



# ZIP MATH – Um jogo de RPG para ensino de probabilidade

Tâmisson Santos Reis  
Luis Alberto D'Afonseca

# ZIP Math – Um jogo de RPG para ensino de probabilidade

Tâmisson Santos Reis  
Luis Alberto D’Afonseca

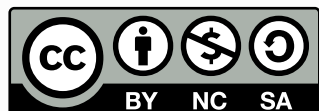
12 de outubro de 2022

Esta apostila é produto do mestrado de Tâmisson Santos Reis defendida em 2022 no Profmat do Cefet-MG [5]. O texto completo da dissertação pode ser baixado [aqui](#).



A versão mais recente desta apostila pode ser baixada clicando ou escaneando o código QR.

Arte da capa: [Imagem](#) de [Donna Kirby](#) baixada de [Pixabay](#)



Essa obra tem a licença [Creative Commons](#) “Atribuição-NãoComercial-CompartilhaIgual 4.0 Internacional”.

# Sumário

<b>Prefácio</b>	<b>1</b>
<b>I Regras do Jogo</b>	<b>4</b>
1 Regras Gerais	5
2 Criação de Personagens	7
3 Jogando uma Campanha	11
4 Realizando um Combate	13
5 Compreendendo as Magias	17
5.1 Magias arcanas . . . . .	18
5.2 Magias clericais . . . . .	19
6 Comércio e Sistema Monetário	20
6.1 Taverna e Hospedaria . . . . .	21
6.2 Ferreiro . . . . .	21
6.3 Mercado . . . . .	22
7 Campanha Inicial – Tutorial	23

<b>II</b>	<b>A Matemática do Jogo</b>	<b>26</b>
<b>8</b>	<b>Métodos de Contagem</b>	<b>27</b>
8.1	Princípio Aditivo . . . . .	28
8.2	Princípio Multiplicativo . . . . .	29
8.3	Exercícios . . . . .	34
<b>9</b>	<b>Probabilidade</b>	<b>36</b>
9.1	Apresentação de Probabilidade . . . . .	36
9.2	A Relação entre Contagem e Probabilidades . . . . .	41
9.3	Exercícios . . . . .	43
	<b>Respostas</b>	<b>44</b>
	<b>Resumo das Regras e Ficha de Personagens</b>	<b>45</b>
	<b>Referências</b>	<b>48</b>
	<b>Índice Remissivo</b>	<b>49</b>

# Prefácio

Esta apostila foi criada como resultado de uma dissertação de Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT), pelo Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET-MG) e tem como objetivo a criação de mais uma ferramenta que possa auxiliar os educadores a introduzir conceitos matemáticos através da aplicação de um jogo, bem como criar um manual que pode ser usado independente de sala de aula para gamificação de narrativas que os próprios jogadores quiserem construir.

Ensinar Matemática é um caminho em que existem diversas barreiras, desde barreiras sociais quanto pelo próprio estilo de construção do conhecimento que a Matemática se sustenta. Cada geração de educadores busca propor novas estratégias para resolver os problemas que surgem no processo de ensino e na tradução da linguagem dura da matemática em exemplos empíricos.

A elaboração deste material tem por objetivo a construção de um material complementar, que não visa uma substituição completa do método tradicional de ensino. Ele foi pensado para trabalhar apenas os tópicos de Probabilidade e Análise Combinatória em uma dificuldade acessível a estudantes de ensino fundamental, dada habilidade pedagógica do mestre.

Os jogos na educação já são usados há muito como ferramenta complementar para a educação, principalmente da Matemática, e fornecem, se não uma melhoria no aprendizado, uma melhoria da relação do estudante com o conteúdo.

A vantagem de se valer do RPG é que ele permite que o ensino da Matemática se dê através de duas formas. A primeira maneira que o RPG, assim como grande parte dos jogos de tabuleiro, contribui no processo de aprendizagem da Matemática é familiarizando o jogador com as ferramentas de sorte como as cartas, dados, roletas ou quaisquer formas de testar sorte. Por outro lado, o RPG tem a questão de



interpretação de papéis, onde os jogadores se veem diante uma narrativa que pode ser construída para trazer conhecimentos históricos, filosóficos, literários, políticos e matemáticos.

Por este caráter paradidático a Matemática apresentada no texto não será apresentada em sua roupagem formal, mas uma apresentação mais condizente com a que qualquer indivíduo possa compreender.

A Parte I do texto trata das regras do sistema do RPG adaptado de forma a facilitar aplicação em sala de aula com materiais simples, mas esta Parte I também pode facilmente ser utilizada como manual de regras para jogos sem nenhuma temática de ensino. Já a Parte II é uma apostila de introdução aos conceitos de probabilidade e contagem explorados no Ensino Fundamental, contextualizado com o jogo proposto.

## O que é RPG?

RPG, (*Roleplaying Game*), é um jogo onde cada jogador interpreta um personagem durante missões em busca de completar uma narrativa. É um jogo interativo, onde cabe aos jogadores escolher como o personagem irá lutar, sobreviver e superar as dificuldades apresentadas a ele pelo mestre.

O mestre, em um jogo de RPG, é um jogador que vai apresentar a narrativa, guiar os personagens, explicar e aplicar as regras do jogo. Além do RPG que apresentamos nesta apostila, outros três exemplos de fácil acesso, por serem nativamente em Português, são o [ZIP](#) e o [Tagmar](#), que são gratuitos, e o [Tormenta](#), que é pago. Cada um desses RPGs conta com sistemas de regras de distintos graus de complexidade.

A maior vantagem de um RPG é que as regras podem ser alteradas, removidas ou criadas pelo mestre para adequar o jogo às suas necessidades. Essa alteração no conjunto de regras abre espaço para que toda a narrativa seja possível e plausível dentro de um universo de RPG. Por exemplo, é possível construir RPGs de aventura solo, um livro onde um jogador segue a narrativa pré-produzida, até uma grande multidão de jogadores em um Live Action RPG, uma modalidade de RPG onde várias pessoas fantasiadas se juntam para aumentar a imersão.

O jogo pode se passar em um mundo mágico ou num futuro apocalítico. Pode ser no planeta terra ou em viagens espaciais. Os personagens podem ser desde super-heróis

em lutas galácticas ou humanos comuns lidando com problemas normais. Tudo fica por conta da narrativa criada pelo mestre.

Essa liberdade narrativa torna opcional que se siga uma coerência histórica com o mundo real, mas é fundamental que o narrador, mestre, mantenha a narrativa coesa. Se a campanha ocorre com base na mitologia grega é de se esperar que não existam armas de fogo no universo. O mestre tem que estar preparado para jogadas ruins dos jogadores, como sacrificar um habitante do mundo sem se importar se ele é importante para a história.

Os resultados das ações dos personagens são delimitados pelos seus atributos e ocorrem com testes de sorte. Este tipo de teste de sorte ocorre a partir de um algoritmo específico para cada situação que pode variar em cada sistema. Neste contexto o combate também segue um conjunto de regras próprio, pois deve levar em conta tanto a capacidade do atacante gerar dano ao inimigo quanto a chance deste de esquivar ou defender.

Então RPG é essa combinação de narrativa, interpretação e sorte. De certa forma é um jogo de todos contra o mestre, pois o mestre quem criou os problemas que os personagens irão superar. Mas para o mestre os jogadores não são inimigos, são os protagonistas vivos da história que ele quer contar.



# I

## REGRAS DO JOGO



# Regras Gerais

Cada missão criada para os personagens é chamada de Campanha e o conjunto de campanhas cumpridas com os mesmos personagens é chamada de Aventura.

De forma geral cada campanha tem uma história linear como fundamento, a ser criada pelo mestre. Essa história deve permitir imprevisto o suficiente para que as escolhas de jogadores sejam contrárias ao plano inicial, mas ainda assim que sejam capazes de alcançar o resultado previsto.

Essa história pode ser educativa ou não. Pode ser um passeio no deserto aprendendo sobre as geometrias das pirâmides ou só uma luta desenfreada de heróis mercenários em busca de fama e renome.

Neste jogo o contrato de trabalho dos personagens, como aventureiros, prevê que eles sejam recompensados por comissão, ou seja, eles recebem pagamentos mediante cumprimento de certas condições das missões aceitas. O contrato base oferece a cada jogador uma moeda de ouro por vitória em batalhas contra monstros e inimigos da missão, não recompensando por quaisquer outras lutas que os jogadores escolherem entrar. Além disso deve existir um pagamento parcial pela conclusão de cada parte importante que ajudaria na missão, bem como um valor final. Toda alimentação será paga pelo contratante, razão pela qual o jogador não precisa se preocupar com gasto em alimentos.

Um exemplo de campanha é apresentado no Capítulo Tutorial, mas, geralmente, as campanhas se desenvolvem da seguinte forma:

- ◇ Os personagens vão até a taberna e aceitam a missão, momento em que terão parte da história revelada a eles.
- ◇ Para cumprir a missão eles se deslocam da cidade inicial até o local da missão, onde devem obter novas informações sobre o que fazer ou lutar contra inimigos no local.
- ◇ Depois de batalhar e explorar as informações eles devem resolver o problema, o que geralmente envolve uma batalha contra um chefe.
- ◇ Após a resolução do problema eles ganham fama, prestígio e voltam como heróis para a cidade em que eles receberão o prêmio em dinheiro ou itens.

Cada jogador disporá de uma ficha do personagem onde constarão todas as capacidades, habilidades e posses de seu personagem. O conhecimento das regras possibilitará ao jogador conhecer as limitações e possibilidades de seu personagem e de seu ambiente. O que não é definido pelo Livro de Regras deve ser analisado pelo mestre de forma a manter um certo grau de verossimilhança e coesão no ambiente fantástico. Os habitantes do mundo são controlados pelo mestre, desde suas ações em jogo como em batalha.

Neste jogo serão usadas duas ferramentas de teste de sorte. Uma moeda e um dado cúbico, de seis lados, chamado de “*D6*”, onde D indica que é um dado e número 6 representa a quantidade de lados.

## Criação de Personagens

Todo personagem deve ter características que possam fazer dele o mais vivo possível como possuir um nome, uma raça, um Ponto Forte e uma classe. É opcional a inclusão de informações como uma história pregressa simples, gênero, idade, altura, peso ou qualquer coisa que enriqueça sua individualidade, uma vez que esses fatores não serão considerados como base de cálculo para jogabilidade, mas podem enriquecer drasticamente o *Roleplay*.

Todo personagem criado, antes da escolha de qualquer característica ou melhoria dos armamentos, consegue resistir a 12 pontos de dano e, ao atacar, pode causar um ponto de dano. Dessa forma não há que se falar em pontos de vida, apenas na capacidade de receber e aguentar dano.

A primeira característica na criação de um personagem humano no nosso sistema de RPG é qual atributo em que este se destaca, chamado do Ponto Forte de um personagem. São quatro os atributos para possíveis pontos fortes: Força, Agilidade, Carisma e Vitalidade. Cada Ponto Forte gera benefícios distintos em determinadas ações.

Diametralmente oposto ao Ponto Forte é possível que o personagem também tenha Pontos Fracos. O Ponto Fraco causa efeito contrário ao do Ponto Forte, e quando um personagem possuir um Ponto Forte e Fraco pelo mesmo atributo os efeitos se anulam. O jogador só pode adquirir Pontos Fracos ao selecionar sua classe ou em caso de alguma armadilha ou efeito de venenos.

Os efeitos de Pontos Fortes são os apresentados abaixo:

**Força:** confere ao personagem vantagens em situações que envolvam força física, como levantar pesos ou quebrar uma porta. Todos os testes de força física têm dificuldade reduzida em um nível. O dano causado em combate, usando armas de mão ou desarmados, aumenta em um ponto.

**Agilidade:** o personagem possui domínio corporal sendo bastante ágil e atlético e é, portanto, capaz de realizar saltos mais complexos ou qualquer movimento que exija destreza. Testes de Agilidade diminuem em dificuldade. Aumenta um ponto de dano em armas de projéteis (arcos, balestras ou facas arremessadas) ou armas leves (facas).

**Carisma:** representa a capacidade natural de ser sociável, causando aos outros uma reação favorável, tanto pela atratividade física quanto pela simpatia. Ter Ponto Forte em carisma resulta na redução em um nível da dificuldade de causar boa impressão a um estranho (o nível de dificuldade é determinado pelo mestre, em função das circunstâncias). Muito útil para conseguir aliados, evitar conflitos e ainda melhor para obter descontos.

**Vitalidade:** torna o personagem extremamente resistente a tudo que possa causar um dano a sua saúde, como venenos, doenças, maldições, entre outros. Aumenta em 3 os Pontos de Dano do Personagem e em 1 a Defesa.

Além dos personagens humanos os jogadores podem escolher por personagens não humanos, cujos Pontos Fortes são definidos pela sua raça.

**Ogros:** Tem como características comuns corpos robustos e pele esverdeada, são abençoados naturalmente como uma Força acima do normal.

**Ponto Forte: Força.**

**Anãos:** Conhecidos pela baixa estatura e seus cuidados capilares, sempre ostentam barbas e cabelos bem penteados. Possuem uma paixão por escavação, ouro e são reconhecidos pela habilidade manual. São abençoados com velocidade e reflexos físicos além do normal.

**Ponto Forte: Agilidade.**

**Elfos:** São amantes e amados pela natureza, buscando sempre um bom convívio com as outras espécies. São conhecidos pela sua beleza e vaidade.

**Ponto Forte: Carisma.**

**Reptilianos:** Dizem que descendem de Dragões Ancestrais, talvez isso explique as escamas ultra resistentes que cobrem seus corpos como armaduras e a alta resistência que têm a venenos.

**Ponto Forte: Vitalidade.**

Além dos pontos fortes outro caráter importantíssimo é a Classe do personagem, que indica qual é o treinamento de combate e demais habilidades que este personagem desenvolveu ao longo de sua vida. As classes em nosso jogo são: Guerreiro, Assassino, Arqueiro, Mago, Clérigo e Aldeão. Cada classe não mágica possui vantagens e desvantagens, com exceção da classe Aldeão que é neutra. O acesso a magias já é uma vantagem maior, pois ampliam drasticamente as possíveis estratégias, por isso as classes Mago e Clérigo possuem duas desvantagens. A diferença entre os tipos de magias será explicada posteriormente.

**Guerreiro:** Especialista em armas de mão (não inclui armas de projétil), pode usar escudos. Um guerreiro sacrifica sua velocidade em troca de causar mais dano ao adversário.

**Ponto Forte em Força; Ponto Fraco em Agilidade.**

**Assassino:** Ataca com facas, que podem ser arremessadas (armas de projétil até 5 metros) ou usadas como armas de mão; tem habilidade de se mover furtivamente; arrombar fechaduras; bater carteiras. O Assassino sacrifica a quantidade de dano que é capaz de causar em troca de aumentar sua destreza.

**Ponto Forte Agilidade; Ponto Fraco em Força.**

**Arqueiro:** Usa armas de projétil (arcos e bestas); rastreamento; sobrevivência; furtividade. Essa classe possui uma agilidade acima da média, infelizmente ela tem uma defesa frágil.

**Ponto Forte Agilidade; Ponto Fraco em Vitalidade.**

**Mago:** É capaz de realizar magias arcanas. O mago remodela seu corpo com magia, de forma que ele sacrifica sua saúde e é incapaz de gerar dano a alguém usando sua força física.

**Ponto Fraco: Vitalidade, Não pode causar dano físico.**

**Clérigo:** Especialista em defesa, pode usar escudos, é capaz de realizar magias clericais. Suas longas meditações reforçaram sua capacidade de resistir às enganações do mundo material, seu treinamento mágico reforça sua capacidade de sobrevivência.









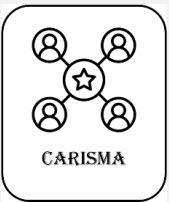

**Ponto Forte: Vitalidade; Pontos Fracos: Agilidade e Força.**

**Aldeão:** Pode usar qualquer arma de dano físico, mas não adquire especialidade nenhuma.

**Não possui Pontos Fortes ou Fracos.**

Além da descrição das características, a Ficha de Personagem também tem campos para registrar as armas usadas por ele, se ele tomou algum dano e quanto dinheiro ele possui.

Observe a ficha criada a seguir como exemplo de um possível personagem. Na página 47 tem um modelo de ficha de personagem em branco para ser utilizada pelos jogadores.

FICHA DE PERSONAGEM																																																											
JOGADOR: <i>Autor</i>		PERSONAGEM: <i>Drovark</i>																																																									
RAÇA: <i>Reptiliano</i>																																																											
<b>HISTÓRIA:</b> <i>Drovark, o mais velho de sua família de reptilianos, decidiu usar sua Vitalidade em aventuras como forma de garantir o sustento de sua família. Por ironia do destino ele passou a estudar sob a tutela de um grande mago, sendo assim um dos raríssimos Magos Reptilianos existentes. Os efeitos da sua Vitalidade se cancelam com as desvantagens de sua Classe, não alterando nenhum teste de atributo, mas permitindo que ele use magias arcanas.</i>																																																											
<b>CLASSE:</b> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center; margin-top: 10px;"> <div style="text-align: center;">   <b>GUERREIRO</b> </div> <div style="text-align: center;">   <b>ARQUEIRO</b> </div> <div style="text-align: center;">   <b>ASSASSINO</b> </div> <div style="text-align: center;">   <b>CLÉRIGO</b> </div> <div style="text-align: center;">   <b>MAGO</b> </div> <div style="text-align: center;">   <b>ALDEÃO</b> </div> </div>																																																											
<b>ATRIBUTOS:</b> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start; margin-top: 10px;"> <div style="text-align: center;">   <b>FORÇA</b> </div> <div style="text-align: center;"> <table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 60px;"> <tr><td style="font-size: 8px;">P. Forte:</td><td style="height: 20px;"></td></tr> <tr><td style="font-size: 8px;">P. Fraco:</td><td style="height: 20px;"></td></tr> <tr><td style="font-size: 8px;">Total:</td><td style="text-align: center; color: blue;">0</td></tr> </table> </div> <div style="text-align: center;">   <b>AGILIDADE</b> </div> <div style="text-align: center;"> <table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 60px;"> <tr><td style="font-size: 8px;">P. Forte:</td><td style="height: 20px;"></td></tr> <tr><td style="font-size: 8px;">P. Fraco:</td><td style="height: 20px;"></td></tr> <tr><td style="font-size: 8px;">Total:</td><td style="text-align: center; color: blue;">0</td></tr> </table> </div> <div style="text-align: center;">   <b>CARISMA</b> </div> <div style="text-align: center;"> <table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 60px;"> <tr><td style="font-size: 8px;">P. Forte:</td><td style="height: 20px;"></td></tr> <tr><td style="font-size: 8px;">P. Fraco:</td><td style="height: 20px;"></td></tr> <tr><td style="font-size: 8px;">Total:</td><td style="text-align: center; color: blue;">0</td></tr> </table> </div> <div style="text-align: center;">   <b>VITALIDADE</b> </div> <div style="text-align: center;"> <table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 60px;"> <tr><td style="font-size: 8px;">P. Forte:</td><td style="text-align: center; color: blue;">+1</td></tr> <tr><td style="font-size: 8px;">P. Fraco:</td><td style="text-align: center; color: blue;">-1</td></tr> <tr><td style="font-size: 8px;">Total:</td><td style="text-align: center; color: blue;">0</td></tr> </table> </div> </div>				P. Forte:		P. Fraco:		Total:	0	P. Forte:		P. Fraco:		Total:	0	P. Forte:		P. Fraco:		Total:	0	P. Forte:	+1	P. Fraco:	-1	Total:	0																																
P. Forte:																																																											
P. Fraco:																																																											
Total:	0																																																										
P. Forte:																																																											
P. Fraco:																																																											
Total:	0																																																										
P. Forte:																																																											
P. Fraco:																																																											
Total:	0																																																										
P. Forte:	+1																																																										
P. Fraco:	-1																																																										
Total:	0																																																										
<b>EQUIPAMENTOS:</b> <table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%; margin-top: 10px;"> <thead> <tr> <th></th> <th>TRAPO</th> <th>SUCATA</th> <th>NORMAL</th> <th>ENCANTADA</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>ARMA</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">+1</td> <td style="text-align: center;">+2</td> <td style="text-align: center;">+4</td> </tr> <tr> <td>ARMADURA</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">-1</td> <td style="text-align: center;">-2</td> <td style="text-align: center;">-4</td> </tr> <tr> <td>ESCUDO</td> <td style="text-align: center;">50% <small>Dif:Alta</small></td> <td style="text-align: center;">100% <small>Dif:Alta</small></td> <td style="text-align: center;">50% <small>Dif:Média</small></td> <td style="text-align: center;">100% <small>Dif:Média</small></td> </tr> </tbody> </table>			TRAPO	SUCATA	NORMAL	ENCANTADA	ARMA	0	+1	+2	+4	ARMADURA	0	-1	-2	-4	ESCUDO	50% <small>Dif:Alta</small>	100% <small>Dif:Alta</small>	50% <small>Dif:Média</small>	100% <small>Dif:Média</small>	<b>ITENS:</b> <table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%; margin-top: 10px;"> <tbody> <tr> <td>Kit Primeiros Socorros</td> <td style="text-align: center; color: blue;">11</td> </tr> <tr> <td>Kit Médico</td> <td></td> </tr> <tr> <td>Kit Acampamento</td> <td></td> </tr> <tr> <td>Benção Divina</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>		Kit Primeiros Socorros	11	Kit Médico		Kit Acampamento		Benção Divina																													
	TRAPO	SUCATA	NORMAL	ENCANTADA																																																							
ARMA	0	+1	+2	+4																																																							
ARMADURA	0	-1	-2	-4																																																							
ESCUDO	50% <small>Dif:Alta</small>	100% <small>Dif:Alta</small>	50% <small>Dif:Média</small>	100% <small>Dif:Média</small>																																																							
Kit Primeiros Socorros	11																																																										
Kit Médico																																																											
Kit Acampamento																																																											
Benção Divina																																																											
<b>PONTOS DE DANO BASE:</b> 12 + Vitalidade = <span style="color: blue;">32</span>		<b>OURO:</b>																																																									
<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%; margin-top: 10px;"> <tr> <td style="width: 20%;">Inicial</td> <td style="width: 10%; text-align: center;">00</td> <td style="width: 20%;"></td> <td style="width: 20%;"></td> </tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> </table>		Inicial	00																											<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%; margin-top: 10px;"> <tr> <td style="width: 20%;">Inicial</td> <td style="width: 10%; text-align: center;">4</td> <td style="width: 20%;"></td> <td style="width: 20%;"></td> </tr> <tr> <td><i>Kit Primeiros Socorros (2)</i></td> <td style="text-align: center; color: blue;">-4</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td> </td><td style="text-align: center; color: blue;">0</td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> </table>		Inicial	4			<i>Kit Primeiros Socorros (2)</i>	-4				0																		
Inicial	00																																																										
Inicial	4																																																										
<i>Kit Primeiros Socorros (2)</i>	-4																																																										
	0																																																										

## Jogando uma Campanha

Todas as ações dentro do jogo serão calculadas com duas moedas e um *D6*. Os testes de atributos serão decididos primariamente com as moedas enquanto o *D6* servirá para auxiliar o cálculo dos danos sofridos e causados, sortear aumento da premiação em dinheiro entre outros possíveis usos que o mestre propor.

Os testes de sorte são realizados com moedas e possuem três níveis de dificuldade, onde coroa significa sucesso e cara resulta em fracasso, e o critério do grau de dificuldade depende da análise do mestre. Os graus de dificuldade são divididos nos cinco níveis a seguir:

**Certo:** 100% de chance de sucesso.

**Baixo:** o jogador joga a moeda duas vezes. Se conseguir ao menos um sucesso a ação foi bem-sucedida. Nesse caso existe 75% de chance de ser bem-sucedido.

**Médio:** o jogador joga uma moeda. Nesse caso existem 50% de chance ser bem-sucedido.

**Alto:** o jogador joga a moeda duas vezes. Você tem que conseguir sucessos nas duas jogadas, caso contrário falha. Nesse caso existem 25% de chance ser bem-sucedido.

**Impossível:** Não há como ser bem-sucedido.

É nesse momento que a escolha dos Pontos Fortes e Classe dos personagens interferem na dinâmica do jogo. Se um personagem tem como Ponto Forte o atributo Agilidade a dificuldade Alta de um teste se torna Média, um teste de dificuldade Média se torna Fácil e um teste Fácil se torna Certo. Por outro lado, as classes geram desvantagens,



tendo efeito contrário aos Pontos Fortes neste caso. O mestre decidirá se um ponto forte pode tornar um evento Impossível em um teste Difícil.

A narrativa abaixo serve como um exemplo de testes de sorte. O grupo precisa adentrar no covil de bandidos que roubaram um carregamento de ouro do seu contratante. Depois de uma discussão o grupo percebe que a opção de entrar atacando todo mundo é extremamente arriscada e assim o personagem com Ponto Forte em Agilidade e de Classe Assassino resolve entrar sorrateiramente durante a madrugada e encontrar um caminho mais seguro para recuperar o Ouro.

Após a decisão tomada o mestre define que o nível de dificuldade para a infiltração é Alta, pois vários bandidos ainda estão acordados comemorando o resultado positivo da pilhagem além de existirem sentinelas a postos para vigiar o covil durante a noite, no caso de falha o personagem acumula 3 pontos de dano para escapar com vida ou deve lutar.

Como o personagem é especialista em Agilidade, o teste, que deveria ser de dificuldade Alta, se torna de dificuldade Média e o mestre define que por causa da profissão de Assassino os efeitos de um teste negativo não são tão grandes assim, podendo lutar ou sair sofrer um ponto de dano.

Com base nessa análise de jogo, agora é a vez do jogador realizar o teste de dificuldade Média jogando uma moeda para testar seu sucesso.

## Realizando um Combate

Durante um jogo de RPG existem diversas situações de batalha, onde o grupo dos personagens encontra um grupo de adversários hostis. Esse grupo pode ser composto de vilões, monstros, animais selvagens, entre outros. O mestre pode considerar criar combates opcionais, onde as ações dos jogadores evitariam que um grupo neutro aos jogadores reagisse a eles com hostilidade. Por exemplo: se os jogadores atacarem pessoas dentro de uma cidade eles criam inimizade com os guardas locais; se os jogadores estão se espreitando em um castelo, uma ação em falso poderia criar um alerta sobre a presença de intrusos.

O combate ocorre por turnos, cada personagem e adversário tem seu momento de jogo. Quando no seu turno o jogador pode escolher uma das seguintes ações: se afastar, se aproximar, atacar, defender, usar magia ou passar o turno. Estas ações exigem um teste de sorte, que serão realizados da mesma forma dos testes de atributos. A decisão da ordem de ataque depende da estratégia do grupo ou, no caso de alguma armadilha por exemplo, da definição do mestre junto com um teste.

Em uma batalha normalmente existirão dois times, os jogadores contra os adversários. Quando for o turno dos jogadores eles escolherão a ordem dos personagens. Quando da vez dos adversários o mestre escolherá a ordem de inimigos que irão atacar.

O acerto em um combate físico também tem três graus de dificuldade:

- Baixo:** Se o adversário possui habilidade inferior.
- Médio:** Se o adversário possui habilidade equivalente.
- Alto:** Se o adversário possui habilidade superior.

Em combate com armas de projétil deve ser considerado também se a distância entre os adversários está dentro do alcance do atacante, caso contrário o ataque é impossível. Além dessas considerações é possível pensar vários cenários em que a dificuldade de acerto poderia variar. Um Arqueiro atacar um Guerreiro a distância é mais fácil que um Guerreiro atacar o Arqueiro a distância. Um clérigo tem dificuldade de esquivar, logo todo ataque a um clérigo possui maior chance de acerto. Todas essas análises devem ser feitas pelo mestre de acordo com a condição de batalha e de forma coerente com os personagens.

Personagens com Classes Clérigo e Guerreiro podem ser portadores de escudos e tem a opção de escolher defender ao invés de atacar. O efeito da defesa no turno é permitir que, sempre que o personagem for alvo de um ataque, ele possa realizar um teste de dificuldade para reduzir o dano de acordo com a qualidade do escudo (ver tópico sobre Armas e Armaduras 6.2). Tanto a porcentagem de redução do dano quanto a dificuldade do teste de sorte são diretamente relacionados à qualidade dos equipamentos.

Chamamos de **Dano físico** qualquer ferimento ou condição que afete a saúde do personagem, pode ser oriundo de batalha, armadilha, poções, maldições ou outras formas.

Para controlar o estado físico do personagem utiliza-se um sistema que avalia a saúde deste com base no número de pontos de dano que o personagem recebeu. Isso é, ao invés de calcular o total de pontos de vida que o personagem tem se calcula quanto de dano ela consegue acumular, somando os danos recebidos ou subtraindo no caso de curas, atendimentos médicos e descanso.

A qualidade de uma arma, da armadura e do escudo também auxiliam a aumentar o dano efetuado e reduzir o dano sofrido. Danos oriundos de armadilhas, envenenamentos, acidentes ou outros eventos inesperados devem ser definidos pelo mestre.

Como já dito, todo personagem aguenta até 12 pontos de dano físico, se ele tiver como Ponto Forte a Vitalidade ele consegue resistir a mais 3 pontos de dano que o normal, totalizando 15 pontos. Ao receber 12 pontos de dano um personagem **desmaia**. Caso algum dos jogadores não retirem o parceiro desmaiado da zona de combate a tempo e ele sofra um novo ataque o personagem **morre**. Retirar o parceiro da zona de batalha gasta um turno de um dos personagens.

No caso de morte de um personagem o jogador perde todo dinheiro acumulado, mas, para que o jogador continue no jogo, ele pode criar um novo personagem, com uma

nova ficha, onde um parente ou amigo próximo do falecido personagem assume sua posição. O novo personagem herda os itens do falecido e só poderá participar do jogo após período determinado pelo mestre.

Caso o personagem seja salvo durante a batalha ele deve fazer uso de um 'Kit de Primeiros Socorros' ou dormir em um Acampamento. Normalmente essas ações reduziram os danos acumulados nos jogadores mas, como ele estava gravemente ferido, apenas um item não será suficiente para deixar o jogador preparado para um novo combate.

Ao ser acordado o personagem será capaz de se proteger ficando longe da zona de batalha, mas não será capaz de suportar nenhum ataque. Ele recuperará pontos de dano perdidos após receber alguma cura, seja por acampamento, hospedaria ou pela ajuda do Clérigo. Caso ele não seja acordado depois da batalha algum outro jogador deverá proteger o amigo ferido, sem participar da batalha.

O Clérigo, que possui poder de cura, só pode usar o poder duas vezes antes de um descanso de um dia para o outro, e para que a cura seja realizada ele deve fazer um teste de dificuldade Média.

Qualquer personagem pode realizar os Primeiros Socorros desde que possua o item consumível 'Kit de Primeiros Socorros' adquirido no mercado, essa habilidade não reduz o nível de dano, mas cura efeitos negativos que geram danos contínuos, como envenenamento ou sangramento.

Em uma situação de combate, o Dano é calculado usando as seguinte lógica. O total máximo que o atacante irá causar é encontrado somando o bônus da arma, as vantagens dos pontos fortes e desvantagens dos pontos fracos do atacante. A esse valor se irá adicionar o resultado do lançamento de um dado *D6*.

$$\text{Ataque} = \text{Arma} + \text{Pontos Fortes} - \text{Pontos Fracos} + D6$$

Já a resistência do defensor a esse dano será calculado somando o bônus de defesa da armadura, os pontos fortes e os pontos fracos do defensor.

$$\text{Defesa} = \text{Armadura} + \text{Pontos Fortes} - \text{Pontos Fracos}$$

Para calcular o dano real basta subtrair o Ataque e a Defesa.

$$\text{Dano} = \text{Ataque} - \text{Defesa}$$

O dano sempre será positivo, no caso de a defesa ser maior que o ataque o dano resultante é zero.

No caso de um jogador possuir escudos ele deverá realizar o teste de sorte e, no caso de sucesso, aplicar a redução do dano de acordo com o nível do escudo.

O valor do dano é, então, adicionado ao total de Pontos de Dano acumulado do personagem.

Já o dano contínuo aumenta um Ponto de Dano a cada ação do jogador e pode ser causado por envenenamentos, maldições, sangramento, ossos quebrados ou deslocados. Caso o Jogador tenha Ponto Forte em Vitalidade ele recebe um de dano a cada duas ações, caso ele tenha Ponto Fraco em Vitalidade ele acumula dois Pontos de Dano por ação. Escolher não fazer nada bloqueia o acúmulo de dano contínuo temporariamente.

O mestre ainda pode inserir em sua narrativa outras situações onde dano seria causado, como afogamento, quedas ou acidentes.

# Compreendendo as Magias

No contexto deste RPG Magia é a manifestação da capacidade de um indivíduo em direcionar a energia de uma fonte externa para realizar ações de acordo com suas vontades. O treinamento de magia condiciona o corpo do praticante de forma que o personagem seja capaz de absorver, armazenar e conduzir essa energia a cumprir seus desígnios. Toda invocação de magia é instantânea e, no caso de magias contínuas, elas só perdem o efeito caso o conjurador fique inconsciente ou opte por terminá-las.

Existem basicamente duas fontes de Magia. As magias com origem na natureza são as chamadas magias arcanas, que tendem a ser agressivas tanto com o inimigo quanto com o usuário, que deve domar e armazenar uma grande quantidade de energia antes de quase toda magia. Enquanto isso a magia clerical é cedida pelo divino e obtida como recompensa pela fé, é muito mais branda que a arcana sendo também extremamente volátil pois podem existir situações em que o uso de certa magia contraria os ensinamentos da fé do personagem.

É possível que o mestre retire ou acrescente magias, que limite a quantidade de magias que um jogador possa aprender ou altere o funcionamento proposto.

## 5.1 Magias arcanas

---

A Magia Arcana é praticada apenas por magos, que só podem lutar através do uso de magia. Toda magia arcana tem um tempo de recarga, ou seja, uma quantidade de tempo em que o jogador deve esperar para repetir o uso da mesma magia mesmo em combates distintos. Esse tempo é contado em turnos de combate, durante cada ação que o personagem realiza durante uma batalha, por isso:

**Cada magia demora um total de oito ações para voltar a funcionar.**

O mago pode, em troca de quatro pontos de dano, forçar a invocação de uma magia que está recarregando. Além de esperar a única forma de eliminar o tempo de carregamento das magias é dormindo em local seguro.

**Detectar magia:** permite descobrir se um objeto ou ser está enfeitado, mas não por qual magia. Dificuldade Média.

**Ler línguas:** permite, apenas ao mago, ler durante 1 minuto escritos cuja língua o mago desconhece. Dificuldade Baixa.

**Criar fogo:** permite atear fogo, acendendo fogueiras ou tochas, por exemplo. Capaz de causar dano igual a  $D6$  se o adversário se encontra a menos de 5 metros. Em combate exige teste de dificuldade baixa.

**Projétil Mágico:** uma bola de energia mágica que atinge inimigos dentro de 10 metros. O ataque é certo e causa um dano igual ao resultado de um dado  $D6$ . Se o mago desejar ele pode realizar um teste de dificuldade Alta, o dano pode ser aumentado para a soma de dois  $D6$ , atingindo até 3 oponentes em troca de dois pontos de dano do personagem.

**Sono:** faz adormecer um ser que estiver a até 10 metros de distância, o fazendo adormecer durante dois turnos do adversário, onde ele não pode realizar nenhuma ação. É necessário fazer um teste de dificuldade média para ver se o mago foi bem-sucedido. Se o ser for irracional a dificuldade será baixa, se for racional será média e se for um chefe será alta.

**Levitar:** permite que o mago se mova lentamente, apenas na vertical. O mago tem que esperar uma rodada para alcançar a altura desejada. Essa ação o deixa fora de alcance para ataques com distância menor ou igual 5 metros por três turnos.



**Confusão:** cria uma imagem tridimensional, com 50% de chance de enganar um ser racional, dificuldade média. Pode ser feita a até 10 metros do mago, e se desfaz ao ser tocada. O inimigo fica confuso durante dois turnos e realizará um teste de dificuldade média, caso seja bem sucedido ficará imóvel, caso falhe atacará a si próprio ou a um de seus companheiros.

## 5.2 Magias clericais

---

A magia clerical é a energia da divindade que responde à fé do clérigo. Na verdade, o clérigo é um sacerdote-guerreiro, capaz de usar um cajado como instrumento de combate, não dependendo de magia para lutar. O clérigo só pode realizar uma magia por situação em que ele ou seus companheiros estejam em perigo, como em um combate. O mestre decide se o uso da magia está de acordo com as vontades divinas.

**Curar:** recupera 4 pontos de dano de outro personagem que não seja o clérigo. Só pode ser utilizada duas vezes entre um descanso e outro. Dificuldade Baixa.

**Globo de luz** cria um globo de luz, de força equivalente a uma lanterna.

**Afastar monstros:** Não é suficiente para conter seres muito poderosos ou em grande número, a critério do mestre. Todos os adversários ficam um turno sem jogar.

**Abençoar:** Reduz em um nível de dificuldade a próxima ação de um companheiro ou a própria. Teste de dificuldade média.

**Amaldiçoar:** Aumenta em um nível de dificuldade a próxima ação de um adversário. Teste de dificuldade média.

## Comércio e Sistema Monetário

A vida de aventureiro não é nada simples. Todo o trabalho tem como objetivo arrecadar riquezas e deve ser recompensado em moedas de ouro, que serão usadas no Mercado, na Hospedaria e no Ferreiro.

Todo personagem inicia a campanha em posse de 4 moedas de ouro. Como já explicado os personagens trabalham por um contrato que garante a eles suas refeições. Cada personagem recebe uma moeda de ouro por batalha contra inimigos relacionados às missões, mais um bônus a cada conquista relevante para o cumprimento da missão. Caso o mestre queira incluir a noção de tempo de jogo ele pode criar missões que recompensem pela rapidez ou punam os jogadores pela demora na execução das missões.

Um personagem com Ponto Forte em Carisma pode conseguir negociar preços. Ele faz na sequência os testes de dificuldade Alta, Média e Baixa e tendo sucesso em algum deles ele obtém os seguintes descontos

20% Caso tenha sucesso em um teste de dificuldade Alta.

15% Caso tenha sucesso em um teste de dificuldade Média.

10% Caso tenha sucesso em um teste de dificuldade Baixa.

Podendo assim poupar bastante dinheiro para o grupo a longo prazo. Os testes só podem ser realizados na primeira interação com cada comerciante entre missões.

## 6.1 Taverna e Hospedaria

---

A ‘Taverna e Hospedaria’ é onde os personagens se reúnem para buscar missões, descansar de suas viagens e obter cuidados médicos. A alimentação do grupo de aventureiros é gratuita, mas o uso dos quartos deve ser pago.

**Cochilo:** Reduz 3 pontos do dano acumulado, gasta 6 horas e custa uma moeda de ouro por personagem.

**Pernoite:** Reduz em 7 os pontos de dano acumulados, demora 12 horas e custa duas moedas de ouro por personagem.

**Atendimento Médico:** Zera os pontos de danos sofridos, demora 24 horas e custa 5 moedas por personagem.

O descanso em acampamentos arranjados no meio das missões tem efeitos semelhantes ao Cochilo e só pode ser utilizado quando em posse de um ‘Kit de Acampamento’.

## 6.2 Ferreiro

---

Todos os jogadores sempre estarão equipados com suas devidas armas e armaduras iniciais, que é presente oferecido quando um novo aventureiro completa sua missão inicial, o tutorial previsto nesta apostila. Os equipamentos recebidos são de qualidade tão baixa que não prejudicam nem ajudam no combate contra inimigos e são conhecidos como trapos.

A função do Ferreiro é, em troca de uma determinada quantia, ir melhorando seus equipamentos de acordo com os níveis: Trapo, Sucata, Normal e Encantado.

A arma, de acordo com seu nível, aumenta o dano do ataque dos personagens e a armadura, por sua vez, é responsável pelo aumento na defesa. Conforme apresentado na tabela abaixo.

	Trapo	Sucata	Normal	Encantada
<b>Arma</b>	0	+1	+2	+4
<b>Armadura</b>	0	−1	−2	−4

As classes que podem carregar o escudo também podem melhorá-lo no ferreiro. Cada melhoria no escudo pode diminuir tanto a dificuldade de sucesso na defesa quanto a capacidade de absorção de dano do ataque recebido.

<b>Escudo</b>	Trapo	Sucata	Normal	Encantado
Dificuldade	Alta	Alta	Média	Média
Absorção	50%	100%	50%	100%

O custo da melhoria se dá individualmente em cada item, e o jogador pode escolher o que vai querer aumentar primeiro. A primeira melhoria custa cinco moedas e cada melhoria seguinte custa o dobro da anterior, custando dez e vinte moedas. Não havendo impedimentos de, no caso do jogador possuir a quantia adequada, se realizar mais de uma melhoria no equipamento ao mesmo tempo.

	Trapo	Sucata	Normal	Encantado
<b>Custo</b>	—	5\$	10\$	20\$

## 6.3 Mercado

O Mercado possui apenas 3 itens, todos considerados caros mas extremamente úteis para qualquer aventureiro.

**Kit Primeiros Socorros:** Para ser usado fora de batalhas: cura situações negativas de dano contínuo, como envenenamento e sangramento. Acorda um companheiro desmaiado, não permitindo que entre em combate, mas diminuindo o fardo sobre os companheiros. Custa 2 Moedas de Ouro e é consumido com o uso.

**Kit Médico:** É a versão melhorada do Kit Primeiros Socorros. Recupera 3 pontos de dano de quem usa, caso usado em parceiro desmaiado ele pode voltar ao combate com esses dois pontos de dano. O efeito deste kit não é cumulativo com o Cochilo, por isso deve ser usado em emergências. Custa 4 moedas de ouro e é consumido com o uso.

**Kit de Acampamento:** Todos os personagens podem conseguir descansar ao levantar um acampamento em uma zona segura durante as campanhas, desde que um deles adquira esse Kit. Este Kit exige uma manutenção a cada três noites de uso. Custa 3 moedas de ouro por jogador, a manutenção custa uma moeda por jogador e recupera três pontos de dano por descanso.

Sobre o Kit Acampamento é ideal é que ele seja o primeiro item adquirido no jogo, uma vez que ele tem o maior custo benefício a longo prazo.

# Campanha Inicial – Tutorial

Nesse capítulo será apresentada uma proposta de narrativa para uma missão tutorial, que deve ser lida e estudada pelo mestre. Que pode planejar como continuar o resto da história.

Se você é jogador, pule este capítulo.

Como fazia todo dia, o taberneiro abriu sua Hospedaria para iniciar um dia de trabalho como qualquer outro. Há muito esta Hospedaria se tornara o principal local de encontro dos aventureiros da região pela limpeza dos quartos, suavidade da música e força de suas bebidas. Se tornou um local tão importante que o Senhor das terras decretou que nela deveria estar o quadro de aventuras, um local onde os aventureiros podem procurar as missões e problemas a serem resolvidos na região.

Para o taberneiro é um dia normal, como para qualquer outro. Mas para nossos novos jogadores ele será o primeiro entre vários dias de aventuras.

**Atenção mestre:** Como o tutorial é uma forma de introduzir os novos jogadores à mecânica do RPG, cada característica do personagem será apresentada em momentos distintos. Neste momento será introduzida a ficha de personagens, onde os jogadores escolherão apenas seus nomes e suas raças. Todos eles estão armados apenas com um bastão.

Essa primeira missão terá como finalidade a obtenção do Ponto Forte, portanto personagens raças não humanas ainda não usarão as vantagens dos pontos

fortes, você pode justificar isto com algum ritual específico que será realizado ao fim desta missão.

Para fins de tutorial todos os personagens são considerados muito jovens e estão iniciando suas aventuras, então classe de todos eles é, por enquanto, Aldeão. Como são iniciantes, eles começam sem dinheiro.

Neste ponto os jogadores escolhem o que fazer. Se querem explorar a aldeia e conversar com os habitantes da cidade ou se querem aceitar uma missão diretamente. Quando forem para escolher as missões o taberneiro deve oferecer o contrato de aventureiro, mas antes eles devem conhecer o Ferreiro e o Comerciante. Nessa ocasião você explica como funcionam os serviços dos três prédios. Só então o Taberneiro dará acesso ao quadro de missões.

“Hahaha, vejo que já estão bem equipados com bastões e tacapes. Agora estão prontos para realizar a primeira missão de vocês.” Disse o taberneiro. “Como são Aldeões ainda vou oferecer uma simples missão a vocês, ultimamente todos os meus sacos de mantimento têm aparecido com buracos e roídos. Aquelas malditas ratazanas estão invadindo de novo.”

**Missão Tutorial:** O subsolo da Taverna está com uma pequena infestação de Ratazanas Selvagens. Elas não são perigosas, mas são bastante chatas de derrotar por aparecerem em grande quantidade. Requisitos da missão:

1. Derrotar todas as ratazanas do subsolo.
2. Coletar dos corpos os ingredientes para que o farmacêutico produza um Repelente de Ratos.
3. Aplicar o Repelente no Porão.

#### **Prêmios da Missão:**

- ◇ Duas moedas de ouro para cada jogador ao coletar os ingredientes.
- ◇ Duas moedas de ouro para cada jogador após a aplicação dos repelentes.
- ◇ Atendimento Médico grátis para todos os jogadores.

**Atenção mestre:** No primeiro encontro com ratazanas os jogadores encontrarão ratazanas no dobro de quantidades dos personagens na missão. Todas as ratazanas aguentam 3 pontos de dano e devem realizar um teste de sorte para

saber quanto de dano cada um irá causar a um jogador da seguinte forma: jogue uma moeda, caso tenha sucesso causará 2 pontos de dano, caso falhe apenas um. A cada rodada elas são as primeiras a atacar e o ataque proferido por elas não tem chance de errar, porém as ratazanas são incapazes de desviar dos ataques dos jogadores.

Os jogadores atacarão normalmente de acordo com as regras do capítulo de combate.

O farmacêutico é um personagem não jogável criado apenas para elaborar essa poção, ele não foi planejado para ter nenhuma outra função além desta.

A parte a seguir foi pensada como uma surpresa para os jogadores: Quando forem aplicar o repelente no porão, os personagens acabarão atraindo mais duas rodadas de batalhas. Na primeira rodada eles enfrentarão uma quantidade de ratazanas igual à quantidade de jogadores. Na sequência entrará para combate o chefe, a Ratazana Rei, a primeira vez que enfrentarão um chefe.

No combate com a Ratazana Rei será introduzido a chance de acerto ou erro dos ataques. Tanto os jogadores quanto a Ratazana terão que realizar um teste de sorte de dificuldade Fácil para verificar se conseguirão realizar o ataque.

A Ratazana Rei tem resistência ao dano total igual a quatro vezes o total de jogadores. Ele causa dano em área, ou seja, atinge todos os jogadores ao mesmo tempo. O ponto de dano que ele causa será de três no caso de sucesso e de apenas um caso falhe no teste de sorte de dificuldade média.

As batalhas da campanha terminam quando eles conseguem derrotar a Ratazana Rei, os moradores da cidade ficam surpresos com o desempenho inesperado dos iniciantes e resolvem mandá-los para treinar no Instituto dos Aventureiros, onde poderão obter seus Ponto Fortes, Classe e as armas específicas pra cada classe.

Após essa missão tutorial os jogadores estarão prontos para missões utilizando todas os pontos fortes e características das classes.



# II

## A MATEMÁTICA DO JOGO

# Métodos de Contagem

A partir desse ponto vamos explorar a Matemática envolvida nas regras do jogo. Primeiro vamos apresentar os métodos de contagem e ilustrar como eles podem ser usados para explorar características existentes no jogo.

No próximo capítulo apresentamos o conceito de probabilidade e o exploramos em cenários ligados ao jogo e possíveis aventuras.

Usamos os métodos de contagem para descobrir quantos resultados são possíveis dadas as condições que queremos. Podem ser usadas para descobrir, por exemplo, a quantidade de objetos em um grupo ou dada uma combinação de dois grupos o total de possíveis combinações. No contexto do RPG existem diversas situações e mecânicas que envolvem os princípios de contagem. Esses princípios também são ferramentas base para o desenvolvimento do capítulo de probabilidades.

Antes de começar a explorar o conteúdo de combinação se faz necessário apresentar o que é um conjunto.

## CONJUNTO

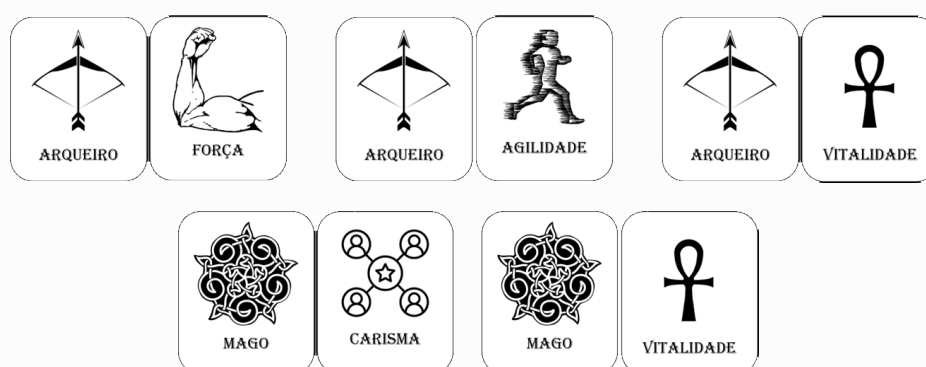
Pode ser compreendido como uma coleção de objetos que cumprem uma definição. Um conjunto pode ser infinito, como o conjunto dos números, ou finito, como o conjunto de cartas em um baralho.

## 8.1 Princípio Aditivo

Imagine que um novo jogador está querendo saber de quantas formas diferentes ele conseguiria formar personagens, ele está na dúvida se escolherá um mago ou um arqueiro. Para cada classe ele tem as seguintes escolhas de Pontos Fortes.

1. Se ele escolher a Classe Arqueiro, ele fica em dúvida entre Ponto Forte em Força, Agilidade ou Vitalidade.
2. Se ele escolher a Classe Mago ele fica em dúvida entre Ponto Forte em Carisma ou Vitalidade.

O jogador se pergunta, quantas são suas opções? Observe os desenhos apresentados, se ele escolher um Arqueiro ele possui duas possíveis escolhas e no caso de escolher um Mago também vai resultar em duas possibilidades. Em casos como este, basta somar o número de opções em cada caso.



Repare que no exemplo apresentado as escolhas dos Pontos Fortes do personagem mudam dependendo da escolha da Classe, ou seja, ele não pode ter um Arqueiro bom em Vitalidade ou um Mago bom em Agilidade. Esse é, basicamente, um caso do Princípio Aditivo que pode ser formulado como a seguir.

### PRINCÍPIO ADITIVO

Sempre que temos que escolher apenas uma entre várias situações o total de combinações possível é obtido somando as possibilidades em cada uma das situações.

Esse princípio é aplicado em diversas situações, como ilustrado nos exemplos a seguir

**EXEMPLO 8.1.1:** Durante a exploração de uma caverna os personagens observam que chegaram a uma trifução. No final do primeiro caminho existe uma porta, no final do segundo caminho existem duas portas e no final do terceiro existem três portas. Sabendo que eles devem andar todos juntos, quantas são as opções que os jogadores podem seguir?

Ora cada porta é uma escolha independente, é impossível escolher ir por duas portas. Então basta somar o total de saídas em cada caminho. Isto é, temos

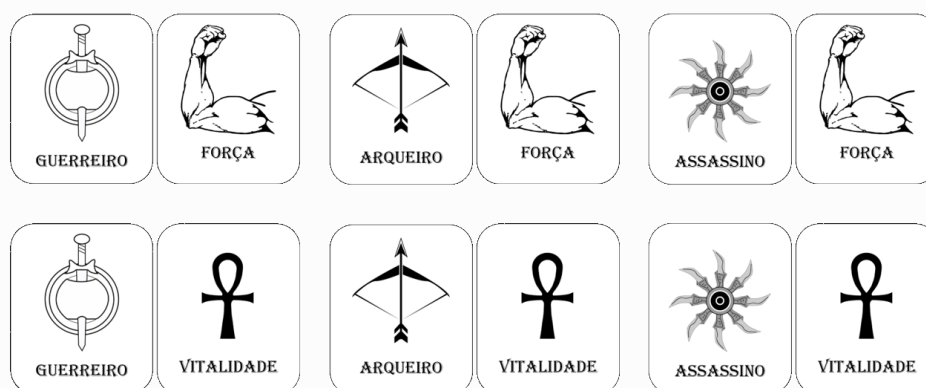
$$n = 1 + 2 + 3 = 6$$

possíveis maneiras de se tomar a decisão.

## 8.2 Princípio Multiplicativo

Durante a criação de seu novo personagem um jogador está em dúvida entre as classes Guerreiro, Arqueiro e Assassino, quanto ao Ponto Forte ele não sabe se prefere Força ou Agilidade. Logo nesse início, quantas seriam as combinações possíveis para esse jogador?

A estratégia que ele usou para contar a quantidade de possíveis combinações foi colocar cada uma das possíveis combinações lado a lado.



Ou seja, ele pode escolher uma dentre as seis as possíveis combinações encontradas.

O mestre, curioso pela ideia do jogador, resolveu procurar uma estratégia de contagem mais eficiente para casos como este; e encontrou então uma explicação sobre o Princípio Multiplicativo. Antes de apresentar esse princípio vamos observar uma de suas formas mais simples.

Se temos que contar as combinações de  $a$  coisas de um grupo com  $b$  coisas de um outro, sendo que os grupos tem membros completamente diferentes o total de combinações será de  $a \times b$ . A ideia por trás disso é simples. Pensemos no exemplo do jogador escolhendo entre as três Classes e os dois Pontos Fortes. Independente da escolha da classe, ele ainda teria que escolher entre dois Pontos Fortes. Ou seja, cada classe pode ter duas combinações diferentes

$$2 + 2 + 2 = 3 \times 2 = 6.$$

### PRINCÍPIO MULTIPLICATIVO (PARTE A)

Dados dois ou mais conjuntos finitos, se temos que escolher um elemento de cada conjunto o total de possibilidades será o produto da quantidade de elementos de cada conjunto.

EXEMPLO 8.2.1: Para jogar o RPG, os jogadores precisam ter um dado de seis lados (D6) e duas moedas não viciadas. Com base nessa informação responda:

a) Quantos, e quais, são os possíveis resultados para o lançamento de uma moeda?

b) Quantos, e quais, são os possíveis resultados para o lançamento de um D6?

c) Se em algum momento do jogo o jogador lança duas moedas, quais são as possíveis combinações?

d) Se o jogador lançar o D6 e uma moeda, quantas são as possíveis combinações?

e) Se o jogador lançar as duas moedas e o D6, quantas são as combinações?

O lançamento de uma moeda só pode dar Sucesso (Coroa) ou Fracasso (Cara), logo existem duas possibilidades e essa é a resposta da letra (a).

Já a resposta da letra (b) consiste em observar que um D6 pode dar como resultado os números 1, 2, 3, 4, 5 e 6, tendo assim seis possíveis resultados.

Para responder a letra (c) podemos fazer as contas usando o Princípio Multiplicativo (Parte A). Se uma moeda tem duas possibilidades, duas moedas têm  $2 \times 2 = 4$  diferentes combinações. Como a pergunta era quais os resultados podemos escrever:

Sucesso, Sucesso	Sucesso, Fracasso
Fracasso, Sucesso	Fracasso, Fracasso

As letras (d) e (e) resolvemos também com o Princípio Multiplicativo. Onde lançar uma moeda e um D6 gera  $2 \times 6 = 12$  combinações e lançar duas moedas e um D6 gera  $2 \times 2 \times 6 = 24$  combinações.

Quando um jogador cria um personagem da Classe Mago ele deve saber que seu personagem tem que esperar alguns turnos de batalha antes de poder repetir o uso de uma mesma magia. Vamos relembrar as magias arcanas: **Detectar Magia**, **Ler Línguas**, **Criar Fogo**, **Projétil Mágico**, **Sono**, **Levitar** e **Confusão**.

O jogador em controle deste mago está pensando em suas estratégias, mas por curiosidade ele pensou na seguinte pergunta. Quantas são as possíveis combinações de magias que ele poderia efetuar em dois ataques consecutivos?

Ao usar a primeira magia, onde ele teria sete opções, ele passa a não poder usá-la novamente. Assim quando for escolher a segunda magia ele tem apenas seis opções. Podemos pensar que o grupo de magias no momento da segunda escolha é diferente do grupo da primeira escolha e assim usar o que já sabemos:  $7 \times 6 = 42$  combinações de duas magias diferentes consecutivas.

O mestre, sempre curioso, se pergunta como poderia ser realizada a operação caso o mago quisesse usar mais de duas magias. Ele fica surpreso ao descobrir que a forma de calcular a informação é usando o mesmo princípio multiplicativo!

### PRINCÍPIO MULTIPLICATIVO (PARTE B)

Se dentro de um grupo temos que retirar vários elementos sem poder repetir, a cada escolha o total de objetos disponíveis diminui em um. O total de combinações é o produto do total de elementos disponíveis antes de cada escolha.

Ou seja, se o conjunto tem  $n$  elementos queremos combinar  $k$  itens que não podem se repetir. O total de combinações é de

$$C = n \times (n - 1) \times \cdots \times (n - k + 1).$$

A ideia por trás é mais simples de entender que a definição. O exemplo a seguir dará uma ideia disso.

**EXEMPLO 8.2.2:** Imagine que um grupo de cinco jogadores combinou de escolher cada um uma classe diferente, na ordem em que eles estão sentados e não vale escolher aldeão.

Observe que a cada escolha de um jogador os demais vão perdendo opções de escolha.

- ◇ O primeiro jogador a escolher a Classe tem as cinco opções:



- ◇ Suponha que ele escolheu um Assassino. O segundo jogador terá de escolher entre as quatro classes restantes.



- ◇ O terceiro terá três opções.



- ◇ O quarto terá apenas duas.



- ◇ Por fim o quinto jogador só possui uma opção.





O total de combinações então, pela Parte B do princípio multiplicativo, é

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

possíveis combinações na ordem de escolha das classes dos personagens.

**EXEMPLO 8.2.3:** Um time de quatro personagens, um Guerreiro, um Arqueiro, um Clérigo e um Mago, estão enfrentando, ao fim de uma missão, um chefe esqueleto. Para tentar obter vantagem na batalha eles querem impedir que o esqueleto possa atacar no turno dele e para isso bolam a seguinte estratégia.

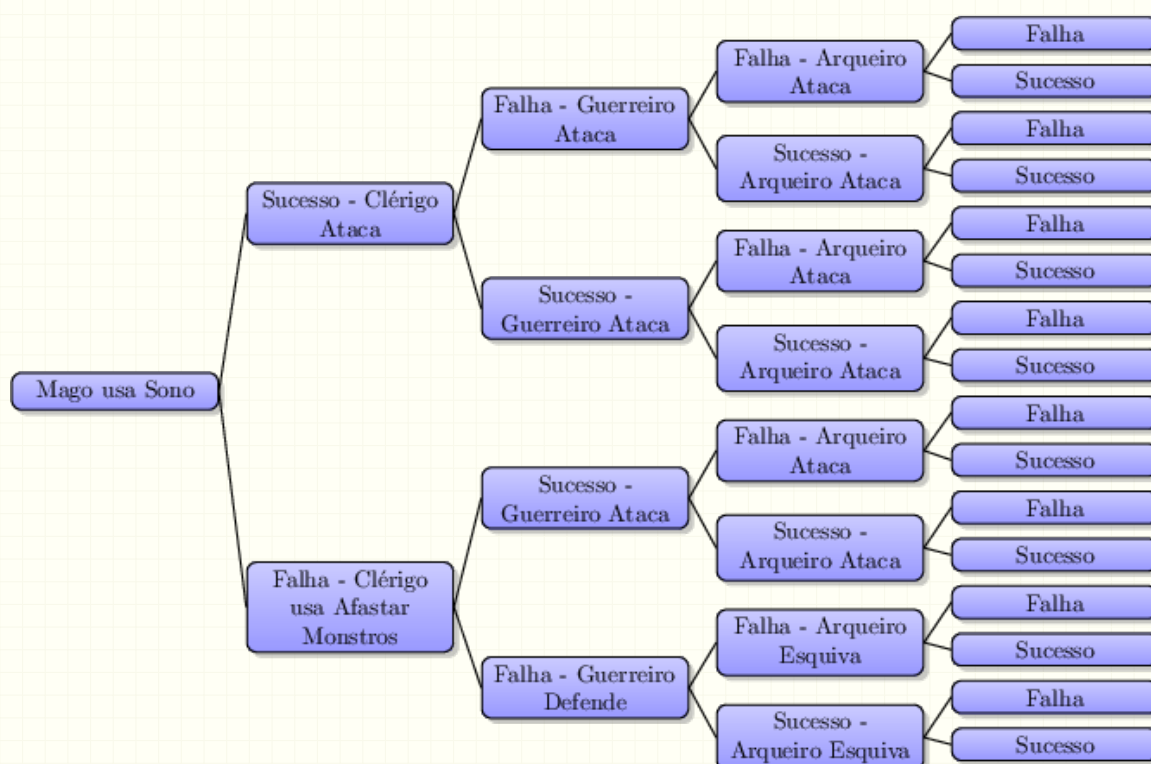
O mago usa a magia Sono:

- ◇ Se tiver sucesso todos os jogadores tentam atacar.
- ◇ Caso falhe o Clérigo usará Afastar Monstros:
  - \* Caso o Clérigo tenha sucesso os outros tentam atacar.
  - \* Caso falhe o guerreiro tentará defender e o Arqueiro esquivar.

- a) Quantos são os possíveis resultados das ações dos jogadores nessa rodada?
- b) Quais são as condições em que ninguém afeta os pontos de dano do esqueleto?

Dica: os ataques e defesas podem ser tanto bem-sucedidos quanto ser malsucedidos.

Podemos fazer as contas realizando um diagrama de árvore:



Para responder a pergunta (a) observamos nosso diagrama de árvore acima e contamos os 16 resultados possíveis. Para isso tomamos o mesmo diagrama e excluímos dele todos os ramos onde algum ataque que gere dano físico foi bem-sucedido. Observe o diagrama resumido a seguir para encontrar essas situações.



Assim dos 16 possíveis resultados da batalha, o inimigo não levaria dano em 6 delas.

## 8.3 Exercícios

1) Com base no texto responda:

- O que é um conjunto?
- O que é contagem?
- Explique com suas palavras o Princípio Adi-

tivo.

d) Explique com suas palavras as Partes A e B do Princípio Multiplicativo.

2) [resp] Um jogador está na dúvida na hora de montar seu personagem. Ele quer criar um elfo ou

um anão, e quer aproveitar para ampliar os pontos fortes destas raças. Ser anão dá vantagem em agilidade, então seria interessante se escolhesse como classes Arqueiro e Assassino. Se ele fosse elfo ele ganharia carisma como ponto forte, por tal razão qualquer uma das cinco classes servem. Quantos são os possíveis personagens que o jogador pode criar?

**3) [resp]** Pedro quer ser mestre em um jogo de RPG e quer saber quantas combinações de Classes e Pontos Fortes existem. Ajude pedro a montar sua lista de combinações, sabendo que existem cinco classes e quatro pontos fortes.

**4) [resp]** Pedro, que quer aprender a ser mestre, quer criar uma narrativa com três jogadores apenas. Para tanto ele cria uma regra onde todos os jogadores tem que ter classes e pontos fortes diferentes uns dos outros. Por sorteio Maurício será o primeiro a escolher, em seguida será a Bianca e por fim a Júlia. De quantas formas os personagens podem ser criados?

## Exercícios Tradicionais

**5) [resp]** Ana estava se organizando para viajar e colocou na mala 3 calças, 4 blusas e 2 sapatos. Quantas combinações Ana pode formar com uma calça, uma blusa e um sapato?

- a) 12 combinações      c) 24 combinações  
b) 32 combinações      d) 16 combinações

**6) [resp]** Um professor elaborou uma prova com 5 questões e os alunos deveriam respondê-la assinalando verdadeiro (V) ou falso (F) para cada

uma das questões. De quantas maneiras distintas o teste poderia ser respondido?

- a) 25      b) 40      c) 24      d) 32

**7) [resp]** (Enem/2012) O diretor de uma escola convidou os 280 alunos de terceiro ano a participarem de uma brincadeira. Suponha que existem 5 objetos e 6 personagens numa casa de 9 cômodos; um dos personagens esconde um dos objetos em um dos cômodos da casa. O objetivo da brincadeira é adivinhar qual objeto foi escondido por qual personagem e em qual cômodo da casa o objeto foi escondido.

Todos os alunos decidiram participar. A cada vez um aluno é sorteado e dá a sua resposta. As respostas devem ser sempre distintas das anteriores, e um mesmo aluno não pode ser sorteado mais de uma vez. Se a resposta do aluno estiver correta, ele é declarado vencedor e a brincadeira é encerrada.

O diretor sabe que algum aluno acertará a resposta porque há

- a) 10 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.  
b) 20 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.  
c) 119 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.  
d) 260 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.  
e) 270 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.

# Probabilidade

## 9.1 Apresentação de Probabilidade

---

Uma vez que os jogadores entendem a noção de contagem eles passam a observar também que algumas coisas acontecem de formas diferentes que outras no jogo de RPG. Um jogador olha os níveis de dificuldade na página 11 e pode ficar sem entender como funcionam os níveis de dificuldade. Ele sabe os valores mas não entende como os resultados foram alcançados. Como funcionam então esses números?

O mestre, pacientemente explica, que não é possível ter certeza do resultado do lançamento de uma moeda, então o que esses números indicam são as chances de que vá conseguir o resultado esperado se você jogar as moedas.

Para entender corretamente esses conceitos precisamos de algumas ferramentas matemáticas.

### EVENTO ALEATÓRIO

Um **evento aleatório** é um experimento que, quando repetido de forma similar, pode dar resultados completamente diferentes.

Alguns exemplos de eventos aleatórios são: o lançar de uma moeda, de um dado, sorteio de um número da Mega Sena, etc.

## ESPAÇO AMOSTRAL

Chamamos de **Espaço Amostral ( $\Omega$ )**, representado com a letra grega Ômega, o conjunto com todos os possíveis resultados de um experimento aleatório. Chamamos de  $N(\Omega)$  o total de elementos que Ômega contém.

**EXEMPLO 9.1.1:** Descreva o espaço amostral e indique a quantidade de resultados possíveis do lançamento de:

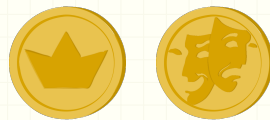
a) uma moeda.

b) um dado de seis lados.

*Dica: Geralmente não consideramos a possibilidade da moeda cair em pé, ou de um dado cair sobre uma quina.*

A primeira coisa que devemos observar é que contar o tamanho de um espaço amostral é um problema de contagem. Mais ainda, já resolvemos esses problemas usando as ferramentas de contagem no exemplo 8.2 da página 30. Mas para dar continuidade à explicação desejada vamos responder e mostrar visualmente. A segunda coisa é que temos que escrever os Espaços Amostrais como um conjunto.

As letras (a) e (b) são de simples resolução. Se a moeda possui duas faces então os resultados possíveis são sucesso (a coroa) e fracasso (a cara).



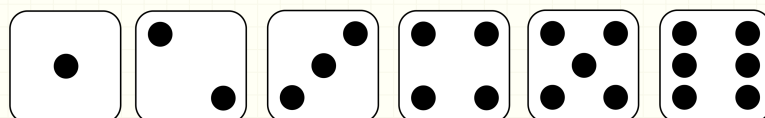
Então é certo dizer que o Espaço Amostral

$$M = \{\text{Sucesso, Fracasso}\} \quad \text{e} \quad N(M) = 2.$$

Por sua vez o dado possui seis faces, logo seu Espaço Amostral

$$D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad \text{e} \quad N(D) = 6,$$

ou seja os seis elementos a seguir.



Os jogadores ficam surpresos ao descobrir que calcular o espaço amostral é um problema de contagem. Mas o jogador curioso, que fez a pergunta inicial, ainda não entendeu o que aquelas porcentagens significam.

O mestre continua explicando que o bom de usar a moeda é porque ela tende a ter dois lados e a chance de cair de pé é tão pequena que pode ser ignorada. Então sempre podemos esperar os resultados Cara (que no jogo é o fracasso) e Coroa (que representa sucesso).

Dizemos que a probabilidade de um evento aleatório  $A$ , que segue as condições que queremos, acontecer é o total de combinações que seguem as regras de  $A$  dividido pelo total de resultados possível  $\Omega$ , o espaço amostral.

Dentre todas as situações possíveis existem duas que merecem ser especialmente apontadas, os eventos certos e os impossíveis.

#### EVENTO CERTO E IMPOSSÍVEL

Dizemos que  $A$  é um **evento certo** se a regra de  $A$  serve para todos os possíveis resultados do espaço amostral  $\Omega$ .

Dizemos que  $A$  é um **evento impossível** se nenhum elemento de  $\Omega$  corresponde às regras propostas em  $A$ .

**EXEMPLO 9.1.2:** Seja meu experimento tal que os resultados dele só podem ser os números de 1 a 20. Explique com suas palavras:

a) Qual a chance de o resultado ser um número?

b) Qual a chance de o resultado ser uma letra?

Para a letra (a) a ideia é bastante simples. Se todos os elementos do espaço amostral são números, então se eu fizer o experimento a única possibilidade que me resta é que saiam números, com certeza. É um evento Certo!

A letra (b) é ainda mais fácil. Se não tem letra, não tem como tirar letras. É um evento Impossível

Em casos complicados, que não são objetivos desta apostila, encontrar o valor exato para o total de combinações de  $A$  pode ser bastante complexo.

Para evitar tais situações vamos trabalhar com as seguintes suposições:

- ◇ Os objetos estudados não possuem nenhum defeito de produção e cumprem exatamente o propósito para que foram planejados, sem erros.
- ◇ Quando realizamos um experimento todo resultado, independente do teste de sorte, possui a mesma chance de acontecer.

As duas condições acima definem o que chamamos de **eventos equiprováveis**. A moeda, citada pelo mestre, segue essa regra.

#### PROBABILIDADE DE CADA RESULTADO EM EVENTOS EQUIPROVÁVEIS

Dado um experimento com espaço amostral de distribuição equiprovável  $\Omega$  que tem  $n$  possíveis resultados. Cada resultado tem uma probabilidade  $p$  igual a:

$$p = \frac{1}{N(\Omega)} = \frac{1}{n}$$

Por fim, podemos calcular:

#### PROBABILIDADES EM UM MESMO ESPAÇO AMOSTRAL

Se uma condição  $A$  pode ser cumprida de  $k$  formas diferentes dentro de um espaço amostral equiprovável  $\Omega$  de  $n$  elementos, com  $k \leq n$  temos que:

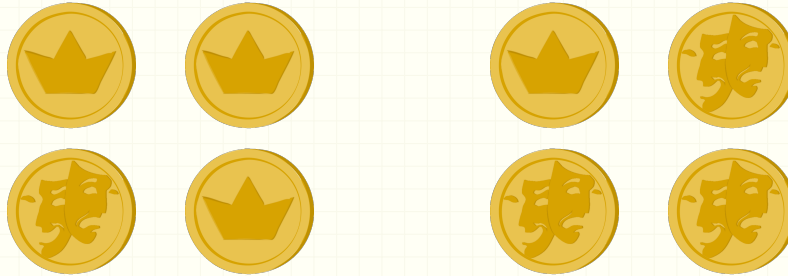
$$P(A) = \frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{k}{n}$$

Por fim o Mestre diz que **as probabilidades na forma de porcentagem são apenas conversão da versão fracionária**. Assim procede à resposta do jogador, que já ficou impaciente de ser enrolado.

**EXEMPLO 9.1.3:** Calcule a probabilidade de sucesso em cada um dos testes de dificuldades propostos (Certo, Baixo, Médio, Alto e Impossível).

A ideia deste exemplo é que se consiga justificar a informação do manual do jogo. O evento Certo e o Impossível vem na definição apresentada, de forma que o evento certo vai acontecer, em porcentagem isso significa 100% de chance de ocorrer, e o impossível nunca ocorrerá, ou seja, 0%.

Para os demais casos a melhor forma é pensar todas as possíveis combinações. No teste de dificuldade baixa se jogam duas moedas e basta um sucesso para ser ter resultado positivo. Então, tomando Fracasso e Sucesso, as possíveis combinações para duas moedas são:



Destas quatro possibilidades apenas três são desejáveis, as que possuem pelo menos um sucesso. Logo a Probabilidade de sucesso em um teste de dificuldade Fácil é

$$P(\text{Fácil}) = \frac{3}{4} = 0,75 = 75\%$$

Para o teste de dificuldade Média só lançamos uma moeda, com resultados possíveis (Sucesso, Fracasso) onde a chance de sucesso é

$$P(\text{Médio}) = \frac{1}{2} = 0,5 = 50\%$$

Por fim, para o teste de dificuldade Alta também se jogam duas moedas, mas neste caso precisamos de dois sucessos, observe as combinações no resultado do teste Fácil, queremos apenas o resultado onde as duas moedas retornam sucesso. Assim chance é de:

$$P(\text{Difícil}) = \frac{1}{4} = 0,25 = 25\%$$

Por fim, sabendo as soluções das chances de cada um dos eventos ocorrer o jogador se pergunta: Qual a chance de fracasso nos testes de sorte?

#### EVENTO COMPLEMENTAR

Chamamos de **evento complementar** aquele que indica a chance de um evento não ocorrer. Chamemos de  $A^C$  o evento complementar de  $A$ , podemos dizer que

$$P(A) + P(A^C) = 1$$



Assim a chance de se realizar um teste e falhar, em cada dificuldade é:

- ◇ Se for um evento fácil a chance de erro é de

$$P(\text{Falha}) = 1 - P(\text{Fácil}) = 100\% - 75\% = 25\%,$$

- ◇ Se for um evento médio a chance de erro é de

$$P(\text{Falha}) = 1 - P(\text{Médio}) = 100\% - 50\% = 50\%,$$

- ◇ Se for um evento difícil a chance de erro é de

$$P(\text{Falha}) = 1 - P(\text{Difícil}) = 100\% - 25\% = 75\%.$$

## 9.2 A Relação entre Contagem e Probabilidades

---

Depois de todo o tempo gasto decidindo como criar os personagens, os jogadores já estavam durante uma campanha quando se deparam com a seguinte situação dentro do jogo.

**Mestre:** Nosso grupo de aventureiros obteve a informação do caminho a ser seguido. Do esconderijo dos bandidos eles devem seguir ao norte até a caverna dos segredos. Ao chegar no local correto os jogadores percebem que a caverna está bloqueada por uma pedra gigante.

**Mago:** Eu usarei detectar magia para verificar se além do pedregulho existe alguma outra barreira mágica ou armadilha mágica, se tiver eu vou quebrar o feitiço.

**Arqueiro:** Eu avaliarei se existe algum tipo de armadilha de dano físico, se tiver eu vou desarmar a armadilha.

**Guerreiro:** Após as ações do Mago e do Arqueiro eu vou usar minha força para retirar a pedra do caminho.

Por conta de uma situação do jogo todos queriam tentar atingir o resultado em apenas uma tentativa. Qual a chance deles obterem sucesso? Pare responder a essa pergunta precisamos de mais resultados matemáticos

Quando falamos de probabilidade dizemos que dois eventos são independentes se o resultado do primeiro não interfere nas probabilidades do segundo resultado, um exemplo simples é que ao jogar duas moedas em sequência o resultado da primeira não afeta o resultado da segunda. Um exemplo de eventos dependentes

é o sorteio de números de uma urna, como no jogo de bingo, a partir do momento que um número é selecionado ele não pode ser sorteado novamente, alterando as probabilidades para o segundo sorteio.

Assim, calcular a probabilidade de eventos independentes é semelhante ao princípio multiplicativo da Combinatória.

### PROBABILIDADE DE EVENTOS INDEPENDENTES

Se A e B são eventos independentes a probabilidade de acontecer A e acontecer B é o produto das probabilidades de cada um deles,

$$P(A \text{ e } B) = P(A) \times P(B).$$

Vamos ver como esse resultado pode ser usado, apresentando alguns exemplos.

**EXEMPLO 9.2.1:** Com base na situação de jogo apresentada no início da seção, o mestre decidiu que todas as três ações tem nível de dificuldade Médio, considerando apenas o bônus de classe responda as perguntas abaixo:

- Qual a chance de sucesso de cada uma das ações dos jogadores?
- Qual a chance de todas as três ações serem bem sucedidas?
- Qual a chance de nenhuma das três ações serem bem sucedidas?

*Dica: Para o contexto do exemplo serão considerados apenas a classe do jogador, ignorando o Ponto Forte que ele escolhe*

Os testes realizados pelos Mago e Arqueiro são testes de dificuldade Média, logo possuem 50% de chance sucesso. O Guerreiro, com Ponto Forte em Força, reduz o nível de dificuldade para Baixo, com 75% de chance de sucesso.

No item **b)** usamos o principio multiplicativo

$$\frac{50}{100} \times \frac{50}{100} \times \frac{75}{100} = \frac{187.500}{1.000.000} = 18,35\%.$$

Para a resolução do item **c)** vamos usar o conceito de evento complementar. Para saber a chance de todos os eventos falharem calculamos o produto dos complementares. O complementar de 50% é 50% e de 75% é 25%. Assim a

chance de todos os três eventos falharem é de

$$\frac{50}{100} \times \frac{50}{100} \times \frac{25}{100} = \frac{62.500}{1.000.000} = 6,25\%.$$

## 9.3 Exercícios

1) Com base no texto responda:

- a) O que é um espaço amostral?
- b) O que é um evento aleatório?
- c) Qual a diferença entre eventos certos e impossíveis? Dê exemplos.
- d) Explique com suas palavras o que é Probabilidade.

2) [resp] Em uma batalha a defesa do inimigo é de 4 pontos, enquanto o ataque do jogador é de 2 pontos mais o resultado do D6. Sabendo disso:

- i) Aponte o espaço amostral de todos os possíveis valores de ataque do jogador.
- ii) Apresente o total de dano causado para cada resultado possível no dado. (Dano = Ataque – Defesa, onde valores negativos se tornam zero)
- iii) Quais resultados no dado fazem com que o jogador não cause dano ao adversário?
- iv) Quais resultados causam danos?
- v) Qual a probabilidade do jogador conseguir causar algum dano?

3) [resp] Durante uma batalha um jogador tenta atacar um inimigo muito rápido, e por isso a dificuldade de acertar o ataque é informada como difícil. Além disso é sabido que a defesa deste monstro é 6, enquanto o ataque do jogador é 3 mais o resultado de um D6. Qual a chance do jogador causar pelo menos um de dano no adversário?

4) [resp] Uma barreira mágica aparece no meio do mausoléu que a nossa equipe está investigando e pelas pistas em volta desta barreira ela só pode tentar ser desfeita duas vezes, caso não consigam abrir a barreira na segunda tentativa a passagem protegida por ela irá ruir, se tornando inacessível.

Merlin, o mago, pode resolver esse problema com um teste de nível fácil e, no caso dele falhar, Sirius, o clérigo, tentará resolver o teste com nível médio.

Qual a chance de sucesso em desfazer esta barreira nas duas tentativas?

### Exercícios Tradicionais

5) [resp] Se lançarmos um dado, qual a probabilidade de obtermos um número maior que 4?

- a)  $\frac{2}{3}$       b)  $\frac{1}{4}$       c)  $\frac{1}{3}$       d)  $\frac{3}{2}$

6) [resp] Um restaurante está com 13 pessoas: 9 clientes e 4 garçons. Se escolhermos uma pessoa do local, aleatoriamente, qual a probabilidade de ser um cliente?

- a)  $\frac{3}{13}$       b)  $\frac{9}{13}$       c)  $\frac{6}{13}$       d)  $\frac{7}{13}$

7) [resp] Uma pessoa foi até a padaria para comprar pão e iogurte. Se o estabelecimento possui 30 pães, sendo que 5 são do dia anterior e os outros foram fabricados no dia, e 20 iogurtes com data de validade inelegível, dos quais 1 já venceu, qual a probabilidade do cliente escolher um pão do dia e um iogurte dentro da validade?

- a)  $\frac{19}{24}$       b)  $\frac{17}{30}$       c)  $\frac{14}{27}$       d)  $\frac{18}{29}$

8) [resp] Um aluno prestou vestibular em apenas duas Universidades. Suponha que, em uma delas, a probabilidade de que ele seja aprovado é de 30%, enquanto na outra, pelo fato de a prova ter sido mais fácil, a probabilidade de sua aprovação sobe para 40%. Nessas condições, a probabilidade de que esse aluno seja aprovado em pelo menos uma dessas Universidades é de:

- a) 70%    b) 68%    c) 60%    d) 58%    e) 52%

# Respostas

## Capítulo 8

---

2) São possíveis duas combinações de anões e cinco de elfos, totalizando sete escolhas para esse jogador.

$$\begin{aligned} \text{Júlia} &= 3 \times 2 = 6 \\ 20 \times 12 \times 6 &= 1440 \end{aligned}$$

3) São  $5 \times 4 = 20$  combinações.

5) Item c.

4)  $\text{Maurício} = 5 \times 4 = 20$   
 $\text{Bianca} = 4 \times 3 = 12$

6) Item d.

7) Item a.

## Capítulo 9

---

2) i) Ataque = Dano Base + Ponto Forte +  $D6$ . O Dano Base = 2 e o dado dar  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Os possíveis danos são  $\{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ .

ii) Dano = Ataque – Defesa. A Defesa = 4 e o dano é no mínimo zero, então os danos são  $\{0, 0, 1, 2, 3, 4\}$ .

iii) Não causa dano quando o dado dá um ou dois.

iv) Causa dano quando o dado resulta em  $\{3, 4, 5, 6\}$

v) Quatro situações onde é possível causar algum dano de um total de seis possíveis. Assim a probabilidade é de  $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

3) É um teste difícil, logo tem 25% de a chance de sucesso. Ele causa dano quando o Ataque é maior que seis, ou seja que ele tire 4 ou mais nos dados. Ou seja, a chance de o ataque causa dano é de 50% de sucesso. A chance de causar algum dano no inimigo é de:

$$\frac{25}{100} \times \frac{50}{100} = \frac{1.250}{10.000} = 12,5\%$$

4) Como pro mago o teste é fácil, a chance de resolver o problema é de 75%. O Clérigo só vai tentar se o mago falhar e, neste caso, ele vai realizar um teste médio com 50% de chance de sucesso. A chance de o clérigo precisar tentar e conseguir é de:

$$\frac{25}{100} \times \frac{50}{100} = \frac{1.250}{10.000} = 12,5\%.$$

Como são eventos disjuntos a chance de pelo menos um dos dois acontecer é de:

$$75\% + 12,5\% = 87,5\% \text{ ou } \frac{7}{8}$$

5) Item c.

6) Item b.

7) Item a.

8) Item d.

# Resumo das Regras e Ficha de Personagens

Nesse apêndice será apresentada uma ficha de personagens para ser usada pelos jogadores na criação de seus personagens. Além de um compilado das regras do jogo, de forma a facilitar a consulta e agilizar a sessão de jogos.

# RESUMO DAS REGRAS

GLOSSÁRIO	
Ponto de Dano (PD)	Dano total que o personagem suporta
Dano	Resultado do Ataque
Sucesso	Tirar coroa na moeda
Falha	Tirar cara na moeda
D6	Dado de seis lados
Ponto Forte (PF)	Vantagens e desvantagens dos atributos
Atributos	Pontos de especialização
Raça	Espécie do Personagem
Classe	Profissão do personagem

CLASSE	VANTAGEM	DESvantAGEM
Aldeão	—	—
Guerreiro	+FOR	−AGI
Arqueiro	+AGI	−VIT
Assassino	+AGI	−FOR
Clérigo	+VIT; Magia	−AGI; −FOR
Mago	Magia	−VIT; Zero dano físico

RAÇA	VANTAGEM
Ogro	+FOR
Anão	+AGI
Elfo	+CAR
Reptiliano	+VIT
Humano	—

TESTES DE SORTE		
Fácil	2 moedas	1 sucesso
Médio	1 moeda	1 sucesso
Difícil	2 moedas	2 sucessos

CÁLCULO DO DANO	
Ataque	Arma + PF(FOR) + D6
Defesa	Armadura + PF(VIT)
Dano	Ataque - Defesa
O menor dano possível é zero	

MERCADO – KIT	CUSTO
Primeiros Socorros	2
Médico	4
Acampamento	3 por jogador

HOSPEDARIA	PD	TEMPO	CUSTO
Cochilo	3	6	1
Pernoite	7	12	2
Médico	Total	24	5

ATRIBUTO	Efeito
Força (FOR)	+1 Dano
Agilidade (AGI)	+1 Dano
Carisma (CAR)	Carisma e Desconto
Vitalidade (VIT)	+3 PD −1 Dano

MAGIAS ARCANAS (Mago)		
NOME	FUNÇÃO	TESTE
Detectar Magia	Identificação	Média
Ler línguas	Identificação	Baixa
Criar Fogo	Combate −D6	Baixa
Projétil Mágico	D6	—
Projétil (II)	Sacrifica 2 PD Dois D6	Alto
Sono	Controle −2 turnos	Varia
Levitar	Defesa	—
Confusão	Controle −2 turnos	Média

MAGIAS CLERICAIS (Clérigo)		
NOME	FUNÇÃO	TESTE
Curar	Recupera 4 PD	Baixa
Globo de Luz	Iluminação	—
Afastar Monstros	Controle −1 turno	Varia
Abençoar	Facilita um teste	Média
Amaldiçoar	Dificulta um teste	Média

FERREIRO				
EQUIPAMENTO	TRAPO	SUCATA	NORMAL	ENCANTADO
Arma	+0	+1	+2	+4
Armadura	+0	+1	+2	+4
Escudo	50%	100%	50%	100%
Dificuldade	Alta	Alta	Média	Média
Custo		5	10	20

# FICHA DE PERSONAGEM

**JOGADOR:**

PERSONAGEM:

**RACA:**

## HISTÓRIA:

**CLASSE :**



### ATRIBUTOS:



P. Forte:

---

P. Fraco

---

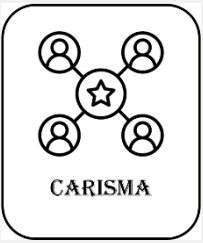
Total:



P. Forte:

P. Fraco:

Total:



---

P. Forte

---

P. Fracc

---

Total:

---

P. Forte

---

P. Fraco

---

Total:

### EQUIPAMENTOS:

	TRAPO	SUCATA	NORMAL	ENCANTADA
ARMA	0	+1	+2	+4
ARMADURA	0	-1	-2	-4
ESCUDO	50% Dif:Alta	100% Dif:Alta	50% Dif:Média	100% Dif:Média

ITENS:

Kit Primeiros Socorros	
Kit Médico	
Kit Acampamento	
Benção Divina	

PONTOS DE DANO BASE: 12 + Vitalidade

OURO:

Inicial	00

[illegible]

Inicial	4

[illegible]

# Referências

- 1 ALMEIDA, P. N. D. *Educação Lúdica: Técnica e Jogos Pedagógicos*. Loyola, 1990. ISBN 9788515001941. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=-fzErzs9UkwC>>.
- 2 BRAUNER, G. et al. *Tormenta RPG — Edição Revisada: Guerreiros. Magos. Monstros. Deuses. Você*. Jambô Editora, 2015. (Tormenta RPG). ISBN 9788583650294. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=tTpeCwAAQBAJ>>.
- 3 HAZZAN, S. *Fundamentos de matemática elementar, 5: combinatória, probabilidade*. Edição: Gelson Iezzi. 3. ed.: Atual, 1977. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=n30RDQEACAAJ>>.
- 4 MICCHI, P. *ZIP*. Website. Disponível em: <<https://ziprpg.tripod.com/rpg/zip.htm>>.
- 5 REIS, T. S. *Criação de um sistema de RPG como ferramenta para o ensino de probabilidade*. 23 mai. 2022. Diss. (Mestrado) – Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET-MG). Disponível em: <[https://sca.profmatsbm.org.br/profmat\\_tcc.php?id1=6678&id2=171054481](https://sca.profmatsbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=6678&id2=171054481)>.
- 6 RODRIGUES, M. et al. *Tagmar: Livro de Regras*. 3. ed.: GSA, 2016. Disponível em: <<https://www.tagmar.com.br/DownLoads/>>.
- 7 SALES, M. *RPG (Role-Playing Game)*. Disponível em: <<https://brasilecola.uol.com.br/curiosidades/rpg.htm>>.



# Índice Remissivo

## Atributo

- Agilidade, 7
- Carisma, 7
- Força, 7
- Vitalidade, 7

## Aventura, 5

## Campanha, 5

## Chance, 36

## Classe

- Aldeão, 9
- Arqueiro, 9
- Assassino, 9
- Clérigo, 9
  - Magias, 19
- Guerreiro, 9
- Mago, 9
  - Magias, 18

## Dano

- Contínuo, 16
- Físico, 14

## Desmaio, 14

## Espaço Amostral, 37

## Evento

- Aleatório, 36
- Certo, 38
- Complementar, 40
- Equiprovável, 39
- Impossível, 38

## Experimento, 36

## Ferreiro, 20, 21

- Equipamento, 14, 22
  - Encantado, 21
  - Normal, 21
  - Qualidade, 21
  - Sucata, 21
  - Trapo, 21

## Ficha de Personagem, 9

## Hospedaria, 20

- Atendimento Médico, 21
- Cochilo, 21
- Pernoite, 21

## Magia Arcana, 17, 18

- Criar fogo, 18
- Detectar magia, 18
- Ilusão, 19
- Ler línguas, 18
- Levitar, 18
- Projétil Mágico, 18
- Sono, 18

## Magia Clerical, 17, 19

- Abençoar, 19
- Afastar Monstros, 19
- Amaldiçoar, 19
- Curar, 19
- Globo de Luz, 19

## Mercado, 20, 22

## Kit Acampamento, 15, 22

## Kit Médico, 22

## Kit Primeiros Socorros, 15, 22

## Mestre, 2

## Moedas, 20

## Morte, 14

## Ponto

- de dano, 7
- de vida, 7
- Forte, 7
- Fraco, 7

## Princípio

- Aditivo, 28
- Multiplicativo, 29

## Raça

- Anão, 8
- Elfo, 8
- Humano, 8
- Ogro, 8
- Reptiliano, 8

## Roleplay, 7

## Teste

- D6, 6, 15
- de Atributos, 13
- de Sorte, 3, 11
- Moedas, 11

# ZIP Math – Um jogo de RPG para ensino de probabilidade

Tâmisson Santos Reis  
Luis Alberto D'Afonseca

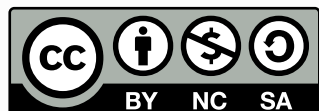
12 de outubro de 2022

Esta apostila é produto do mestrado de Tâmisson Santos Reis defendida em 2022 no Profmat do Cefet-MG [5]. O texto completo da dissertação pode ser baixado [aqui](#).



A versão mais recente desta apostila pode ser baixada clicando ou escaneando o código QR.

Arte da capa: [Imagem](#) de [Donna Kirby](#) baixada de [Pixabay](#)



Essa obra tem a licença [Creative Commons](#) “Atribuição-NãoComercial-CompartilhaIgual 4.0 Internacional”.