....	....	....
Imię i nazwisko	Data	Klasa

MATEMATYKA
Arkusz egzaminacyjny nr 1

Drogi Ósmoklasisto,

przed Tobą arkusz egzaminacyjny sprawdzający Twoją wiedzę z matematyki. Zanim przystąpisz do pracy, zapoznaj się z poniższą instrukcją.

Instrukcja dla ucznia

1. Sprawdź, czy zestaw zadań zawiera 10 stron. Ewentualny brak stron lub inne usterki zgłoś nauczycielowi.
2. W górnej części tej strony zapisz swoje imię i nazwisko, klasę i datę.
3. Czytaj uważnie wszystkie teksty i zadania. Wykonuj zadania zgodnie z poleceniami.
4. Rozwiązania zadań zapisuj długopisem lub piórem z czarnym tuszem/atramentem. Nie używaj korektora.
5. W arkuszu znajdują się różne typy zadań.
   - Zadania od 1. do 16. to zadania zamknięte. W każdym z nich wybierz właściwą odpowiedź i postępuj zgodnie z poleceniem.
   - Zadania od 17. do 21. to zadania otwarte. Rozwiązanie każdego z nich zapisz czytelnie i starannie w wyznaczonym miejscu. Pomyłki przekreślaj.
6. Możesz wykorzystać miejsce opatrzone napisem *Brudnopis*. Zapisy w brudnopisie nie będą sprawdzane ani oceniane.
7. Na rozwiązanie wszystkich zadań masz 100 minut.

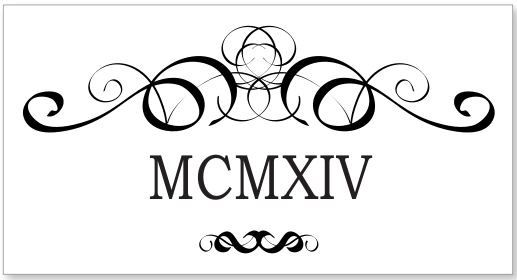
Powodzenia!

AUTOR: Anna Drążek

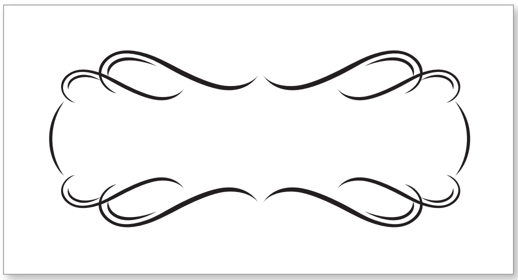
Zadanie 1. (0–1)
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Jeżeli pierwszy dzień marca wypada w czwartek, to pierwszy dzień maja tego samego roku wypada

☐ **A.** w środę. ☐ **B.** w sobotę. ☐ **C.** w niedzielę. ☐ **D.** we wtorek.

Zadanie 2. (0–1)
Na starych budynkach często umieszczano daty zapisane w systemie rzymskim. Data na pierwszej kamienicy jest dobrze widoczna, natomiast data na drugiej kamienicy uległa zatarciu, ale wiadomo, że tę kamienicę zbudowano w 1898 r.



radomska kamienica


wrocławska kamienica

Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.
Później zbudowano ☐ **A** / ☐ **B**.

A. wrocławską kamienicę **B.** radomską kamienicę

Na wrocławskiej kamienicy widniał napis ☐ **C** / ☐ **D**.

C. MDCCCXCVIII **D.** MCCMXCVIII

Zadanie 3. (0–1)
W dwóch i pół szklanki mieści się 400 g mąki.
Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Szklanka zawiera 160 g mąki.	☐ **P**	☐ **F**
W $\frac{1}{4}$ objętości szklanki mieści się 35 g mąki.	☐ **P**	☐ **F**

Zadanie 4. (0–1)
Na każdej z dwóch półek znajduje się 48 książek: 20 z zakresu literatury pięknej, 16 z zakresu literatury popularnonaukowej i 12 z zakresu literatury dziecięcej.
Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.
Jeżeli na pierwszej półce postawimy dodatkowo ☐ **A** / ☐ **B** książek z literatury dziecięcej, to liczba książek dla dzieci znajdujących się na tej półce będzie stanowiła 40% liczby wszystkich książek na tej półce.

A. 8 **B.** 12

Jeżeli z drugiej półki zdejmiemy 8 książek z literatury pięknej, to liczba pozostałych książek z literatury pięknej na tej półce będzie stanowić ☐ **C** / ☐ **D** liczby książek z literatury popularnonaukowej znajdujących się na tej półce.

C. mniej niż 50% **D.** więcej niż 70%

Zadanie 5. (0–1)
Kierowcy jadącemu na spotkanie pozostało do przejechania 35 kilometrów. Aby się nie spóźnić, powinien pokonać ten odcinek w czasie nie dłuższym niż 25 minut.
Czy jeśli będzie jechał ze średnią prędkością 70 km/h, to dotrze do celu na czas?
Wybierz odpowiedź T albo N i jej uzasadnienie spośród A, B albo C.

☐ **T**	Tak,	ponieważ	☐ **A.**	35 kilometrów przejedzie w ciągu pół godziny.
			☐ **B.**	w 25 minut pokona mniej niż 20 kilometrów.
☐ **N**	Nie,		☐ **C.**	zostanie mu jeszcze 5 minut.

Zadanie 6. (0–1)
Dane są trzy wyrażenia:
$F = 2a-(a+5)$, $G = 4-(-3a-2)$, $H = -4-(3a+2)$.
Wartość której sumy jest równa zero?
Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
☐ **A.** $F+G+H$ ☐ **B.** $G+H$ ☐ **C.** $F+H$ ☐ **D.** $F+G$

Zadanie 7. (0–1)
Graniastosłup prosty ma 8 ścian bocznych.
Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.
Ten graniastosłup ma ☐ **A** / ☐ **B** wierzchołków.
A. 8 **B.** 16
Liczba ścian bocznych tego graniastosłupa jest równa liczbie ☐ **C** / ☐ **D**.
C. wierzchołków **D.** krawędzi jednej podstawy

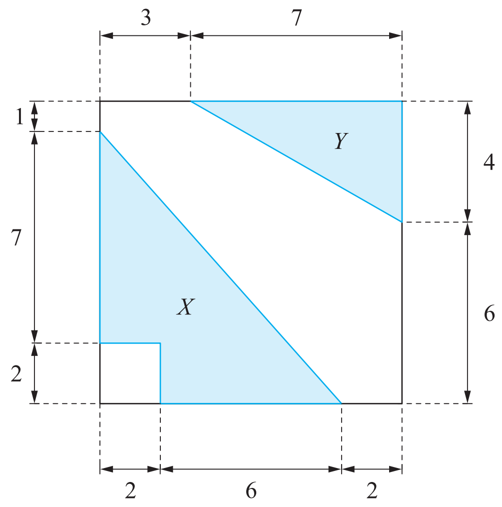
Zadanie 8. (0–1)
Dane jest wyrażenie $\frac{4\cdot10^7\cdot4{,}5\cdot10^5}{0{,}004\cdot10^4}$. Czy wartość tego wyrażenia jest liczbą podzielną przez 9?
Wybierz odpowiedź T albo N i jej uzasadnienie spośród A, B albo C.

☐ **T**	Tak,	ponieważ	☐ **A.**	suma wykładników potęg liczby 10 nie jest liczbą podzielną przez 9.
			☐ **B.**	licznik jest podzielny przez 9.
☐ **N**	Nie,		☐ **C.**	wartość tego wyrażenia można zapisać w postaci $45\cdot10^{10}$.

Zadanie 9. (0–1)
W trzech koszykach są 72 jabłka. W drugim koszyku jest o 7 jabłek mniej niż w pierwszym, a w trzecim – o 8 więcej niż w drugim.
Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

W pierwszym i drugim koszyku jest razem 45 jabłek.	☐ **P**	☐ **F**
Najwięcej jabłek jest w trzecim koszyku.	☐ **P**	☐ **F**

Informacje do zadań 10. i 11.
W kwadracie zaznaczono kolorem figury X i Y – jak na rysunku. Wymiary podane są w centymetrach.



Zadanie 10. (0–1)
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Obwód figury X jest większy od obwodu figury Y

☐ **A.** o $\left(6+4\sqrt{5}\right)$ cm
☐ **B.** o $\left(6+\sqrt{145}-\sqrt{65}\right)$ cm
☐ **C.** o $\left(28+\sqrt{145}+\sqrt{65}\right)$ cm
☐ **D.** o $\left(6-\sqrt{80}\right)$ cm

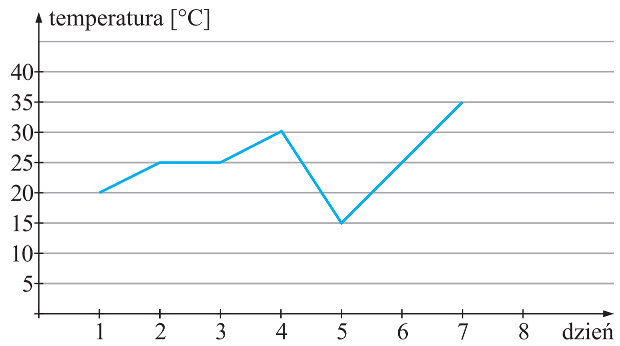
Zadanie 11. (0–1)
Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.
Pole trójkąta Y stanowi ☐ **A** / ☐ **B** pola figury X.

A. więcej niż 40%
B. mniej niż 40%

Suma pól zamalowanych figur jest ☐ **C** / ☐ **D**.

C. mniejsza niż połowa pola kwadratu
D. połową pola kwadratu

Zadanie 12. (0–1)
Pan Karol spędził urlop na rejsie po Wyspach Kanaryjskich. Codziennie o 17:00 mierzył temperaturę powietrza, a wyniki przedstawił na wykresie.



Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.

Rejs trwał ☐ **A** / ☐ **B**.

A. 5 dni **B.** 7 dni

Średnia temperatura podczas rejsu wynosiła ☐ **C** / ☐ **D**.

C. 25°C **D.** 20°C

Zadanie 13. (0–1)

Dane jest wyrażenie $\frac{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{6}$. Czy wartość tego wyrażenia jest liczbą dodatnią?

Wybierz odpowiedź T albo N i jej uzasadnienie spośród A, B albo C.

☐ **T**	Tak,	ponieważ	☐ **A.**	$\sqrt{12}-\sqrt{18}<0$.
			☐ **B.**	licznik jest równy 0.
☐ **N**	Nie,		☐ **C.**	licznik i mianownik są liczbami dodatnimi.

Zadanie 14. (0–1)

Na kartkach wypisano wszystkie liczby dwucyfrowe. Losujemy jedną z tych kartek.

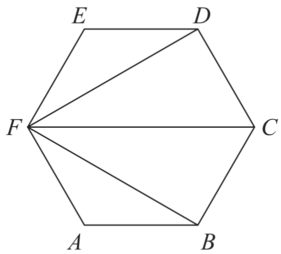
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Prawdopodobieństwo, że liczba zapisana na tej kartce jest podzielna przez 4, wynosi

☐ **A.** $\frac{2}{45}$ ☐ **B.** $\frac{11}{50}$ ☐ **C.** $\frac{1}{4}$ ☐ **D.** $\frac{11}{45}$

Zadanie 15. (0–1)

W sześciokącie foremnym *ABCDEF* o boku *a* poprowadzono przekątne z wierzchołka *F*.

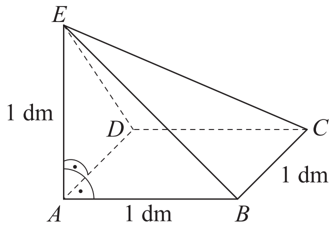


Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Przekątne podzieliły sześciokąt na trójkąty, wśród których jest tylko jedna para trójkątów przystających.	☐ **P**	☐ **F**
Suma długości tych przekątnych wynosi $2a\left(\sqrt{3}+1\right)$.	☐ **P**	☐ **F**

Zadanie 16. (0–1)

Dany jest ostrosłup *ABCDE* o podstawie kwadratu – jak na rysunku. Kąty *EAB* i *DAE* są proste.



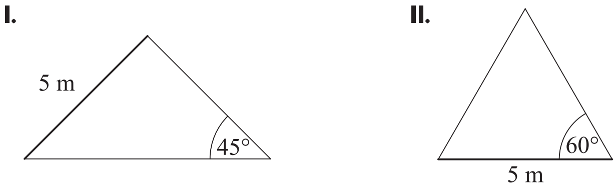
Ile wynosi suma długości wszystkich krawędzi tego ostrosłupa?

Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

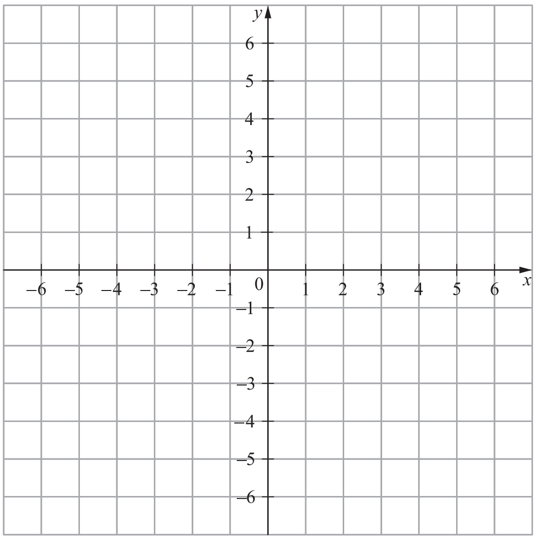
☐ **A.** $\left(4+3\sqrt{2}\right)$ dm ☐ **B.** $\left(4+3\sqrt{2}+2\sqrt{3}\right)$ dm ☐ **C.** $\left(5+2\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)$ dm ☐ **D.** $\left(5+4\sqrt{2}+2\sqrt{3}\right)$ dm

Zadanie 17. (0–3)
Przedszkolanka chce posadzić grupę 38 dzieci przed sceną. Do dyspozycji ma ławki 4- i 5-osobowe. Ile ławek każdego rodzaju należy ustawić, aby posadzić te dzieci, jeśli każda ławka musi być zapełniona? Podaj wszystkie możliwości. Zapisz rozwiązanie.

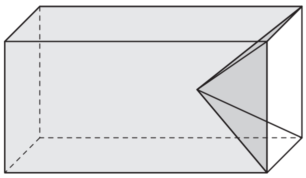
Zadanie 18. (0–3)
Pan Tadeusz zlecił uszycie żagla przeciwsłonecznego w kształcie trójkąta równoramiennego. Zleceniobiorca zaproponował mu dwa wzory – jak na rysunku. Na koszt wykonania żagla największy wpływ ma ilość zużytej tkaniny. Który wariant wybrał pan Tadeusz, jeśli koszt wykonania żagla ma być jak najmniejszy? Uzasadnij odpowiedź.



Zadanie 19. (0–4)
W układzie współrzędnych zaznacz punkty $A = (-4, 0)$ i $B = (0, 0)$. Następnie wyznacz wszystkie możliwe położenia punktu C, dla których trójkąt o wierzchołkach w punktach A, B i C oraz podstawie AB jest równoramienny i ma pole równe 10. Podaj współrzędne wierzchołka C tego trójkąta. Uzasadnij odpowiedź.



Zadanie 20. (0–3)
Z drewnianego prostopadłościennego klocka o wymiarach 6 cm × 6 cm × 12 cm wycięto ostrosłup prawidłowy czworokątny o wysokości równej $\frac{1}{3}$ najdłuższej krawędzi prostopadłościanu. Otrzymano w ten sposób bryłę przedstawioną na rysunku. Oblicz pole powierzchni całkowitej otrzymanej bryły. Zapisz obliczenia.

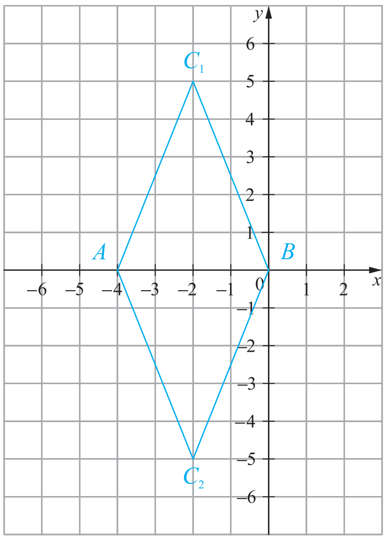


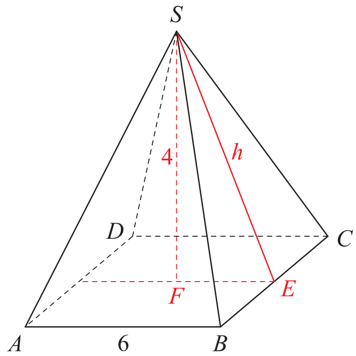
Zadanie 21. (0–3)
W pierwszym tygodniu kuracji Zosia wypija pewną liczbę kropli lekarstwa dziennie. Potem robi tygodniową przerwę, a następnie w dwóch kolejnych tygodniach wypija trzy razy więcej kropli dziennie niż w pierwszym tygodniu. Średnia dzienna dawka lekarstwa w ciągu tej kuracji wynosi 7 kropli dziennie. Po ile kropli lekarstwa dziennie wypija Zosia w każdym tygodniu kuracji? Zapisz obliczenia.

Brudnopis

SCHEMAT PUNKTOWANIA

Numer zadania	Odpowiedź	Zasady przyznawania punktów	Punktacja
1	D	Zaznaczenie poprawnego dokończenia zdania – 1 punkt.	0–1
2	B, C	Zaznaczenie dwóch poprawnych odpowiedzi – 1 punkt.	0–1
3	P, F	Poprawna ocena obu zdań – 1 punkt.	0–1
4	B, D	Zaznaczenie dwóch poprawnych odpowiedzi – 1 punkt.	0–1
5	N, A	Zaznaczenie poprawnej odpowiedzi i poprawnego uzasadnienia – 1 punkt.	0–1
6	B	Zaznaczenie poprawnej odpowiedzi – 1 punkt.	0–1
7	B, D	Zaznaczenie dwóch poprawnych odpowiedzi – 1 punkt.	0–1
8	T, C	Zaznaczenie poprawnej odpowiedzi i poprawnego uzasadnienia – 1 punkt.	0–1
9	P, P	Poprawna ocena obu zdań – 1 punkt.	0–1
10	B	Zaznaczenie poprawnego dokończenia zdania – 1 punkt.	0–1
11	A, C	Zaznaczenie dwóch poprawnych odpowiedzi – 1 punkt.	0–1
12	B, C	Zaznaczenie dwóch poprawnych odpowiedzi – 1 punkt.	0–1
13	N, A	Zaznaczenie poprawnej odpowiedzi i poprawnego uzasadnienia – 1 punkt.	0–1
14	D	Zaznaczenie poprawnego dokończenia zdania – 1 punkt.	0–1
15	F, P	Poprawna ocena obu zdań – 1 punkt.	0–1
16	C	Zaznaczenie poprawnej odpowiedzi – 1 punkt.	0–1
17	**Przykładowe rozwiązanie** Wprowadzamy oznaczenia: x – liczba ławek 5-osobowych y – liczba ławek 4-osobowych Budujemy równanie: $5x+4y=38$ Jeśli $x=0$, to $y=9$ i 2 reszty (nie) Jeśli $x=1$, to $y=8$ i 1 reszty (nie) Jeśli $x=2$, to $y=7$ (tak) Jeśli $x=3$, to $y=5$ i 3 reszty (nie) Jeśli $x=4$, to $y=4$ i 2 reszty (nie) Jeśli $x=5$, to $y=3$ i 1 reszty (nie) Jeśli $x=6$, to $y=2$ (tak) Jeśli $x=7$, to $y=0$ i 3 reszty (nie) Odp. Przedszkolanka mogła posadzić dzieci na 2 ławkach 5-osobowych i 7 ławkach 4-osobowych albo na 6 ławkach 5-osobowych i 2 ławkach 4-osobowych.	Zapisanie poprawnego równania z dwiema niewiadomymi lub poprawny sposób poszukiwania rozwiązań (przynajmniej 3 próby) bez wskazania rozwiązania – 1 punkt. Poprawne podanie jednej możliwości – 1 punkt. Poprawne podanie drugiej możliwości – 1 punkt.	0–3

Numer zadania	Odpowiedź	Zasady przyznawania punktów	Punktacja
18	**Przykładowe rozwiązanie** Obliczamy pola poszczególnych trójkątów. **I.** Pole tego trójkąta jest równe połowie pola kwadratu o boku 5 m, czyli $P_I = 12{,}5\ \mathrm{m}^2$ **II.** To jest trójkąt równoboczny o boku 5 m, czyli $P_{II} = \frac{12{,}5\sqrt{3}}{2}\ \mathrm{m}^2$ $\frac{\sqrt{3}}{2} < 1$, zatem mniejsze jest pole P_{II} Odp. Pan Tadeusz wybrał wariant **II**.	Obliczenie pola jednego trójkąta – 1 punkt. Obliczenie pola drugiego trójkąta – 1 punkt. Uzasadnienie wyboru wzoru żagla (trójkąta o mniejszym polu) i udzielenie odpowiedzi – 1 punkt.	0–3
19	**Przykładowe rozwiązanie**  Trójkąt ABC_1 jest równoramienny, ponieważ $\lvert AC_1\rvert = \lvert BC_1\rvert = \sqrt{2^2+5^2}$, a jego pole $P = \frac{4\cdot 5}{2} = 10$. Trójkąt ABC_2 jest równoramienny, ponieważ $\lvert AC_2\rvert = \lvert BC_2\rvert = \sqrt{2^2+5^2}$, a jego pole $P = \frac{4\cdot 5}{2} = 10$. Odp. Są dwa położenia $C_1 = (-2, 5)$ i $C_2 = (-2, -5)$.	Zaznaczenie punktów A i B – 1 punkt. Znalezienie jednego położenia punktu C – 1 punkt. Znalezienie drugiego położenia punktu C – 1 punkt. Podanie współrzędnych wierzchołka C i uzasadnienie – 1 punkt.	0–4

Numer zadania	Odpowiedź	Zasady przyznawania punktów	Punktacja
20	**Przykładowe rozwiązanie** Pole powierzchni całkowitej otrzymanej bryły P_c jest równe sumie pól P_1 (pole powierzchni prostopadłościanu bez jednej kwadratowej ściany) i P_2 (pole powierzchni bocznej wyciętego ostrosłupa). $P_1 = 36 + 4 \cdot 6 \cdot 12 = 324$ [cm²] $P_2 = 4 \cdot P_{SBC}$ (zob. poniższy rysunek)  $h = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ [cm] $P_2 = 4 \cdot \frac{6 \cdot 5}{2} = 60$ [cm²] Odp. $P_c = 324 + 60 = 384$ [cm²]	Podział poszukiwanego pola powierzchni całkowitej bryły na części P_1 i P_2 – 1 punkt. Obliczenie jednego z poszukiwanych pól składowych – 1 punkt. Obliczenie drugiego z poszukiwanych pól składowych oraz wyznaczenie pola powierzchni całkowitej otrzymanej bryły – 1 punkt.	0–3
21	**Przykładowe rozwiązanie** Oznaczenia: x – liczba kropli lekarstwa wypijana dziennie w pierwszym tygodniu kuracji $0 \cdot x$ – liczba kropli lekarstwa wypijana dziennie w drugim tygodniu kuracji $3x$ – liczba kropli lekarstwa wypijana dziennie w trzecim i w czwartym tygodniu kuracji Równanie: $\frac{7 \cdot x + 0 \cdot x + 14 \cdot 3x}{28} = 7$ $x = 4$ Odp. Zosia wypija po 4 krople w pierwszym tygodniu, po 0 kropli w drugim tygodniu i po 12 kropli w trzecim i czwartym tygodniu kuracji.	Ustalenie dawki lekarstwa w poszczególnych tygodniach kuracji – 1 punkt. Zapisanie równania – 1 punkt. Rozwiązanie równania i zapisanie odpowiedzi – 1 punkt.	0–3