



Universidad Nacional de Córdoba

Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales

Sistemas de control II

Trabajo Práctico N° 1 - Representación de sistemas y controladores

Nombre	DNI
Diaz Mateo	41.265.543

Docentes Pucheta Julian

Córdoba, República Argentina
23 de abril de 2024

Índice

1. Introduccion	3
2. Consignas	4
2.1. Caso de estudio 1. Sistema de dos variables de estado	4
2.2. Caso de estudio 2. Sistema de tres variables de estado	4
3. Resolucion Caso 1	6
3.1. Simulaciones	6
3.2. Determinacion de los valores de los componetes	9
4. Resolucion Caso 2 - Motor Corriente Continua	16
4.1. Simulacion Euler	16
4.2. Torque Máximo	18
4.3. Identificacion a partir de mediciones	18
4.4. Controlador PID discreto	23
5. Observaciones y Logros	26
5.1. Observaciones	26
5.2. Indicadores de Logros	26
5.3. Enlaces	26
6. Conclusiones	27

Índice de figuras

1.	Circuito RLC	4
2.	Dinamica Sistema $R=47$, $L=1\mu\text{Hy}$, $C=100\text{nF}$	7
3.	Señal aplicada al circuito	7
4.	Dinamica Sistema $R=4.7\text{K}$, $L=10\mu\text{Hy}$, $C=100\text{nF}$	9
5.	Dinamica sistema a estudiar	10
6.	Respuesta a escalón sistema identificado	13
7.	Superposicion gráficos tension	13
8.	Superposicion gráficos corriente	15
9.	Simulación integración por Euler	16
10.	Simulación integración por Euler	18
11.	Simulación integración por Euler	20
12.	Respuesta a escalón sistema identificado Motor	22
13.	Superposicion dinamicas	22
14.	PID con valores de consigna	24
15.	PID Ajustado	25

1. Introduccion

En el siguiente informe se desarrolla la resolucion del primer trabajo práctico de la materia propuesto por el profesor Julián Pucheta en la cátedra de Sistemas de Control II. Se detallan procedimientos y se adjuntan codigos utilizados para la resolución. Al final del informe se añaden enlaces de fuentes y bibliografia. Las herramientas utilizadas fueron:

- Visual Studio Code
- Sistema de versionado Git
- Python y librerias
- Octave
- Latex

La totalidad de este informe fue escrita usando Latex. El trabajo ademas se encuentra en un repositorio de Github personal donde se adjuntan todos los codigos en sus diversos formatos

2. Consignas

2.1. Caso de estudio 1. Sistema de dos variables de estado

Sea el sistema eléctrico de la figura, con la representaciones en variables de estado:

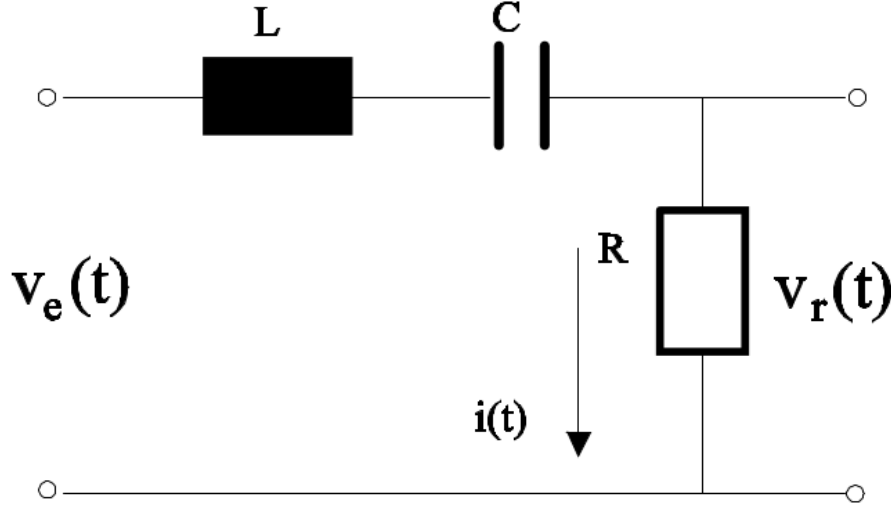


Figura 1: Circuito RLC

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax(t) + bu(t) \\ y &= c^T x(t)\end{aligned}$$

Donde las matrices que contienen a los coeficientes del circuito

$$\begin{aligned}A &= \begin{bmatrix} -R/L & -1/L \\ 1/C & 0 \end{bmatrix} \\ B &= \begin{bmatrix} -1/L \\ 0 \end{bmatrix} \\ c^T &= [R \quad 0]\end{aligned}$$

- Asignar valores a $R=47\text{ohm}$, $L=1\text{uHy}$, y $C=100\text{nF}$. Obtener simulaciones que permitan estudiar la dinámica del sistema, con una entrada de tensión escalón de 12V, que cada 1ms cambia de signo.
- En el archivo CurvasMedidasRLC.xls (datos en la hoja 1 y etiquetas en la hoja 2) están las series de datos que sirven para deducir los valores de R , L y C del circuito. Emplear el método de la respuesta al escalón, tomando como salida la tensión en el capacitor.
- Una vez determinados los parámetros R , L y C , emplear la serie de corriente desde 0.05seg en adelante para validar el resultado superponiendo las gráficas.

2.2. Caso de estudio 2. Sistema de tres variables de estado

Dada las ecuaciones del motor de corriente continua con torque de carga T_L con los parámetros :
 $L_{AA}=366\text{e}10^{-6}$; $J=5\text{e}10^{-9}$; $R_A=55,6$; $B=0$; $K_i=6,49\text{e}10^{-3}$; $K_m=6,53\text{e}10^{-3}$

$$\begin{aligned}\frac{di_a}{dt} &= \frac{R_A}{L_{AA}}i_a - \frac{K_m}{L_{AA}}\omega_r + \frac{1}{L_{AA}}V_a \\ \frac{d\omega_r}{dt} &= \frac{K_i}{J}i_a - \frac{B_m}{J}\omega_r + \frac{1}{J}T_L\end{aligned}$$

$$\frac{d\theta_t}{dt} = \omega_r$$

- Implementar un algoritmo de simulación para inferir el comportamiento de las variables interés mediante integración Euler con $\Delta t = 10^{-7}$ segundos para calcular su operación con un controlador:
- Obtener el torque máximo que puede soportar el motor modelado mediante las Ecs. cuando se lo alimenta con 12V, graficando para 5 segundos de tiempo la velocidad angular y corriente i_a para establecer su valor máximo como para dimensionar dispositivos electrónicos.
- A partir de las curvas de mediciones de las variables graficadas se requiere obtener el modelo del sistema considerando como entrada un escalón de 12V, como salida a la velocidad angular, y al torque de carga TL aplicado una perturbación. En el archivo CurvasMedidasMotor.xls están las mediciones, en la primer hoja los valores y en la segunda los nombres. Se requiere obtener el modelo dinámico, para establecer las constantes del modelo
- Implementar un PID en tiempo discreto para que el ángulo del motor permanezca en una referencia de 1radian sometido al torque descrito en la Fig (Tip: partir de $K_P=0,1$; $K_i=0,01$; $K_D=5$).
- Implementar un sistema en variables de estado que controle el ángulo del motor, para consignas de $\pi/2$ y $-\pi/2$ cambiando cada 2 segundos y que el TL de $1,15 \cdot 10^{-3}$ aparece sólo para $\pi/2$, para $-\pi/2$ es nulo. Hallar el valor de integración Euler adecuado. El objetivo es lograr la dinámica del controlador adecuada.
- Considerando que no puede medirse la corriente y sólo pueda medirse el ángulo, por lo que debe implementarse un observador. Obtener la simulación en las mismas condiciones que en el punto anterior, y superponer las gráficas para comparar.

3. Resolución Caso 1

Para este caso de análisis utilizaremos Python . Se nos pide obtener simulaciones que estudian la dinámica del sistema. Se adjuntaran codigos y señales obtenidas. Empezaremos planteando las librerías a utilizar:

```
1 import numpy as np
2 import pandas as pd
3 import matplotlib.pyplot as plt
4 import control as ct
5 from control.matlab import *
6 from IPython.display import Image
7 from scipy import signal
8 from math import log
```

3.1. Simulaciones

Definimos los valores de los componentes como:

- $R = 47\Omega$
- $L = 1\mu H$
- $C = 100nF$

En primer lugar obtenemos la señal de 12V que cambia de signo cada 1ms. Para ello se hizo uso de la librería *scipy* con su herramienta de señal cuadrada. Tras varios ajuste, respecto al tiempo de delay, obtenemos entonces:

```
1 t_sim = 1000 # Duración de la simulación en ms
2 t = np.linspace(0, 0.01, t_sim) # Arreglo de tiempo en ms
3 frecuencia = 500 # Frecuencia de la señal en Hz
4
5 delay = 0.001
6
7 # Generar señal cuadrada con fase ajustada para que empiece en 0 V en t=0
8 entrada = 12 * signal.square(2 * np.pi * frecuencia * t - np.pi, duty=0.5)
9
10 # Ajustar la señal para que esté en 0 V en t = 0 ms
11 entrada[0] = 0
12
13 entrada_delayed = np.where(t >= delay, entrada, 0)
14
15 # Visualizar la señal de entrada
16 plt.figure(figsize=(10, 4))
17 plt.plot(t, entrada_delayed, drawstyle='steps-pre')
18 plt.title('Señal de entrada escalón')
19 plt.xlabel('Tiempo (S)')
20 plt.ylabel('Voltage (V)')
21 plt.grid(True)
22 plt.show()
```

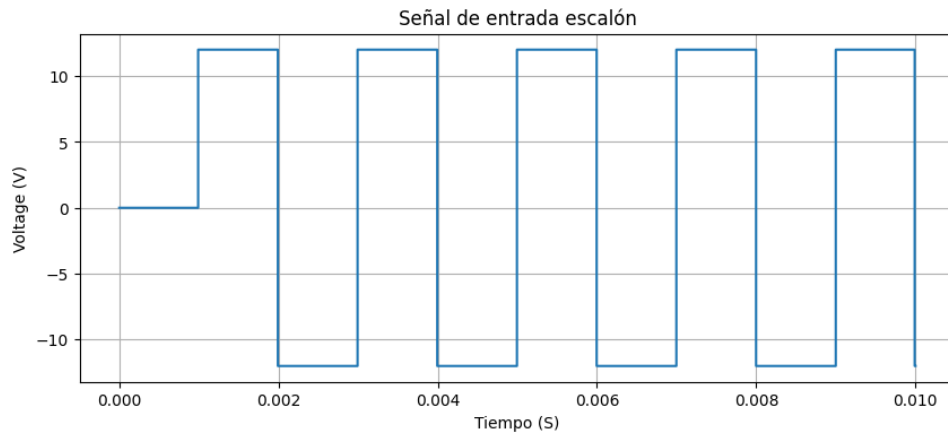


Figura 2: Dinamica Sistema $R=47$, $L=1\mu\text{Hy}$, $C=100\text{nF}$

Haciendo uso nuevamente de la libreria Scipy, esta vez con el modelado en espacio de estados, planteamos las matrices y comandos correspondientes lo que nos genera el siguiente resultado

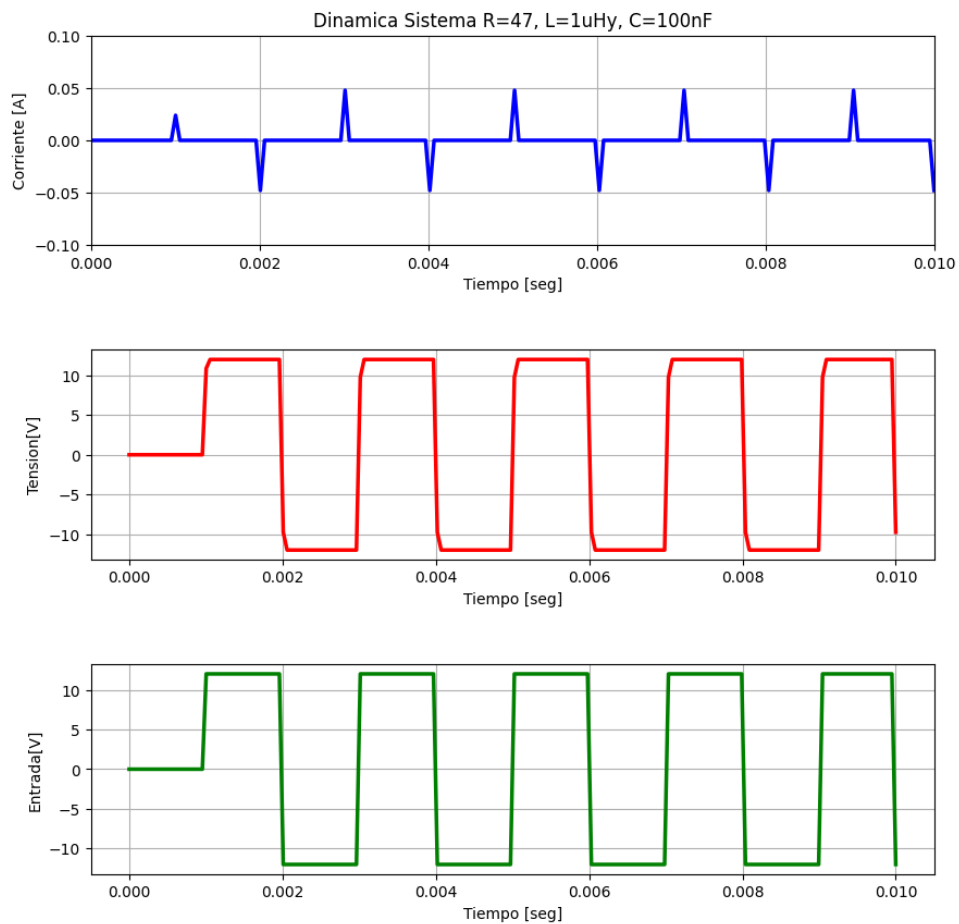


Figura 3: Señal aplicada al circuito

En este caso tenemos un sistema de una entrada y dos salidas ya que estamos interesados en medir dos variables del sistema. las dos variables de interés son la corriente y la tension en nuestro capacitor. Es por ello que planteando dos matrices de salida como $C1$ y $C2$ podemos simular el sistema. El código usado para ello fue:


```

1 R=47
2 L=1e-6
3 C=100e-9
4
5 A=[[-R/L, -1/L], [1/C, 0]]
6 B=[[1/L], [0]]
7 C1=[[1, 0]] #Matriz para medir corriente
8 C2=[[0, 1]] #Matriz para medir voltage
9 D=[[0]]
10
11 sys1 = signal.StateSpace(A, B, C1, D) #voltage capacitor
12 sys2 = signal.StateSpace(A, B, C2, D) #corrient
13
14 #-----#
15 t_sim = 200 # Duración de la simulación en ms
16 t = np.linspace(0, 0.01, t_sim) # Arreglo de tiempo en ms
17 frecuencia = 500 # Frecuencia de la señal en Hz
18
19 delay = 0.001
20
21 # Generar señal cuadrada con fase ajustada para que empiece en 0 V en t=0
22 entrada = 12 * signal.square(2 * np.pi * frecuencia * t-np.pi, duty=0.5)
23
24 # Ajustar la señal para que esté en 0 V en t = 0 ms
25 entrada[0] = 0
26
27 u= entrada_delayed= np.where(t >= delay, entrada, 0)
28 #-----#
29 # Simular la respuesta del sistema
30 t1,y1,x1= signal.lsim(sys1,u, t) #simular sistemas LTI
31 t2,y2,x2= signal.lsim(sys2,u, t)
32
33 # Visualizar la salida del sistema
34 plt.figure(figsize=(10, 10))
35
36 plt.subplot(3, 1, 1)
37 plt.plot(t1, y1, 'b-', linewidth=2.5,label='Corriente')
38 plt.grid()
39 plt.title('Dinamica Sistema R=47, L=1uHy, C=100nF')
40 plt.xlabel('Tiempo [seg]')
41 plt.ylabel('Corriente [A]')
42 plt.ylim(-0.1, 0.1)
43 plt.xlim(0, 0.01)
44
45 plt.subplots_adjust(hspace = 0.5) # Ajustar el espacio entre los subplots
46
47 plt.subplot(3, 1, 2)
48 plt.plot(t2, y2, 'r-', linewidth=2.5, label='Tension')
49 plt.xlabel('Tiempo [seg]')
50 plt.ylabel('Tension[V]')
51 plt.grid()
52
53 plt.subplot(3, 1, 3)
54 plt.plot(t, u, 'g-', linewidth=2.5, label='Entrada')
55 plt.xlabel('Tiempo [seg]')
56 plt.ylabel('Entrada[V]')
57 plt.grid()

```

Como para comparar, simularemos una respuesta al sistema cambiando los valores de los componentes. En este caso definiremos:

- $R = 4,7k\Omega$
- $L = 10\mu H$
- $C = 100nF$

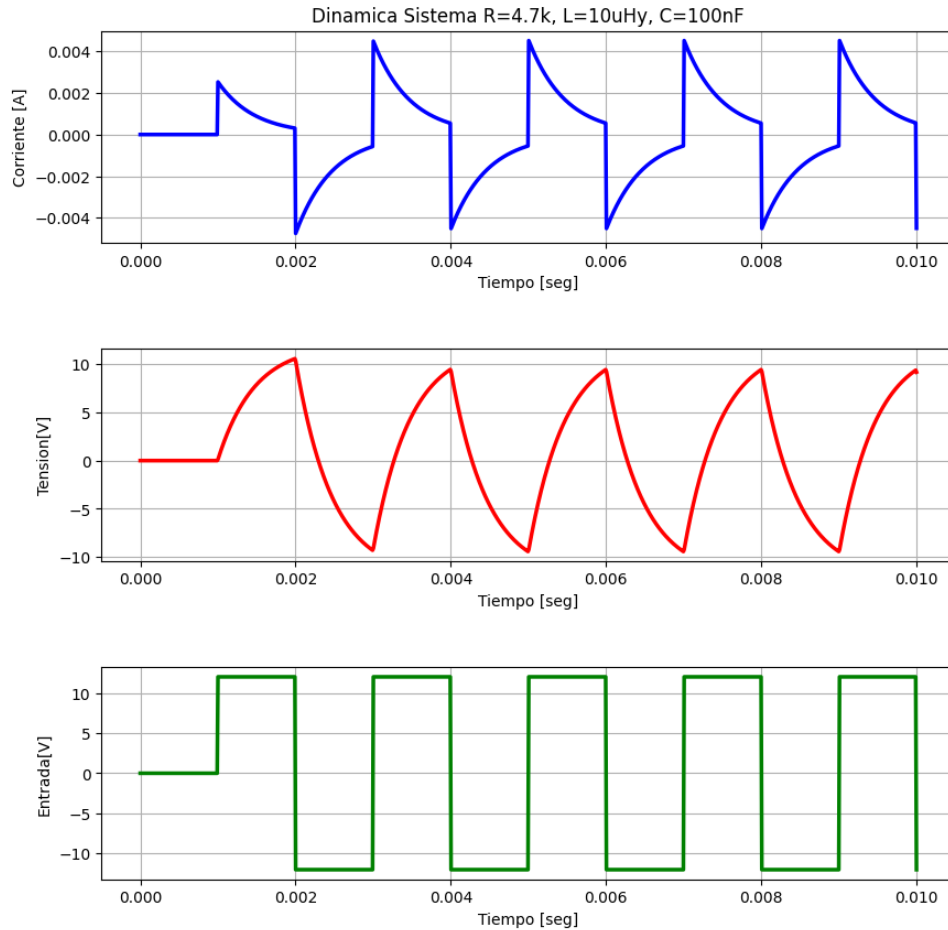


Figura 4: Dinamica Sistema $R=4.7K$, $L=10\mu H$, $C=100nF$

Como se observan los parámetros variados fueron la resistencia y capacitor, que en conjunto podemos son la constante de carga de nuestro capacitor. Recordando las ecuaciones

$$V_c = V_0(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{V_0}{R} * e^{-\frac{t}{RC}}$$

Vemos que al alterar la constante de carga, los tiempos de de establecimientos donde podemos notar la diferencia entre estos dos sistemas. El código que se usó fue el mismo simplemente variando los valores iniciales.

3.2. Determinación de los valores de los componentes

Partiendo de los datos extraídos, graficaremos las curvas de tensión de entrada, corriente y tensión en el capacitor. Para eso, utilizando herramienta de la librería pandas plotearé lo siguiente

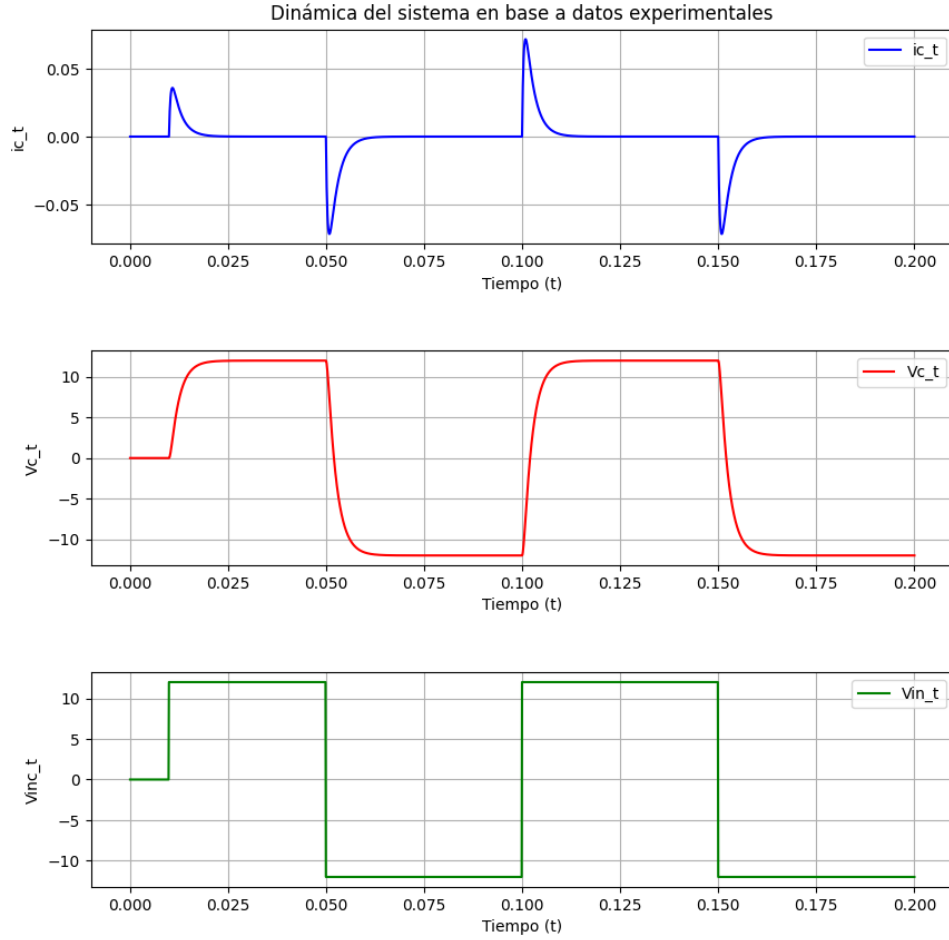


Figura 5: Dinamica sistema a estudiar

El objetivo ahora, es a partir de dichos gráficos es obtener la función de transferencia del sistema, la que después nos permite obtener los valores de R,L,C que son incógnitas del circuito

Basándonos en las variables de entrada y salida

$$\frac{di}{dt} = -\frac{R}{L}i - \frac{1}{L}vc + \frac{1}{L}ve$$

$$\frac{dv_c}{dt} = -\frac{1}{C}i$$

Podemos expresar las mismas en una ecuación matricial-vectorial

$$\begin{bmatrix} \frac{di}{dt} \\ \frac{dv_c}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R/L & -1/L \\ 1/C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ vc \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/L \\ 0 \end{bmatrix} [V_e]$$

Definiendo a I y Vc como variables de estado y a X como vector de estado podemos expresarlo:

$$\dot{x} = Ax(t) + b(u)$$

Transformando al dominio de laplace el conjunto de ecuaciones

$$sI(s) = \frac{1}{L}$$

$$sV_c(s) = \frac{1}{C}I(s)$$

Despejamos I de ambas ecuaciones para igualar y obtener la FDT

$$G(s) = \frac{1}{LCs^2 - CRs + 1}$$

Se observa que es una FdT de segundo grado y tiene dos polos reales y distintos. Aplicaremos método Chen para reconocerla.

El método de **Chen** es una técnica utilizada para identificar la función de transferencia de un sistema a partir de datos experimentales. Es particularmente útil cuando se dispone de mediciones de la entrada y la salida del sistema, pero no se tiene información detallada sobre la estructura interna del sistema. Es una herramienta poderosa para la identificación de sistemas y se puede aplicar a una amplia variedad de sistemas dinámicos, desde sistemas mecánicos y eléctricos hasta sistemas biológicos y económicos. Sin embargo, es importante tener en cuenta que la precisión de los resultados obtenidos depende en gran medida de la calidad y la cantidad de los datos experimentales disponibles, así como de la elección de los parámetros.

Basándonos en los recursos de Identificacion.ipynb brindados en clase

$$G(s) = \frac{K(T_3s + 1)}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)}$$

Como nos indica el método debemos definir un intervalo de tiempo t_1 que será usado de referencia, que es lo que se nos pide en el método de de Chen. En primer lugar debemos detectar nuestro t_1 de referencia, para ello con ayuda de gráficas interactivas podremos expandir nuestros gráficos y obtener aproximadamente nuestro t_1 que luego integrara el algoritmo de Chen.

Con el objetivo de tomar bien la dinamica del sistema tomamos un $t_1=0.01$ (despreciando retardo) Basándonos en el recurso dado en clase:

$$y(t_1) = y(0,01) = 10,6$$

$$y(2t_1) = y(0,02) = 11,88$$

$$y(3t_1) = y(0,03) = 11,99$$

Planteamos entonces el algoritmo:

```

1  yt1 = 10.6
2  yt2 = 11.88
3  yt3 = 11.99
4  Kp= 12
5
6  yt_1=yt1/12
7  yt_2=yt2/12
8  yt_3=yt3/12
9  K=Kp/12
10
11 k_1 = (yt_1 / K) - 1
12 k_2 = (yt_2 / K) - 1
13 k_3 = (yt_3 / K) - 1
14
15 print('k_1: {:.2e}'.format(k_1))
16 print('k_2: {:.2e}'.format(k_2))
17 print('k_3: {:.2e}'.format(k_3))
18
19 #-----#
20 be = 4*(k_1**3)*k_3-3*(k_1**2)*(k_2**2)-4*(k_2**3)+(k_3**2)+6*k_1*k_2*k_3
21
22 alpha_1 = (k_1 * k_2 + k_3 - np.sqrt(be)) / (2 * (k_1**2 + k_2))
23 alpha_2 = (k_1 * k_2 + k_3 + np.sqrt(be)) / (2 * (k_1**2 + k_2))
24 beta=(k_1+alpha_2)/(alpha_1-alpha_2)
25
26 print('be: {:.2e}'.format(be))
27 print('alpha_1: {:.2e}'.format(alpha_1))

```

```

28 print('alpha_2: {:.2e}'.format(alpha_2))
29 print('beta: {:.2e}'.format(beta))
30
31 #-----#
32 t_1 = 0.0054
33 T_1 = -t_1 / np.log(alpha_1)
34 T_2 = -t_1 / np.log(alpha_2)
35 T_3 = beta * (T_1 - T_2) + T_1
36
37 print('T_1: {:.2e}'.format(T_1))
38 print('T_2: {:.2e}'.format(T_2))
39 print('T_3: {:.2e}'.format(T_3))

```

Una vez determinado T1,T2,T3 que son las constantes, puedo ya determinar la funcion de transferencia con la ayuda de las herramientas de la librería de control

```

1
2 t_s= np.linspace(0, 0.03, 1000)
3
4 # Crear la función de transferencia utilizando control.tf()#
5 sys_G = K*ct.tf([0, 1],np.convolve([T_1, 1],[T_2, 1]))
6
7 # Calcular la respuesta al escalón del sistema identificado#
8 y_id , t_id = step(1*sys_G, t_s)
9
10 # Agregar un retraso a la respuesta al escalón
11 delay = 0.01 # Retraso en segundos
12 t_id_delayed = t_id + delay
13
14 print(sys_G)
15
16 plt.plot(t_id_delayed, y_id)
17
18 plt.xlabel('Time')
19 plt.ylabel('Step Response')
20 plt.title('Respuesta al escalon G identificada')
21 plt.grid(True)
22 plt.show()

```

Obteniendo así la respuesta al escalon de G de nuestro sistema a identificar

$$G(s) = \frac{1}{2,503 \times 10^{-6} \cdot S^2 - 3,32 \times 10^{-3} \cdot S + 1}$$

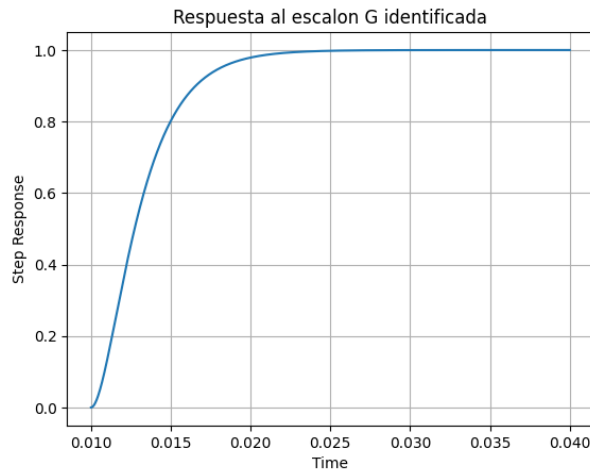


Figura 6: Respuesta a escalón sistema identificado

Superponiendo con la grafica anterior podemos ver una similitud con el sistema extraido de los datos experimentales. Para corroborar esto podemos superponer las graficas



Figura 7: Superposicion gráficos tension

Teniendo en cuenta los valores obtenidos de las graficas de datos, vemos que tenemos una tension de 12V y aproximadamente 40mA de pico de corriente, lo que nos permite estimar un valor de R . Tomaremos un valor de $R=270$ lo que nos permitirá calcular los valores restantes:

```

1 R=270
2 C=3.324e-3/R
3 L=2503e-6/C
4 print(L)
5 print(C)

```

Obteniendo así los siguientes valores:

- $R = 270\Omega$
- $L = 203\mu H$
- $C = 12,3\mu F$

Una vez determinado los parámetros R, L, C , emplearemos la serie de corriente desde 0.05s en adelante para validar el resultado:

```

1 # Definir los valores de R, L y C
2 R = 270
3 L = 203e-3
4 C = 12.3e-6

```

```

5
6 df= pd.read_excel('Curvas_Medidas_RLC_2024.xls') # extraigo datos de xls
7
8 t = df.iloc[:, 0]
9 Vin_t= df.iloc[:, 3]
10
11
12 # Interpolar los datos de entrada
13 Vin_t_func = interp1d(t, Vin_t, fill_value="extrapolate")
14
15 # Crear un arreglo de tiempo para la simulación
16 t_sim = np.linspace(0, max(t), len(t))
17
18 # Crear la señal de entrada para la simulación
19 u = Vin_t_func(t_sim)
20
21
22 A=[[-R/L, -1/L], [1/C, 0]]
23 B=[[1/L], [0]]
24 C=[[1, 0]] #Matriz para medir corriente
25 D=[[0]]
26
27 sys = signal.StateSpace(A, B, C, D)
28
29 # Simular la respuesta del sistema
30 t1,y1,x1= signal.lsim(sys,u, t) # simular sistemas (LTI)
31
32 # Visualizar la salida del sistema
33 plt.figure(figsize=(10, 10))
34
35 # Plot both the simulated current and the measured current on the same subplot
36 plt.plot(t1, y1, 'b-', linewidth=2.5, label='Corriente simulada')
37 plt.plot(t, ic_t, 'r-', linewidth=2.5, label='Corriente medida')
38
39 plt.grid()
40 plt.title('Dinamica Sistema')
41 plt.xlabel('Tiempo [seg]')
42 plt.ylabel('Corriente [A]')
43 plt.legend()
44
45 plt.show()

```

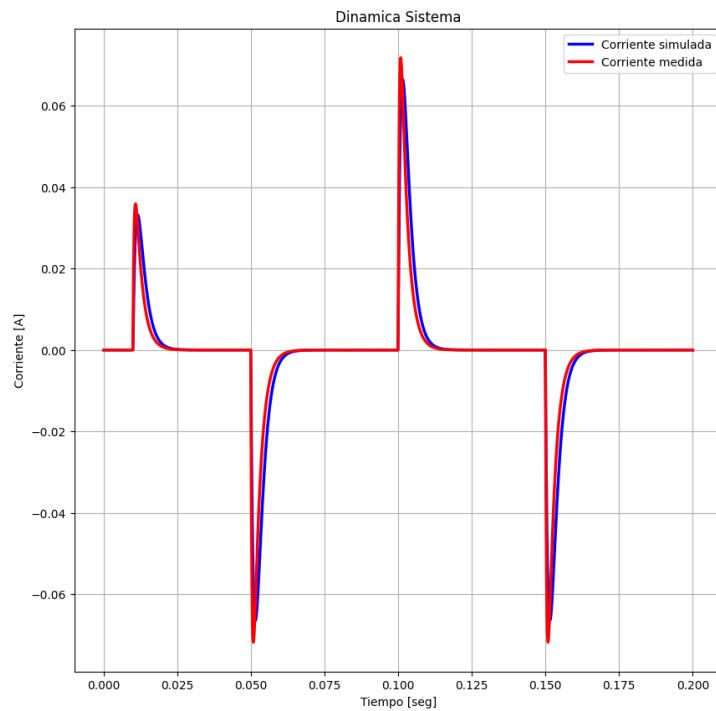


Figura 8: Superposicion gráficos corriente

Podemos hacer una comprobacion en base a codigo :

```

1  # Calcular el valor máximo de la corriente simulada
2  max_current_simulado = max(y1)
3
4  # Calcular el valor máximo de la corriente medida
5  max_current_medido = max(ic_t)
6
7  print("El valor máximo de la corriente simulada es: ", max_current_simulado)
8  print("El valor máximo de la corriente medida es: ", max_current_medido)

```

Obteniendo en consola

```

1  El valor máximo de la corriente simulada es:  0.06639982210909336
2  El valor máximo de la corriente medida es:  0.07176714792834286

```


4. Resolución Caso 2 - Motor Corriente Continua

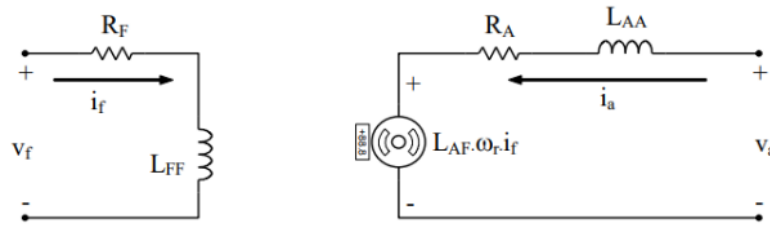


Figura 9: Simulación integración por Euler

4.1. Simulación Euler

La resolución de este caso está hecha parte en python y parte en octave. Se adjuntarán los códigos correspondientes en cada caso.

Empezaremos planteando las librerías a utilizar:

```
1 import numpy as np
2 import pandas as pd
3 import matplotlib.pyplot as plt
4 import control as ct
5 from control.matlab import *
6 import cmath as cm
7 from math import log
```

Para la simulación utilizaremos el método de **Integración de Euler** con el paso fijado en la consigna.

```
1 # Definir los parámetros del sistema
2 R_A = 55.6
3 L_AA = 366e-6
4 K_m = 6.53e-3
5 J = 5e-9
6 B_m = 0
7 K_i = 6.49e-3
8
9 # Definir las matrices A, B, C y D del sistema de espacio de estados
10 A = np.array([[ -R_A/L_AA, -K_m/L_AA],
11               [K_i/J, -B_m/J]])
12 B = np.array([[1/L_AA], [0]])
13 C = np.array([[1, 0],
14               [0, 1]])
15 D = np.array([[0], [0]])
16
17 # Definir la función que calcula la derivada del estado
18 def derivada_estado(x, u):
19     return np.dot(A, x) + np.dot(B, u)
20
21 # Definir la función que calcula la salida
22 def salida(x, u):
23     return np.dot(C, x) + np.dot(D, u)
24
25 # Definir el tiempo de simulación y el paso de tiempo
26 tiempo_simulacion = 1.0
27 delta_t = 10e-7
28
29 # Inicializar las variables del sistema
```

```

30 x = np.array([[0], [0]]) # Condiciones iniciales nulas
31 u = np.array([[12]])    # Voltaje aplicado
32
33 # Almacenar resultados de la simulación
34 tiempos = [0]
35 corriente_armadura = [x[0, 0]]
36 velocidad_angular = [x[1, 0]]
37 voltaje = [u[0, 0]]
38
39 # Realizar la simulación mediante el método de Euler
40 t = 0.0
41 while t < tiempo_simulacion:
42     # Calcular el siguiente estado utilizando el método de Euler
43     x = x + derivada_estado(x, u) * delta_t
44
45     # Calcular la salida
46     y = salida(x, u)
47
48     # Almacenar los resultados
49     t += delta_t
50     tiempos.append(t)
51     corriente_armadura.append(y[0, 0])
52     velocidad_angular.append(y[1, 0])
53     voltaje.append(u[0, 0])
54
55 # Graficar las variables de interés
56 plt.figure(figsize=(10, 6))
57 plt.subplot(3, 1, 1)
58 plt.plot(tiempos, corriente_armadura, label='Corriente del armadura')
59 plt.xlabel('Tiempo (s)')
60 plt.ylabel('Corriente (A)')
61 plt.title('Corriente de armadura Ia')
62 plt.legend()
63 plt.grid()
64
65
66 plt.subplot(3, 1, 2)
67 plt.plot(tiempos, velocidad_angular, label='Velocidad angular del rotor')
68 plt.xlabel('Tiempo (s)')
69 plt.ylabel('Velocidad angular (rad/s)')
70 plt.title('Velocidad angular Wr')
71 y_min = min(velocidad_angular)
72 plt.ylim(y_min, 2000)
73 plt.legend()
74 plt.grid()
75
76
77 plt.subplot(3, 1, 3)
78 plt.plot(tiempos, voltaje, label='Voltaje aplicado')
79 plt.xlabel('Tiempo (s)')
80 plt.ylabel('Voltaje (V)')
81 plt.title('Voltaje aplicado Va')
82 plt.legend()
83 plt.grid()
84
85 plt.tight_layout()
86 plt.show()

```

Obtenemos entonces la siguiente gráfica:

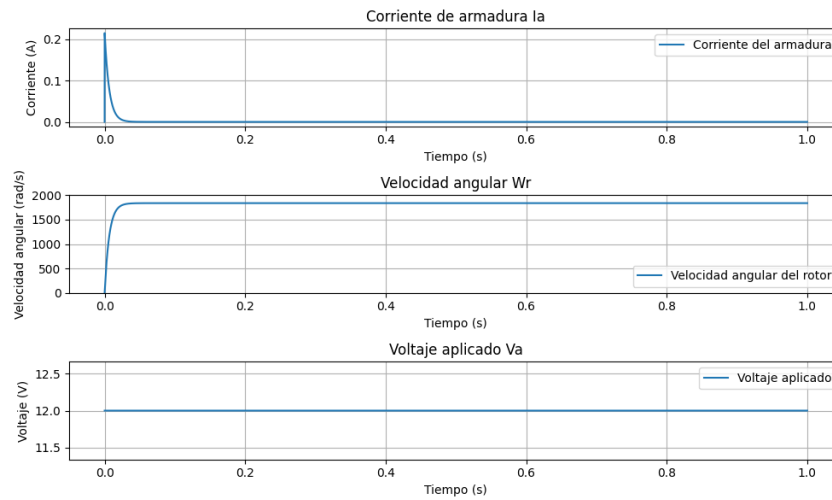


Figura 10: Simulación integración por Euler

4.2. Torque Máximo

Lo siguiente es obtener el valor máximo de torque que puede aceptar el sistema. Para ello podemos determinarlo a partir de el pico de corriente obtenido en las gráficas. Reemplazando ese valor en la ecuación

$$T = K_m * i_a$$

Planteando en código:

```
1 max_Ia = np.max(corriente_armadura)
2 max_Ia = round(max_Ia, 4) # Redondear a 4 decimales
3 print('El valor maximo de la corriente de armadura es de:')
4 print(max_Ia)
5
6 T= K_m*max_Ia
7 T = round(T, 4) # Redondear a 4 decimales
8 print('El valor maximo del torque es de:')
9 print(T)
```

Obteniendo como resultado en consola:

```
1 El valor maximo de la corriente de armadura es de:
2 0.2147
3 El valor maximo del torque es de:
4 0.0014 Nm
```

4.3. Identificación a partir de mediciones

Empezamos reconociendo la función de transferencia que relaciona la velocidad angular y al torque de carga TL. Para ello graficaremos las dinámicas obtenidas

```
1 import plotly.graph_objects as go
2
3
4 df= pd.read_excel('Curvas_Medidas_Motor_2024.xls') # extraigo datos de xls
5 t = df.iloc[:, 0] #selecciono primera columna y todas sus filas, guardo como variable t
6 W_r = df.iloc[:, 1]
```

```

7 i_a = df.iloc[:, 2]
8 v=df.iloc[:, 3]
9 T= df.iloc[:, 4]
10
11 # Crear una figura y un conjunto de subtramas
12 fig, axs = plt.subplots(4, figsize=(10, 10))
13
14 # Graficar voltaje en función del tiempo
15 axs[0].plot(t, v, label='Voltaje')
16 axs[0].set_xlabel('Tiempo (s)')
17 axs[0].set_ylabel('Voltaje (V)')
18 axs[0].legend()
19 axs[0].grid()
20
21 # Graficar corriente de armadura en función del tiempo
22 axs[1].plot(t, i_a, label='Corriente de armadura')
23 axs[1].set_xlabel('Tiempo (s)')
24 axs[1].set_ylabel('Corriente (A)')
25 axs[1].legend()
26 axs[1].grid()
27
28 # Graficar velocidad angular en función del tiempo
29 axs[2].plot(t, W_r, label='Velocidad angular')
30 axs[2].set_xlabel('Tiempo (s)')
31 axs[2].set_ylabel('Velocidad angular (rad/s)')
32 axs[2].legend()
33 axs[2].grid()
34
35 # Graficar torque en función del tiempo
36 axs[3].plot(t, T, label='Torque')
37 axs[3].set_xlabel('Tiempo (s)')
38 axs[3].set_ylabel('Torque (Nm)')
39 axs[3].legend()
40 axs[3].grid()
41
42 # Ajustar el layout
43 plt.tight_layout()
44 plt.show()
45

```

El código anterior nos arroja las siguientes gráficas:

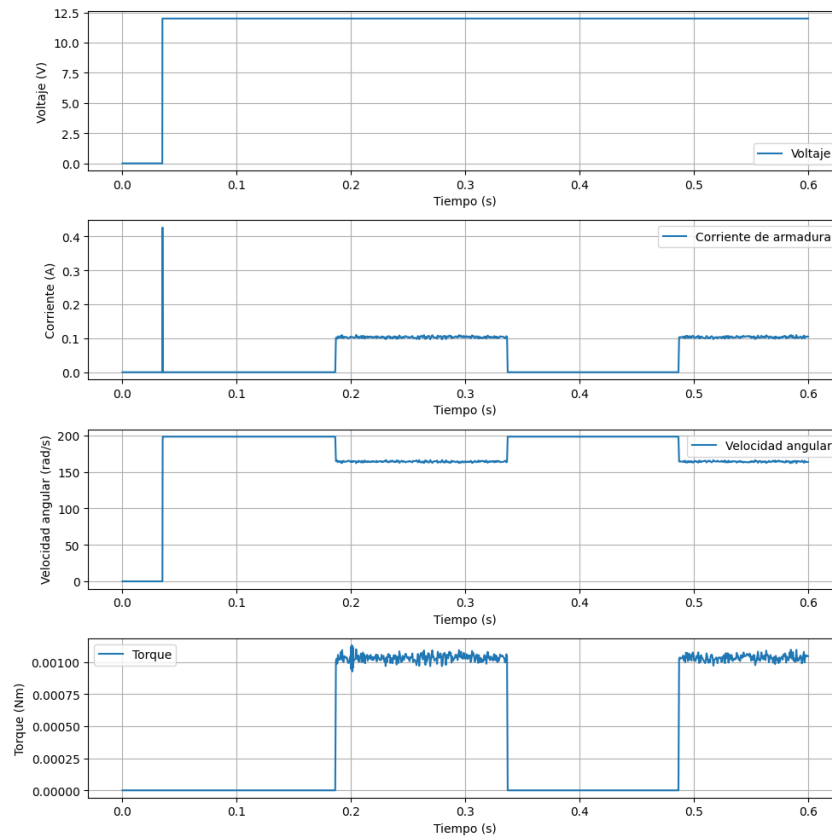


Figura 11: Simulación integración por Euler

Nuevamente para obtener una función de transferencia que relacione la velocidad angular como salida y la tensión de V_{in} como la entrada junto con sus constantes escalares, utilizaremos el método de Chen previamente usado, considerando como entrada un escalón de 12V, como salida a la velocidad angular, y al torque de carga T_L aplicado una perturbación.

Con ayuda de los valores del excel y curvas graficadas definimos las variables

```

1  yt1 =135.583968726574
2  yt2 =191.604441793493
3  yt3 =198.304639094699
4  yt_1 =yt1/12
5  yt_2 =yt2/12
6  yt_3 =yt3/12
7
8  Kp=198
9  K = Kp/12
10
11
12  k_1 = (yt_1 / K) - 1
13  k_2 = (yt_2 / K) - 1
14  k_3 = (yt_3 / K) - 1
15
16  print('k_1: {:.2e}'.format(k_1))
17  print('k_2: {:.2e}'.format(k_2))
18  print('k_3: {:.2e}'.format(k_3))
19
20  #-----#
21
22  import cmath
23  be =4*(k_1**3)*k_3-3*(k_1**2)*(k_2**2)-4*(k_2**3)+(k_3**2)+6*k_1*k_2*k_3

```

```

24
25 if be > 0: #Cambiar el cálculo para usar números complejos - Extraído Collab
26     alpha_1=(k_1*k_2+k_3-np.sqrt(be))/(2*(k_1**2+k_2))
27     alpha_2=(k_1*k_2+k_3+np.sqrt(be))/(2*(k_1**2+k_2))
28 else :
29     alpha_1=(k_1*k_2+k_3-cm.sqrt(be))/(2*(k_1**2+k_2))
30     alpha_2=(k_1*k_2+k_3+cm.sqrt(be))/(2*(k_1**2+k_2))
31
32 #alpha_1 = (k_1 * k_2 + k_3 - np.sqrt(be)) / (2 * (k_1**2 + k_2))
33 #alpha_2 = (k_1 * k_2 + k_3 + np.sqrt(be)) / (2 * (k_1**2 + k_2))
34 #beta=(2 * k_1**3 + 3 * k_1 * k_2 + k_3 - np.sqrt(be))/(np.sqrt(be))
35
36 beta=(k_1+alpha_2)/(alpha_1-alpha_2)
37
38 print('be: {:.2e}'.format(be))
39 print('alpha_1: {:.2e}'.format(alpha_1))
40 print('alpha_2: {:.2e}'.format(alpha_2))
41 print('beta: {:.2e}'.format(beta))
42 #-----#
43
44 t_1 = 100e-6
45 T_1 = -t_1 / np.log(alpha_1)
46 T_2 = -t_1 / np.log(alpha_2)
47 T_3 = beta * (T_1 - T_2) + T_1
48
49 print('T_1: {:.2e}'.format(T_1))
50 print('T_2: {:.2e}'.format(T_2))
51 print('T_3: {:.2e}'.format(T_3))

```

Una vez determinado T1,T2,T3 que son las constantes, puedo ya determinar la funcion de transferencia con la ayuda de las herramientas de la librería de control

```

1 t_s= np.linspace(0, 0.005, 1000)
2
3 # Crear la función de transferencia utilizando control.tf()#
4 sys_G = K*ct.tf([0, 1],np.convolve([T_1, 1],[T_2, 1]))
5
6
7 # Calcular la respuesta al escalón del sistema identificado#
8 y_id , t_id = step(1*sys_G, t_s)
9
10 # Agregar un retraso a la respuesta al escalón
11 delay = 0.0351 # Retraso en segundos
12 t_id_delayed = t_id + delay
13
14 print(sys_G)
15 plt.plot(t_id_delayed, y_id)
16
17 plt.xlabel('Time')
18 plt.ylabel('Step Response')
19 plt.title('Respuesta al escalon G identificada')
20 plt.grid(True)
21 plt.show()

```

Obteniendo así la respuesta al escalon de G de nuestro sistema a identificar

$$G(s) = \frac{16,5}{2,23 \times 10^{-9} \cdot S^2 - 8,433 \times 10^{-5} \cdot S + 1}$$

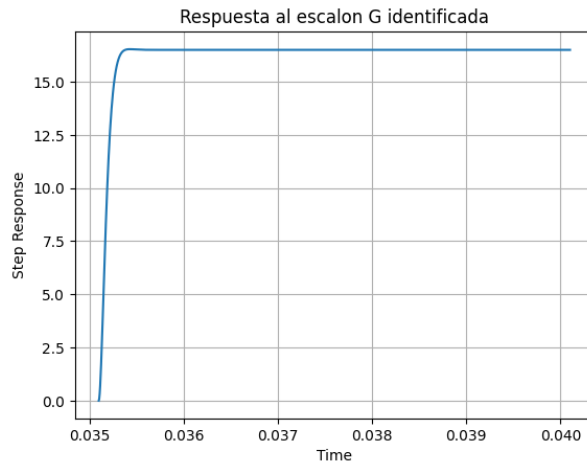


Figura 12: Respuesta a escalón sistema identificado Motor

Al comparar esta respuesta identificada con la que obtuvimos partiendo de los valores del excel. Tener en cuenta que debo multiplicar por K ya que la respuesta que obtuvimos es en base al escalon unitario.

```

1  # Graficar Vc_t
2  plt.figure(figsize=(10, 10))
3  plt.subplot(3, 1, 2)
4  plt.plot(t, W_r, 'r-', label='Wr_medido')
5
6  # Graficar la respuesta al escalón del sistema identificado en el mismo gráfico
7  Ksys=12
8
9  plt.plot(t_id_delayed, Ksys*y_id, label='Respuesta al escalón G identificada')
10
11 # Configurar los títulos de los ejes y la leyenda
12 plt.xlabel('Tiempo (t)')
13 plt.ylabel('Respuesta')
14 plt.title('Respuesta al escalon G identificada')
15 plt.legend()
16 plt.grid(True)
17
18 # Mostrar el gráfico
19 plt.show()

```

Obteniendo la grafica:

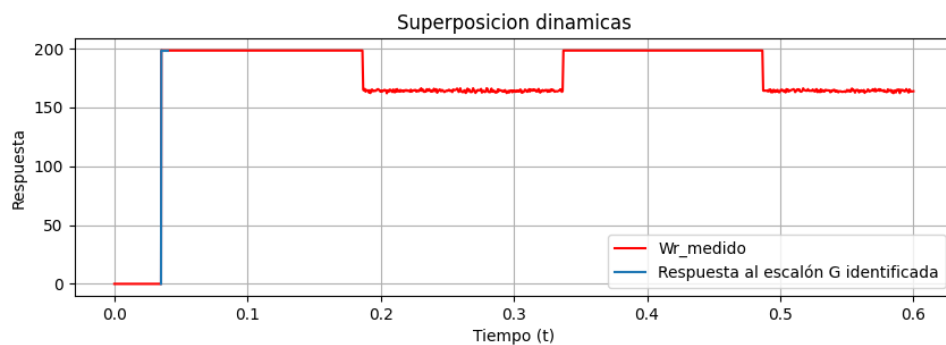


Figura 13: Superposicion dinamicas

El siguiente paso es determinar las constantes del modelo. Partiendo de la función de transferencia:

$$\frac{\omega_r(S)}{V_a(S)} = \frac{K_i}{L_{AA}Js^2 + s(R_aJ + L_{AA}B) + (R_aB + KiKm)}$$

Proponiendo B=0

$$\frac{\omega_r(S)}{V_a(S)} = \frac{K_i}{L_{AA}Js^2 + s(R_aJ) + (KiKm)}$$

La función de transferencia que obtenemos es:

$$\frac{\omega_r(S)}{V_a(S)} = \frac{16,5}{2,23e - 09s^2 + 8,433e - 05s + 1}$$

Ahora teniendo en cuenta el pico de corriente cuando se aplica la tensión de 12v, podemos determinar una corriente de armadura de : $R_A = 27\Omega$

```

1 Ra=27
2 K_i=16.5
3 J=8.433e-05/Ra
4 L_AA=2.23e-9/J
5 K_m=1/198
6
7 print('Ra: {:.2e}'.format(Ra))
8 print('K_i: {:.2e}'.format(K_i))
9 print('J: {:.2e}'.format(J))
10 print('L_AA: {:.2e}'.format(L_AA))
11 print('K_m: {:.2e}'.format(K_m))

```

Obteniendo en consola los resultados:

```

1 Ra: 2.70e+01
2 K_i: 1.65e+01
3 J: 3.12e-06
4 L_AA: 7.14e-04
5 K_m: 5.05e-03

```

4.4. Controlador PID discreto

Finalmente Debemos implementar un PID en tiempo discreto. Para este caso utilizaremos Octave. Basándonos en los recursos de clase simularemos el controlador y lo ajustaremos para que nuestro proceso actúe de una manera deseada. Se plantea una función **modmotor.m** que posee las constantes del motor obtenidas.

Su código es:

```

1 function [X] = motorModel(t, prevX, u)
2     L = 4.7857;
3     J = 4.9285e-13;
4     R = 2;
5     B = 9.8544e-8;
6     K = 0.01896;
7     Va = u;
8     h = 1e-7;
9     omega = prevX(1);
10    wp = prevX(2);
11    theta = prevX(3);
12    for ii = 1:t/h
13        wpp = (-wp*(R*J+L*B)-omega*(R*B+K*K)+Va*K)/(J*L);
14        wp = wp+h*wpp;
15        omega = omega + h*wp;

```



```

16     thetap = omega;
17     theta = theta + h*thetap;
18 end
19 X = [omega,wp,theta];
20 end

```

A esta función se la llama desde un bucle en el cual se simula un PID discreto teniendo en cuenta sus variables K_p , K_i , K_d , y el tiempo sampling. Con los valores propuestos en la consigna obtenemos lo siguiente

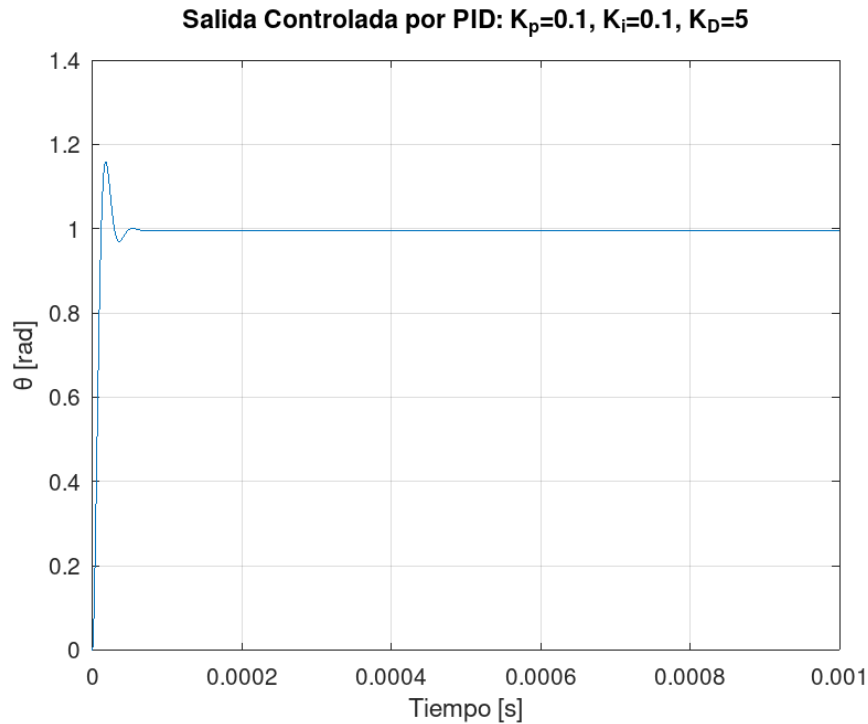


Figura 14: PID con valores de consigna

Podemos observar un sobrepico en la respuesta de aproximadamente un 15 %, lo que puede dar un mal funcionamiento al motor. En lo que respecta al error de estado estacionario en estas condiciones esta por debajo del 1 % como se calcula en el script. Para lograr quitar ese pico, disminuirémos nuestra acción derivativa, esto llevaría a aumentar el ess , es por ello que deberemos aumentar nuestra acción integral para lograr un comportamiento deseado. Utilizando los sliders programados podemos llegar a los siguientes valores:

- $K_p = 1$
- $K_i = 1,1$
- $K_d = 1,9$
- $ess = 0,987\%$

```

1 X = -[0; 0; 0];
2 index = 0;
3 h = 1e-7;
4 ref = 1;
5 simTime = 1e-3;
6 Kp=1
7 Ki=1.1
8 Kd=1.9

```

```

9  %Kp = 0.1;
10 %Ki = 0.01;
11 %Kd = 5;
12 samplingPeriod = h;
13 A = ((2*Kp*samplingPeriod)+(Ki*(samplingPeriod^2))+(2*Kd))/(2*samplingPeriod);
14 B = (-2*Kp*samplingPeriod+Ki*(samplingPeriod^2)-4*Kd)/(2*samplingPeriod);
15 C = Kd/samplingPeriod;
16 e = zeros(simTime/h,1);
17 u = 0;
18 theta = zeros(simTime/h,1); % Agrega esta línea para inicializar theta
19 for t = 0:h:simTime
20     index = index+1;
21     k = index+2;
22     X = motorModel(h,X,u);
23     e(k) = ref-X(3);
24     u = u+A*e(k)+B*e(k-1)+C*e(k-2);
25     theta(index) = X(3); % Almacena el valor de theta en cada paso de tiempo
26 end
27 t = 0:h:simTime;
28 plot(t,theta)
29 title('Salida Controlada por PID: K_p=0.1, K_i=0.01, K_D=5')
30 ylabel('\theta [rad]')
31 grid

```

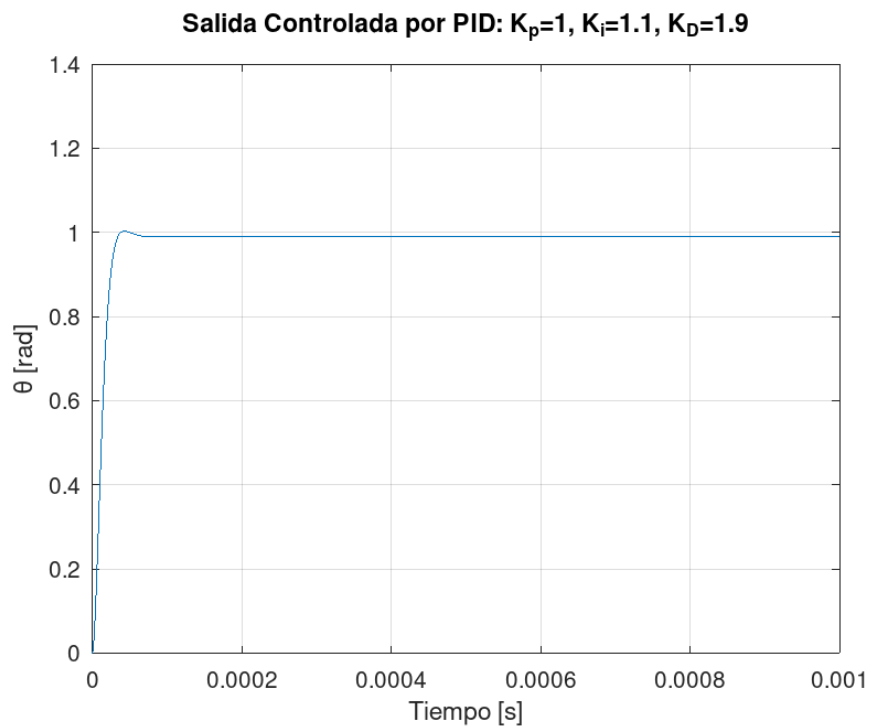


Figura 15: PID Ajustado

5. Observaciones y Logros

5.1. Observaciones

Se detallan cuestiones que fueron de dificultad a lo largo de desarrollo de la actividad:

- El paso t_1 que se debe determinar en el método de Chen es sumamente importante. En la aplicación en ambos casos, en primera instancia los valores que fueron tomados no fueron los ideales, logrando resultados poco esperados.
- Para el uso de Chen, lo ideal es tener conocida la FdT que esperamos del sistema, ya que por ejemplo en el caso del circuito RLC nos da un cero computacionalmente, pero sabemos que en el sistema no existe y debe depreciarse.
- El uso de python y sus diversas librerías que existen en internet facilitó cuestiones de planteo de problemas. Al ser la primera vez que se trabaja seriamente con el lenguaje existieron dificultades al momento de el desarrollo.
- En lo que respecto al PID, se intento plantear la resolución en base a librerías de python, que no fueron logrados, por eso finalmente se resolvió con octave y el código brindado en clases.

5.2. Indicadores de Logros

- Diseñar, proyectar y calcular sistemas de automatización y control para brindar soluciones óptimas de acuerdo a las condiciones definidas por el usuario.
- Analiza la factibilidad de controlar un proceso real conociendo su modelo
- Calcula el modelo lineal de un proceso estable monovariable a partir de su respuesta al escalón.
- Infiere la evolución temporal de procesos reales representados en variables de estado.

5.3. Enlaces

- https://github.com/mateooD/SCII_TPs/tree/main/Actividad_1
- <https://python-control.readthedocs.io/en/0.9.4/conventions.html>
- <https://pythonbasics.org/read-excel/>
- <https://ctan.dcc.uchile.cl/macros/latex/contrib/minted/minted.pdf>
- <https://numpy.org/>
- <https://matplotlib.org/>
- <https://plotly.com/>
- <https://halvorsen.blog/documents/programming/python/resources/Python%20for%20Control%20Engineering.pdf>

6. Conclusiones

Al finalizar este trabajo práctico se entendieron aspectos del modelado en espacio de estados para procesos reales basados en el área de electrónica. El uso del software facilitó la operatoria. Las herramientas open source recomendadas por el docente fueron de mucha utilidad y permitieron el avance progresivo de el trabajo, adquiriendo de forma precisa los conceptos. Se logro poner en práctica y entender los siguientes conceptos:

- Modelado espacio de estados
- Sistemas MIMO
- Controladores tiempo discreto