

# Niezbędnik ósmoklasisty 2021-2022

## nazwy liczb w działaniach

$$\underset{\substack{\uparrow \\ \text{składnik}}}{1} + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{składnik}}}{2} = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{suma}}}{3}$$

$$\underset{\substack{\uparrow \\ \text{odjemna}}}{3} - \underset{\substack{\uparrow \\ \text{odjemnik}}}{2} = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{różnica}}}{1}$$

$$\underset{\substack{\uparrow \\ \text{czynnik}}}{3} \cdot \underset{\substack{\uparrow \\ \text{czynnik}}}{2} = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{iloczyn}}}{6}$$

$$\underset{\substack{\uparrow \\ \text{dzielna}}}{6} : \underset{\substack{\uparrow \\ \text{dzielnik}}}{3} = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{iloraz}}}{2}$$

## cechy podzielności liczb

Liczba dzieli się przez:

- 2** gdy jej ostatnia cyfra to: 2, 4, 6, 8 lub 0
- 4** gdy jej dwie ostatnie cyfry tworzą liczbę podzielną przez 4
- 5** gdy jej ostatnia cyfra to 0 lub 5
- 10** gdy jej ostatnia cyfra to 0
- 3** gdy suma jej cyfr jest liczbą podzielną przez 3
- 9** gdy suma jej cyfr jest liczbą podzielną przez 9

## liczby pierwsze i liczby złożone

**liczba pierwsza** – naturalna liczba dodatnia, która ma tylko dwa dzielniki: 1 i samą siebie  
np. 2, 3, 5, 7, 11

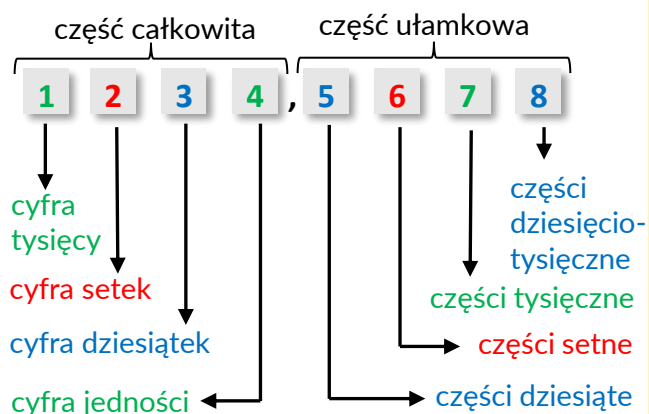
**liczba złożona** – naturalna liczba dodatnia, która ma więcej niż dwa dzielniki: np. 4, 6, 48

**liczby 0 i 1 nie są ani liczbami pierwszymi ani liczbami złożonymi.**

## rozkład liczby na czynniki pierwsze

Przykład: 
$$\begin{array}{r|l} 39 & 3 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array} \quad 39 = 3 \cdot 13$$

## nazwy cyfr w zapisie liczby



## kolejność wykonywania działań

działania  
w nawiasach

**1**

potęgowanie  
i pierwiastkowanie

**2**

mnożenie  
i dzielenie\*

**3**

dodawanie  
i odejmowanie\*

**4**

\*w kolejności występowania



## rodzaje liczb

**liczby naturalne:** 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, ...

**liczby całkowite:** ..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...

**liczby wymierne:** liczby, które można przedstawić w postaci ułamka, w którym licznik i mianownik są całkowite, np. 3;  $\frac{1}{2}$ ; -0,25;  $-5\frac{1}{2}$  (mają rozwinięcie dziesiętne skończone lub nieskończone okresowe)

**liczby niewymierne:** liczby, których nie można przedstawić w postaci ułamka zwykłego, np.  $\sqrt{3}$ ,  $-\sqrt[3]{7}$ ,  $\pi$  (mają rozwinięcie dziesiętne nieskończone nieokresowe)

# Niezbędnik ósmoklasisty 2021-2022

## ułamki zwykłe

$$\frac{\text{licznik}}{\text{mianownik}}$$

Ułamek dodatni jest:

- ułamkiem właściwym, gdy:  
 $\text{licznik} < \text{mianownik}$
- ułamkiem niewłaściwym, gdy:  
 $\text{licznik} \geq \text{mianownik}$

## liczba odwrotna do $a \neq 0$

$$\frac{1}{a} \quad (\text{liczba } 0 \text{ nie ma liczby odwrotnej})$$

## liczba przeciwna do $a$

$$-a \quad (\text{liczbą przeciwną do } 0 \text{ jest } 0)$$

## prędkość, droga, czas

$$v = \frac{s}{t}$$

$v$  – prędkość,  $s$  – droga,  $t$  – czas

## ułamki i procenty

$$\frac{1}{100} = 0,01 = 1\%$$

$$\frac{1}{10} = 0,1 = 10\%$$

$$\frac{1}{5} = 0,2 = 20\%$$

$$\frac{1}{4} = 0,25 = 25\%$$

$$\frac{1}{2} = 0,5 = 50\%$$

$$\frac{3}{4} = 0,75 = 75\%$$

(ułamek dziesiętny nieskończony okresowy)

$$\frac{1}{3} = 0,3333 \dots = 0,(3) \approx 33\frac{1}{3}\%$$

## zaokrąglanie liczb

Jeśli pierwszą z odrzucanych cyfr jest 0, 1, 2, 3, 4, to ostatnia pozostawiona cyfra się nie zmienia. Odrzucone cyfry zastępujemy zerami. Np. przybliżenie do setek 3 430  $\approx$  3 400

Jeśli pierwszą z odrzucanych cyfr jest 5, 6, 7, 8, 9, to do ostatniej pozostawionej cyfry  **dodajemy 1**. Odrzucone cyfry zastępujemy zerami. Np. przybliżenie do setek 3 480  $\approx$  3 500

## skala



skala liczbowa na mapie

np. 1 : 200 000

mapa	rzeczywistość
1 cm	200 000 cm
1 cm	2 000 m
1 cm	2 km

## potęga

Dla dowolnej liczby  $a$  i naturalnej liczby  $n$  większej od zera:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n \quad \begin{array}{l} \text{wykładnik potęgi} \\ \text{podstawa potęgi} \end{array}$$

## działania na potęgach

Dla  $a$  i  $b$  różnych od zera i dla liczb naturalnych  $m$  i  $n$ :

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$a^m : a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$$

$$a^m : b^m = \frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

## pierwiastek kwadratowy

Dla dowolnej nieujemnej liczby  $a$ :

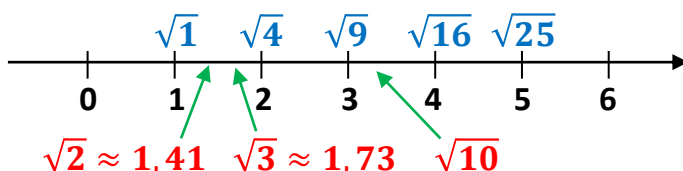
$$\sqrt{a} = b, \text{ gdy } b^2 = a$$

## pierwiastek sześcienny

Dla dowolnych liczb  $a$  i  $b$ :

$$\sqrt[3]{a} = b, \text{ gdy } b^3 = a$$

## szacowanie pierwiastków



# Niezbędnik ósmoklasisty 2021-2022

## wyrażenia algebraiczne

**Jednomian** – wyrażenie algebraiczne, które jest pojedynczą liczbą, pojedynczą literą lub iloczynem liczb i liter np.  $-5x^2v^3$

Jednomian zapisujemy w kolejności:

znak → czynnik liczbowy → czynniki literowe w kolejności alfabetycznej

**Jednomiany podobne** – różnią się co najwyżej współczynnikami liczbowymi

**Suma algebraiczna** – suma jednomianów np.  $-2xy+4dk$

## kwadraty i sześciany liczb

$$11^2 = 121$$

$$12^2 = 144$$

$$13^2 = 169$$

$$14^2 = 196$$

$$15^2 = 225$$

$$16^2 = 256$$

$$17^2 = 289$$

$$18^2 = 324$$

$$19^2 = 361$$

$$2^3 = 8$$

$$3^3 = 27$$

$$4^3 = 64$$

$$5^3 = 125$$

$$6^3 = 216$$

$$7^3 = 343$$

$$8^3 = 512$$

$$9^3 = 729$$

## liczba rozwiązań równania liniowego z jedną niewiadomą

### jedno rozwiązanie

np.  $x+3=7$   
 $x=4$

### nieskończenie wiele rozwiązań

np.  $2x+6=2(x+3)$   
 $0=0$

### brak rozwiązań

np.  $x+3=x+5$   
 $3=5$  (sprzeczność)

## średnia arytmetyczna

Średnia arytmetyczna zestawu liczb  $a_1, a_2, \dots, a_n$  jest równa sumie tych liczb podzielonej przez liczbę składników

$$\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$$

## prawdopodobieństwo

$$P(A) = \frac{n_A}{N}$$

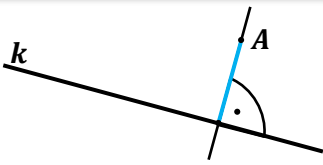
liczba zdarzeń sprzyjających zdarzeniu A

liczba wszystkich możliwych zdarzeń elementarnych

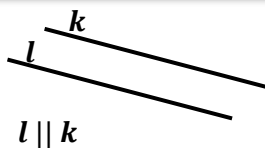
$$0 \leq P(A) \leq 1$$

# Niezbędnik ósmoklasisty 2021-2022

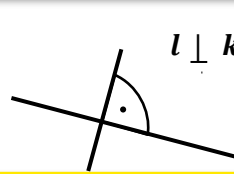
odległość punktu od prostej



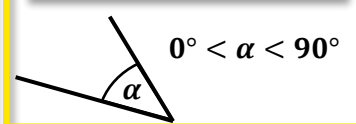
proste równoległe



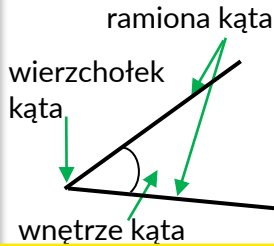
proste prostopadłe



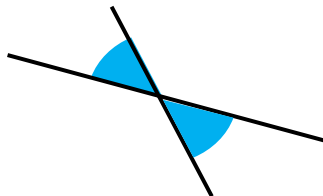
kąt ostry



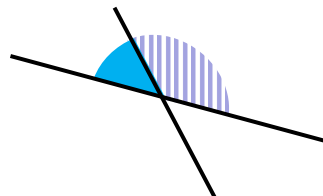
kąt



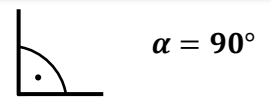
kąty wierzchołkowe



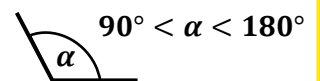
kąty przyległe



kąt prosty

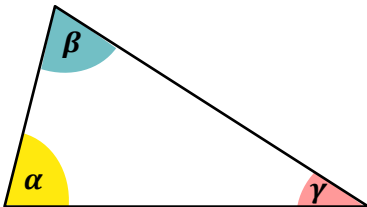


kąt rozwarty



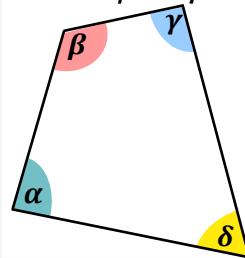
suma miar kątów w trójkącie

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

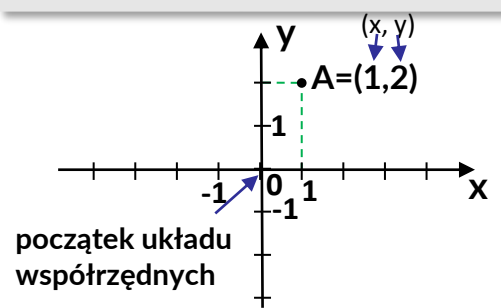


suma miar kątów w czworokącie

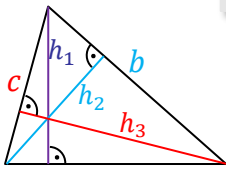
$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$$



układ współrzędnych



trójkąt

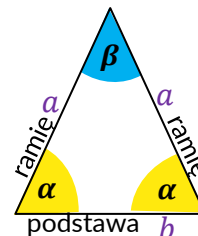


$$P = \frac{a \cdot h_1}{2} = \frac{b \cdot h_2}{2} = \frac{c \cdot h_3}{2}$$

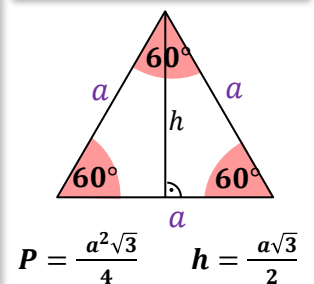
$$Obw. = a + b + c$$

- **trójkąt ostrokątny** – wszystkie kąty wewnętrzne są ostre
- **trójkąt rozwartokątny** – jeden z kątów wewnętrznych jest rozwarty, pozostałe są ostre
- **trójkąt prosty** – jeden z kątów wewnętrznych jest prosty, pozostałe są ostre

trójkąt równoramienny

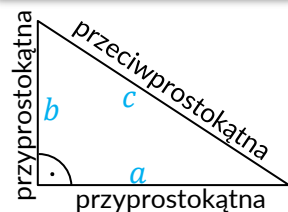


trójkąt równoboczny



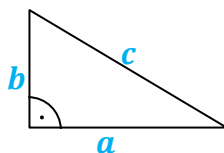
$$P = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \quad h = \frac{a \sqrt{3}}{2}$$

trójkąt prostokątny



$$P = \frac{a \cdot b}{2}$$

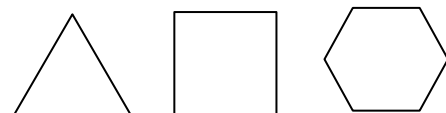
twierdzenie Pitagorasa



$$a^2 + b^2 = c^2$$

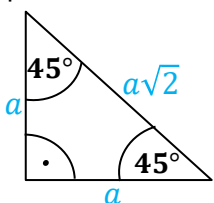
wielokąt foremny

- wszystkie boki mają taką samą długość oraz wszystkie kąty taką samą miarę;
- np. trójkąt równoboczny, kwadrat, sześciokąt foremny



zastosowania twierdzenia Pitagorasa

połowa kwadratu



połowa trójkąta równobocznego:

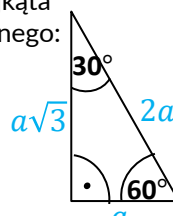


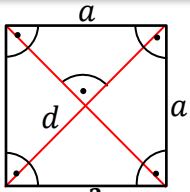
figura osiowosymetryczna

figura, która ma oś symetrii, np.



# Niezbędnik ósmoklasisty 2021-2022

## kwadrat



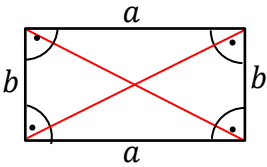
$$P = a^2$$

$$P = \frac{d^2}{2}$$

$$Obw. = 4 \cdot a$$

- wszystkie boki równej długości
- wszystkie kąty wewnętrzne proste
- przekątne prostopadłe do siebie i równej długości
- punkt przecięcia przekątnych jest środkiem każdej z nich
- $d = a\sqrt{2}$

## prostokąt

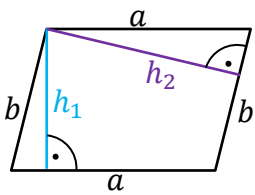


$$P = a \cdot b$$

$$Obw. = 2 \cdot a + 2 \cdot b$$

- pary boków równoległych tej samej długości
- wszystkie kąty wewnętrzne proste
- przekątne równej długości
- punkt przecięcia przekątnych jest środkiem każdej z nich

## równoległobok



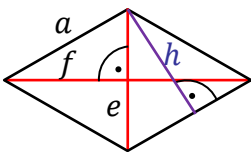
$$P = a \cdot h_1$$

$$P = b \cdot h_2$$

$$Obw. = 2 \cdot a + 2 \cdot b$$

- dwie pary boków równoległych
- pary boków równoległych tej samej długości
- punkt przecięcia przekątnych jest środkiem każdej z nich
- suma kątów przy każdym boku równa 180°

## romb



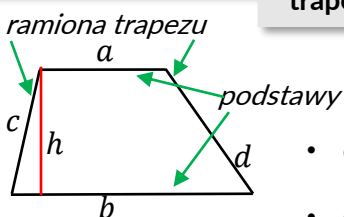
$$P = \frac{e \cdot f}{2}$$

$$P = a \cdot h$$

$$Obw. = 4 \cdot a$$

- wszystkie boki równej długości
- dwie pary boków równoległych
- przekątne prostopadłe do siebie
- punkt przecięcia przekątnych jest środkiem każdej z nich
- suma kątów przy każdym boku równa 180°

## trapez

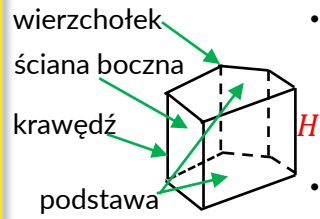


$$P = \frac{(a + b) \cdot h}{2}$$

$$Obw. = a + b + c + d$$

- co najmniej jedna para boków równoległych
- suma kątów przy jednym ramieniu równa 180°

## graniastosłup



$$P_c = 2 \cdot P_p + P_b$$

$$V = P_p \cdot H$$

$P_c$  - pole powierzchni całkowitej

$P_b$  - pole powierzchni bocznej

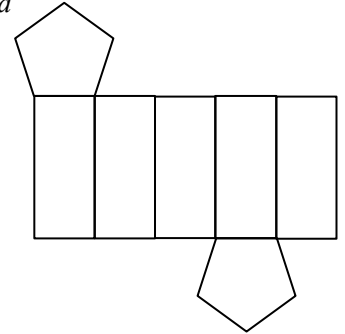
$P_p$  - pole podstawy

$V$  - objętość graniastostupa

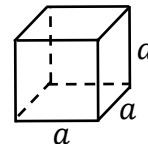
$H$  - wysokość graniastostupa

- graniastosłup prosty:** krawędzie boczne prostopadłe do podstaw, ściany boczne są prostokątami
- graniastosłup prawidłowy:** graniastosłup prosty, podstawa jest wielokątem foremnym
- prostokadłoscian:** graniastosłup prosty, wszystkie ściany są prostokątami
- sześcian:** graniastosłup prosty, wszystkie ściany to kwadraty

przykład siatki graniastostupa:



## sześcian

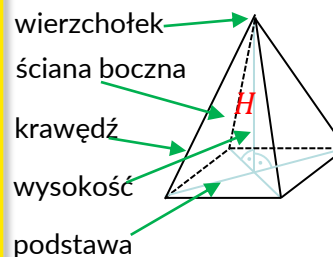


- wszystkie ściany są kwadratami

$$P_c = 6 \cdot a^2$$

$$V = a^3$$

## ostrosłup



$$P_c = P_p + P_b$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot P_p \cdot H$$

$P_c$  - pole powierzchni całkowitej

$P_b$  - pole powierzchni bocznej

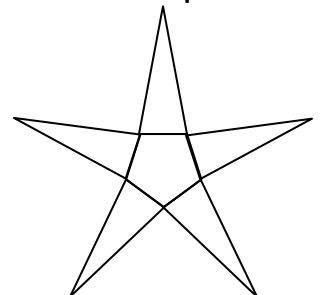
$P_p$  - pole podstawy

$V$  - objętość ostrosłupa

$H$  - wysokość ostrosłupa

- ostrosłup prosty:** krawędzie boczne równej długości
- ostrosłup prawidłowy:** ostrosłup prosty, w którym podstawa to wielokąt foremnny
- czworościan:** ostrosłup, w którym wszystkie ściany są trójkątami

przykład siatki ostrosłupa:



# Niezbędnik ósmoklasisty 2021-2022

## jednostki masy

$1 \text{ g}$   
 $1 \text{ dag} = 10 \text{ g}$   
 $1 \text{ kg} = 100 \text{ dag} = 1\,000 \text{ g}$   
 $1 \text{ t} = 1000 \text{ kg}$

$1 \text{ g} = 0,1 \text{ dag}$   
 $1 \text{ dag} = 0,01 \text{ kg}$   
 $1 \text{ kg} = 0,001 \text{ t}$

## jednostki czasu

$1 \text{ min} = 60 \text{ s}$   
 $1 \text{ h} = 60 \text{ min} = 3600 \text{ s}$   
 $1 \text{ kwadrans} = 15 \text{ min}$   
 $1 \text{ doba} = 24 \text{ h}$   
 $1 \text{ tydzień} = 7 \text{ dni}$   
 $1 \text{ rok} = 365 \text{ lub } 366 \text{ dni}$   
 $1 \text{ rok} = 12 \text{ miesięcy}$

## jednostki długości

$1 \text{ mm}$   
 $1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$   
 $1 \text{ dm} = 10 \text{ cm}$   
 $1 \text{ m} = 10 \text{ dm} = 100 \text{ cm}$   
 $1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$

$1 \text{ mm} = 0,1 \text{ cm}$   
 $1 \text{ cm} = 0,1 \text{ dm}$   
 $1 \text{ dm} = 0,1 \text{ m}$   
 $1 \text{ cm} = 0,01 \text{ m}$   
 $1 \text{ m} = 0,001 \text{ km}$

## jednostki prędkości

$1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$   
 $1 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}}$

## jednostki pola

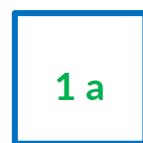
$1 \text{ mm}^2$   
 $1 \text{ cm}^2 = 100 \text{ mm}^2$   
 $1 \text{ dm}^2 = 100 \text{ cm}^2$   
 $1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2$   
 $1 \text{ m}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2$   
 $1 \text{ a} = 100 \text{ m}^2$   
 $1 \text{ ha} = 10\,000 \text{ m}^2$   
 $1 \text{ ha} = 100 \text{ a}$



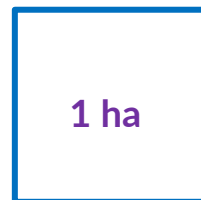
$1 \text{ dm} = 10 \text{ cm}$

$1 \text{ dm} = 10 \text{ cm}$

$1 \text{ dm} \cdot 1 \text{ dm} = 1 \text{ dm}^2 =$   
 $= 10 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} = 100 \text{ cm}^2$



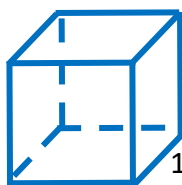
$1 \text{ a}$   $10 \text{ m}$   
 $10 \text{ m}$



$1 \text{ ha}$   $100 \text{ m}$   
 $100 \text{ m}$

## jednostki objętości i pojemności

$1 \text{ mm}^3$   
 $1 \text{ cm}^3 = 1\,000 \text{ mm}^3$   
 $1 \text{ dm}^3 = 1\,000 \text{ cm}^3$   
 $1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ dm}^3$   
 $1 \text{ m}^3 = 1\,000\,000 \text{ cm}^3$



$1 \text{ dm} = 10 \text{ cm}$

$1 \text{ dm} = 10 \text{ cm}$

$1 \text{ dm} = 10 \text{ cm}$

$1 \text{ dm} \cdot 1 \text{ dm} \cdot 1 \text{ dm} = 1 \text{ dm}^3 =$   
 $= 10 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} = 1000 \text{ cm}^3$

$1 \text{ ml} = 1 \text{ cm}^3$   
 $1 \text{ l} = 1\,000 \text{ ml}$   
 $1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3$   
 $1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ l}$