

Volumes por Seções Transversais

Luis Alberto D'Afonseca

Integração e Séries

Conteúdo

Volume por Seções Transversais

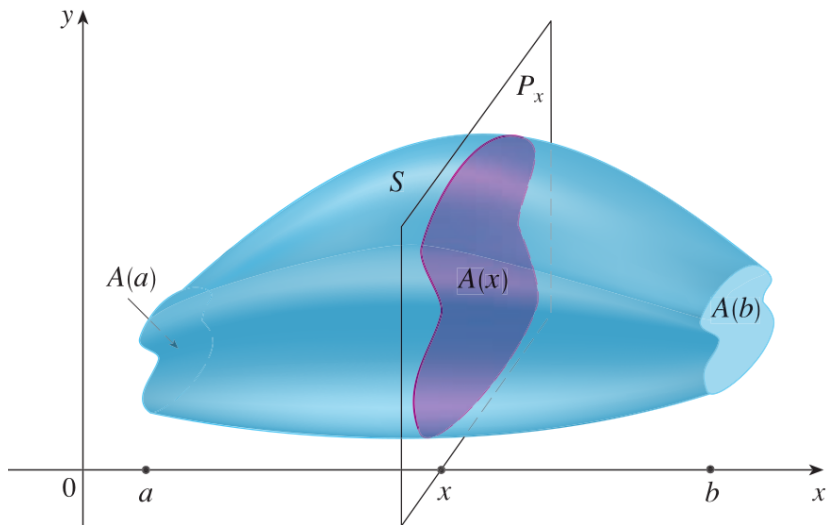
Exemplos

Exemplo 1

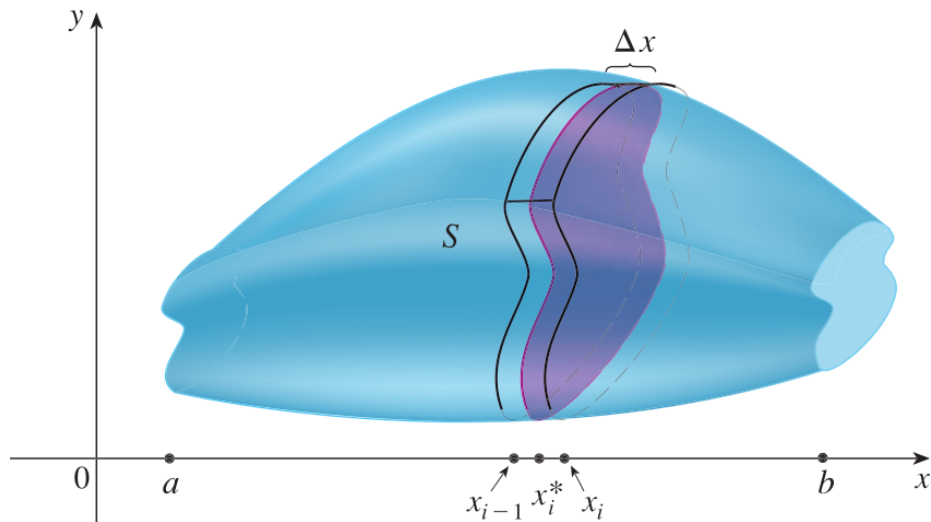
Exemplo 2

Lista Mínima

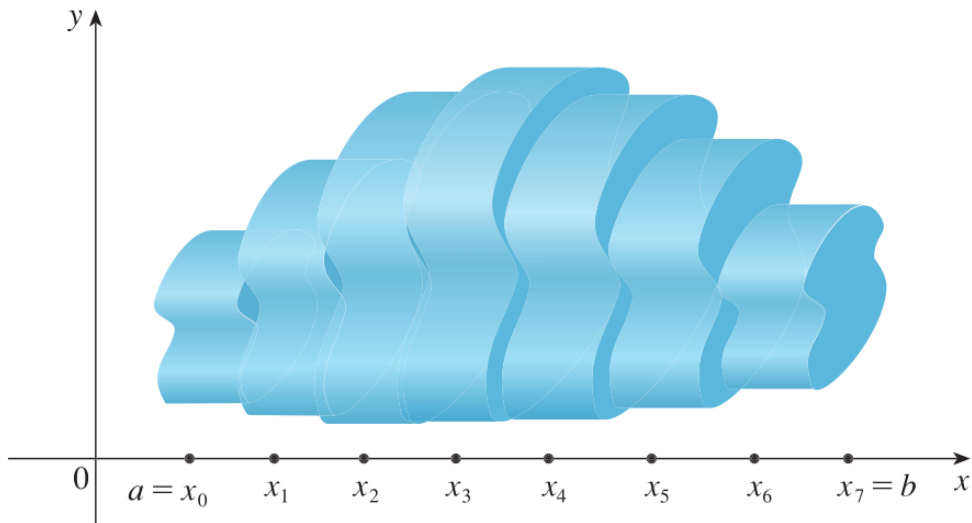
Volume por Seções Transversais



Volume por Seções Transversais



Volume por Seções Transversais



Volume por Seções Transversais

S um sólido

P_x plano passando por x e perpendicular ao eixo x para $a \leq x \leq b$

$A(x)$ área da secção transversal de S em P_x

O volume de S é

$$V = \int_a^b A(x) dx$$

Passo a Passo

1. Faça o **esboço** do sólido e uma seção transversal típica
2. Encontre uma **expressão** para $A(x)$
3. Determine os **limites de integração**
4. **Integre** $A(x)$ para determinar o volume

Conteúdo

Volume por Seções Transversais

Exemplos

Exemplo 1

Exemplo 2

Lista Mínima

Exemplo 1

Exemplo 1

Determine o volume da pirâmide de base quadrada com lado 3 m e 3 m de altura

A seção transversal da pirâmide, perpendicular a altura e a x metros abaixo do vértice, é um quadrado com x metros de lado.

Exemplo 1 – Volume

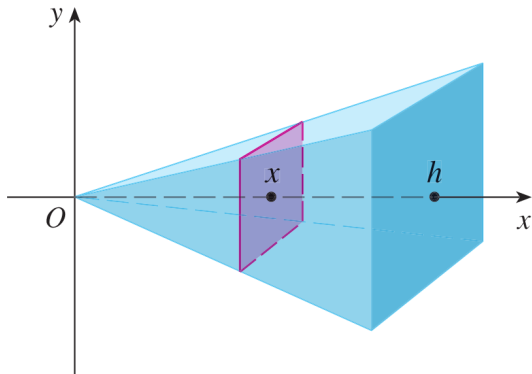
$$V = \int_0^3 A(x) dx$$

$$= \int_0^3 x^2 dx$$

$$= \frac{x^3}{3} \Big|_0^3$$

$$= \frac{27}{3}$$

$$= 9 \text{ m}^3$$



Exemplo 2

Exemplo 2

Encontre o volume de uma esfera de raio r

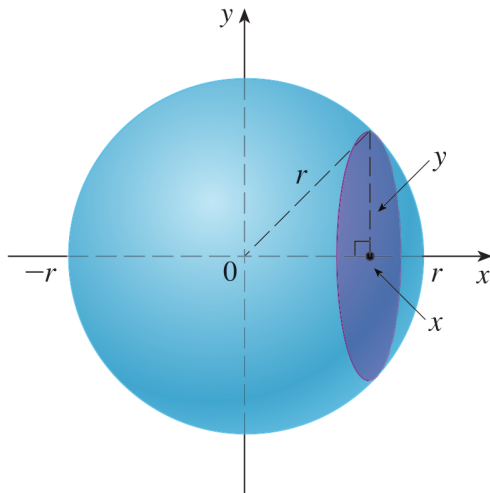
Exemplo 2 – Área da seção transversal

P_x perpendicular ao eixo x

Raio do círculo $y = \sqrt{r^2 - x^2}$

Área da seção transversal

$$A(x) = \pi y^2 = \pi(r^2 - x^2)$$



Exemplo 2 – Volume

$$\begin{aligned} V &= \int_{-r}^r A(x) \, dx \\ &= \int_{-r}^r \pi (r^2 - x^2) \, dx \\ &= 2\pi \int_0^r r^2 - x^2 \, dx && \text{simetria} \\ &= 2\pi \left(r^2 x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^r && \text{TFC 2} \\ &= 2\pi \left(r^3 - \frac{r^3}{3} \right) \\ &= \frac{4}{3} \pi r^3 \end{aligned}$$

Conteúdo

Volume por Seções Transversais

Exemplos

Exemplo 1

Exemplo 2

Lista Mínima

Lista Mínima

Estudar a Seção 3.3 da Apostila

Exercícios:

Atenção: A prova é baseada no livro, não nas apresentações