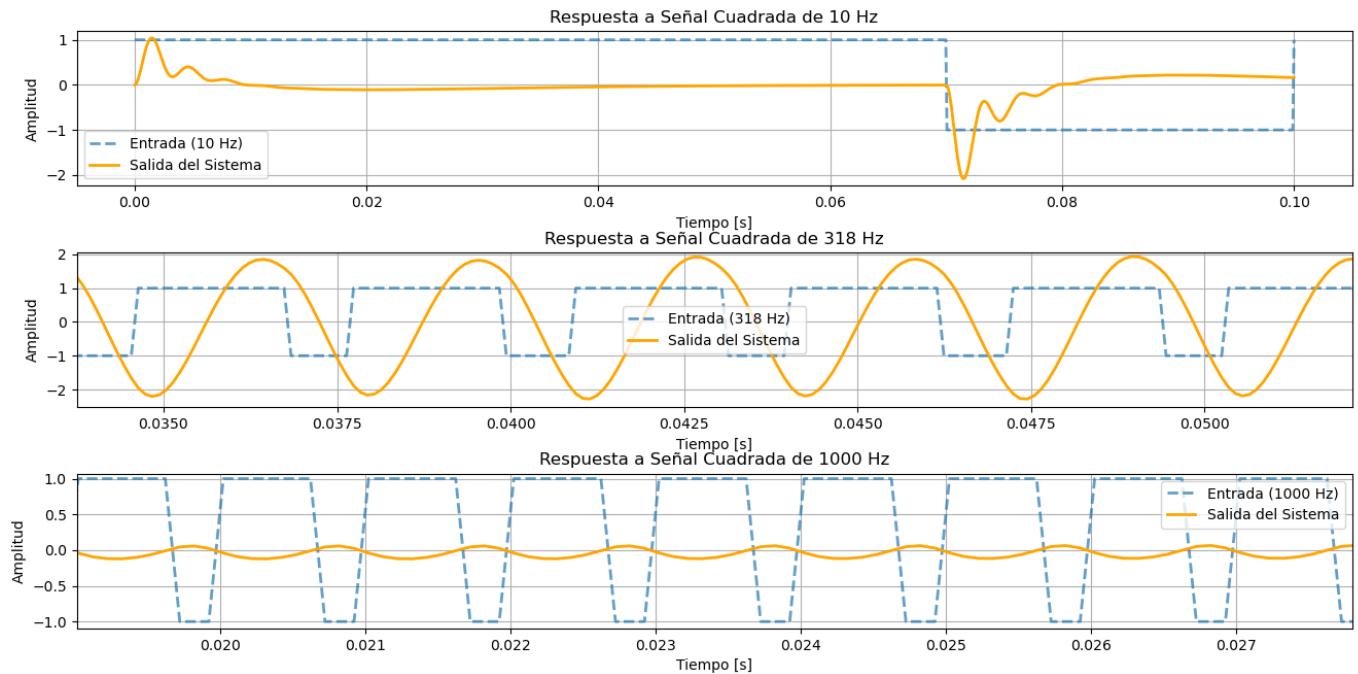


Figura 30: Respuesta del sistema a una señal cuadrada en las frecuencias 10 Hz , 318 Hz y 1k Hz.

Individualmente se puede observar la respuesta a la señal cuadrada de frecuencia 10 Hz con mayor detenimiento.

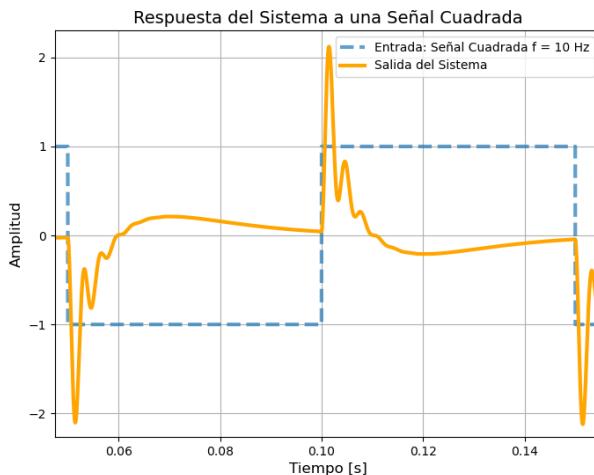


Figura 31: Respuesta del sistema a una señal cuadrada de 10 Hz.

Conclusión

La respuesta a la señal cuadrada se asemeja a la respuesta de un tren de escalones. Se puede observar que a frecuencia 10 Hz, la respuesta llega a amortiguar su oscilación hasta atenuarse por completo mientras que en frecuencias mayores la respuesta no llega a atenuarse por completo pero si se modifica su amplitud.

8. Simulaciones en LTspice

El circuito se implementa en el software **LTspice** para realizar diversas simulaciones.

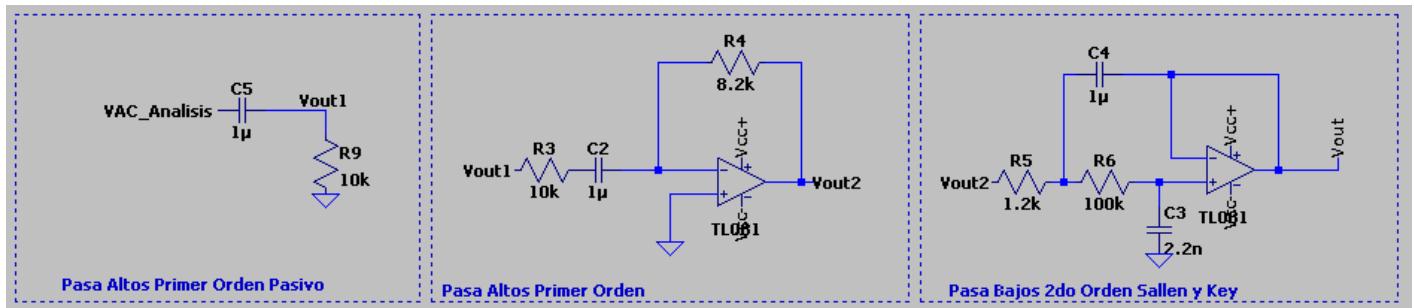
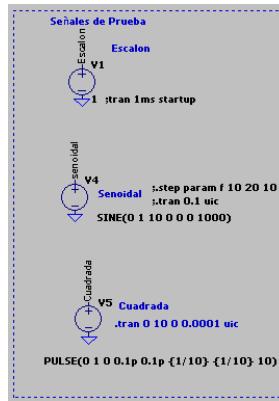


Figura 32: Captura de la simulación del circuito.

Para realizar las simulaciones, se implementaron circuitos complementarios para generar señales de entrada y alimentación.



(a) Señales de prueba.

Figura 33: Circuitos complementarios.

8.1. Diagramas de Bode

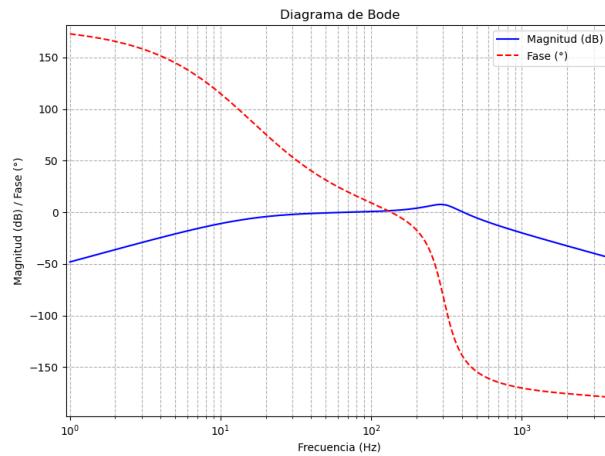
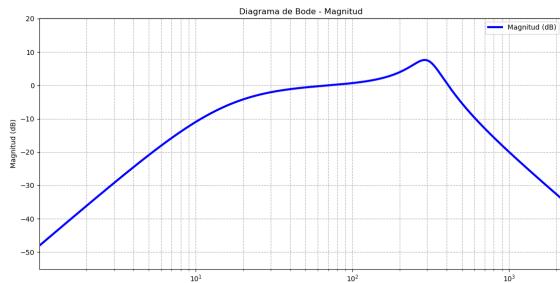
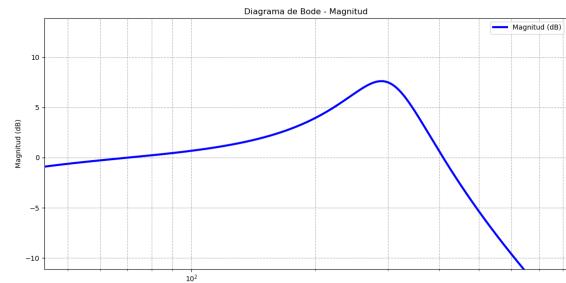


Figura 34: Diagrama de Bode: ganancia y fase en función de la frecuencia.

8.1.1. Magnitud



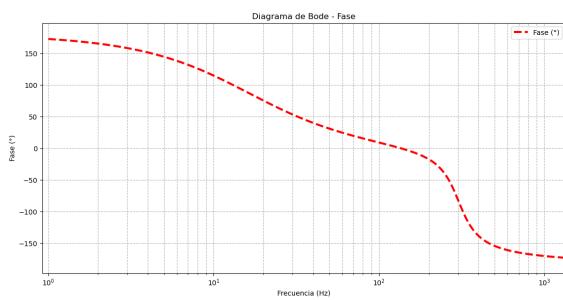
(a) Magnitud en función de la frecuencia.



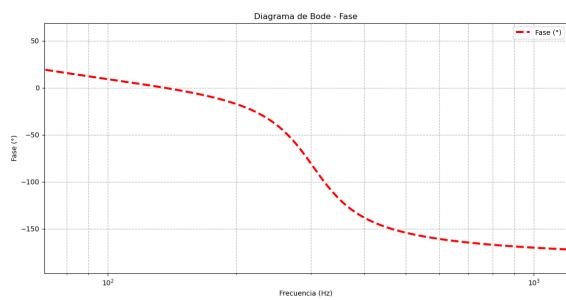
(b) Zoom de la magnitud.

Figura 35: Análisis de magnitud en el diagrama de Bode.

8.1.2. Fase



(a) Fase en función de la frecuencia.



(b) Zoom de la fase.

Figura 36: Análisis de fase en el diagrama de Bode.

Diagramas de Bode Obtenidos de la Simulación

Se puede comprobar el rango de frecuencias donde el sistema amplifica la señal y que fuera de ese rango la señal es atenuada concretamente.

Mientras que para la fase, para la frecuencia de 159,15 Hz se observa que el desfasaje es cero. Mientras que para la frecuencia de 1k Hz el desfasaje es de 180° .

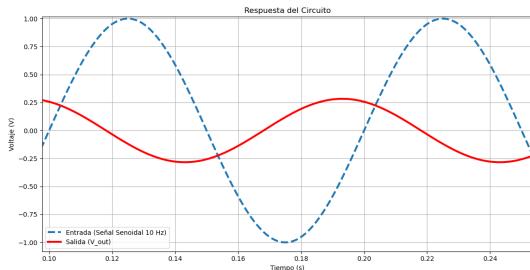
8.2. Respuestas del sistema



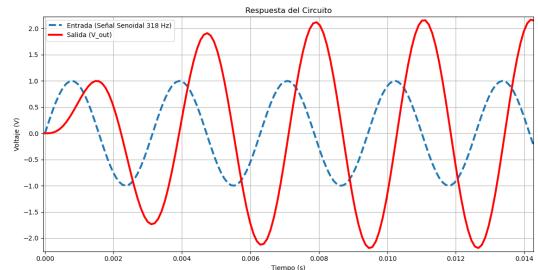
(a) Respuesta al escalón.

Figura 37: Respuestas a funciones básicas en LTspice.

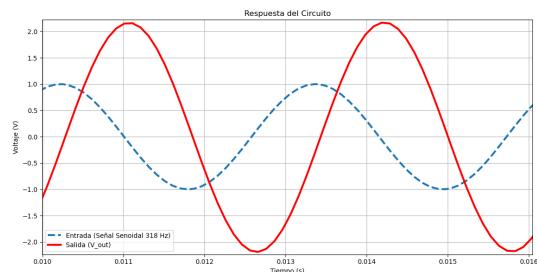
8.3. Respuesta a señales senoidales



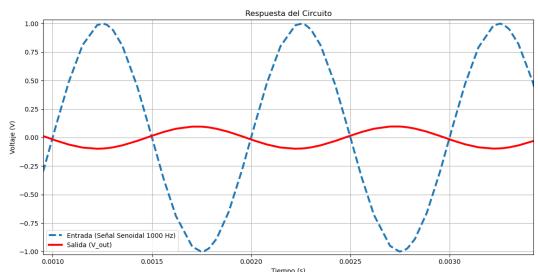
(a) $f = 10 \text{ Hz}.$



(b) $f = 318 \text{ Hz (A)}.$



(c) $f = 318 \text{ Hz (B)}.$



(d) $f = 1 \text{ kHz}.$

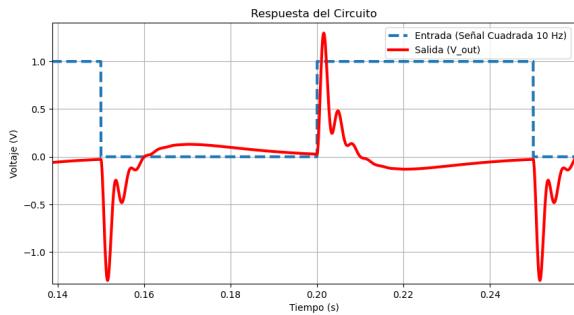
Figura 38: Respuestas a señales senoidales.

Respuestas a Senoidales Simuladas

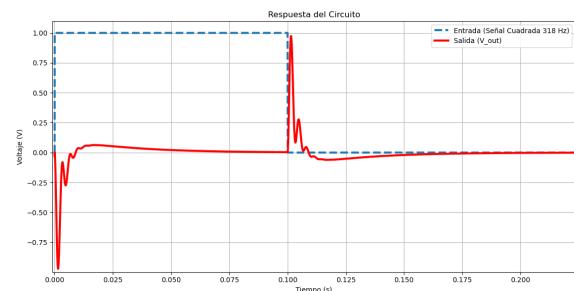
Se puede comprobar que el rango de frecuencias que amplifica y las que se atenúan coinciden con las esperadas analíticamente.

En las frecuencias 10 Hz y 1 kHz la señal de entrada es atenuada, siendo también notorio el desfasaje completo de la señal para la frecuencia de 1 kHz , mientras que para la frecuencia 318 Hz la señal obtiene una ganancia considerable con respecto a la señal de entrada.

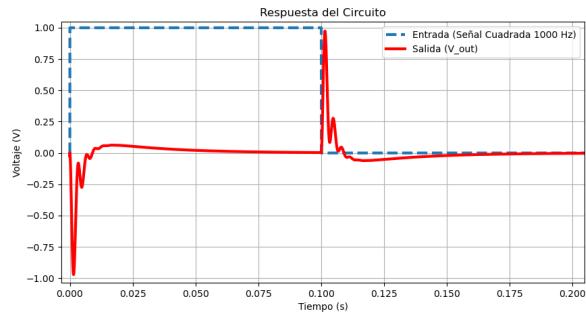
8.4. Respuesta a señal cuadrada



(a) Respuesta a señal cuadrada de frecuencia 10 Hz.



(b) Respuesta a señal cuadrada de frecuencia 318 Hz.



(c) Respuesta a señal cuadrada de frecuencia 1000 Hz.

Figura 39: Respuesta del circuito a señales cuadradas.

Respuestas a Cuadradas Simuladas

Se simula el circuito siendo alimentado por las señales cuadradas de frecuencias 10 Hz, 318 Hz y 1k Hz.

9. Diseño de la Placa Impresa

Para implementar el circuito se debe tener en cuenta las especificaciones de los componentes, en este caso se debe tener en consideración la hoja de datos del amplificador operacional modelo **TL081**, comercializado en encapsulados del tipo DIP de ocho pines.

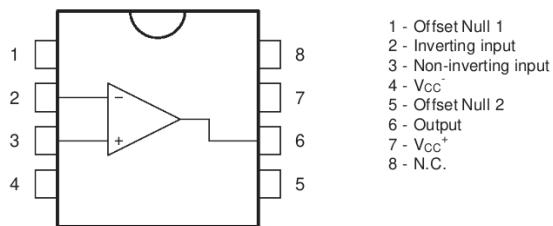


Figura 40: Detalle de entrada y salidas de amplificador operacional TL081.

Mencionado amplificador operacional debe ser alimentado con una tensión por lo general de -15 V en la entrada de alimentación negativa y $+15\text{ V}$ para la alimentación positiva.

9.1. Esquemático del Circuito

Se implementa el circuito logrando el circuito esquemático en el software kicad, en este luego se llevara a cabo el diseño de las pistas para la placa impresa siguiendo estas conexiones.

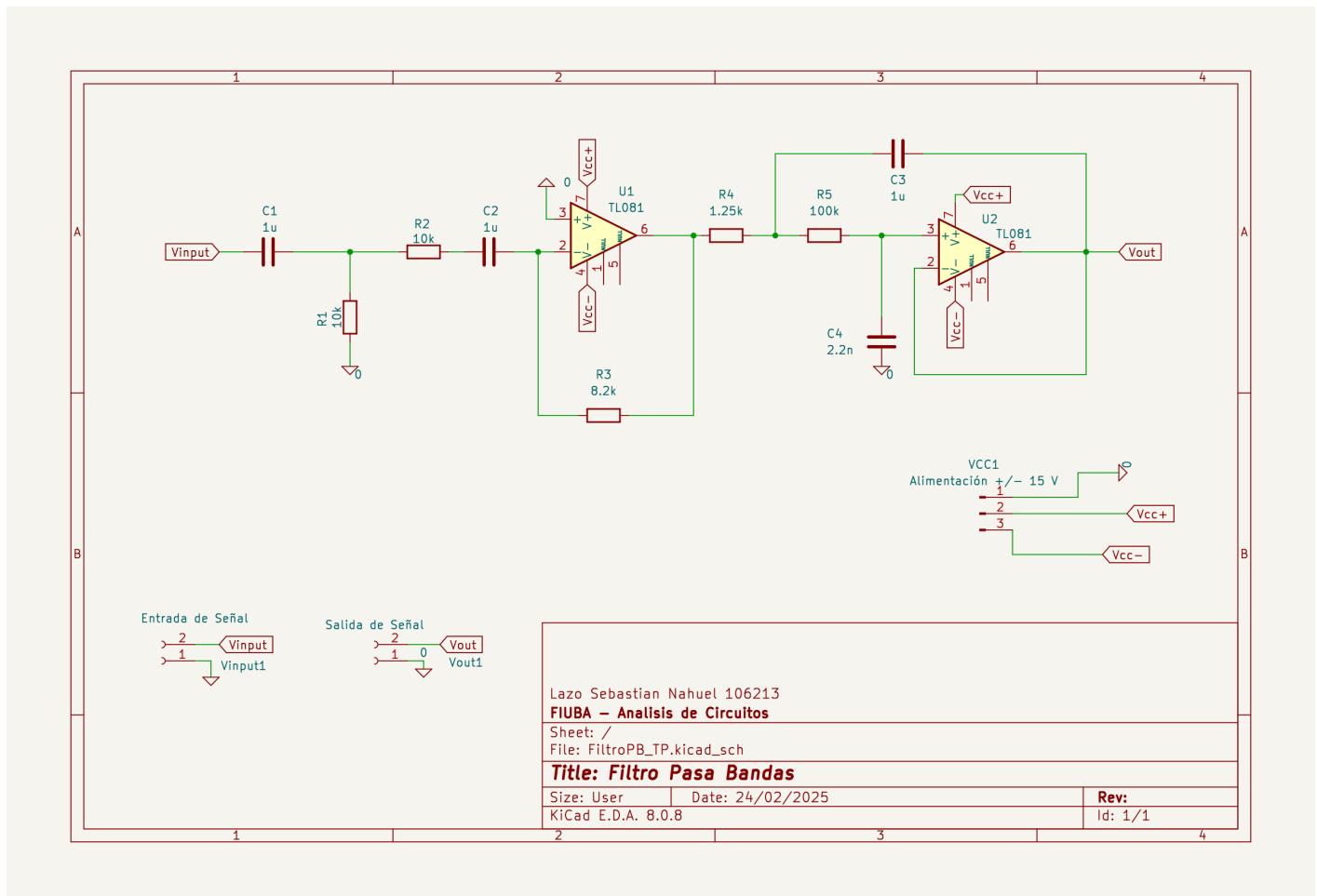


Figura 41: Hoja del esquemático diseñado en software Kicad.

9.2. Armado experimental del circuito

Para llevar el circuito a la experiencia práctica se monta en un principio en una placa de pruebas, en el cual se verifica su funcionamiento.

9.2.1. Placa de Pruebas

La conexión se efectúa mediante conexiones preestablecidas encolumnadas dentro de la placa de pruebas (Protoboard).

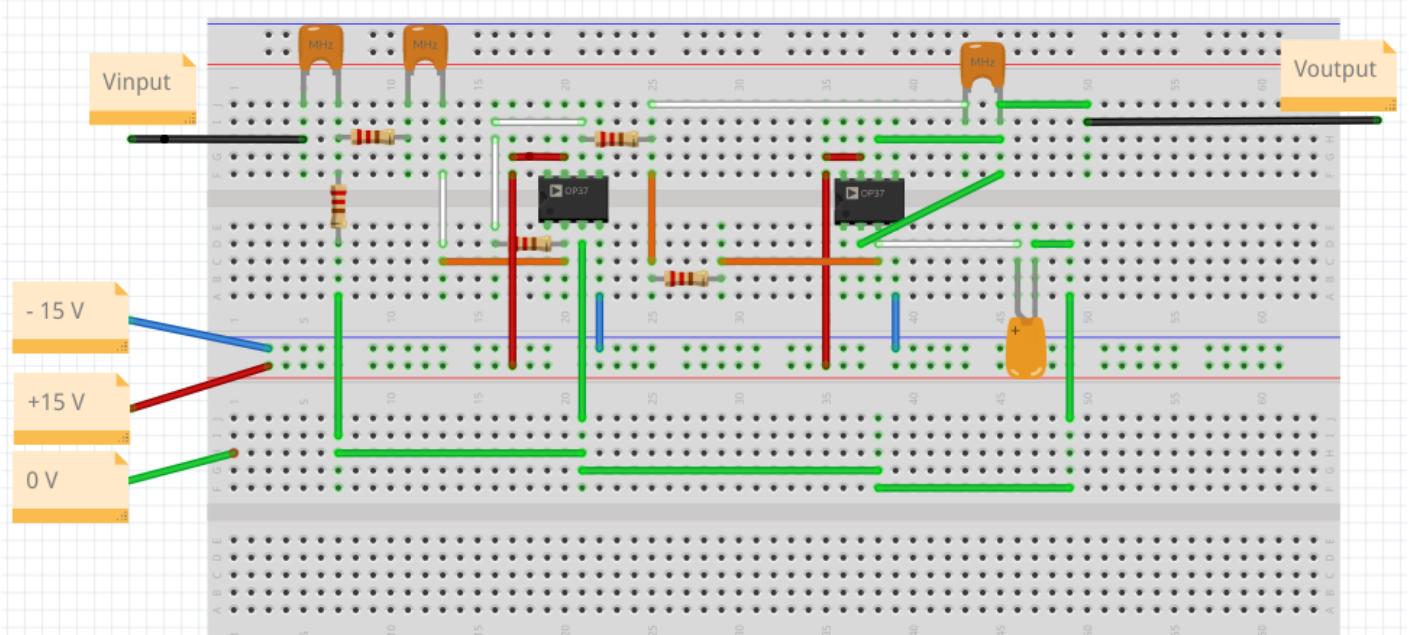


Figura 42: Esquema conexión en placa de pruebas.

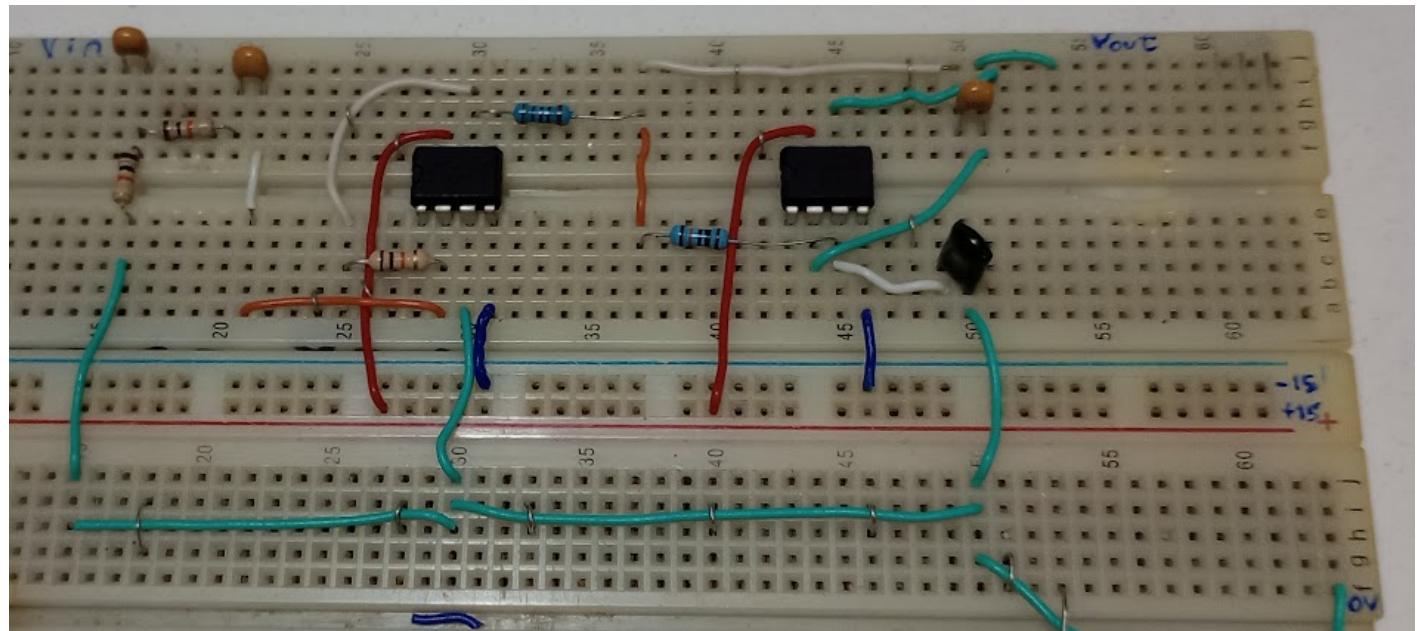


Figura 43: Circuito en placa de pruebas.

9.3. Diseño de Placa

Mediante el software *kicad*, se efectúa el diseño de conexiones para implementar de forma física impresas en placa de cobre, estableciendo el grosor de pistas y distancias de perforaciones.

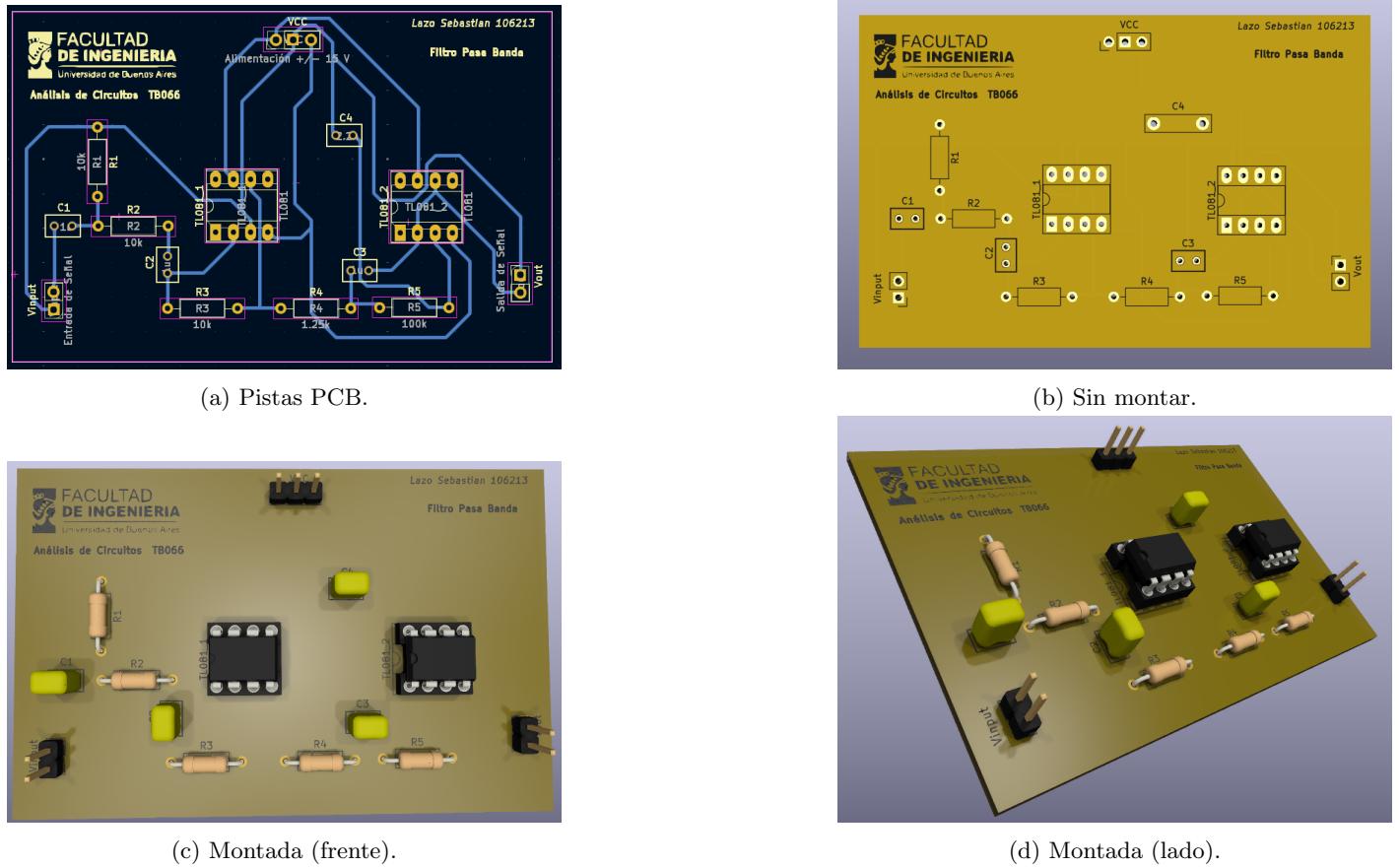


Figura 44: Diferentes vistas del diseño de la PCB.

10. Informe de Estadísticas de la Placa

10.1. Placa

Parámetro	Valor
Ancho	78,5000 mm
Alto	51,0000 mm
Área	4003,5000 mm ²

10.2. Pads

Tipo	Cantidad
Agujero pasante	41

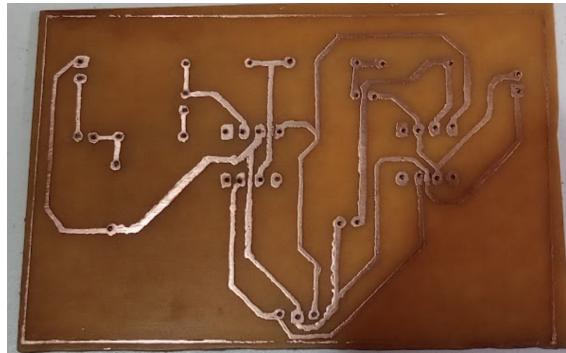
10.3. Componentes

	Lado frontal	Lado trasero	Total
THT	14	0	14
No especificado	1	0	1
Total	15	0	15

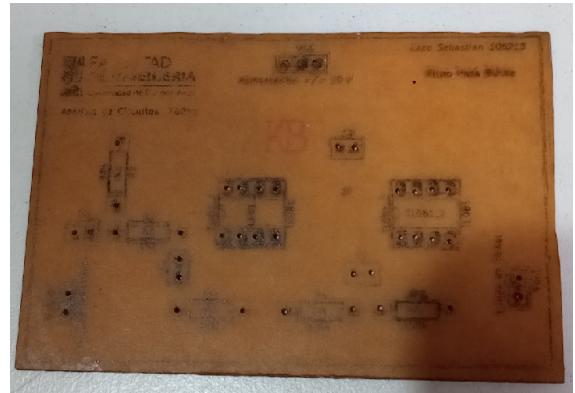
10.4. Agujeros de Taladros

Cantidad	Forma	Tamaño X	Tamaño Y	Revestido	Vía/Pad	Capa inicial	Capa final
26	Redondo	0,8000 mm	0,8000 mm	PTH	Pad	F.Cu	B.Cu
8	Redondo	0,7100 mm	0,7100 mm	PTH	Pad	F.Cu	B.Cu
7	Redondo	1,0000 mm	1,0000 mm	PTH	Pad	F.Cu	B.Cu

11. Montaje Final de la Placa



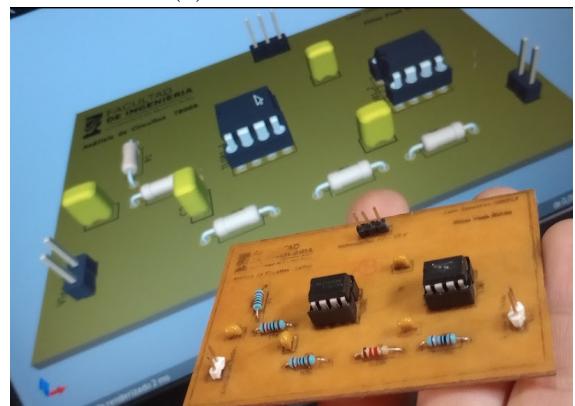
(a) Dorso.



(b) Frente sin montar.



(c) Montada.



(d) Comparación.

Figura 45: Mosaico de imágenes de la placa física.

12. Medición del Circuito Armado

Para realizar las mediciones se hizo uso de instrumentación del laboratorio de la facultad. Osciloscopio:

- Modelo: GA1102CAL
- Ancho de Banda : 100MHz
- Tasa de Muestreo: 1GSa/s.

Generador de Señales:

- Modelo: 8110

- Ancho de Banda : 0.1Hz hasta 2MHz en 7 rangos.
- 1 %

12.1. Diagrama de interconexión de los instrumentos

Para realizar las mediciones en el laboratorio se usaron dos fuentes de tensión de 15 V conectadas en serie para lograr la alimentación para los amplificadores operacionales .Luego se conecto un generador de señales en la entrada del circuito y se posiciono un canal del osciloscopio en dicha entrada, dejando el segundo canal conectado a la salida del circuito.

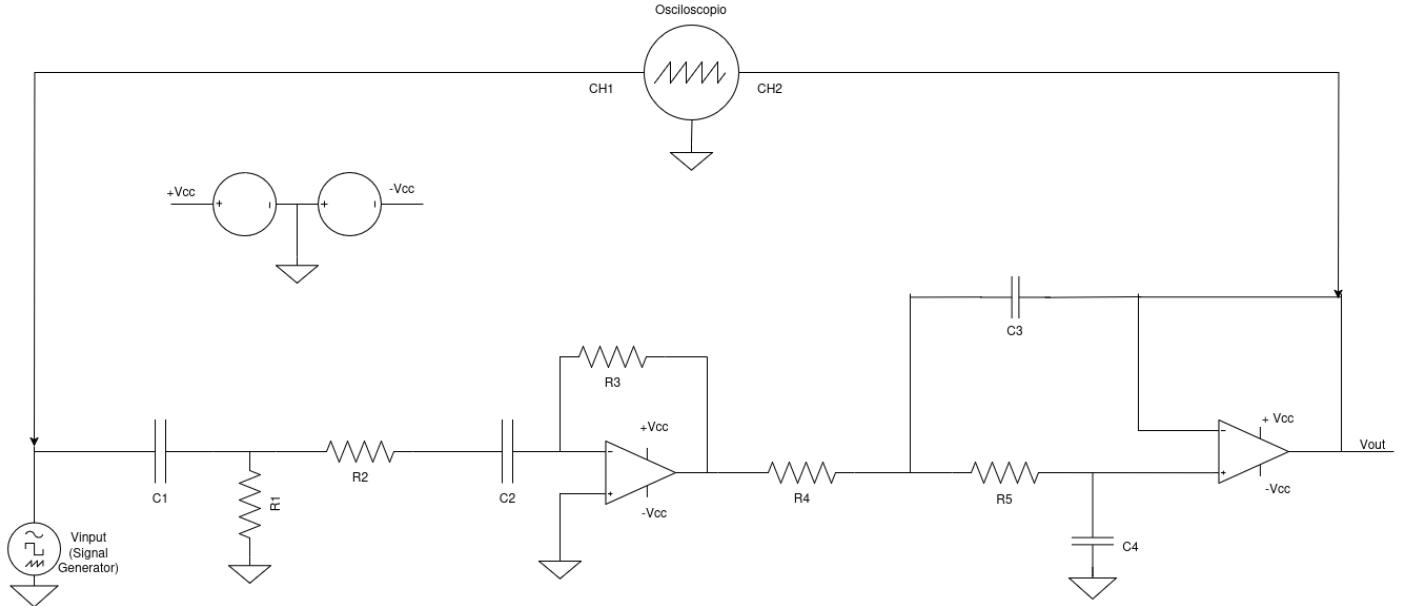


Figura 46: Interconexiones de los instrumentos de medición.

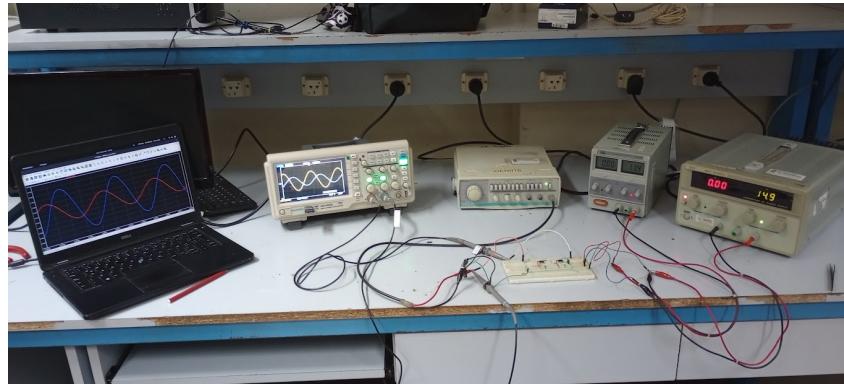


Figura 47: Mesa de trabajo en laboratorio midiendo circuito en protoboard.

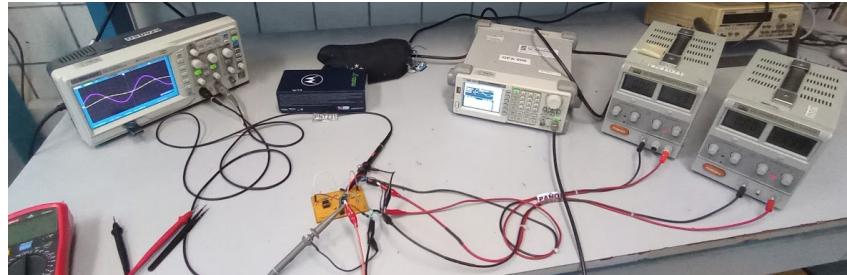


Figura 48: Mesa de trabajo en laboratorio midiendo circuito en placa.

12.2. Verificación de la respuesta en frecuencia del circuito en módulo

Se dejó fija la amplitud de la señal de entrada variando su frecuencia y tomando nota de la amplitud de la salida.

Vinput [mV]	Voutput [mV]	Frecuencia [Hz]	Ganancia
700	200	10	0,2857142857
700	300	20	0,4285714286
700	400	30	0,5714285714
700	450	40	0,6428571429
700	550	50	0,7857142857
700	600	60	0,8571428571
700	640	70	0,9142857143
700	660	80	0,9428571429
700	700	90	1
700	720	100	1,028571429
700	750	110	1,071428571
700	800	120	1,142857143
700	850	150	1,214285714
700	900	175	1,285714286
700	925	185	1,321428571
700	1000	210	1,428571429
700	1050	224	1,5
700	1125	250	1,607142857
700	1300	280	1,857142857
700	1350	300	1,928571429
700	1500	318	2,142857143
700	1000	400	1,428571429

Figura 49: Tabla de valores observados.

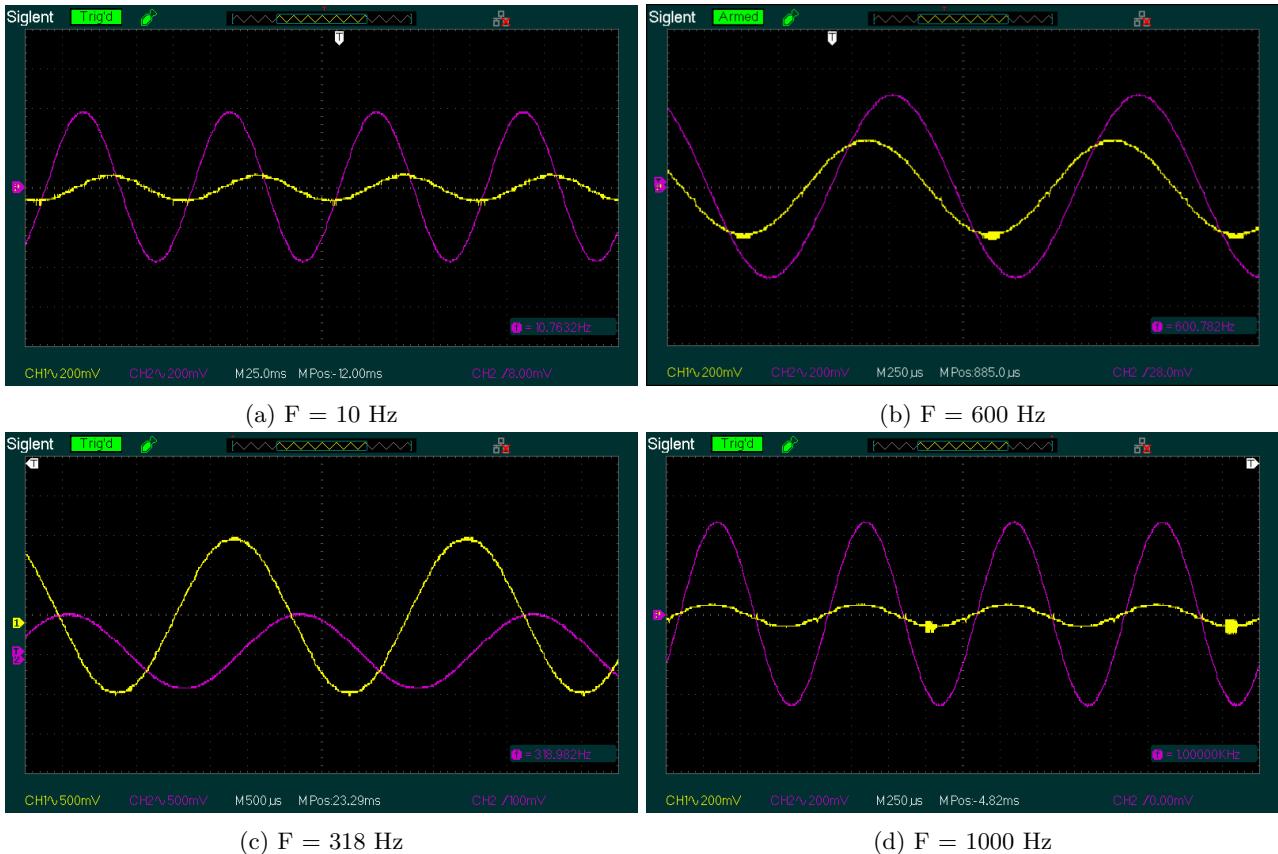
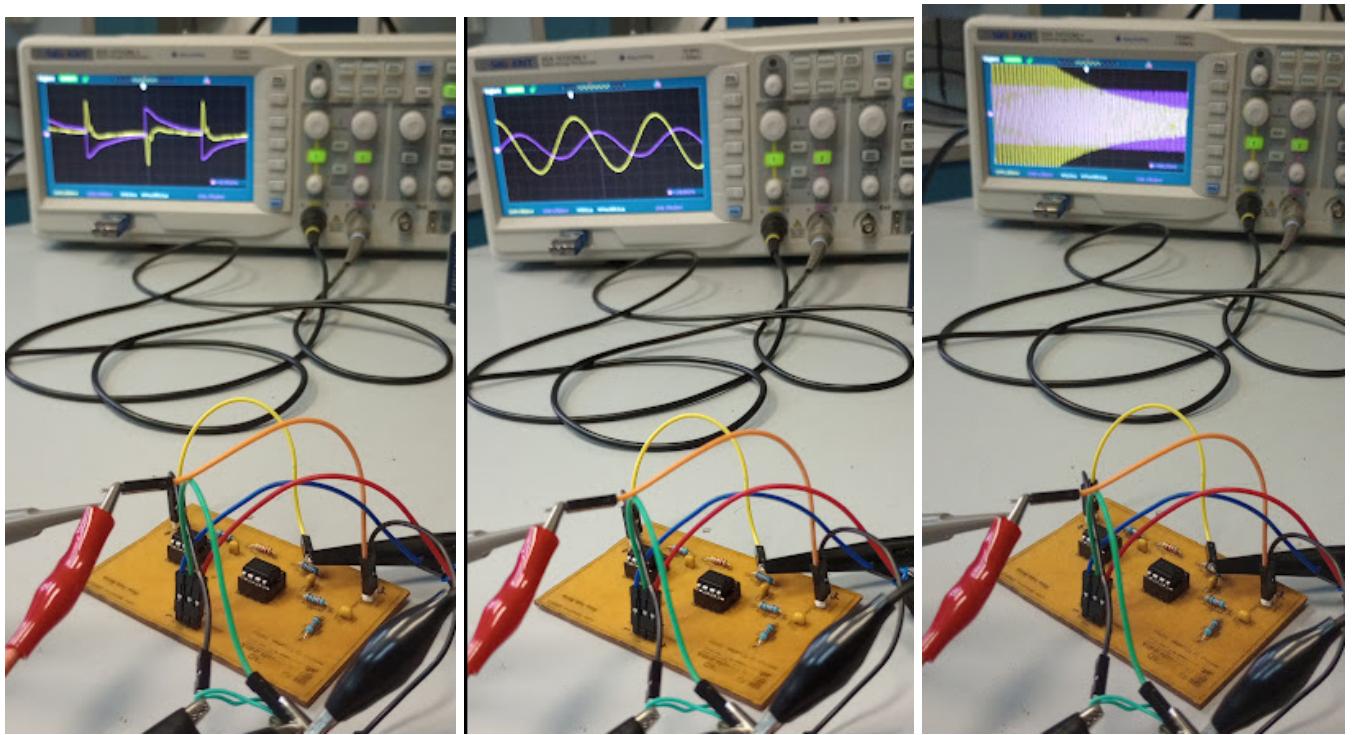


Figura 50: Capturas del display del osciloscopio utilizado a diferentes frecuencias (color amarillo señal de salida color rosa señal de entrada).



(a) Placa midiendo respuesta a señal cuadrada.
(b) Placa midiendo respuesta a señal senoidal.
(c) Placa midiendo respuesta a barrido de frecuencia.

Figura 51: Diferentes situaciones de medición de la placa.

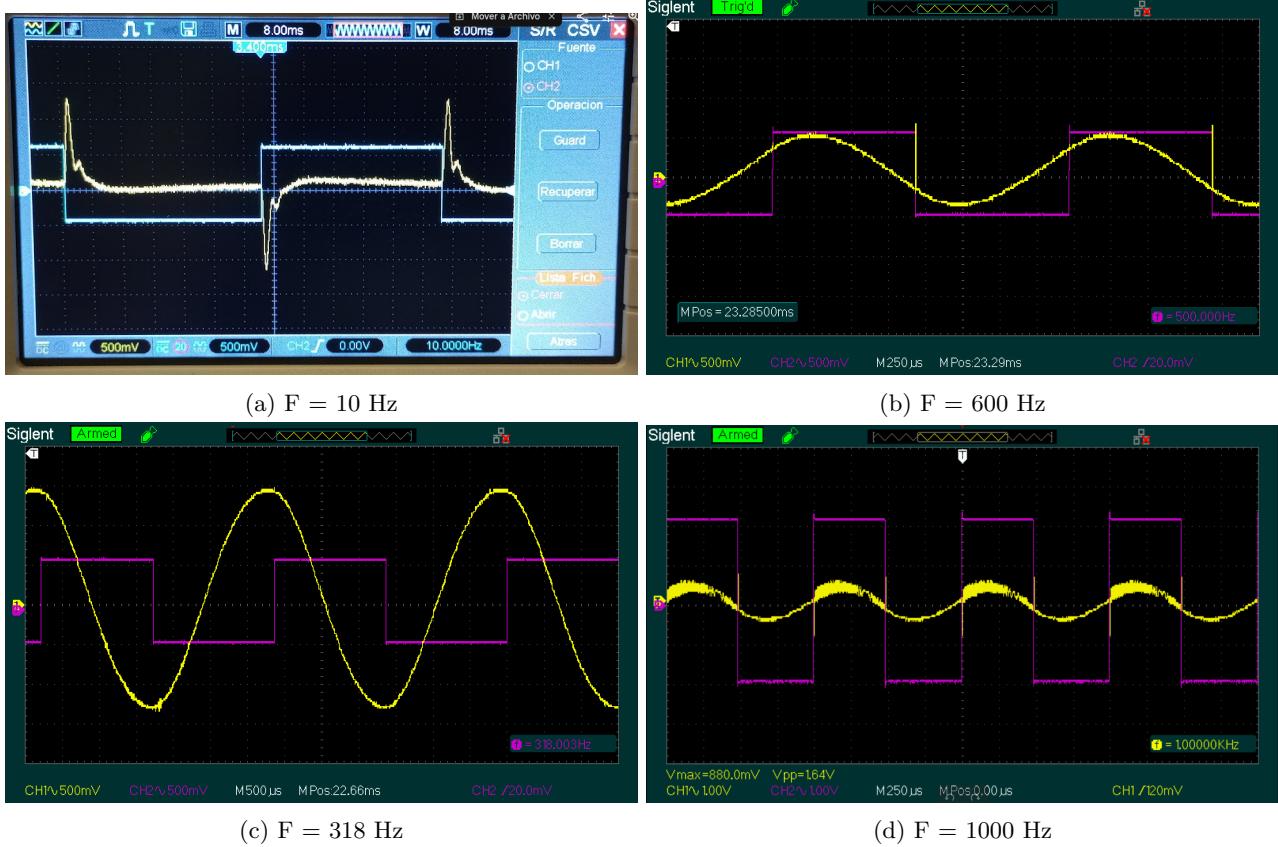


Figura 52: Capturas del display del osciloscopio utilizado a diferentes frecuencias (color amarillo señal de salida color rosa/azul señal de entrada).

Realizando la unión de los puntos en función de la frecuencia, se puede lograr el gráfico aproximado de la magnitud de la función de transferencia.

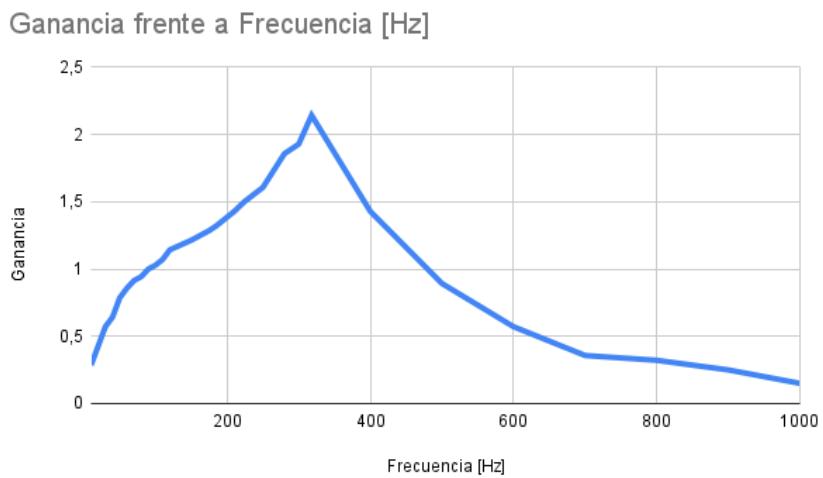


Figura 53: Gráfico de las mediciones.

También se puede hacer uso de un gráfico en escala semilogarítmica, para tener una versión mas optima para la comparación con el resto de gráficos.

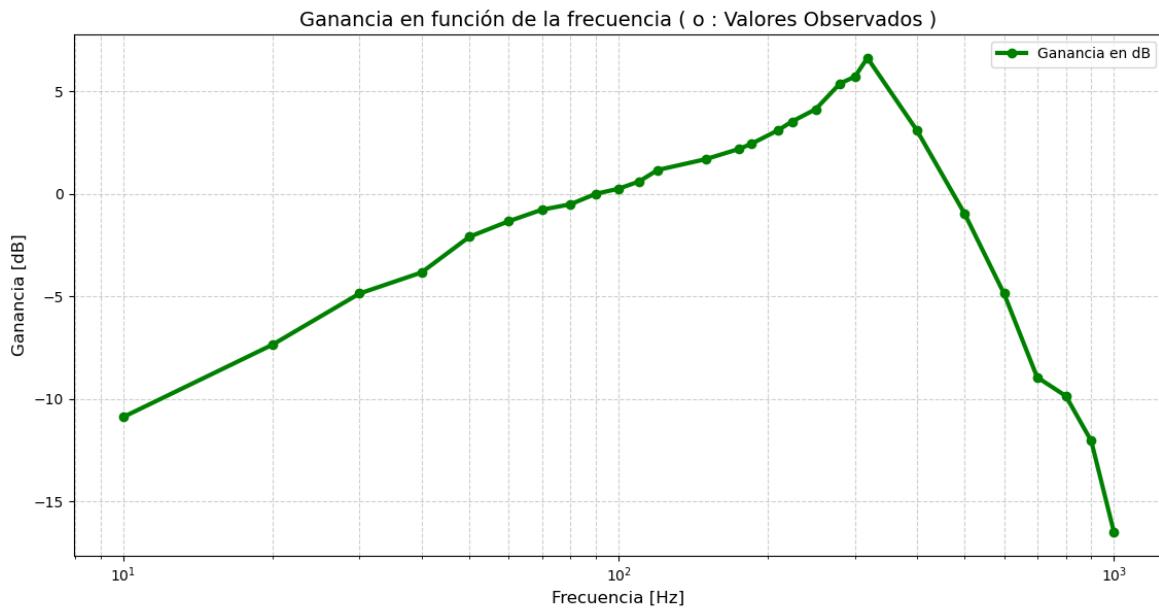


Figura 54: Gráfico de las mediciones en escala semilogarítmica.

12.3. Valores medidas y gráficos comparativos con las simulaciones

Finalmente se llega a el resultado final de los tres conjuntos de datos, los datos establecidos mediante el análisis numérico, los datos obtenidos producto de simular el circuito que mas asemeja la función de transferencia, y la aproximación de la respuesta real del circuito medida en el laboratorio.

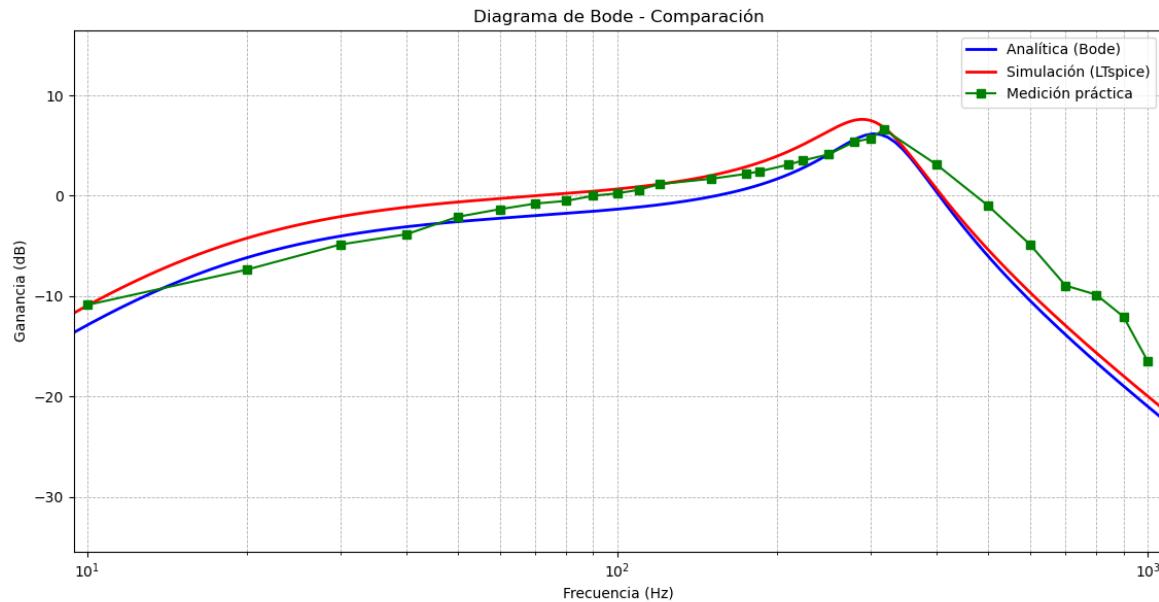


Figura 55: Gráfico Comparativo: En azul ganancia de la transferencia hallada analíticamente, en rojo simulación del circuito diseñado, en verde los puntos medidas en el laboratorio.

13. Conclusión

En este trabajo práctico, se determinó la función de transferencia del sistema a partir del diagrama de polos y ceros. Posteriormente, mediante una condición específica, se despejó la ganancia de la transferencia. Luego, se diseñó un circuito que reflejara esta función y se implementó de manera experimental, tanto en protoboard como en una placa PCB.

Durante el desarrollo del proyecto, se aplicaron conocimientos clave de la materia de análisis de circuitos, incluyendo el análisis en los dominios temporal y de frecuencia, el uso de la Transformada de Laplace, y la implementación de software especializado para simulación y validación del diseño.

Se compararon los resultados teóricos con los obtenidos experimentalmente, identificando discrepancias y comprendiendo las posibles fuentes de error. Finalmente, el trabajo permitió afianzar la relación entre la teoría y la práctica en el diseño de circuitos electrónicos, resaltando la importancia de la validación experimental en la ingeniería.

14. Indice de Figuras

Índice de figuras

1.	Diagrama de bloques de función de transferencia.	3
2.	Representación visual de la función de transferencia $H(s)$ asignada del sistema.	3
3.	Diagramas de Bode del factor K	4
4.	Ceros en el origen	4
5.	Diagramas de Bode del factor s^N	4
6.	Polos simples.	5
7.	Diagramas de Bode del factor $\frac{1}{(p+s)^N}$	5
8.	Polos complejos conjugados.	5
9.	Diagramas de Bode del factor $\frac{1}{1+\frac{(j\omega)^2\zeta_2\omega}{\omega_k^2}+(\frac{j\omega}{\omega_k})^2}$	6
10.	Diagramas de Bode del factor $\frac{1}{1+\frac{(j\omega)^2\zeta_2\omega}{\omega_k^2}+(\frac{j\omega}{\omega_k})^2}$, teniendo en cuenta el factor de calidad.	6
11.	Variable s a evaluar vista en el grafico de polos y ceros.	7
12.	Gráfico de la respuesta al impulso hallada analíticamente.	11
13.	Gráfico de la respuesta al escalon hallada analíticamente.	13
14.	Grafico de la respuesta senoidal hallada de forma analitica.	15
15.	Circuito de Filtro Pasivo Pasa Altos de Primer Orden.	16
16.	Circuito de Filtro Activo Pasa Altos de Primer Orden.	17
17.	Definición de sentidos de las corrientes y polaridades del circuito.	17
18.	Se simplifican las impedancias en Z_1 correspondiente a la impedancia del resistor R_1 junto a la impedancia del capacitor C en seria y Z_2 correspondientes al resistor R_2	17
19.	Circuito del filtro pasa altos diseñado.	18
20.	Circuito de un filtro Pasa-Bajos Sallen y Key.	18
21.	Definición de polaridades y sentido de las corrientes.	19
22.	Paso del circuito a el dominio de frecuencias y planteo de nodos.	19
23.	Circuito del filtro Pasa-Bajos diseñado.	21
24.	Circuito completo.	21
25.	Analisis de magnitud en el diagrama de Bode.	23
26.	Diagrama de Bode - Fase.	23
27.	Respuestas a funciones básicas en Python.	24
28.	Exponenciales que determinan la respuesta transitoria.	24
29.	Respuestas a señales senoidales de diferentes frecuencias.	25
30.	Respuesta del sistema a una señal cuadrada en las frecuencias 10 Hz , 318 Hz y 1k Hz.	26
31.	Respuesta del sistema a una señal cuadrada de 10 Hz.	26
32.	Captura de la simulación del circuito.	27
33.	Circuitos complementarios.	27
34.	Diagrama de Bode: ganancia y fase en función de la frecuencia.	27
35.	Analisis de magnitud en el diagrama de Bode.	28
36.	Analisis de fase en el diagrama de Bode.	28
37.	Respuestas a funciones básicas en LTspice.	28
38.	Respuestas a señales senoidales.	29
39.	Respuesta del circuito a señales cuadradas.	30
40.	Detalle de entrada y salidas de amplificador operacional TL081.	31
41.	Hoja del esquemático diseñado en software Kicad.	31
42.	Esquema conexión en placa de pruebas.	32
43.	Circuito en placa de pruebas.	32
44.	Diferentes vistas del diseño de la PCB.	33
45.	Mosaico de imágenes de la placa física.	34
46.	Interconexiones de los instrumentos de medición.	35
47.	Mesa de trabajo en laboratorio midiendo circuito en protoboard.	35
48.	Mesa de trabajo en laboratorio midiendo circuito en placa.	36
49.	Tabla de valores observados.	36
50.	Capturas del display del osciloscopio utilizado a diferentes frecuencias (color amarillo señal de salida color rosa señal de entrada).	37
51.	Diferentes situaciones de medición de la placa.	37

52. Capturas del display del osciloscopio utilizado a diferentes frecuencias (color amarillo señal de salida color rosa/azul señal de entrada).	38
53. Gráfico de las mediciones.	38
54. Gráfico de las mediciones en escala semilogarítmica.	39
55. Gráfico Comparativo: En azul ganancia de la transferencia hallada analíticamente, en rojo simulación del circuito diseñado, en verde los puntos medidos en el laboratorio.	39

15. Fuentes y Herramientas

15.1. Herramientas

- LTspice: Software de simulación de circuitos electrónicos que permite analizar el comportamiento de circuitos analógicos y digitales.
- Octave: Software de código abierto para la computación numérica.
- Python: Lenguaje de programación multiparadigma.[<https://www.python.org>]
- Numpy: Soporte para crear vectores y matrices grandes multidimensionales, junto con una gran colección de funciones matemáticas de alto nivel para operar con ellas.[<https://numpy.org>]
- Matplotlib: Biblioteca para la generación de gráficos en dos dimensiones, a partir de datos contenidos en listas o arrays. [<https://matplotlib.org>]

16. Bibliografía

- Charles K. Alexander, Matthew N. O. Sadiku, Fundamentos de Circuitos Eléctricos, McGraw-Hill Education, Quinta edición.
- William H. Hayt, Jr. Jack E. Kemmerly Steven M. Durbin, Análisis de Circuitos en Ingeniería, McGRAW-HILL, S.A. DE C.V.(Mexico), 8 ed, 2012