Cuestionario PCA

Mateo Valencia

Abril 2024

1 Diga si las siguientes enunciados son verdaderos o falsos

(a) La i-esima componente principal se toma como la dirección que es ortogonal al (i-1)-esimo componente principal y maximiza la variabilidad restante.

Respuesta: *Es verdadero, ya que los valores de la varianza están acomodados por la Cámara de Weyl y esto asegura la maximización de la variabilidad restante. Asimismo, la i-ésima componentee es ortogonal a todas las componentes anteriores.*

(b) Distintos componentes principales estan linealmente no correlacionadas.

Respuesta: *Es verdadero, por la misma construcción del PCA ya que es una combinación lineal. Además esto es equivalente a que los eigenvectores sean ortogonales y al ser una representación de las varianzas se presentan no correlacionadas.*

(c) La dimensión de los datos originales es siempre mayor que la dimensión de los datos transformados por un PCA.

Respuesta: *Es verdadero, ya que este es el objetivo principal del PCA dado por el problema de Hotelling "Trabajar los datos reduciendo lo más posible su dimensión" y el problema de Hotelling Fisher "Aplicar una transformación ortogonal a los datos de tal manera que la pérdida de información sea controlable y pueda medirse".*

2 Suponga que se tiene la siguiente matriz de covarianza XX^T:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Calcula la primer componente principal.

3 Suponga que se tiene la siguiente tabla:

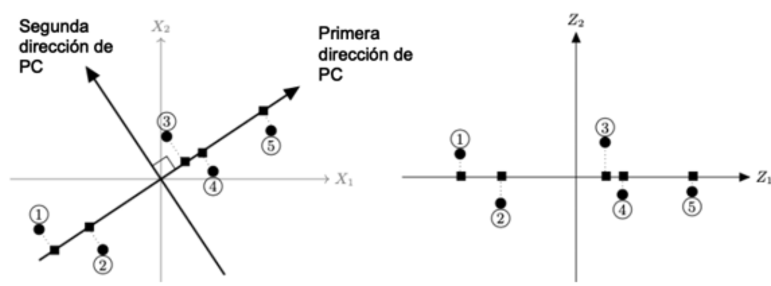
Observación	X1	X2
1	-2	2
2	2	-2

Tenemos los siguientes datos:

- **La primer componente (loading) del eigenvector que resuelve el problema de optimización del PCA para X1 es 07071.**
- **La primer componente (loading) del eigenvector que resuelve el problema de optimización del PCA para X2 es negativa.**

Calcula Xb1

4 Explica con todo detalle, la siguiente figura:



5 Sea (XX1X2) un vector gaussiano N(0I) y sean R 0. Defnase, Y1 = 05X +2X1 Sea Y =(Y1 Y2)T. Y2 = 05X+2X2 (1) Explica, con todo detalle, que Y tiene una distribucion gaussiana con parametros que deberas en contrar. Calcula los eigenvalores de la matriz de covarianza de Y . (2) Calcula, en funcion de Y1 y Y2, y luego en funcion de las componentes de X, las componentes principales 1 y 2 asociadas a Y. Muestra ademas que Var(i) = i y Cov(1 2) = 0. (3) Calcula ij y veri ca que 2 i1 + 2 i2 = 1 i = 12