



FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, FÍSICAS y NATURALES

U.N.C.

Cátedra: Sistemas de Control I

Año: 2023

“ Control temperatura horno eléctrico”

Diaz Mateo

Moroz Esteban

Docentes : Ing. Adrián Agüero - Ing. Juan Pedroni

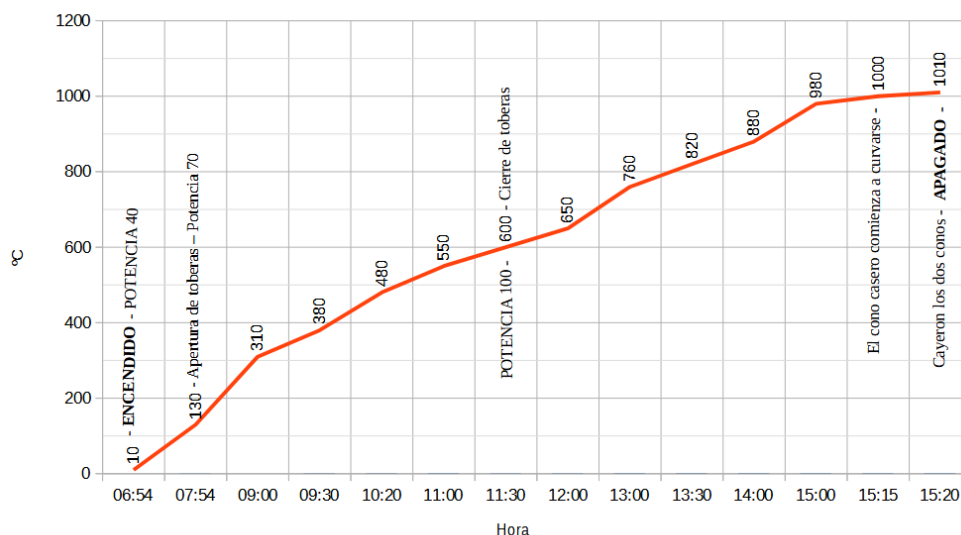
Introducción.....	2
Definición del problema.....	2
Análisis de planta.....	4
Modelado matemático.....	4
Modelado matemático de la planta.....	4
Función de transferencia Planta.....	6
Modelado Matemático del Sensor - FDT Sensor.....	7
Modelado Matemático del actuador - FDT Actuador.....	8
Función transferencia Lazo Abierto.....	9
Función transferencia Lazo Cerrado.....	9
Diagrama Bloques del sistema.....	10
Análisis de Estabilidad.....	11
Criterio de Routh-Hurwitz.....	11
Análisis de Respuesta Temporal.....	11
Especificaciones de Diseño - Dominio Tiempo.....	13
Error en estado estable:.....	13
Lugar de raíces.....	14
Compensador.....	15
Compensación por cancelación de polos dominantes.....	15
Análisis error estado estacionario con controlador.....	19
Simulaciones.....	20
Conclusión.....	22
Bibliografía.....	23

Introducción

Definición del problema

Se propone controlar la temperatura interna del horno utilizando como sensor termocupla. Se tiene un variador de potencia que es accionado por el microcontrolador, el cual es el encargado de convertir las señales digitales provenientes del micro, a señales físicas, en este caso variar la corriente que circula por las resistencias de nuestro horno.

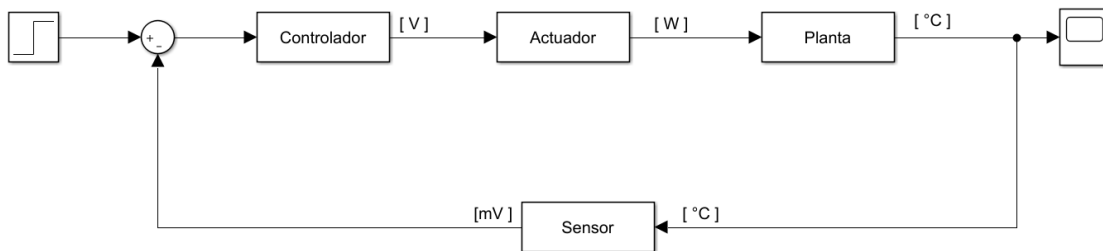
En este caso se estudiará un horno de tipo industrial de cocción para cerámica, fusing de vidrio, pintura vítrea y de porcelana. Un horno eléctrico industrial de tratamiento térmico es un equipo utilizado para realizar procesos de tratamiento térmico en diversos materiales, como metales, cerámicas o polímeros. El objetivo del uso de estos tipos de hornos es modificar las propiedades físicas y mecánicas de los materiales, los cuales deben realizarse bajo condiciones específicas. Como parámetro de estudio, podemos ver aquí la curva de cocción de objetos de cerámica de referencia



Estos hornos funcionan mediante resistencias eléctricas que generan calor al pasar corriente eléctrica a través de ellas. El calor generado se transfiere al material a través de diversos mecanismos, como la conducción, convección o radiación, dependiendo del diseño y características del horno. La clave en la implementación de un controlador en estos sistemas es que el mismo controle que el horno esté calibrado a una determinada temperatura deseada para el proceso térmico específico. Lo que se busca controlar con este sistema de control es la temperatura [°C] del habitáculo de tratamiento del horno eléctrico. Como actuador para el sistema se utilizará un SSR, que es un relé de estado sólido, que recibe una señal modulada pwm, que al cambiar el ancho de pulso, cambia la potencia, por definición de la señal.

La medición de la variable de salida será hecha con un sensor termocupla, este estará conectado al controlador, este último provee el seteo del setpoint (El setpoint es aplicado de manera digital directamente al microcontrolador el cual es el encargado de procesar la información obtenida en el sensor para luego ser comparado con el setpoint definido) a la temperatura que nosotros deseemos.

Se presenta a continuación el esquema meramente representativo del diagrama de bloques del sistema de control:



De el diagrama de bloques planteado podemos indicar en nuestro caso que la planta es el horno, el actuador es un variador de potencia controlado por un controlador y por último el sensor es una termocupla la cual utilizamos para medir la temperatura a la salida del sistema para luego procesarla.

Los sistemas poseen perturbaciones, estas son señales externas que pueden afectar de manera negativa o adversa a nuestro sistema.

Como posibles perturbaciones del sistema, podemos encontrar:

- Una variación en la alimentación del circuito.
- Armónicos indeseables en la corriente de alimentación del circuito.
- Perturbaciones electromagnéticas generadas por los componentes del circuito o por componentes externos.
- Cambios en la temperatura ambiente.

Con respecto a las no linealidades del sistema, es complejo determinarlas, ya que al utilizar elementos resistivos para el calentamiento, la relación en casi todos los casos permanece lineal, ya que el modelo de un resistor es lineal debido a la ley de ohm y otras leyes (teniendo en cuenta la frecuencia que estamos trabajando).

Sin embargo, existen no linealidades no relacionadas directamente al circuito eléctrico que compone al horno, que sin embargo afectan al sistema al verse relacionadas con otros factores del sistema.

Como por ejemplo puede ser la transferencia de calor hacia al exterior debido a la transferencia de energía del interior al exterior, o que el sensor presente una falla en la calibración introduciendo no linealidades.

Todas estas pueden ser mitigadas de manera relativamente sencilla con un buen mantenimiento, control y calibración de los componentes del horno resistivo.

Análisis de planta

Modelado matemático

Modelado matemático de la planta

Para el modelado matemático de la planta, se utiliza el sistema térmico-eléctrico. La temperatura representa el voltaje, la corriente, el flujo de calor en el interior del horno, la resistencia eléctrica a sí misma. Por otro lado, C es la capacitancia térmica, que queda definida como la masa de aire dentro del habitáculo del horno que va a realizar el tratamiento térmico.

El horno posee una capa de ladrillos refractarios, cuyo principal objetivo es la protección del calor del exterior hacia el interior y viceversa, también posee una manta o fibra de cerámica, todos estos componentes representan el aislamiento del mismo. Se presenta un esquema representativo del mismo.

Para nuestro trabajo, los datos de las resistencias del sistema [$^{\circ}\text{C}/\text{W}$] fueron tomados de un modelo particular, ya que escapa del análisis de esta materia.

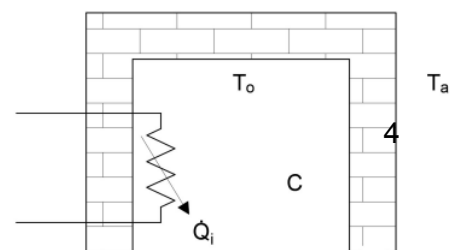
En este caso suponemos que el horno cuenta con dos capas de ladrillo refractario, una capa de fibra cerámica y la plancha de acero. Cabe aclarar que para este análisis suponemos una aislación perfecta, por lo que podemos decir que no hay pérdida de calor hacia el entorno ($T_a=0$)

Modelo de horno Top

Modelo	Tmáx	Dimensiones internas en mm			Volumen	Dimensiones externas² en mm			Potencia	Conexión eléctrica	Peso
	°C	anch.	prof.	alt.	en l	Anch.	Prof.	Alt.	kW		en kg
Top 16/R	1320	Ø 290		230	16	490	740	560	2,6	monofásica	32
Top 45	1320	Ø 410		340	45	600	890	730	3,6	monofásica	62
Top 45/L	1320	Ø 410		340	45	600	890	730	2,9	monofásica	62
Top 45/R	1320	Ø 410		340	45	600	890	730	5,5	trifásica¹	62
Top 60	1320	Ø 410		460	60	600	890	850	3,6	monofásica	72
Top 60/L	1200	Ø 410		460	60	600	890	850	2,9	monofásica	72
Top 60/R	1320	Ø 410		460	60	600	890	850	5,5	trifásica¹	72
Top 80	1320	Ø 480		460	80	660	960	860	5,5	trifásica¹	100
Top 80/R	1320	Ø 480		460	80	660	960	860	7,0	trifásica¹	100
Top 100	1320	Ø 480		570	100	660	960	970	7,0	trifásica	102
Top 100/R	1320	Ø 480		570	100	660	960	970	9,0	trifásica	102
Top 130	1320	Ø 590		460	130	780	1080	880	9,0	trifásica	110
Top 140	1320	Ø 550		570	140	750	1040	990	9,0	trifásica	124
Top 140/R	1320	Ø 550		570	140	750	1040	990	11,0	trifásica	124
Top 160	1320	Ø 590		570	160	780	1080	990	9,0	trifásica	130
Top 190	1320	Ø 590		690	190	780	1080	1110	11,0	trifásica	146
Top 190/R	1320	Ø 590		690	190	780	1080	1110	13,5	trifásica	146
Top 220	1320	930	590	460	220	1120	1050	900	15,0	trifásica	150

Tomaremos como ejemplo para nuestro análisis el horno Top100/R

Unidades a trabajar con el modelo matemático:



$Q_i = \text{Razón de transferencia de calor } [\frac{Kcal}{s}]$

$T = \text{Temperatura } [^{\circ}C]$

$R = \text{Resistencia térmica } [\frac{seg^{\circ}C}{Kcal}]$

$K = \text{Conductividad térmica } [\frac{W}{m^{\circ}C}]$

$m = \text{Masa de aire dentro del horno } [Kg]$

$c = \text{Calor específico del aire a } T^{\circ} \text{ ambiente } [\frac{Kcal}{Kg^{\circ}C}]$

$C = \text{Capacitancia térmica } [\frac{Kcal}{seg}]$

Es posible llevar nuestro modelo térmico a un modelo eléctrico, facilitando así la obtención del modelo equivalente.

Equivalencias:

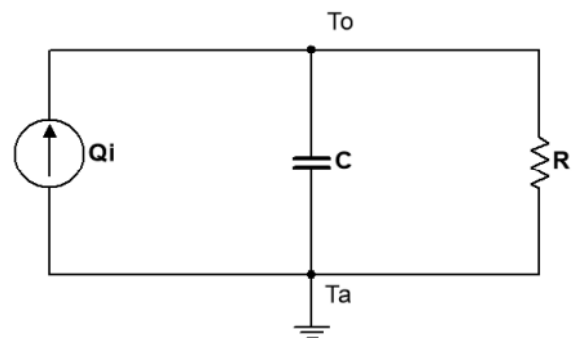
Fuente de calor (Q_i) \rightarrow Fuente de corriente

Capacitancia Térmica (C) \rightarrow Capacitor

Resistencia Térmica (R) \rightarrow Resistencia eléctrica

Temperatura Interior (T_o) \rightarrow Voltaje

Temperatura Ambiente (T_a) \rightarrow Voltaje



Teniendo en cuenta los siguientes datos:

$$R = \frac{1}{Kl_1} + \frac{1}{Kl_2} + \frac{1}{K_f} + \frac{1}{K_m}$$

$$R = \frac{1}{0.24} + \frac{1}{0.23} + \frac{1}{0.19} + \frac{1}{15} = 13.85$$

$$C = m * c$$

$$m = \text{Volumen} * \delta_{\text{Aire}} = 0.1[m^3] * 1015[\frac{kg}{m^3}]$$

$$C = 128.24$$

m : masa del aire contenida dentro del horno (Densidad aire * Volumen(horno))

c : Calor específico del Aire a temperatura ambiente

Ladrillo	Temperatura máxima ($^{\circ}C$)	Densidad (kg/m^3)	Conductividad térmica (W/mK)		
K-23	1315	510	0.24(1093 $^{\circ}C$)	0.20(815 $^{\circ}C$)	0.16(538 $^{\circ}C$)
ER IFB 2300	1230	600	0.26(1000 $^{\circ}C$)	0.23(800 $^{\circ}C$)	0.20(600 $^{\circ}C$)

Densidad (kg/m ³)	Temperatura máxima (°C)	Conductividad térmica (W/mK)		
		816°C	538°C	260°C
64	1000	0.33	0.19	0.10

Datos de componentes resistivos del horno

Planteando la **ley de kirchhoff de corrientes** a nuestro circuito:

$$-Q_i + i_c + i_r = 0$$

$$-Q_i + C \frac{d(T_o - T_a)}{dt} + \frac{T_o - T_a}{R} = 0$$

$$-Q_i + C \frac{dT_o}{dt} + \frac{T_o}{R} = 0$$

A Partir de estas ecuaciones y por medio de la transformada de laplace, procedemos a resolver y encontrar nuestra función de transferencia.

Función de transferencia Planta

Aplicando Transformada de Laplace:

$$Q_i(S) = CST_o(S) + \frac{T_o(S)}{R}$$

Despejando:

$$Q_i(S) = T_o(s) \left[SC + \frac{1}{R} \right]$$

Obtenemos la función de transferencia:

$$\frac{T_o(S)}{Q_i(S)} = \frac{R}{RCs + 1}$$

Reemplazando con los coeficientes:

$$\frac{T_o(S)}{Q_i(S)} = \frac{13.85}{1776s + 1}$$

La función de transferencia representa como la temperatura del horno (salida) cambia de acuerdo a la entrada que es la energía emitida por los resistores que conforman el sistema de calentamiento. El modelo se ajusta a nuestras necesidades, y se demuestra que de acuerdo a los requerimientos expuestos en la primera parte de este informe que esta función es adecuada para nuestro problema. La unidad de trabajo de Qi es Energía sobre unidad de tiempo, esto será cumplido, ya que nuestros controlador y actuador modifican la potencia que llega a las resistencias, aumentando y reduciendo la misma, modificando así la temperatura interna del horno, que se calienta o no de acuerdo a la potencia de los resistores.

Modelado Matemático del Sensor - FDT Sensor

En este caso el sensor va a ser un termopar o también denominado termocupla que se encuentra protegido dentro de la pared del horno. Se trata de un transductor formado por la unión de dos metales distintos que produce una diferencia de potencial muy pequeña (del orden de los milivoltios) que es función de la diferencia de temperatura entre uno de los extremos denominado “punto caliente” o de “medida” y el otro llamado “punto frío” o “unión fría” o de “referencia”. Existen diversos tipos, los cuales varían según el rango de temperatura a utilizar, sensibilidad (mV/°C) y precisión. En este caso se utiliza uno de **tipo S** el cual soporta temperaturas de hasta 1600°. La termocupla tiene una sensibilidad de 0.01 mV/°C, esto no es suficiente para una lectura adecuada del comparador de este sistema, para ajustarlo a una variable legible, se coloca un bloque amplificador, en este caso un amplificador de 100 veces, para ajustar la salida del sensor, esto nos permitirá tener 1.3V cuando la temperatura se encuentre por ejemplo a 1300°C, que es un valor de voltaje mucho más fácil de manejar en el comparador y en el sistema en general. El dato que está a la salida del comparador será tomado y luego procesado dentro de nuestro microcontrolador por lo que la función de transferencia del sensor es:

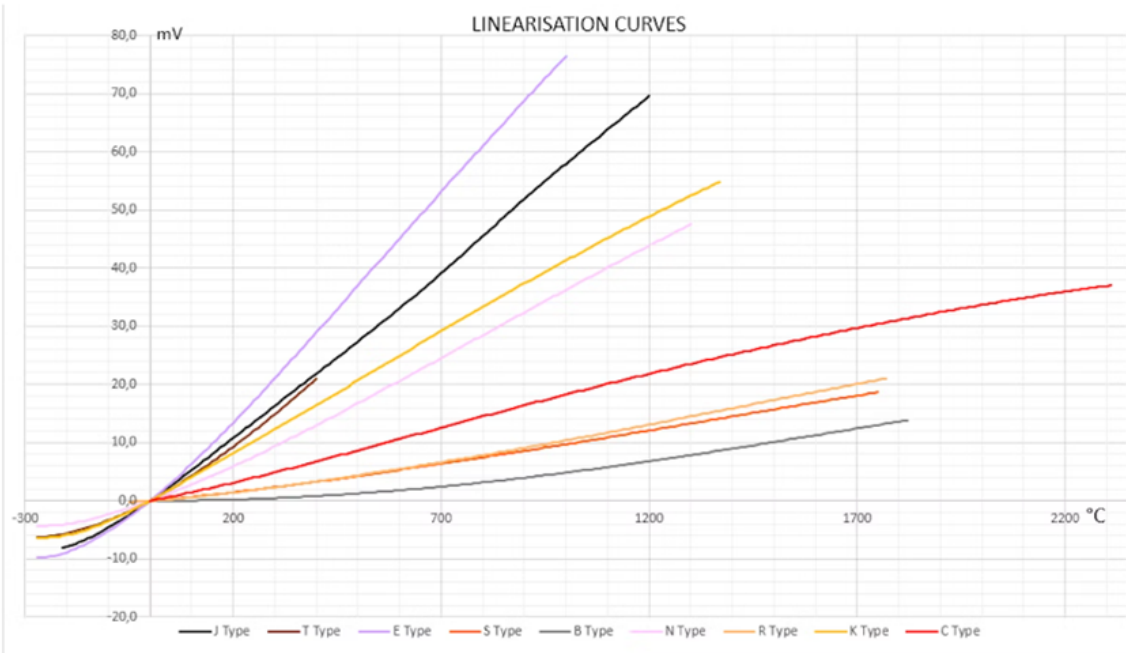
$$G_{\text{sensor}} = 0.01 \text{ [mV/}^{\circ}\text{C]}$$

$$G_{\text{amplificador}} = 100$$

$$H(S) = 1 \text{ [mV/}^{\circ}\text{C]} \text{ (siendo } H(S) \text{ la función del lazo de realimentación)}$$

La realimentación será unitaria, ya que por cada °C de aumento en el horno, se aumentará 1mV a la entrada del comparador.

Se presenta a continuación una serie de imágenes de investigación de sensibilidad de las termocuplas:

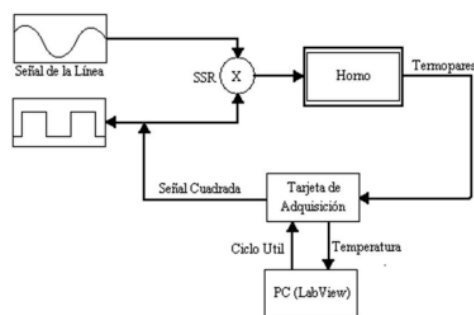


Este diagrama es una linealización del comportamiento de la termocupla a distintas temperaturas, analizando la pendiente aproximada de la termocupla tipo S, se nota un aumento aproximado de 0.01 mv por cada grado centígrado.

Modelado Matemático del actuador - FDT Actuador

Un relé de estado sólido(SSR), no agrega un cero ni un polo al sistema al que está relacionado, solamente es un dispositivo de conmutación electrónica, tampoco representa una ganancia de salida por si mismo(esto está asociado a componentes activos), con esto se concluye que:

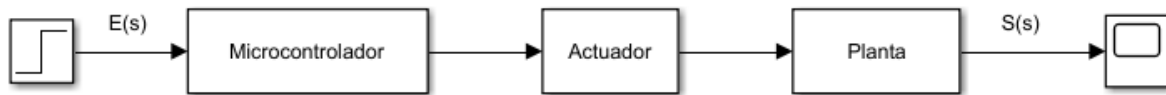
$$G_{actuador} = 1$$



El SSR funciona como una llave, lo que le llega a su entrada es una señal modulada en PWM, el tiempo de establecimiento no se ve afectado por esta, ya que será proporcional al aumento proporcionado por el controlador. Este último, envía la señal modulada que ocasiona que aumente o disminuya la potencia recibida por los resistores, ya que es el área debajo de la curva de señal recibida, y esta cuando aumenta o disminuye su ancho de pulso, la modifica. Por esta razón, se indica en el diagrama de bloques del sistema el paso de m[V] o V a Watts. Este dispositivo solamente es un conmutador.

Función transferencia Lazo Abierto

Por lo tanto, con los datos obtenidos en el análisis de nuestra planta , podemos definir nuestra función de transferencia de lazo abierto como:



Por regla de diagrama de bloques, hacemos el producto de los bloques. Sabiendo que la función de transferencia del actuador :

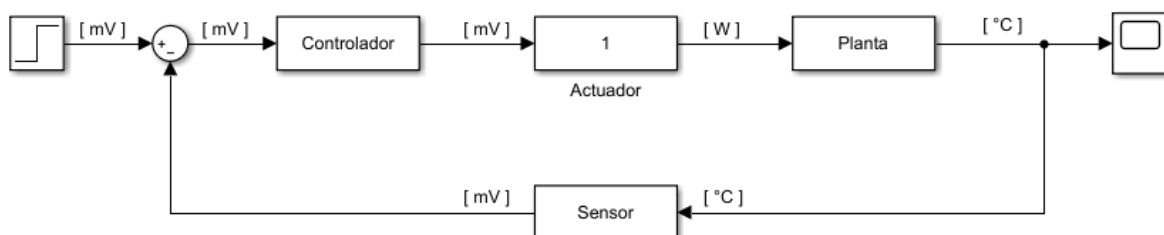
$$G_{actuador} = 1$$

$$FTLA = G_{actuador} * Planta$$

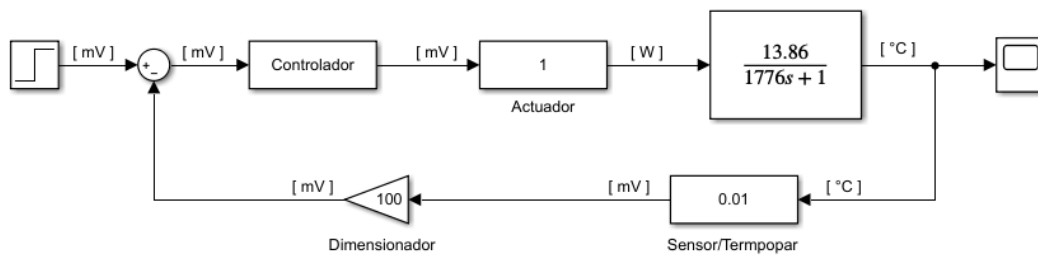
Nuestra función de transferencia de lazo abierto es:

$$FTLA = \frac{S(s)}{E(s)} = \frac{13.85}{1776*s+1} = \frac{0.007797}{s+0.000563}$$

Función transferencia Lazo Cerrado



Que reemplazando con los valores obtenidos previamente queda de la siguiente manera:



Nuevamente por regla de los bloques, el lazo de realimentación queda determinado como:

$$H(s) = K = G_{\text{sensor}} * G_{\text{amplificador}} = 0.01[mV/^{\circ}C] * 100 = 1$$

Obteniendo así una realimentación “unitaria”(K=1).

Teniendo en cuenta la definición de realimentación

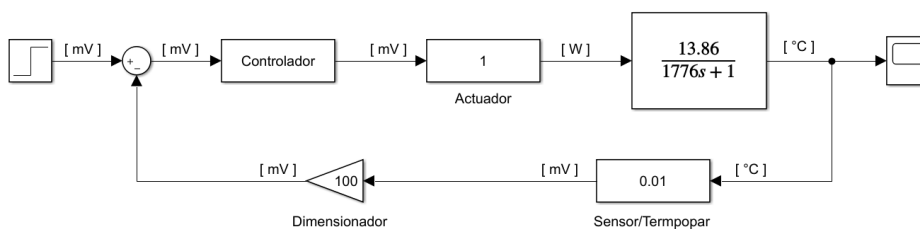
$$FTLC = \frac{FTLA}{1 + K * FTLA}$$

Nuestra función de transferencia de lazo cerrado es :

$$FTLC = \frac{0.007797}{s + 0.00836}$$

Diagrama Bloques del sistema

Podemos entonces definir nuestro diagrama en bloques de nuestro sistema , reemplazando con los valores obtenidos previamente, como:



Nuestro objetivo ahora será hacer un estudio de nuestra planta y sistema para ver su comportamiento, para luego diseñar un controlador que ayude a cumplir nuestros requerimientos. **(La FDT del controlador se especifica en la sección del controlador en la página 15)**

Análisis de Estabilidad

Criterio de Routh-Hurwitz

El criterio de R-H nos permite determinar si alguna raíz de la ecuación característica puede generar una inestabilidad al sistema.

$$\begin{array}{rcl} s^1 & & 1 \\ s^0 & & 0.00836 \end{array}$$

Al no haber coeficientes con valor negativo, se puede decir que el sistema será estable.

La estabilidad de un sistema lineal invariante en el tiempo se da cuando las raíces de la ecuación característica de la función de lazo cerrado, tienen su parte real menor o igual a cero. Pero de igual forma, se analiza por medio del lugar de raíces de la FTLC.

Además a partir de la ecuación característica de nuestro sistema podemos ver que solo se tiene un solo polo y este es negativo, la inestabilidad está dada cuando el polo es positivo.

Análisis de Respuesta Temporal

Como vemos en el análisis previo, la función de transferencia de lazo cerrado es de **primer orden**. La ecuación general es la siguiente:

$$FT = \frac{K}{\tau s + 1}$$

Donde τ es la **constante de tiempo** la cual representa el tiempo en el que la salida del sistema llega al 63,2% de su valor final

Es por ello que teniendo en cuenta los resultados que obtuvimos recientemente, a partir de nuestra función de transferencia de lazo cerrado

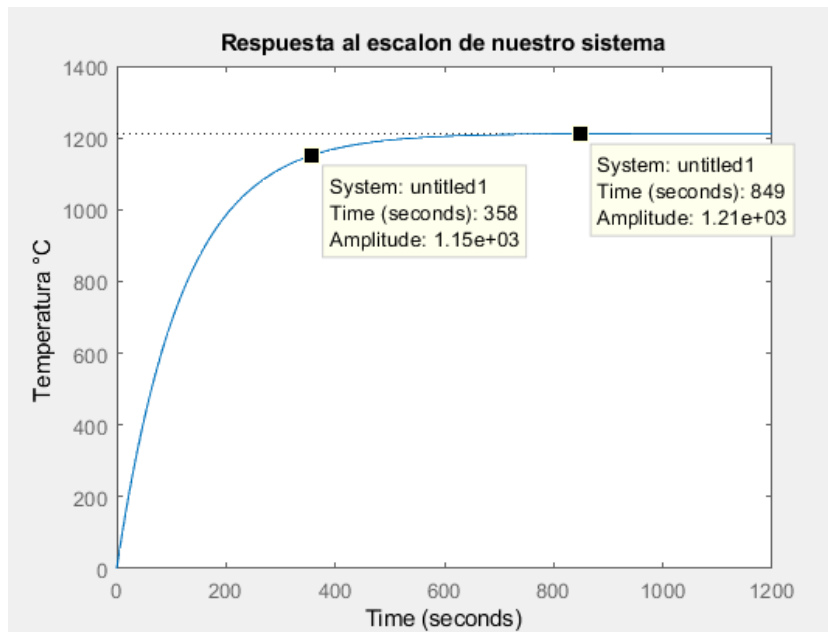
$$FTLC = \frac{0.007797}{s + 0.00836}$$

$$FTLC = \frac{0.93}{s * 119.61 + 1}$$

Otra característica sobre los sistemas de primer orden son el tiempo de establecimiento y el tiempo de subida. El tiempo de establecimiento (T_e) es el tiempo que tarda la salida del sistema en alcanzar y mantenerse en una banda $\pm 5\%$ del valor final y el tiempo de subida (T_s) es el tiempo que tarda la salida del sistema en ir del 5% al 90% del valor final.

A nivel práctico, podemos decir que para los sistemas de primer orden estos valores son aproximadamente iguales y se calcula como 3τ (variando entre autores, puede ser 3 o 4).

$$T_e \simeq T_s = 3\tau = 3 * 119.61 = 358.83[s]$$



Se observa en la respuesta transitoria de lazo cerrado sin controlador, que ante un escalón de 1300 el sistema se establece cercano a los 1210°C, quiere decir que el sistema ante una entrada específica del usuario que quiere su horno a 1300°C, responderá de manera errónea, alcanzando una temperatura menor a la solicitada. Esto representa un error aproximadamente de 6.7% en estado estable y se soluciona colocando el compensador que permita reducir este error(consultar sección controlador).

Podemos corroborar como realizando un gráfico de la respuesta al escalón a nuestra función de transferencia de lazo cerrado, podemos visualizar el tiempo de establecimiento y corroborar los cálculos de τ , como así también verificar el modelo matemático a partir de la respuesta temporal. También podemos diferenciar dos respuestas de nuestro sistema: la respuesta transitoria y la respuesta en estado estable.

Todo sistema de primer orden posee un **polo dominante** el cual rige la dinámica del mismo. Si ese polo se encuentra cerca del eje imaginario, hace que la respuesta del sistema sea mucho más lenta (o sea que su estado transitorio va a demorar más tiempo). Si el polo se encuentra lejos del eje imaginario, la respuesta del sistema será rápida (estado transitorio rápido).

En nuestro caso nuestro polo dominante está ubicado en $p = -0.00836$, lo que será tenido en cuenta para una posible mejora posteriormente.

Especificaciones de Diseño - Dominio Tiempo

Error en estado estable:

Analizaremos el error en estado estable de nuestro sistema. Sabemos que este error depende de la entrada que se utilice y de nuestra función de transferencia a lazo abierto. Debemos saber de qué tipo es nuestro sistema. El tipo de sistema queda determinado por el número de polos en el origen de la función de transferencia de lazo abierto.

Recordando que:

$$FTLA = \frac{13.85}{1776s + 1}$$

Podemos observar que el sistema no tiene polos en el origen, definiendo así nuestro sistema de tipo 0.

Para una entrada de escalón unitario, el cálculo del error está definido como

$$ep = \frac{1}{1 + Kp}$$

$$Kp = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{13.85}{1776s + 1} = \frac{13.85}{1} = 13.85$$

Obteniendo así:

$$ep = \frac{1}{1 + Kp} = \frac{1}{1 + 13.85} = 0.067$$

Lo que nos indica que **tenemos un error del 6.7% del valor de estado estacionario**, el cual ya habíamos encontrado previamente en el análisis de nuestra respuesta temporal que no es malo pero todavía se puede mejorar y es lo que vendrá con los siguientes análisis.

Teniendo en cuenta:

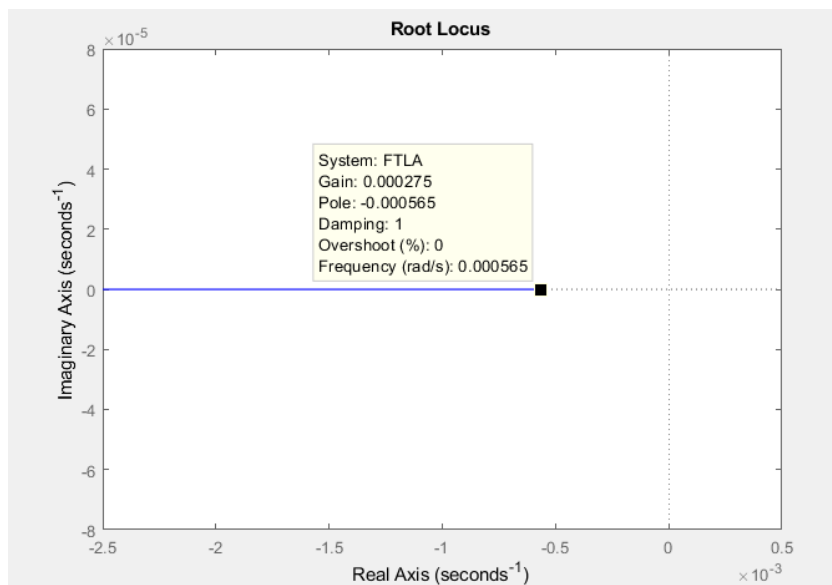
	Step Input $r(t) = 1$	Ramp Input $r(t) = t$	Acceleration Input $r(t) = \frac{1}{2}t^2$
Type 0 system	$\frac{1}{1 + K}$	∞	∞
Type 1 system	0	$\frac{1}{K}$	∞
Type 2 system	0	0	$\frac{1}{K}$

Por lo que si llevamos nuestro sistema a un sistema de tipo 1 , eliminamos el error en estado estable, lo que lo tendremos en cuenta para el diseño del compensador.

Lugar de raíces

El lugar de raíces lo utilizamos para ver cómo variando K, se puede modificar el valor de los polos de nuestro sistema. A partir de FTLA dibujamos la evolución de los polos de la FTLC

$$FTLA = \frac{13.85}{1776s + 1} = \frac{0.007797}{s + 0.000563}$$



Nuestra función de transferencia a lazo abierto no tiene polos, pero por cada polo que exista debe haber un cero, por lo tanto estos ceros estarán en el infinito.

El polo del sistema de lazo abierto es

$$p1 = -0.000563$$

Luego tendríamos una rama por cada polo, por lo que se tiene una rama.

El centroide (ζ) es el punto ubicado a mitad de camino entre los polos, punto en el eje real que salen las asíntotas.

$$\zeta = \frac{-0.000563}{1-0} = -0.000563$$

El ángulo de las asíntotas se calcula como:

$$\Theta = \frac{2K+1}{n-m} * \pi$$

$$K = |n - m| - 1 = |1 - 0| - 1 \rightarrow K = 0$$

(Siendo n número de polos y m de ceros)

$$\Theta = \frac{2*0+1}{1-0} * \pi$$

$$\Theta = \pi = 180^\circ$$

Compensador

Compensación por cancelación de polos dominantes

De acuerdo a las especificaciones y requerimientos, en nuestro caso la idea es que la temperatura que programemos para nuestro horno llegue con exactitud y que se mantenga allí por el tiempo que se necesite. En términos técnicos, que el horno llegue al nivel deseado(setpoint) con un error de estado estacionario nulo o el menor posible. Para ello, **decidimos implementar un Controlador PI**, con la técnica de cancelación de polos dominantes.

En primer lugar un controlador integral, por medio de adición de un polo en el origen, nuestro sistema pasa a ser de tipo I, el cual sabemos que con una entrada escalón el error de estado estacionario se hace nulo. En nuestro caso de estudio es a lo que se le dio más importancia ya que la temperatura final del horneado debe ser lo más precisa posible para que el proceso sea el correcto y eficiente.

Por otro lado se contempla que este control integral provoca que el sistema oscile por encima de nuestro valor deseado, lo que puede traer consecuencias negativas tales como rotura de componentes o en este caso la no correcta cocción de nuestras piezas. Para ello se complementa este controlador con una acción proporcional. Es por ello que definimos que un controlador PI es lo más óptimo para nuestro análisis.

En nuestro caso, como nuestra función de transferencia es de primer orden, comprobamos que el sobrepasamiento es nulo, por lo que no debería existir ningún tipo de oscilación, pero como corroboramos anteriormente si posee error de estado estable.

La forma general de la función de transferencia de un controlador PI es:

$$PI(s) = Kp \frac{s + \frac{1}{Ti}}{s}$$

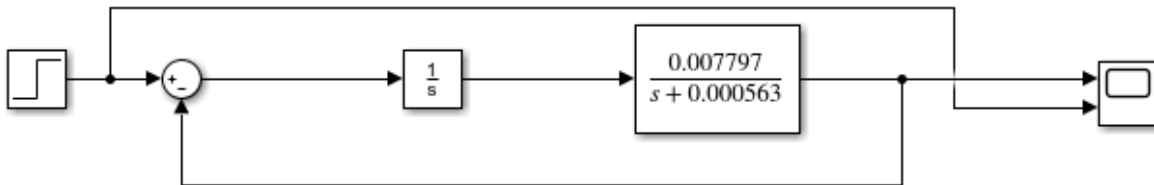
En donde:

- Kp es la constante proporcional.
- Ti es el tiempo de integración.

Nuestra función de transferencia de lazo abierto quedaría entonces:

$$FTLA = PI * G = Kp \frac{s + \frac{1}{Ti}}{s} * \frac{0.007797}{s + 0.000563}$$

El valor de Ti lo debemos ajustar para la cancelación de nuestro polo dominante, en este caso es un sistema de primer orden con un único polo. En un diagrama de bloque es planteo es el siguiente:



$$Ti = \frac{-1}{\maxpole(G)} = \frac{-1}{-5.6299e-04} = 1776$$

De esta forma nuestro controlador tiene la siguiente función de transferencia:

$$Ci(s) = Kp \frac{s + 0.000563}{s}$$

Hasta el momento nuestra constante proporcional es unitaria, por lo que, teniendo en cuenta la función de transferencia que tenemos en nuestro sistema es

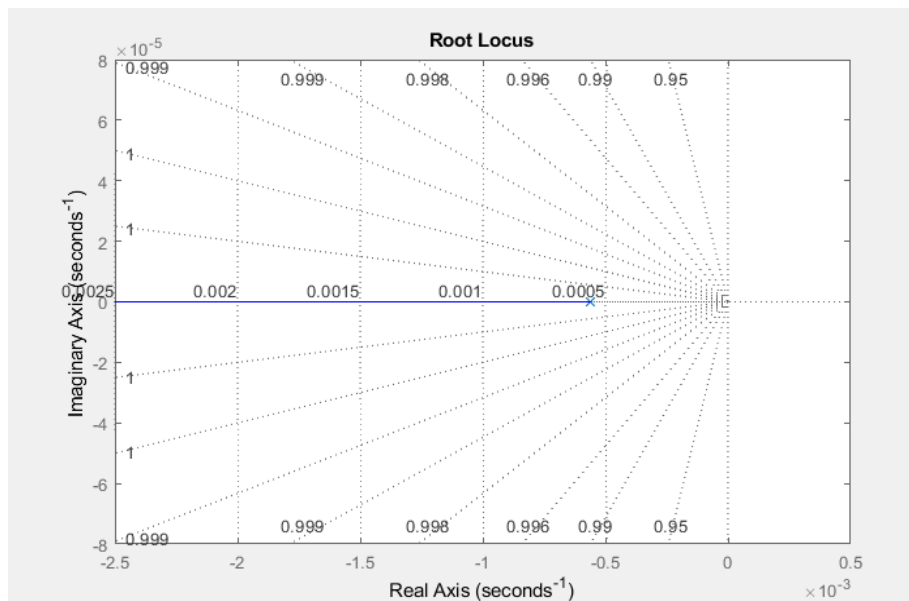
$$G = \frac{0.007797}{s}$$

Para determinar el **valor de la constante proporcional** a utilizar es necesario obtener la frecuencia natural no amortiguada(ω_n) que debe tener el sistema y analizar el trazado del lugar de raíces. Teniendo en cuenta que es un sistema de primer orden, el tiempo de establecimiento está definido por:

$$Ts = 4\tau$$

$$\tau = \frac{1}{\zeta\omega_n}$$

Viendo el lugar de raíces , vemos que el factor de amortiguamiento es unitario, podemos apreciarlo en el siguiente gráfico:



Podemos reescribir entonces:

$$\tau = \frac{1}{\omega n}$$

Y reemplazando en la fórmula de tiempo de establecimiento

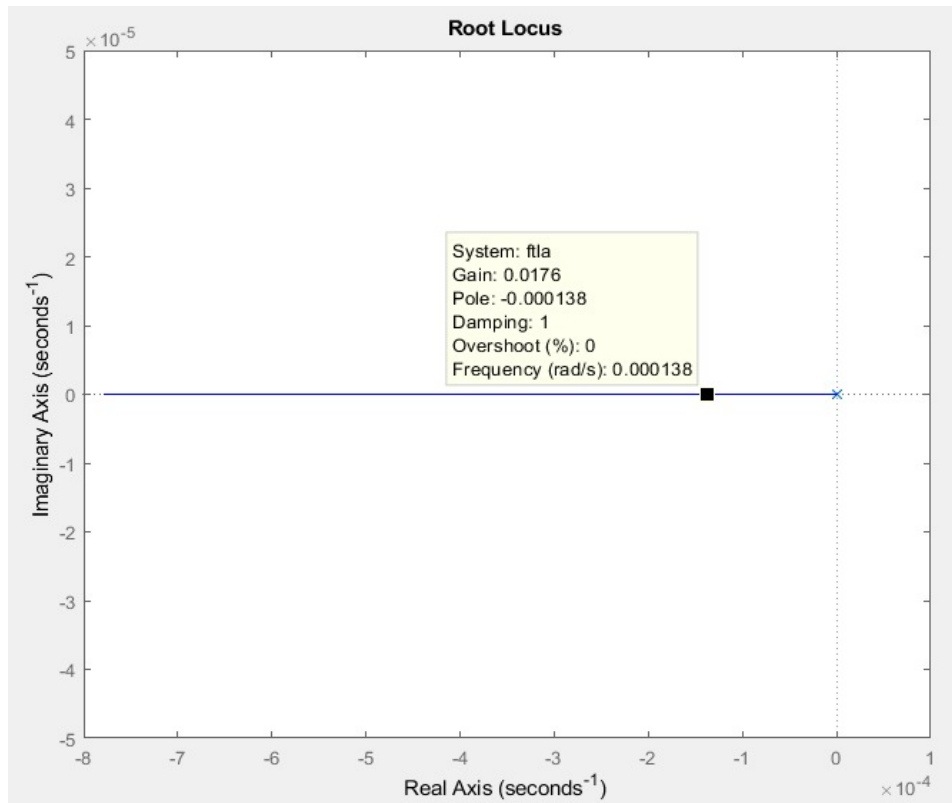
$$Ts = 4\tau = \frac{4}{\omega n}$$

Teniendo en cuenta nuestras especificaciones de diseño, las cuales sabemos que las cocciones de las piezas de cerámica duran aproximadamente 8 hs al llegar a su temperatura máxima y allí mantenerse, obtenemos el valor de nuestra frecuencia natural no amortiguada por despeje:

$$Ts = 28800 = 4\tau = \frac{4}{\omega n}$$

$$\omega n = 138,88e - 6 [rad/s]$$

Entonces ahora en el lugar de raíces se busca esa semicircunferencia para obtener la coordenada en el plano complejo que permita mediante el cumplimiento de la condición de módulo obtener la ganancia requerida.



Tomando de referencia el punto $s_1 = -1.3889e-4 + j0$, planteamos la condición de módulo:

$$Kp = \frac{1}{|G(s_1)|}$$

Obteniendo así nuestro valor de ganancia proporcional:

$$Kp = 0.0178$$

Por lo que nuestro **sistema a lazo abierto con controlador** queda definido como:

$$FTLAc = PI * FTLA = \left[Kp \frac{s + \frac{1}{Ti}}{s} \right] * \frac{0.007797}{s + 0.000563}$$

$$FTLAc = \left[0.0178 * \frac{s + 0.000563}{s} \right] * \frac{0.007797}{s + 0.000563}$$

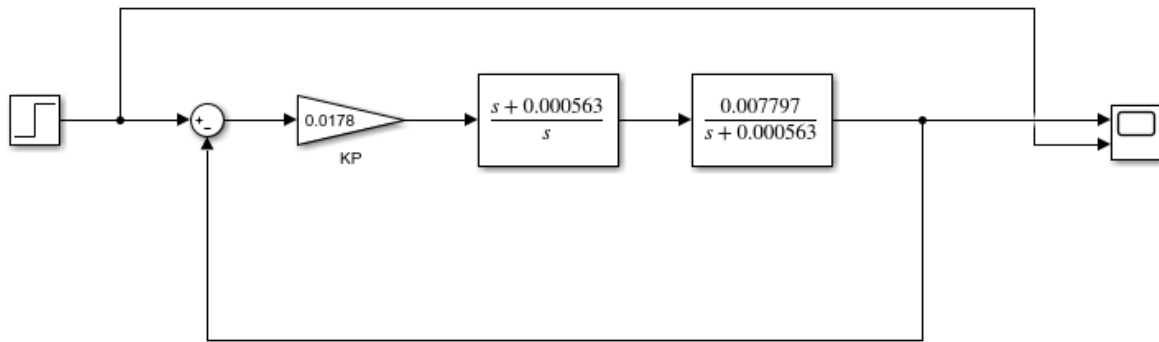
Definiendo así el sistema a lazo abierto con controlador:

$$FTLAc = \frac{138.78e-6}{s}$$

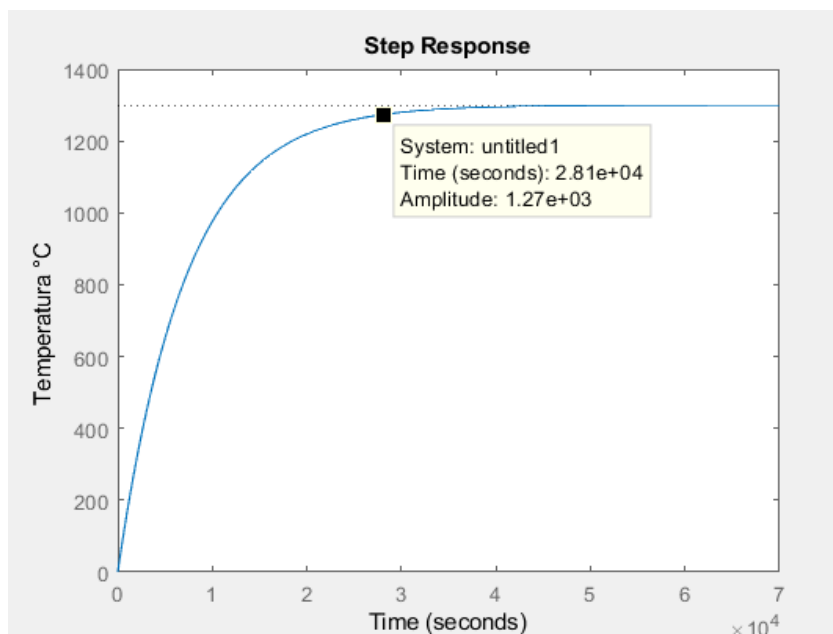
Y a el sistema a lazo cerrado con controlador:

$$FTLCc = \frac{138.78e-6}{s + 138.78e-6}$$

Lo que en diagrama en bloques lo podemos representar como:



Logrando así la siguiente respuesta al escalón, donde es posible verificar que el tiempo de establecimiento del sistema cumple con lo requerido en los criterios de diseño y calcular nuestro error de estado estacionario



Analisis error estado estacionario con controlador

Podemos analizar el error de estado estable, como podemos observar ahora, nuestra función de transferencia es de tipo I.

Teniendo en cuenta

$$ep = \frac{1}{1+KP}$$

$$Kp = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{138.78e-6}{s} = \frac{138.7e-6}{0} = \infty$$

$$ep = \frac{1}{1+\infty} = 0$$

Cumplíndose así las especificaciones planteadas en un principio de nuestro estudio.

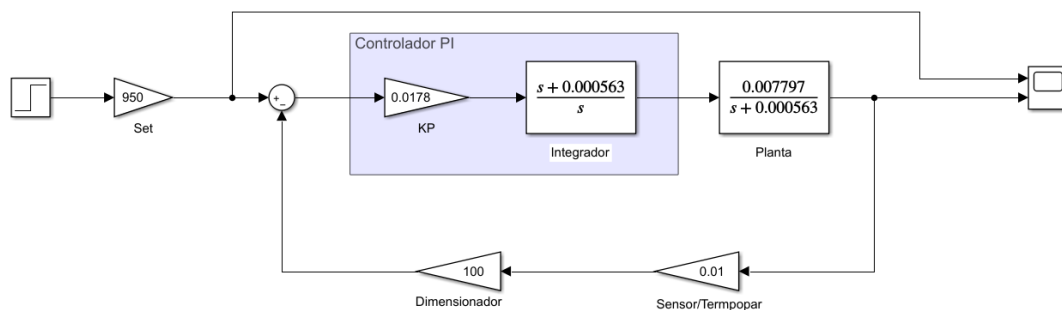
Simulaciones

Para las simulaciones planteamos dos escenarios distintos en los cuales el horno debe llegar a distintas temperaturas finales según el tipo de arcilla que estemos colocando para el proceso de horneado. Según investigaciones tenemos dos tipos de arcillas:

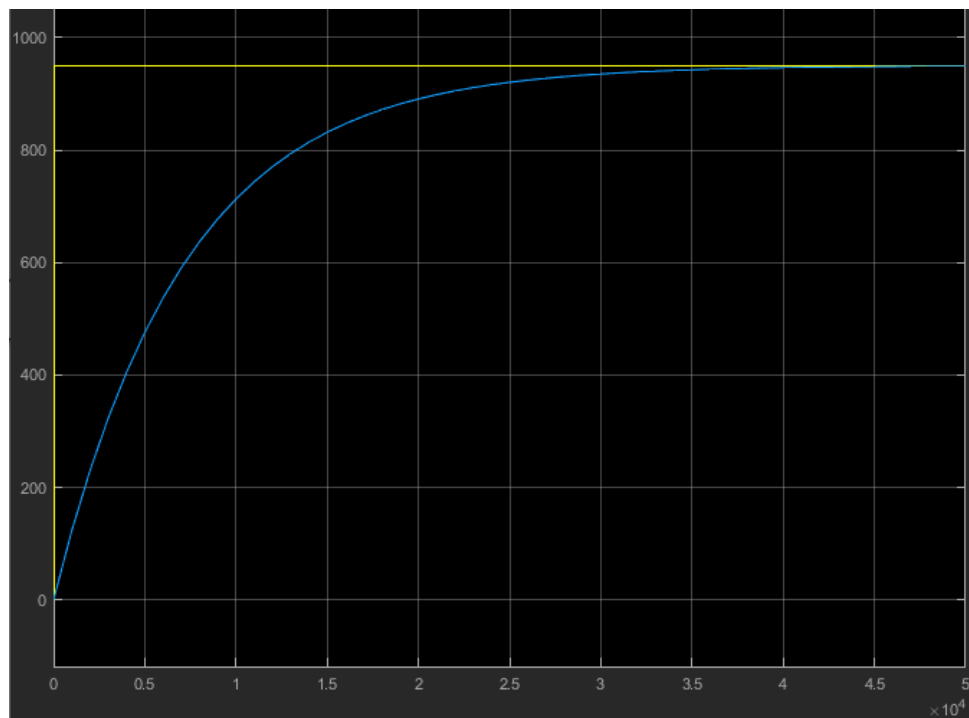
- Baja temperatura: se cocinan en el rango de 900° y 1000°.
- Alta temperatura: se cocinan en el rango de 1250° y 1300°

Planteando dicho escenario en simulink:

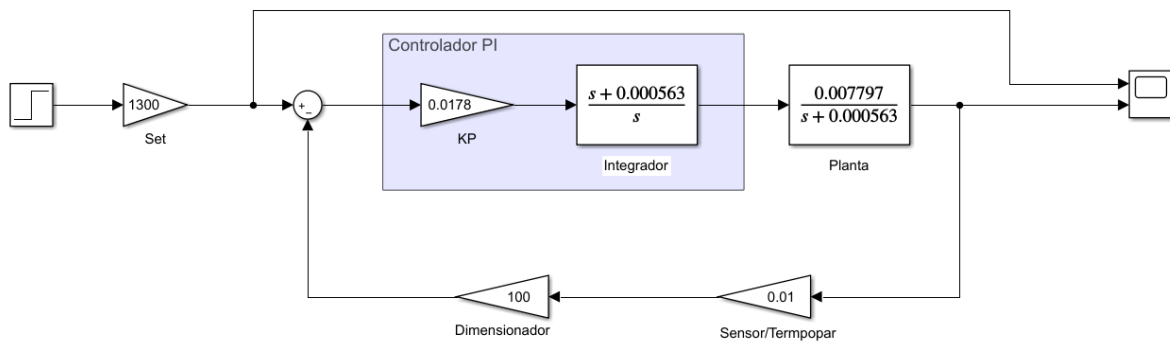
En primer lugar nuestro setpoint de trabajo lo pondremos para una cocción de arcilla de baja temperatura, seteando así la temperatura deseada:



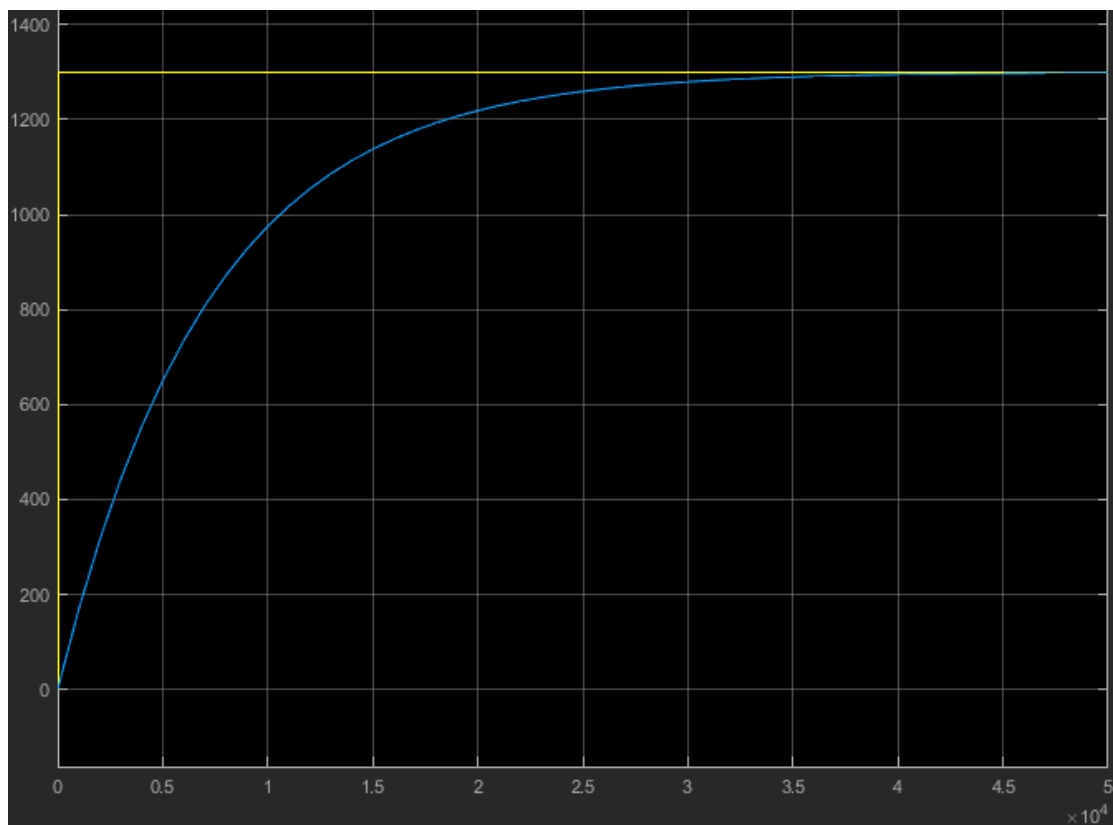
Donde el comportamiento de nuestro horno será:



Para el segundo caso, donde tomamos como ejemplo la cocción de arcilla de altas temperaturas donde se necesitan temperaturas de 1300°:



El comportamiento del horno será:



Conclusión

Una vez terminado con el análisis, se puede decir que el comportamiento es el correcto y es el esperado, alcanzando la temperatura deseada en el tiempo deseado. En primera instancia, a pesar de tomar muchas aproximaciones, nuestro modelado térmico-eléctrico representó de buena manera nuestro sistema. Además a pesar de aproximar la curva de cocción que fue presentada, los resultados que obtuvimos fueron satisfactorios.

Sin aplicar el controlador el sistema funcionaría con un error del 6,7%, que si bien es muy poco, la intención fue disminuirlo hasta llegar lo más cercano a 0. Lo importante fue haber controlado el tiempo de establecimiento, que como vimos, las curvas de cocción de cerámicas se aproximan a funciones de primer orden con tiempo de establecimiento de 8hs, lo cual el controlador ayudó en ello.

En primer lugar se planteó agregar un compensador I, donde el error en estado estacionario pasó a ser nulo, pero como ya sabemos esto produciría sobrepasamientos. Así, si bien se soluciona un aspecto importante a mejorar, aparecen otros nuevos, los cuales no son deseables ni tolerables.

La solución de esto vino de la mano de la implementación de un controlador P en conjunto con el anterior mencionado. La técnica para la determinación de los parámetros de nuestro controlador PI fue la cancelación de polos dominantes.

La simulación de Simulink permitió de una manera más gráfica recrear el sistema de estudio. Finalmente, el sistema compensado que obtuvimos tiene resultados muy satisfactorios cumpliendo con las especificaciones planteadas en un principio: No presentar error en estado de régimen y los tiempos de establecimiento específicos

Bibliografía

- Ingeniería de Control Moderna (3ra Edición) - Katsuhiko Ogata
- Sistemas de Control Automático (7ma Edición) - Benjamin C. Kuo
- Apuntes cátedra sistemas de control I

Código de matlab y simulación de simulink se adjuntan en la carpeta o también en el siguiente repositorio de github:

https://github.com/mateooD/TP-Sist_Control_I.git