

## Trabajo Práctico Simulación

### Población infectada por un virus o bacteria - El Modelo SIR.

El modelo SIR es el más básico que explica la evolución de una enfermedad infecciosa creada por un virus o una bacteria. Un ejemplo de este tipo de enfermedades es la gripe A o el ébola. Este modelo consiste en un sistema de 3 ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales que no posee una solución explícita. Sin embargo, usando herramientas de simulación podemos extraer información acerca de las soluciones del sistema.

El modelo SIR es un modelo que divide a la población en 3 partes:

- $S(t)$ : Representa al número de individuos susceptibles, individuos sanos que al entrar en contacto con la enfermedad pueden resultar infectados, en función del tiempo.
- $I(t)$ : Representa al número de individuos infectados, individuos que pueden transmitir la enfermedad al grupo  $S(t)$ , en función del tiempo.
- $R(t)$ : Representa al número de individuos retirados, individuos que se han recuperado de la enfermedad y se han vuelto inmunes o han muerto, en función del tiempo.

#### Formulación del Modelo

La tasa de infección viene dada por  $\beta \cdot S(t) \cdot I(t)$  donde  $\beta$  es la tasa per-cápita de transmisión de la enfermedad.

El flujo de paso del grupo de infectados al de retirados viene determinado por  $v \cdot I(t)$  donde  $v > 0$  es la tasa de retiro.

- $S'(t) = -\beta \cdot S(t) \cdot I(t), S(0) = S_0$
- $I'(t) = \beta \cdot S(t) \cdot I(t) - v \cdot I(t), I(0) = I_0$
- $R'(t) = v \cdot I(t), R(0) = R_0$

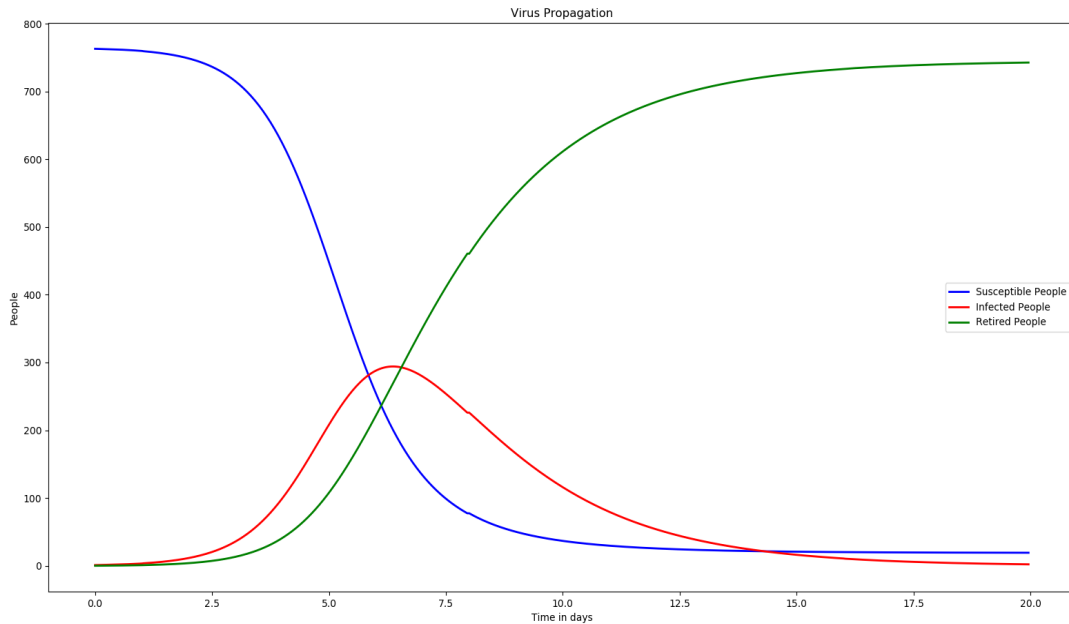
Donde  $\beta > 0$ ,  $\nu > 0$  y  $S_0$ ,  $I_0$ ,  $R_0$  es el número inicial de personas susceptibles, infectadas y retiradas (respectivamente) en una población de  $N = S_0 + I_0 + R_0$  habitantes. Notar que  $S'(t) + I'(t) + R'(t) = 0$ , por lo que la suma  $S(t) + I(t) + R(t)$  es constante. Aunque el número de individuos en cada grupo es un número natural, las variables  $S$ ,  $I$ ,  $R$ , pueden ser tratadas como variables continuas, cuando la población total es suficientemente grande.

## Experimentos

A continuación se muestran una serie de diversos experimentos realizados para el análisis del modelo, para los cuales, al final de este documento se realizan las conclusiones respectivas. Para cada uno de los experimentos, el comando de línea de ejecución se encuentra adjuntado en el archivo README.md de este proyecto.

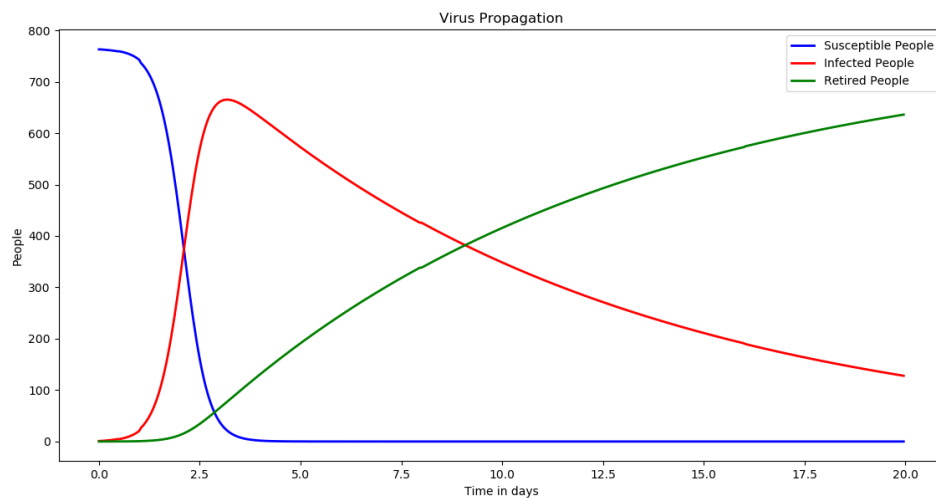
### Experimento 1

Tomando como parámetros  $\beta = 0.0022$ ,  $\nu = 0.4477$  y como valores iniciales  $S_0 = 763$ ,  $I_0 = 1$  y  $R_0 = 0$ , podemos observar en el siguiente gráfico la evolución del número de individuos susceptibles, infectados y retirados durante 20 días.



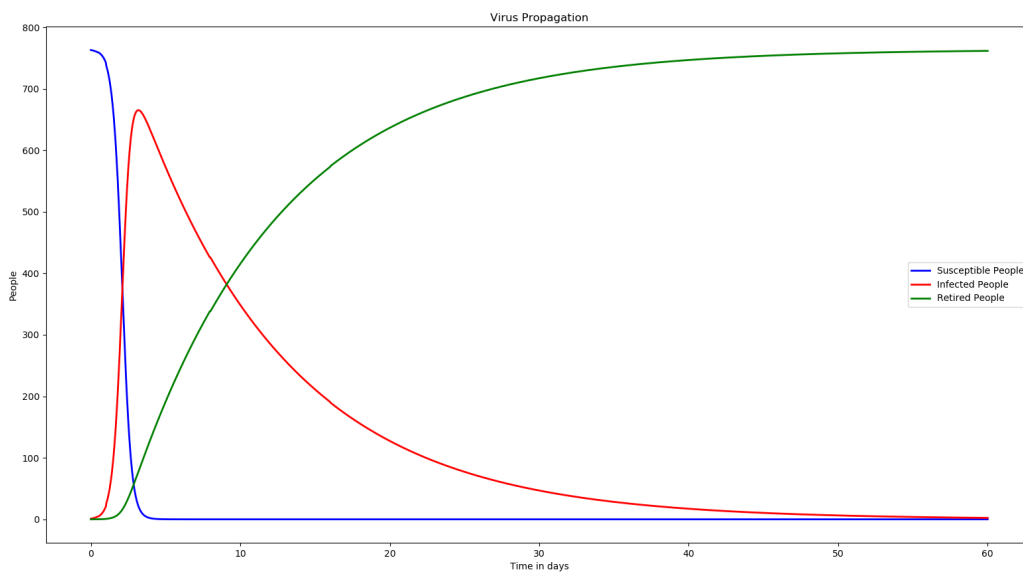
### Experimento 2.1

Tomando como parámetros  $\beta = 0.0044$ ,  $v = 0.10$  y como valores iniciales  $S_0 = 763$ ,  $I_0 = 1$  y  $R_0 = 0$ , podemos observar en el siguiente gráfico la evolución del número de individuos susceptibles, infectados y retirados durante 20 días.



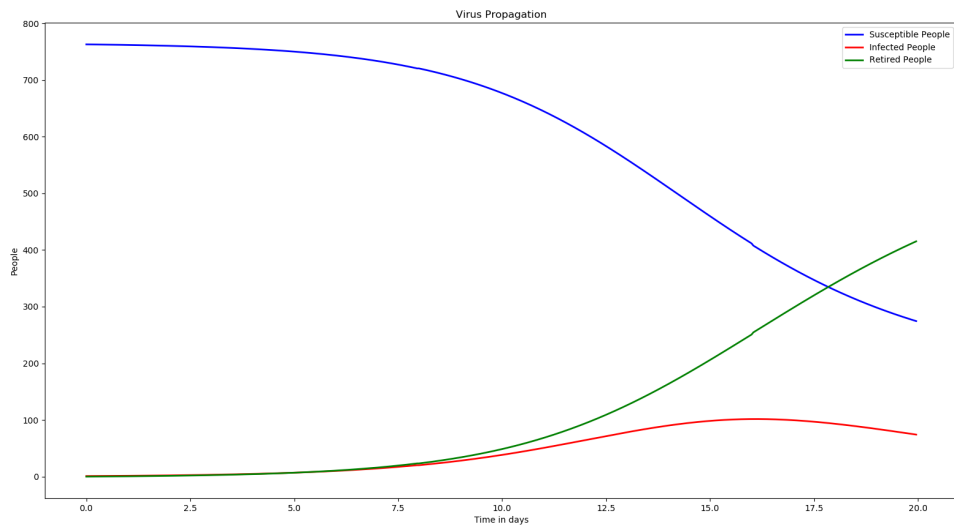
### Experimento 2.2

Tomando como parámetros  $\beta = 0.0044$ ,  $v = 0.10$  y como valores iniciales  $S_0 = 763$ ,  $I_0 = 1$  y  $R_0 = 0$ , podemos observar en el siguiente gráfico la evolución del número de individuos susceptibles, infectados y retirados durante 60 días.



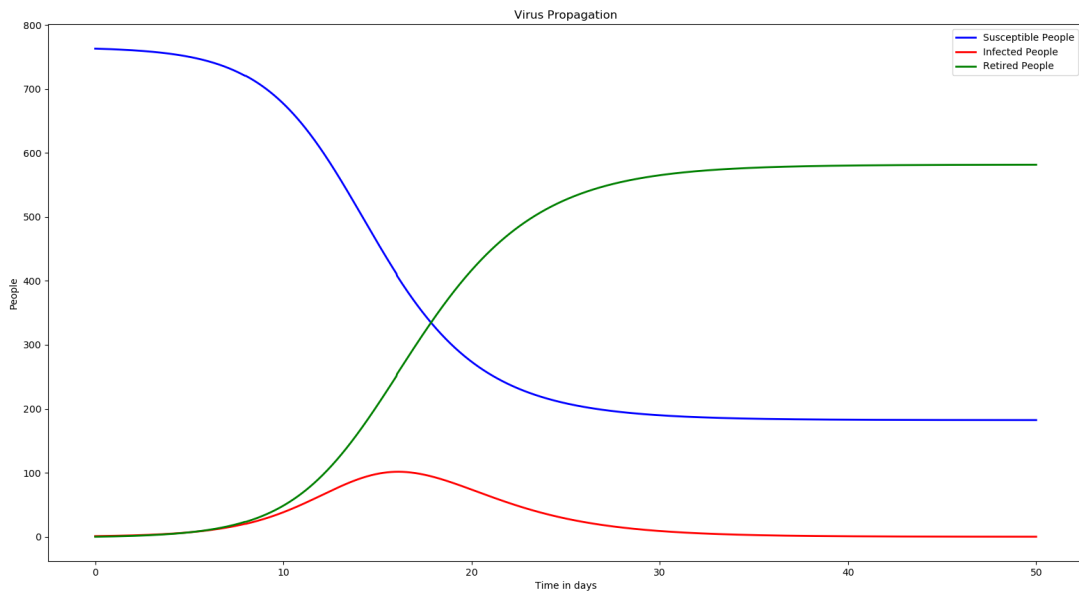
### Experimento 3.1

Tomando como parámetros  $\beta = 0.0011$ ,  $\nu = 0.4477$  y como valores iniciales  $S_0 = 763$ ,  $I_0 = 1$  y  $R_0 = 0$ , podemos observar en el siguiente gráfico la evolución del número de individuos susceptibles, infectados y retirados durante 20 días.



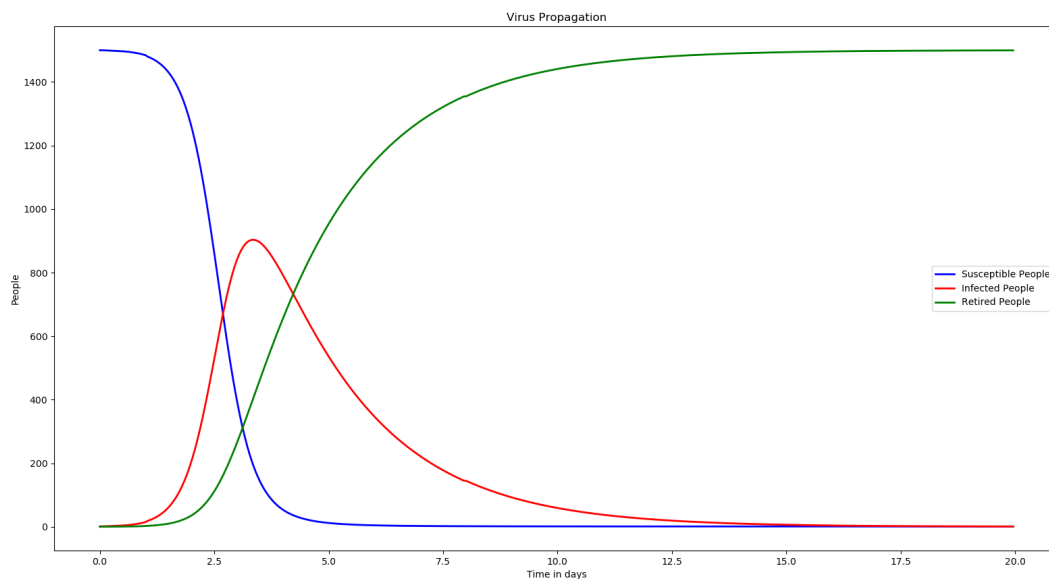
### Experimento 3.2

Tomando como parámetros  $\beta = 0.0011$ ,  $\nu = 0.4477$  y como valores iniciales  $S_0 = 763$ ,  $I_0 = 1$  y  $R_0 = 0$ , podemos observar en el siguiente gráfico la evolución del número de individuos susceptibles, infectados y retirados durante 50 días.



### Experimento 4

Tomando como parámetros  $\beta = 0.0022$ ,  $\nu = 0.4477$  y como valores iniciales  $S_0 = 1500$ ,  $I_0 = 1$  y  $R_0 = 0$ , podemos observar en el siguiente gráfico la evolución del número de individuos susceptibles, infectados y retirados durante 20 días.



### Conclusiones

Las conclusiones de este proyecto, se remiten al análisis de cada uno de los experimentos realizados, por ende, se procede a una indexación que incluye la intención, y el resultado de cada ensayo.

### Experimento 1

Para este experimento, se tomaron en cuenta los parámetros iniciales indicados en la consigna, y el resto de ensayos se realizaron a partir de las métricas obtenidas en el presente.

Como resultados, se puede observar que la curva de infectados simultáneamente alcanza un máximo, entre los días 5 y 7. Luego comienza a disminuir, llegando a 0 para el día 20. Además, la curva de personas susceptibles, está en constante decrecimiento (debido al

aumento de infectados) y nunca llega a ser 0, debido a que no todas las personas contrajeron el virus (por ende, no fueron infectadas).

### **Experimento 2.1**

Siguiendo el ensayo anterior, se produjo uno derivado modificando la tasa de infección per-cápita ( $\beta$ ), aumentándola respecto del anterior; y la tasa de retiro ( $\nu$ ), disminuyéndola respecto del anterior.

Se puede observar que la curva de crecimiento de personas infectadas aumenta rápidamente, debido al aumento de  $\beta$ , llegando a un máximo de personas infectadas simultáneamente entre los días 2 y 4.

De forma consecuente, la curva de personas susceptibles disminuye rápidamente, debido al aumento de infectados; más particularmente, se puede observar que la curva llega a 0 antes del día 5, ya que en ese punto todas las personas se infectaron, y algunos se retiraron.

Sin embargo, no podemos ver la tendencia de la curva de infectados, ya que el tiempo de análisis no es el suficiente.

### **Experimento 2.2**

Este experimento, es una extensión del anterior, en donde lo que se realiza es una ampliación del tiempo de análisis, permitiéndonos observar como la cantidad de infectados simultáneamente llega a 0, y la cantidad de personas retiradas, llega a ser toda la población (máximo global).

### **Experimento 3.1**

Este experimento es una derivación del primero, en donde se buscó que la cantidad de infectados simultáneos no sea alta, por ende se produjo a realizar una disminución del parámetro  $\beta$ . Tal efecto se puede observar, debido a que el máximo de la curva de infectados simultáneos se da entre los días 15 y 17, y además es un máximo mucho menor al de los ensayos anteriores.

Por falta de tiempo de análisis, no podemos expresar alguna conclusión sobre las demás curvas.

### Experimento 3.2

Este experimento es una extensión del anterior, en donde se realizó una ampliación del tiempo de análisis a 50 días. Se sostiene la conclusión anterior sobre los infectados de este ensayo.

En cierta forma, la curva de personas susceptibles, tiene una aproximación al primer experimento ya que nunca alcanza a ser 0; debido a que no todas las personas contrajeron el virus. Esto último se puede observar ya que el máximo de la curva de personas retiradas (personas que alguna vez tuvieron el virus), nunca alcanza a ser del mismo tamaño de la población; sino que se mantiene alrededor de 500 y 600 personas.

### Experimento 4

Este experimento es una ampliación del primero, en donde el único parámetro modificado fue la población. El análisis a concluir, es proporcionalmente el mismo, ya que los valores de  $\beta$  y  $\nu$  se mantienen iguales.

### General

Tras analizar los experimentos realizados, se puede concluir que la velocidad de propagación de una infección está directamente relacionada con el parámetro  $\beta$ , que representa la tasa de infección per cápita. Esta conclusión es lógica, ya que a mayor tasa de infección, se observa una mayor velocidad de contagio. Del mismo modo, se concluye que el parámetro  $\nu$ , que representa la tasa de retiros, también influye en la velocidad de propagación entre las personas retiradas.

En algunos casos, se observó que el avance de los análisis fue más lento, lo que requirió un aumento en el tiempo de ensayo para obtener conclusiones definitivas sobre cada experimento.

Aunque se realizó un único experimento variando el tamaño de la población, fue suficiente para concluir que este parámetro no tiene un efecto significativo en el cambio de las funciones estudiadas.