DRUGI MEĐUISPIT IZ ANALOGNE I MJEŠOVITE OBRADE SIGNALA 2008

1. Za NP filtar s karakteristikom 2. stupnja po Chebyshevu s maksimalnom valovitošću u području propuštanja 2.5dB i graničnom frekvencijom 100 Hz odrediti izraze za amplitudno-frekvencijsku i fazno-frekvencijsku karakteristiku. Kao granična frekvencija se uzima najviša frekvencija na kojoj amplitudno-frekvencijska karakteristika poprima vrijednost minimuma iz područja propuštanja. Skicirati amplitudno-frekvencijsku i fazno-frekvencijsku karakteristiku te označiti karakteristične točke. Odrediti iznos faze i amplitude (u dB) signala na izlazu filtra ako na ulazu djeluje signal $u(t)$=20 sin(628 t+30°).

<u>Rješenje:</u>
Najprije treba izračunati prijenosnu funkciju filtra 2. reda aproksimacije po Chebyshevu s maksimalnom valovitošću u području propuštanja 2.5dB.
Normalizirani polovi:

Maksimalna valovitost u području propuštanja: $a_H = 20\log\dfrac{1}{\sqrt{1+\varepsilon^2}}$[dB]

Parametar ε: $\varepsilon = \sqrt{10^{-a_H[\mathrm{dB}]/10} - 1}$

$$\Phi_2 = \frac{1}{N}\ln\left(\frac{1}{\varepsilon} + \sqrt{1+\frac{1}{\varepsilon^2}}\right)$$

$$s_k = -\sinh(\Phi_2)\cdot\sin\left(\frac{2k-1}{2N}\pi\right) + j\cosh(\Phi_2)\cdot\cos\left(\frac{2k-1}{2N}\pi\right); \qquad k = 1,\ldots,N$$

Uz uvrštene vrijednosti: N=2, a_H=–2.5dB slijedi:

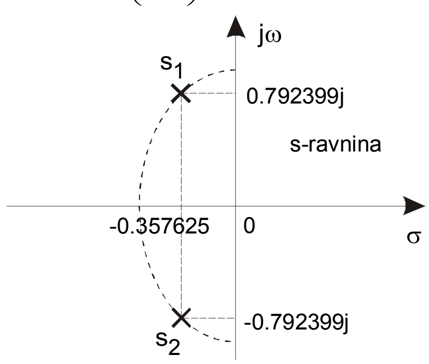
$$\varepsilon = \sqrt{10^{2.5/10} - 1} = 0.882201$$

$$\Phi_2 = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1}{0.882201} + \sqrt{1+\frac{1}{0.882201^2}}\right) = 0.486357$$

polovi su na elipsi u lijevoj poluravnini:

$$s_1 = -\sinh(\Phi_2)\sin\left(\frac{1}{4}\pi\right) + j\cosh(\Phi_2)\cos\left(\frac{1}{4}\pi\right) = -0.357625 + j0.792399$$

$$s_2 = -\sinh(\Phi_2)\sin\left(\frac{3}{4}\pi\right) + j\cosh(\Phi_2)\cos\left(\frac{3}{4}\pi\right) = -0.357625 - j0.792399$$



Normalizirana prijenosna funkcija glasi: $H(s) = k\cdot\dfrac{s_1 s_2}{(s-s_1)(s-s_2)}$,

$$H(s) = k\cdot\frac{(-0.357625 + j0.792399)(-0.357625 - j0.792399)}{(s + 0.357625 - j0.792399)(s + 0.357625 + j0.792399)}$$

$$= k \cdot \frac{(0.357625)^2 + (0.792399)^2}{(s+0.357625)^2 + (0.792399)^2} = k \cdot \frac{0.755792}{s^2 + 0.715251s + 0.755792} = k \cdot \frac{\omega_{NP}^2}{s^2 + \frac{\omega_{NP}}{q_{NP}} s + \omega_{NP}^2}$$

Zato jer smo izračunali parnu prijenosnu funkciju treba podesiti d.c.-pojačanje $k=H(0)$ (pojačanje na frekvenciji nula) jednako maksimalnoj valovitosti $k = 10^{a_H[dB]/20}$.

Slijede parametri:

$$k = 10^{-2.5/20} = 0.749894; \text{ili } k = \frac{1}{\sqrt{1+\varepsilon^2}} = 0.749894;$$

$$\omega_{NP} = \sqrt{0.755792} = 0.869363;$$

$$\frac{\omega_{NP}}{q_{NP}} = 0.715251 \Rightarrow q_{NP} = \frac{0.869363}{0.715251} = 1.21547$$

Konačno je normalizirana prijenosna funkcija:

$$H(s) = 0.749894 \cdot \frac{0.755792}{s^2 + 0.715251s + 0.755792} = \frac{0.566764}{s^2 + 0.715251s + 0.755792}$$

Navedenu prijenosnu funkciju možemo denormalizirati frekvencijskom transformacijom:

$$s \to \frac{s}{\omega_g},$$

gdje je $\omega_g=2\pi f_g=2\pi\cdot 100=628$ [rad/s] zadana granična frekvencija. Dobivamo denormaliziranu prijenosnu funkciju:

$$H(s) = \frac{0.566764}{\left(\frac{s}{\omega_g}\right)^2 + \frac{s}{\omega_g} \cdot 0.715251 + 0.755792} = \frac{0.566764 \cdot \omega_g^2}{s^2 + s \cdot \omega_g \cdot 0.715251 + 0.755792 \cdot \omega_g^2}$$

U $H(s)$ uvrstimo $s=j\omega$, odakle slijedi:

$$H(j\omega) = \frac{0.566764}{\left(\frac{j\omega}{\omega_g}\right)^2 + \frac{j\omega}{\omega_g} \cdot 0.715251 + 0.755792} = \frac{0.566764}{0.755792 - \left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^2 + j \cdot \frac{\omega}{\omega_g} 0.715251}$$

Izraz je oblika $H(j\omega) = \frac{N(j\omega)}{D(j\omega)}$, gdje je N oznaka za brojnik, a D za nazivnik.

Nećemo proširivati izraz tako da nazivnik bude realan nego ćemo odmah izračunati a-f i f-f karakteristike.

Amplitudno-frekvencijska karakteristika:

$$|H(j\omega)| = \frac{|N(j\omega)|}{|D(j\omega)|} = \frac{0.566764}{\sqrt{\left[0.755792 - \left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^2\right]^2 + \left[\frac{\omega}{\omega_g} 0.715251\right]^2}}$$

Fazno-frekvencijska karakteristika:

$$\varphi(\omega) = \arctan\frac{\mathrm{Im}[N(j\omega)]}{\mathrm{Re}[N(j\omega)]} - \arctan\frac{\mathrm{Im}[D(j\omega)]}{\mathrm{Re}[D(j\omega)]} = 0 - \arctan\frac{\frac{\omega}{\omega_g} 0.715251}{0.755792 - \left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^2}$$

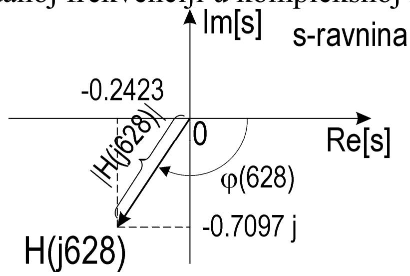
Uvrstimo u zadatku zadane vrijednosti: granična frekvencija filtra $\omega_g=2\pi f_g=2\pi\cdot 100=628$ rad/s, frekvencija generatora ulaznog signala $\omega=628$rad/s, $U_0=20$, $\varphi_0=30° \Rightarrow \omega/\omega_g=628/628=1$.
Dakle, na frekvenciji generatora od 100Hz (ili 628 rad/s) jesu:

$$H(628)=\left|H(j628)\right|=\frac{0.566764}{\sqrt{\left[0.755792-1^2\right]^2+\left[1\cdot 0.715251\right]^2}}=0.749894$$

odn. $\alpha(628)= 20\log H(628)= 20\log(0.749894)= -2.5$dB.

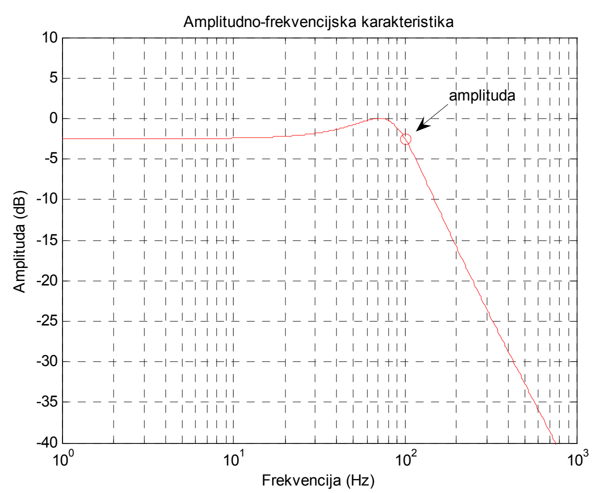
$$\varphi(628)=-\arctan\frac{1\cdot 0.715251}{0.755792-1^2}=-108.85°$$

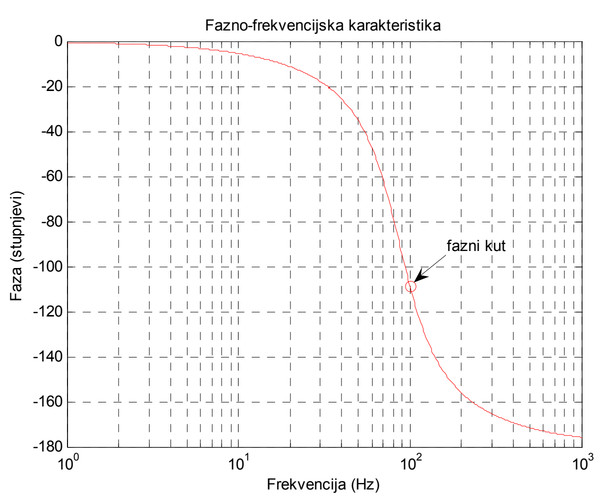
Da bismo bili sigurni da li je točan fazni kut (odnosno da li je u ispravnom kvadrantu) preporučljivo je nacrtati položaj fazora $H(j\omega)$ na zadanoj frekvenciji u kompleksnoj ravnini:



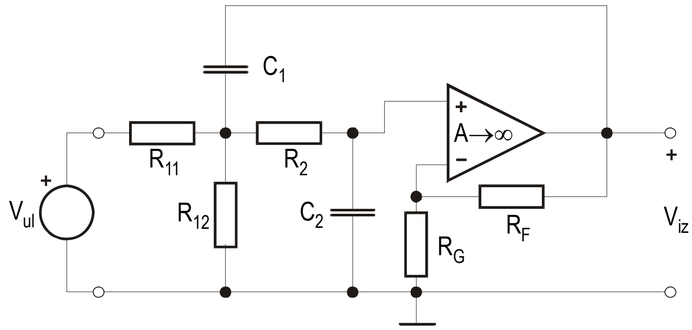
Pritom je $H(j628)=\dfrac{0.566764}{0.755792-1^2+j\cdot 0.715251}=-0.2423-j\cdot 0.7097$

Pa je izlazni signal: $y(t)=20\cdot 0.749894\sin(628t+30°-108.85°)=15\sin(628t-78.85°)$





2. Pomoću bikvadratne sekcije prikazane slikom realizirati NP filtar 2. reda s karakteristikom po Butterworthu, graničnom frekvencijom f_g=1 kHz i jediničnim pojačanjem u području propuštanja. Najprije izračunati normalizirane elemente filtra, a zatim izvršiti denormalizaciju tako da se u realizaciji koriste kapaciteti 100nF.



Rješenje:

Najprije izračunajmo normalizirane polove:

(ovaj dio studenti mogu lako preskočiti ako posjeduju bilo koji priručnik sa filtarskim tablicama)

$$s_k = -\sin\left(\frac{2k-1}{2N}\pi\right) + j\cos\left(\frac{2k-1}{2N}\pi\right); \qquad k = 1,\ldots,N$$

Za Butterworthovu aproksimaciju polovi su na jediničnoj kružnici u lijevoj poluravnini (uvrstimo N=2)

$$s_1 = -\sin\left(\frac{1}{4}\pi\right) + j\cos\left(\frac{1}{4}\pi\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} + j\frac{\sqrt{2}}{2} = -0.7071 + j0.7071$$

$$s_2 = -\sin\left(\frac{3}{4}\pi\right) + j\cos\left(\frac{3}{4}\pi\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} - j\frac{\sqrt{2}}{2} = -0.7071 - j0.7071$$

Umjesto proračuna, podatke o istim polovima moguće je pročitati iz skripte N. Mijat, “Električni Filtri”, tablica 1 na strani 50:

n	Re	Im	Q_p	ω_p	Faktori nazivnika
2	-0.7071068	±0.7071068	0.7071068	1.00	s^2+1.4142136·s+1

Polovi s_1 i s_2 čine konjugirano-kompleksni par stoga ih grupiramo. Na taj način će imaginarna jedinica j nestati i nastavljamo postupak samo sa realnim brojevima.

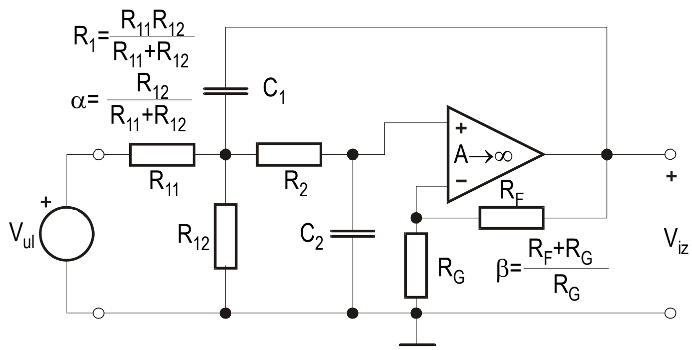
Normalizirana prijenosna funkcija glasi: $H(s) = k \cdot \dfrac{s_1 s_2}{(s-s_1)(s-s_2)}$,

Uvrstimo k=1 i vrijednosti polova: $$H(s) = 1 \cdot \frac{\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + j\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} - j\frac{\sqrt{2}}{2}\right)}{\left(s + \frac{\sqrt{2}}{2} - j\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(s + \frac{\sqrt{2}}{2} + j\frac{\sqrt{2}}{2}\right)}$$

ili pročitamo prijenosnu funkciju iz tablica:

$$H(s) = \frac{1}{s^2 + \sqrt{2}\cdot s + 1}$$

U realizaciji koristimo bikvadratnu sekciju s nisko-propusnom karakteristikom i s jednim pojačalom koja je prikazana na slijedećoj slici. Sekcija se zove SAK (Sallen and Key) sekcija. Izračunati ćemo normalizirane vrijednosti komponenata.



Prijenosna funkcija sekcije glasi:

$$H_1(s)=\frac{V_{iz}(s)}{V_{ul}(s)}=\frac{k\cdot\omega_p^2}{s^2+\dfrac{\omega_p}{q_p}s+\omega_p^2},$$

gdje su vrijednosti parametra:

$$q_p=\frac{\sqrt{R_1R_2C_1C_2}}{R_1(C_1+C_2)+R_2C_2-\beta R_1C_1},\ \omega_p=\frac{1}{\sqrt{R_1R_2C_1C_2}},\ k=\alpha\beta,$$

$$\beta=1+\frac{R_F}{R_G},\ \alpha=\frac{R_{12}}{R_{11}+R_{12}},\ R_1=R_{11}\|R_{12}=\frac{R_{11}\cdot R_{12}}{R_{11}+R_{12}},\ R_{11}=\frac{R_1}{\alpha},\ R_{12}=\frac{R_1}{1-\alpha}.$$

U proračunu ćemo pretpostaviti $R_1=R_2=R$, $C_1=C_2=C$ pa će gornji izrazi poprimiti jednostavniji oblik:

$$q_p=\frac{\sqrt{R^2C^2}}{R(C+C)+RC-\beta RC}=\frac{1}{3-\beta},\ \omega_p=\frac{1}{\sqrt{R^2C^2}}=\frac{1}{RC},\ k=\alpha\beta.$$

(ove izraze studenti već imaju u riješenim primjerima)

Sada slijedi proračun elemenata pojedinih sekcija:

$\omega_p=1,\ q_p=1/\sqrt{2}=0.7071,\ k=1$

Odaberimo $C=1 \Rightarrow R=\dfrac{1}{\omega_pC}=\dfrac{1}{1\cdot 1}=1$, $\beta=3-\dfrac{1}{q_p}=3-\dfrac{1}{0.7071}=1.5858$,

$$\alpha=\frac{k}{\beta}=\frac{1}{1.5858}=0.6306$$

Odabiremo $R_G=1\Rightarrow R_F=R_G(\beta-1)=0.5858$

Ostali elementi $R_1=R_2=R=1$, $C_1=C_2=C=1$, $R_{11}=\dfrac{R_1}{\alpha}=\dfrac{1}{0.6306}=1.5858$,

$$R_{12}=\frac{R_1}{1-\alpha}=\frac{1}{1-0.6306}=2.7071$$

Denormalizacija elemenata po frekvenciji ω_0 i impedanciji R_0 se vrši prema slijedećim izrazima:

$$R=R_0\cdot R_n;\ C=\frac{C_n}{\omega_0\cdot R_0};\ L=\frac{L_n\cdot R_0}{\omega_0}.$$

Denormalizacija će se provesti po frekvenciji ω_0 jednakoj graničnoj frekvenciji:
$\omega_0=\omega_g=2\pi f_g=2\pi\cdot 10^3=6283.2$ rad/s.
Impedanciju R_0 s kojom vršimo denormalizaciju možemo izračunati iz uvjeta da u realizaciji koristimo kapacitete npr. 100nF.

Tada je:

$$R_0 = \frac{C_n}{\omega_0 \cdot C} = \frac{1}{6283.2 \cdot 100 \cdot 10^{-9}} = 1591.55\Omega$$

Dakle, denormalizaciju vršimo:

po frekvenciji: ω_0=6283.2rad/s i

po impedanciji: R_0=1591.55Ω.

Konačno denormalizirani elementi glase:

$R_1=R_2=R_0 \cdot R=1591.5\Omega$,

$C_1=C_2=\dfrac{C}{\omega_0 \cdot R_0} = \dfrac{1}{6283.2 \cdot 1591.55} = 100 \cdot 10^{-9} = 100\text{nF}$,

$R_{11} = R_0 \cdot 1.5858 = 2523.8\Omega$,

$R_{12} = R_0 \cdot 2.7071 = 4308.5\Omega$,

$R_G = 10k\Omega$, $R_F = 5.858k\Omega$ (jer smo R_G i R_F denormalizirali po R_0=10kΩ).

Napomena: R_G i R_F mogu biti denormalizirani i po R_0=1591.55Ω, ali to nije neophodno. U tom slučaju bismo dobili R_G=1591.55Ω i R_F=932.3Ω.

3. Izračunati prijenosnu funkciju za PP filtar 4. reda s karakteristikom po Butterworthu, sa širinom pojasa $B=f_g-f_d=1$kHz (gdje su f_g i f_d gornja i donja granična frekvencija) i centralnom frekvencijom $f_0=10$kHz. Koliko iznose f_g i f_d ? U kakvoj vezi su granične frekvencije sa centralnom frekvencijom? Nacrtati raspored nula i polova u kompleksnoj s-ravnini. Odrediti izraze za amplitudno-frekvencijsku i fazno-frekvencijsku karakteristiku. Izračunati sve parametre dvaju bikvadratnih sekcija koje u kaskadi realiziraju prijenosnu funkciju 4. reda, a to su: pojačanje u području propuštanja k_i, Q-faktor polova q_{pi} i frekvenciju polova ω_{pi} (i=1,2).

Rješenje:
Najprije izračunajmo normalizirane polove (isto kao u 2. zadatku):
(ovaj dio studenti mogu lako preskočiti ako posjeduju bilo koji priručnik sa filtarskim tablicama)

$$s_k = -\sin\left(\frac{2k-1}{2N}\pi\right) + j\cos\left(\frac{2k-1}{2N}\pi\right); \qquad k = 1,\dots, N$$

Za Butterworthovu aproksimaciju polovi su na jediničnoj kružnici u lijevoj poluravnini (uvrstimo N=2)

$$s_1 = -\sin\left(\frac{1}{4}\pi\right) + j\cos\left(\frac{1}{4}\pi\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} + j\frac{\sqrt{2}}{2} = -0.7071 + j0.7071$$

$$s_2 = -\sin\left(\frac{3}{4}\pi\right) + j\cos\left(\frac{3}{4}\pi\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} - j\frac{\sqrt{2}}{2} = -0.7071 - j0.7071$$

Umjesto proračuna, podatke o istim polovima moguće je pročitati iz skripte N. Mijat, "Električni Filtri", tablica 1 na strani 50:

n	Re	Im	Q_p	ω_p	Faktori nazivnika
2	-0.7071068	±0.7071068	0.7071068	1.00	s^2+1.4142136·s+1

Polovi s_1 i s_2 čine konjugirano-kompleksni par stoga ih grupiramo. Na taj način će imaginarna jedinica j nestati i nastavljamo postupak samo sa realnim brojevima.

Normalizirana prijenosna funkcija glasi: $H(s) = k \cdot \dfrac{s_1 s_2}{(s-s_1)(s-s_2)}$,

Uvrstimo k=1 i vrijednosti polova: $$H(s) = 1 \cdot \frac{\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + j\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} - j\frac{\sqrt{2}}{2}\right)}{\left(s + \frac{\sqrt{2}}{2} - j\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(s + \frac{\sqrt{2}}{2} + j\frac{\sqrt{2}}{2}\right)}$$

ili pročitamo prijenosnu funkciju iz tablica:

$$H_{NP}(s) = \frac{1}{s^2 + \sqrt{2}\cdot s + 1} = k_{NP} \cdot \frac{\omega_{NP}^2}{s^2 + (\omega_{NP}/q_{NP})\cdot s + \omega_{NP}^2}$$

Iz posljednje jednadžbe izjednačavanjem slijede parametri:

$$k_{NP} = 1;$$

$$\omega_{NP} = 1;$$

$$\frac{\omega_{NP}}{q_{NP}} = \sqrt{2} \Rightarrow q_{NP} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.7071$$

Daljnji proračun slijedi od **normalizirane** prijenosne funkcije **NP prototipa** 2. reda :

$$H_{NP}(s) = \frac{1}{s^2 + 0.7071 s + 1}$$

Na dobivenu normaliziranu prijenosnu funkciju NP prototipa možemo primijeniti NP-PP frekvencijsku transformaciju:

$$s \to \frac{s^2+\omega_0^2}{Bs}$$

gdje su zadane (denormalizirane) širina pojasa $B=2\pi(f_g-f_d)=2\pi\cdot 10^3=6283.2$ [rad/s] i centralna frekvencija $\omega_0=2\pi\cdot f_0=2\pi\cdot 10^4=62832$ [rad/s]. Pa dobivamo:

$$H_{PP}(s)=\frac{k_{NP}\cdot\omega_{NP}^2}{\left(\frac{s^2+\omega_0^2}{Bs}\right)^2+\frac{\omega_{NP}}{q_{NP}}\cdot\frac{s^2+\omega_0^2}{Bs}+\omega_{NP}^2}\quad\begin{matrix}/\cdot B^2s^2\\ /\cdot B^2s^2\end{matrix}=\frac{k_{NP}\omega_{NP}^2(Bs)^2}{\left(s^2+\omega_0^2\right)^2+\frac{\omega_{NP}}{q_{NP}}\left(s^2+\omega_0^2\right)Bs+\omega_{NP}^2(Bs)^2}$$

$$=\frac{k_{NP}\omega_{NP}^2B^2\cdot s^2}{s^4+2\omega_0^2\cdot s^2+\omega_0^4+\frac{\omega_{NP}}{q_{NP}}B\cdot s^3+\frac{\omega_{NP}}{q_{NP}}\omega_0^2B\cdot s+\omega_{NP}^2B^2\cdot s^2}=$$

$$=\frac{k_{NP}\omega_{NP}^2B^2\cdot s^2}{s^4+\frac{\omega_{NP}}{q_{NP}}B\cdot s^3+\left(2\omega_0^2+\omega_{NP}^2B^2\right)\cdot s^2+\frac{\omega_{NP}}{q_{NP}}\omega_0^2B\cdot s+\omega_0^4};$$

(posljednji izraz studenti imaju u riješenim primjerima) uz uvrštene vrijednosti dobivamo :

$$H_{PP}(s)=\frac{3.9478\cdot 10^7\cdot s^2}{s^4+8.8858\cdot 10^3\cdot s^3+7.9352\cdot 10^9\cdot s^2+3.5080\cdot 10^{13}\cdot s+1.5585\cdot 10^{19}}$$

Ovo je dakle, **denormalizirana** prijenosna funkcija **konačnog PP filtra** 4. reda.

Frekvencijska karakteristika slijedi ako u $H_{PP}(s)$ uvrstimo $s=j\omega$

$$H_{PP}(j\omega)=\frac{-3.9478\cdot 10^7\cdot\omega^2}{\omega^4-8.8858\cdot 10^3\cdot j\omega^3-7.9352\cdot 10^9\cdot\omega^2+3.5080\cdot 10^{13}\cdot j\omega+1.5585\cdot 10^{19}}$$

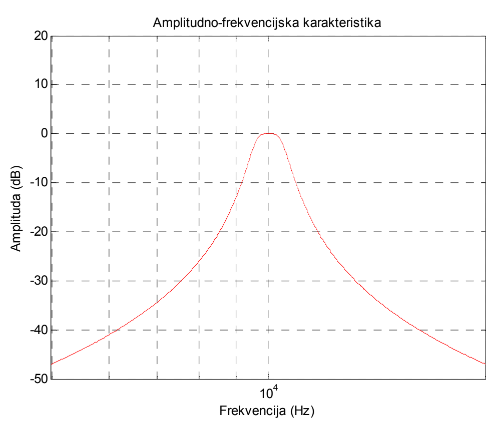
$$=\frac{-3.9478\cdot 10^7\cdot\omega^2}{(\omega^4-7.9352\cdot 10^9\cdot\omega^2+1.5585\cdot 10^{19})+j(-8.8858\cdot 10^3\cdot\omega^3+3.5080\cdot 10^{13}\cdot\omega)}=\frac{N(j\omega)}{D(j\omega)}$$

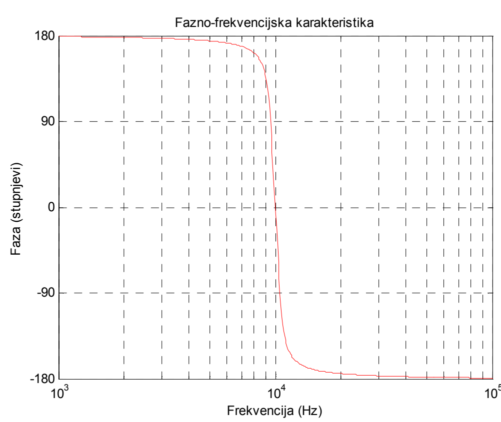
Amplitudno-frekvencijska karakteristika:

$$\left|H_{PP}(j\omega)\right|=\frac{\left|3.9478\cdot 10^7\cdot\omega^2\right|}{\sqrt{(\omega^4-7.9352\cdot 10^9\cdot\omega^2+1.5585\cdot 10^{19})^2+(-8.8858\cdot 10^3\cdot\omega^3+3.5080\cdot 10^{13}\cdot\omega)^2}}$$

Fazno-frekvencijska karakteristika:

$$\varphi(\omega)=\arctan\frac{\mathrm{Im}[N(j\omega)]}{\mathrm{Re}[N(j\omega)]}-\arctan\frac{\mathrm{Im}[D(j\omega)]}{\mathrm{Re}[D(j\omega)]}=\pi-\arctan\frac{-8.8858\cdot 10^3\cdot\omega^3+3.5080\cdot 10^{13}\cdot\omega}{\omega^4-7.9352\cdot 10^9\cdot\omega^2+1.5585\cdot 10^{19}}$$





(dovoljno je da studenti postave gornje jednadžbe, a ako žele mogu samo skicirati a.f. i f.-f. karakteristike, no nije obavezno)

Dobiveni izraz za $H_{PP}(s)$ treba izjednačiti s produktom dvije PP bikvadratne sekcije:

$$H_{PP}(s)=\prod_{i=1}^{2}H_i(s)=\prod_{i=1}^{2}\frac{k_i\cdot\dfrac{\omega_{0i}}{q_i}s}{s^2+\dfrac{\omega_{0i}}{q_i}s+\omega_{0i}^2}=\frac{k_1\cdot\dfrac{\omega_{01}}{q_1}s}{s^2+\dfrac{\omega_{01}}{q_1}s+\omega_{01}^2}\cdot\frac{k_2\cdot\dfrac{\omega_{02}}{q_2}s}{s^2+\dfrac{\omega_{02}}{q_2}s+\omega_{02}^2}$$

Parametre navedenih bikvadratnih sekcija lako izračunamo iz slijedećih formula (Geffeove formule): (studenti ih imaju u riješenim primjerima)

$$q=q_1=q_2=\frac{q_{NP}}{B\omega_{NP}}\cdot\sqrt{\frac{\left(4\omega_0^2+B^2\omega_{NP}^2\right)+\sqrt{\left(4\omega_0^2+B^2\omega_{NP}^2\right)^2-4\dfrac{B^2\omega_{NP}^2\omega_0^2}{q_{NP}^2}}}{2}}=14.151$$

$$A=\frac{\omega_{01}}{\omega_0}=\frac{\omega_0}{\omega_{02}}=\frac{\dfrac{Bq\omega_{NP}}{\omega_0 q_{NP}}+\sqrt{\left(\dfrac{Bq\omega_{NP}}{\omega_0 q_{NP}}\right)^2-4}}{2}=1.03608$$

Stoga su frekvencije bikvadratnih sekcija:

$$\omega_{01}=A\omega_0=1.03608\cdot 62832=6.0648\cdot 10^4\,rad/s\Rightarrow f_{01}=\omega_{01}/2\pi=9.6525kHz;$$

$$\omega_{02}=\frac{\omega_0}{A}=\frac{62832}{1.03608}=6.5094\cdot 10^4\,rad/s\Rightarrow f_{02}=\omega_{02}/2\pi=10.36kHz.$$

Pojačanja pojedinih sekcija slijede iz jednostavnog proračuna:

Izjednačavanjem izraza u brojniku $\left(k_1\dfrac{\omega_{01}}{q_1}s\right)\left(k_2\dfrac{\omega_{02}}{q_2}s\right)=k_{NP}\omega_{NP}^2B^2s^2$ slijedi

$$k_1k_2=\frac{q^2k_{NP}\omega_{NP}^2B^2}{\omega_{01}\omega_{02}}=k_{NP}\left(\frac{q\omega_{NP}B}{\omega_0}\right)^2=2.0025.$$

Možemo jednostavno uzeti $k_1=k_2=\sqrt{2.0025}=1.4151$.

Ili da bismo ostvarili maksimalni dinamički opseg (vidjeti riješene primjere u materijalima za vježbu) pojačanje prve sekcije u kaskadi mora biti jedinično: k_i=1 (i=1 ili 2, ovisno o tome koju smo sekciju postavili kao prvu), a pojačanje druge sekcije tada mora iznositi: k_j=2.0025 ($j\neq i$).

Zatim slijedi izračun polova i nula ukupne PP prijenosne funkcije :

(i) polovi:

Polovi lako slijede iz $D_{PP}(s)=\left(s^2+\dfrac{\omega_{01}}{q}s+\omega_{01}^2\right)\cdot\left(s^2+\dfrac{\omega_{01}}{q}s+\omega_{01}^2\right)=0$

$$s_{1,2}=-\sigma_1\pm j\tilde{\omega}_1=-\frac{\omega_{01}}{2q}\pm j\omega_{01}\sqrt{1-\frac{1}{4q^2}}=-\frac{6.0648\cdot 10^4}{2\cdot 14.151}\pm j6.0648\cdot 10^4\sqrt{1-\frac{1}{4\cdot 14.151^2}}\Rightarrow$$

$$s_{1,2}=-\sigma_1\pm j\tilde{\omega}_1=-2142.9\pm j60610$$

$$s_{3,4}=-\sigma_2\pm j\tilde{\omega}_2=-\frac{\omega_{02}}{2q}\pm j\omega_{02}\sqrt{1-\frac{1}{4q^2}}=-2300\pm j65053$$

(ii) nule:

$$s^2 = 0, \text{nazivnik 4.reda} \Rightarrow s_{01,2} = 0,\ s_{03,4} = \infty$$

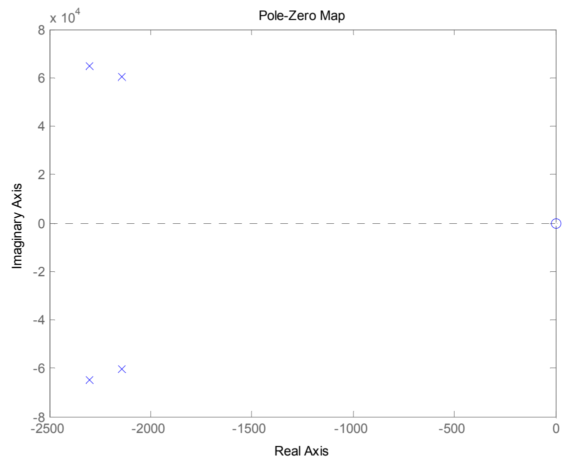
dvije nule u ishodištu, dvije u beskonačnosti

<u>Raspored nula i polova u s-ravnini:</u>

dobiveno iz Matlaba pomoću naredbi:

```
hpp=tf([0 0 b2 0 0],[1 a3 a2 a1 a0]);
pzplot(hpp);
```

(studenti mogu lako sami skicirati raspored polova i nula za PP filtar)



Izračunajmo, na kraju, koliko iznose gornja i donja granična frekvencija. Pokažimo u kakvoj vezi su granične frekvencije sa centralnom frekvencijom. Gornja i donja granična frekvencija f_g i f_d su definirane izrazom (studenti imaju formulu u riješenim primjerima i u Električnim krugovima)

$$\omega_{g,d} = \sqrt{\omega_0^2 + \left(\frac{B}{2}\right)^2} \pm \frac{B}{2}$$

$$\omega_{g,d} = \sqrt{62832^2 + 3141.6^2} \pm 3141.6 = 62910 \pm 3141.6 \text{ [rad/s]}$$

$\Rightarrow \omega_g = 66052$ [rad/s], $\omega_d = 59769$ [rad/s]

ili $f_g=\omega_g/2\pi=66052/2\pi=10.512$ [kHz], $f_d=\omega_d/2\pi=59769/2\pi=9.512$ [kHz],

$B=f_g-f_d=10.512-9.512=1$ [kHz]

Centralna frekvencija $f_0 = \sqrt{f_g \cdot f_d} = \sqrt{10512 \cdot 9512} = 10^4$ [Hz]

(f_0 je geometrijska sredina od f_d i f_g)

<u>Dodatak:</u> (ovo ne treba pisati u ispitu) U specijalnom slučaju kada je pojas propuštanja jako uzak u odnosu na centralnu frekvenciju (selektivni filtri) tada vrijedi $\omega_0^2 >> (B/2)^2$ pa za izračun graničnih frekvencija koristimo pojednostavljenu formulu:

$$\omega_{g,d} \approx \omega_0 \pm \frac{B}{2} \text{ ili } f_{g,d} \approx f_0 \pm \frac{B_{[\text{Hz}]}}{2} = 10000 \pm 500 \text{ [Hz]}$$

$\Rightarrow f_g=10.500$ [kHz], $f_d=9.500$ [kHz], što je približno jednako prije dobivenim vrijednostima.

U ovom slučaju centralna frekvencija je $f_0 = \dfrac{f_g + f_d}{2} = \dfrac{10500 + 9500}{2} = 10^4$ [Hz]

(f_0 je sada aritmetička sredina od f_d i f_g)