

Analogna i mješovita obrada signala teorija i zadatci s konačnim rješenjem

Mirko Cerovac

October 21, 2013

Sadržaj

1	Fourierova transformacija	4
1.1	Teorijska podloga	4
1.1.1	Funkcije (operacije) u obradi signala	4
1.1.2	Spektar signala	4
1.1.3	Fourierov red	5
1.1.4	Fourierova transformacija	5
1.1.5	Oblici Fourierovog integrala	6
1.1.6	Svojstva Fourierove transformacije	10
1.1.7	Spektri singularnih funkcija	12
1.1.8	Veza između frekvencijske karakteristike i odziva sustava	15
1.1.9	Idealizirani sustavi	16
1.1.10	Idealni nisko-propusni filter	18
1.1.11	Idealni visoko-propusni filter	20
1.1.12	Idealni pojasno-propusni filter	21
1.1.13	Hilbertova transformacija	23
1.1.14	Veza između amplitudne i fazne karakteristike	25
1.2	Riješeni zadatci	26
2	Pojačala	29
2.1	Teorijska podloga	29
2.1.1	Idealno operacijsko pojačalo	29
2.1.2	Ne-invertirajući spoj operacijskog pojačala	30
2.1.3	Invertirajući spoj operacijskog pojačala	32
2.1.4	Naponsko sljedilo	34
2.1.5	Sumirajuća pojačala	35
2.1.6	Diferencijsko pojačalo	37
2.1.7	T mreža u povratnoj vezi	39
2.1.8	Sustav s negativnom povratnom vezom	40
2.1.9	Statičke nesavršenosti operacijskih pojačala	41
2.1.10	Eliminacija statičkih smetnji	42
2.1.11	Dinamičke nesavršenosti operacijskih pojačala	44
2.1.12	Izmjenična (AC) pojačala	47
2.1.13	Derivator	49
2.1.14	Integrator	51
2.1.15	Negativni konvertor impedancije (NIC)	52
2.1.16	AC/DC pretvorba	53
2.1.17	Pomak istosmjernje razine	55
2.2	Riješeni zadatci	56

Popis slika

1	Jednostrani amplitudni i fazni linijski spektar	4
2	Dvostrani amplitudni i fazni linijski spektar	4
3	Valni oblik δ impulsa	12
4	Amplitudni spektar δ impulsa	12
5	Valni oblik signum funkcije	13
6	Amplitudni spektar signum funkcije	13
7	Valni oblik sinus integralne funkcije	14
8	Blok shema idealnog prijenosnog sustava	16
9	Amplitudno-amplitudna karakteristika sustava s nelinearnim izobličenjem prijenosne funkcije	17
10	Fazno kašnjenje i amplitudni spektar nisko-propusnog filtra	18
11	Impulсни odziv idealnog NP filtra	19
12	Skokoviti odziv idealnog NP filtra	19
13	Fazno kašnjenje i spektar idealnog visoko-propusnog filtra	20
14	Impulсни odziv idealnog VP filtra	20
15	Skokoviti odziv idealnog VP filtra	21
16	Fazno kašnjenje i spektar idealnog pojasno-propusnog filtra	21
17	Impulсни odziv pojasno-propusnog filtra	22

18	Impulsni odziv	23
19	Parni i neparni dio impulsnog odziva	23
20	Slika uz zadatak 3	26
21	Pulsno modulirani signal iz Zadatka 4	26
22	Slika uz zadatak 5	27
23	Slika uz zadatak 7	27
24	Idealno operacijsko pojačalo	29
25	Operacijsko pojačalo u ne-invertirajućem spoju	30
26	Realno ne-invertirajuće operacijsko pojačalo	30
27	Shema po Theveninu za odrediti R_{iz}	31
28	Invertirajući spoj operacijskog pojačala	32
29	Realno invertirajuće operacijsko pojačalo	33
30	Operacijsko pojačalo u spoju naponskog sljedila	34
31	Invertirajuće zbrajalo izvedeno pomoću operacijskog pojačala	35
32	Ne-invertirajuće zbrajalo izvedeno pomoću operacijskog pojačala	35
33	Diferencijalno zbrajalo izvedeno pomoću operacijskog pojačala	36
34	Diferencijsko operacijsko pojačalo	37
35	Diferencijsko pojačalo s nadomjesnim zajedničkim i diferencijskim izvorima	38
36	Diferencijsko pojačalo s jednim otpornikom koji odstupa od nazvine vrijednosti	39
37	Spoje operacijskog pojačala s T mrežom	39
38	Sustav s negativnom povratnom vezom	40
39	Ulazne struje i napon pomaka	41
40	OP u invertirajućem spoju	41
41	Interna kompenzacija operacijskog pojačala u invertirajućem spoju	42
42	Interna kompenzacija operacijskog pojačala u ne-invertirajućem spoju	42
43	Vanjska kompenzacija napona pomaka operacijskog pojačala	43
44	Amplitudna karakteristika	45
45	Fazna karakteristika	45
46	Shema za izračunavanje dinamičkog izlaznog otpora	46
47	Shema za izračunavanje dinamičkog ulaznog otpora	46
48	Invertirajuće AC pojačalo	47
49	Frekvencijska ovisnost amplitudne karakteristike invertirajućeg AC pojačala	47
50	Frekvencijska karakteristika ulazne impedancije invertirajućeg AC pojačala	48
51	Ne-invertirajuće AC pojačalo	48
52	Derivator	49
53	Amplitudna karakteristika derivatora	50
54	Integrator	51
55	Amplitudna karakteristika integratora	51
56	Shema negativnog konvertora impedancije	52
57	Nadomjesna shema NIC-a	52
58	Precizni poluvalni ispravljač	53
59	Amplitudno-amplitudna karakteristika preciznog poluvalnog ispravljača	53
60	Shema punovalnog ispravljača s dva operacijska pojačala	54
61	Pomak istosmjerne razine kod operacijskog pojačala u invertirajućem spoju	55
62	Pomak istosmjerne razine kod operacijskog pojačala u ne-invertirajućem spoju	55
63	slika uz zadatak 13.	58
64	Pojačalo uz zadatak 16	59
65	T mreža s U_{ref}	59
66	Derivator	60

1 Fourierova transformacija

1.1 Teorijska podloga

1.1.1 Funkcije (operacije) u obradi signala

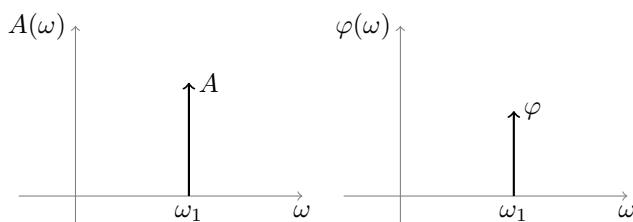
- Pojačavanje
- Filtriranje
- Modulacije i demodulacije
- Prilagodba razina
- Prilagodba impedancije
- u/i i i/u pretvorba
- Linearizacija
- Zbrajanje, oduzimanje
- Deriviranje, integriranje
- AC/DC pretvorba
- Detekcija razine
- Ograničavanje (limitiranje)
- A/D i D/A pretvorba
- Uzorkovanje
- Kvantizacija

1.1.2 Spektar signala

Spektar signala je skup svih frekvencijskih komponenti.

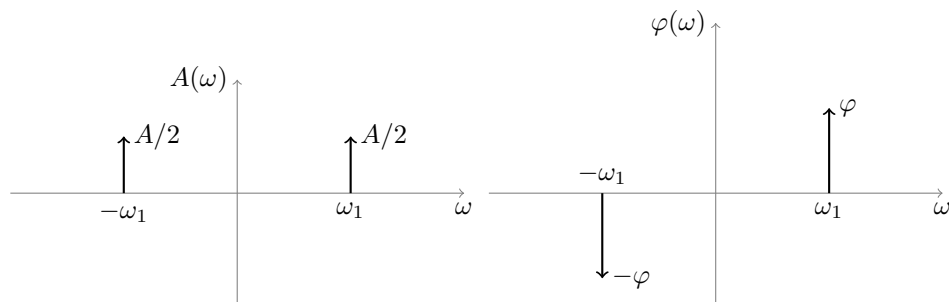
- Periodički signali – mogu se prikazati Fourierovim redom i imaju diskretan spektar.
- Aperiodički signali – ne mogu se prikazati Fourierovim redom, već se prikazuju Fourierovim integralom (Fourierova transformacija). Ovakvi signali imaju kontinuiran spektar.

Jednostrani linijski spektar



Slika 1: Jednostrani amplitudni i fazni linijski spektar

Dvostrani linijski spektar



Slika 2: Dvostrani amplitudni i fazni linijski spektar

1.1.3 Fourierov red

Ako je $f(t)$ periodički signal, onda je njegov spektar dvostran i diskretan (linijski). Fourierov red je suma harmonijskih komponenti.

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n \cdot e^{jn\omega_0 t}, n = 0, \pm 1, \pm 2 \quad (1)$$

Fourierovi koeficijenti (težinski faktori):

$$F_n = \frac{1}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} f(t) \cdot e^{-jn\omega_0 t} dt \quad (2)$$

T_0 je period signala.

Težinski faktori općenito su kompleksni brojevi.

$$F_n = |F_n| e^{j\phi_n} \quad (3)$$

$|F_n|$ su amplitude frekvencijskih komponenti, a ϕ_n njihove faze.

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |F_n| \cdot e^{j(n\omega_0 t + \phi_n)}, n = 0, \pm 1, \pm 2 \quad (4)$$

1.1.4 Fourierova transformacija

Iz Fourierovog reda za granični slučaj slijedi spektar neperiodičnih signala.

Uz $n \cdot \omega_0 = \omega_n$, Fourierovi koeficijenti su funkcije frekvencije ω_n .

$$T \cdot F_n(\omega_n) = F(\omega_n) \quad (5)$$

$$f(t) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} F(\omega_n) \cdot e^{j\omega_n t} \quad (6)$$

$$\text{Uz } T = \frac{2\pi}{\omega_0}$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} F(\omega_n) \cdot e^{j\omega_n t} \cdot \omega_0 \quad (7)$$

Ako T teži u beskonačno, što je u slučaju neperiodičnog signala onda ω_0 teži u nulu te sumacija prelazi u integraciju i dobiva se izraz za inverznu Fourierovu transformaciju:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) \cdot e^{j\omega t} d\omega \quad (8)$$

Funkcija f je neperiodička i ima kontinuiran spektar.

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot e^{-j\omega t} dt \quad (9)$$

1.1.5 Oblici Fourierovog integrala

Funkcija $F(\omega)$ (9) je općenito kompleksna.

$$F(\omega) = F_{Re}(\omega) + jF_{Im}(\omega) = |F(\omega)|e^{j\varphi(\omega)} \quad (10)$$

$$F_{Re}(\omega) = |F(\omega)|\cos\varphi(\omega) \quad (11)$$

$$F_{Im}(\omega) = |F(\omega)|\sin\varphi(\omega) \quad (12)$$

$|F(\omega)|$ je amplitudni spektar, a $\varphi(\omega)$ je fazni spektar.

Ako neperiodičnu vremensku funkciju signala zapišemo kao:

$$f(t) = f_{Re}(t) + jf_{Im}(t) \quad (13)$$

Uz

$$e^{-jx} = \cos x - j\sin x \quad (14)$$

Fourierovu transformaciju možemo pisati kao:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} [f_{Re}(t) + jf_{Im}(t)](\cos\omega t - j\sin\omega t)dt \quad (15)$$

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} [f_{Re}(t)\cos\omega t + f_{Im}(t)\sin\omega t]dt - j \int_{-\infty}^{\infty} [f_{Re}(t)\sin\omega t - f_{Im}(t)\cos\omega t]dt \quad (16)$$

Možemo spektar signala rastaviti na realan i imaginaran spektar:

$$F_{Re}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} [f_{Re}(t)\cos\omega t + f_{Im}(t)\sin\omega t]dt \quad (17)$$

$$F_{Im}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} [f_{Re}(t)\sin\omega t - f_{Im}(t)\cos\omega t]dt \quad (18)$$

Inverzna Fourierova transformacija tih dvaju spektara je:

$$f_{Re}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [F_{Re}(\omega)\cos\omega t - F_{Im}(\omega)\sin\omega t]d\omega \quad (19)$$

$$f_{Im}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [F_{Re}(\omega)\sin\omega t + F_{Im}(\omega)\cos\omega t]d\omega \quad (20)$$

Oblici:

I) Ako je vremenska funkcija realna $f(t) = f_{Re}(t)$

$$F_{Re}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\cos(\omega t)dt \quad (21)$$

$$F_{Im}(\omega) = - \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\sin(\omega t)dt \quad (22)$$

Zbog parnosti funkcije $\cos x$ slijedi parnost realnog dijela spektra (f_{Re} je parna funkcija):

$$F_{Re}(-\omega) = F_{Re}(\omega) \quad (23)$$

Zbog neparnosti funkcije $\sin x$ slijedi neparnost imaginarnog dijela spektra (f_{Re} je parna funkcija):

$$F_{Im}(-\omega) = -F_{Im}(\omega) \quad (24)$$

Slijedi da su funkcije $F(\omega)$ i $F(-\omega)$ konjugirano kompleksne:

$$F(-\omega) = F^*(\omega) \quad (25)$$

Ukoliko je poznat spektar $F(\omega)$ i ako je $F(-\omega) = F^*(\omega)$ onda znamo da je vremenska funkcija realna. Ovo je nužan i dovoljan uvjet realnosti vremenske funkcije.

Inverzne transformacije

$$f_{Im}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} (F_{Re}(\omega) \sin \omega t + F_{Im}(\omega) \cos \omega t) d\omega = 0 \quad (26)$$

Umnožak parne ($F_{Re}(\omega)$) i neparne ($\sin \omega t$) funkcije daje neparnu funkciju, isto tako i umnožak neparne ($F_{Im}(\omega)$) i parne ($\cos \omega t$) funkcije daje neparnu funkciju. Integracija neparne funkcije po simetričnom intervalu jednaka je nuli!

$$f_{Re}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} (F_{Re}(\omega) \cos \omega t - F_{Im}(\omega) \sin \omega t) d\omega \quad (27)$$

Umnožak parne ($F_{Re}(\omega)$) i parne ($\cos \omega t$) funkcije daje parnu funkciju, isto tako i umnožak neparne ($F_{Im}(\omega)$) i neparne ($\sin \omega t$) funkcije daje parnu funkciju. Integracija parne funkcije po simetričnom intervalu različita je od nule!

Ukoliko je funkcija parna integral na simetričnom intervalu može se prikazati kao:

$$f_{Re}(t) = 2 \cdot \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} (F_{Re}(\omega) \cos \omega t - F_{Im}(\omega) \sin \omega t) d\omega \quad (28)$$

$$f_{Re}(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} (F_{Re}(\omega) \cos \omega t - F_{Im}(\omega) \sin \omega t) d\omega \quad (29)$$

II) Ako je vremenska funkcija imaginarna $f(t) = f_{Im}(t)$

$$F_{Re}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \sin(\omega t) dt \quad (30)$$

$$F_{Im}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cos(\omega t) dt \quad (31)$$

Zbog neparnosti funkcije $\sin x$ slijedi neparnost realnog dijela spektra (f_{Im} je parna funkcija):

$$F_{Re}(-\omega) = -F_{Re}(\omega) \quad (32)$$

Zbog parnosti funkcije $\cos x$ slijedi parnost imaginarnog dijela spektra (f_{Im} je parna funkcija):

$$F_{Im}(-\omega) = F_{Im}(\omega) \quad (33)$$

Slijedi da su funkcije $F(\omega)$ i $F(-\omega)$ vezane izrazom:

$$F(-\omega) = -F^*(\omega) \quad (34)$$

Ukoliko je poznat spektar $F(\omega)$ i ako je $F(-\omega) = -F^*(\omega)$ onda znamo da je vremenska funkcija imaginarna. Ovo je nužan i dovoljan uvjet imaginarnosti vremenske funkcije.

Inverzne transformacije

$$f_{Im}(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} (F_{Re}(\omega) \sin \omega t + F_{Im}(\omega) \cos \omega t) d\omega \quad (35)$$

$$f_{Re}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} (F_{Re}(\omega) \cos \omega t - F_{Im}(\omega) \sin \omega t) d\omega = 0 \quad (36)$$

Kada je $f(t) = f_{Im}$ onda je $F_{Re}(\omega)$ neparna funkcija, a $F_{Im}(\omega)$ je parna funkcija.

III) Ako je vremenska funkcija realna i parna $f(t) = f_p(t) = f_p(-t)$

$$F_{Re}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f_P(t) \cos \omega t dt = 2 \int_0^{\infty} f_P(t) \cos \omega t dt \quad (37)$$

$$F_{Im}(\omega) = - \int_{-\infty}^{\infty} f_P(t) \sin \omega t dt = 0 \quad (38)$$

Inverzna transformacija

$$f_P(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} F_{Re}(\omega) \cos \omega t d\omega \quad (39)$$

Realna i prana vremenska funkcija ima realan spektar i obrnuto, realan spektar daje realnu i parnu vremensku funkciju.

IV) Ako je vremenska funkcija realna i neparna $f(t) = f_N(t)$, $f_N(-t) = -f_N(t)$

$$F_{Re}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f_N(t) \cos \omega t dt = 0 \quad (40)$$

$$F_{Im}(\omega) = - \int_{-\infty}^{\infty} f_N(t) \sin \omega t dt = -2 \int_0^{\infty} f_N(t) \sin \omega t dt \quad (41)$$

Inverzna transformacija

$$f_N(t) = -\frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} F_{Im}(\omega) \sin \omega t d\omega \quad (42)$$

Realna i neparna vremenska funkcija ima imaginaran spektar i obrnuto, imaginaran spektar daje realnu i neparnu vremensku funkciju.

V) Ako je $f(t)$ realna funkcija i prikazana je kao suma parnog i neparnog dijela $f(t) = f_P(t) + f_N(t)$

$$f(-t) = f_P(-t) + f_N(-t) = f_P(t) - f_N(t) \quad (43)$$

$$f_P(t) = \frac{f(t) + f(-t)}{2} \quad (44)$$

$$f_N(t) = \frac{f(t) - f(-t)}{2} \quad (45)$$

$$f(t) \circ \bullet F_{Re}(\omega) + jF_{Im}(\omega) \quad (46)$$

$$f_P(t) \circ \bullet F_{Re}(\omega) \quad (47)$$

$$f_N(t) \circ \bullet jF_{Im}(\omega) \quad (48)$$

$$F_{Re}(\omega) = 2 \int_0^{\infty} f_P(t) \cos(\omega t) dt \quad (49)$$

$$F_{Im}(\omega) = -2 \int_0^{\infty} f_N(t) \sin(\omega t) dt \quad (50)$$

$$f_P(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} F_{Re}(\omega) \cos(\omega t) d\omega \quad (51)$$

$$f_N(t) = -\frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} F_{Im}(\omega) \sin(\omega t) d\omega \quad (52)$$

VI) Ako je $f(t)$ realna i kauzalna funkcija $f(t) = 0, t < 0$ i $f(-t) = 0, t > 0$

Funkcija $f(t)$ je kauzalna ako je za $t < 0$ njena vrijednost jednaka 0, tj. funkcija poprima vrijednosti različite od nule tek za pozitivne vrijednosti varijable t . Onda sada vrijedi i:

$$f(t) = 2f_P(t) = 2f_N(t), t > 0 \quad (53)$$

$$f(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} F_{Re}(\omega) \cos(\omega t) d\omega = -\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} F_{Im}(\omega) \sin(\omega t) d\omega \quad (54)$$

Imaginarni dio funkcije spektra $F_{Im}(\omega)$ se računa pomoću:

$$F_{Im}(\omega) = - \int_0^{\infty} f(t) \sin(\omega t) dt \quad (55)$$

U izraz (54) može se uvrstiti prvi dio izraza (53) i dobiva se:

$$F_{Im}(\omega) = - \int_0^{\infty} \left(\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} F_{Re}(y) \cos(yt) dy \right) \sin(\omega t) dt \quad (56)$$

$$F_{Im}(\omega) = -\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} F_{Re}(y) \cos(yt) \sin(\omega t) dy dt \quad (57)$$

Analogno tome dobiva se i obrnut slučaj:

$$F_{Re}(\omega) = -\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} F_{Im}(y) \sin(yt) \cos(\omega t) dy dt \quad (58)$$

1.1.6 Svojstva Fourierove transformacije

1. Linearnost

Za $\mathcal{F}[f_1(t)] = F_1(\omega)$ i $\mathcal{F}[f_2(t)] = F_2(\omega)$ te za realne konstante a_1 i a_2 vrijedi:

$$\mathcal{F}[a_1 f_1(t) + a_2 f_2(t)] = a_1 F_1(\omega) + a_2 F_2(\omega) \quad (59)$$

2. Simetričnost

Ako je $\mathcal{F}[f(t)] = F(\omega)$ onda vrijedi:

$$\mathcal{F}[F(t)] = 2\pi \cdot f(-\omega) \quad (60)$$

3. Teorem vremenskog skaliranja

Za $\mathcal{F}[f(t)] = F(\omega)$ i realnu konstantu a vrijedi:

$$\mathcal{F}[f(at)] = \frac{1}{|a|} \cdot F\left(\frac{\omega}{a}\right) \quad (61)$$

4. Teorem vremenskog pomaka

Za $\mathcal{F}[f(t)] = F(\omega)$ i pomak vremenske funkcije za vrijeme t_0 vrijedi:

$$\mathcal{F}[f(t - t_0)] = F(\omega) \cdot e^{-j\omega t_0} \quad (62)$$

5. Teorem frekvencijskog pomaka

Za $\mathcal{F}[f(t)] = F(\omega)$ i množenje vremenske funkcije eksponencijalnom funkcijom vrijedi:

$$\mathcal{F}[f(t) \cdot e^{j\omega t_0}] = F(\omega - \omega_0) \quad (63)$$

6. Teorem o derivaciji vremenske funkcije

$$\mathcal{F}[f(t)] = F(\omega)$$

(a) Za dvostranu Fourierovu transformaciju vrijedi:

$$\mathcal{F}\left[\frac{df(t)}{dt}\right] = j\omega F(\omega) \quad (64)$$

ili za više derivacije vrijedi općenito:

$$\mathcal{F}\left[\frac{d^n f(t)}{dt^n}\right] = (j\omega)^n F(\omega) \quad (65)$$

(b) Za jednostranu Fourierovu transformaciju vrijedi:

$$\mathcal{F}\left[\frac{df(t)}{dt}\right] = j\omega F(\omega) - f(0) \quad (66)$$

ili za više derivacije vrijedi općenito:

$$\mathcal{F}\left[\frac{d^n f(t)}{dt^n}\right] = (j\omega)^n F(\omega) - (j\omega)^{n-1} f(0) - (j\omega)^{n-2} f'(0) - \dots - (j\omega)^0 f^{n-1}(0) \quad (67)$$

7. Teorem o integraciji vremenske funkcije

$$\mathcal{F}[f(t)] = F(\omega)$$

(a) Za dvostranu Fourierovu transformaciju vrijedi:

$$\mathcal{F}\left[\int_{-\infty}^t f(\tau) d\tau\right] = \frac{F(\omega)}{j\omega} \quad (68)$$

(b) Za jednostranu Fourierovu transformaciju vrijedi:

$$\mathcal{F}\left[\int_0^t f(\tau)d\tau\right] = \frac{F(\omega)}{j\omega} + \frac{I(0)}{j\omega}, I(0) = \int_{-\infty}^0 f(\tau)d\tau \quad (69)$$

8. Teorem o derivaciji frekvencijske funkcije

Za $\mathcal{F}[f(t)] = F(\omega)$ vrijedi:

$$\mathcal{F}^{-1}\left[\frac{d^n F(\omega)}{d\omega^n}\right] = (-jt)^n f(t) \quad (70)$$

9. Teorem o konvoluciji vremenskih funkcija

Za $\mathcal{F}[f(t)] = F(\omega)$ i $\mathcal{F}[g(t)] = G(\omega)$ vrijedi:

$$\mathcal{F}[f(t) * g(t)] = F(\omega) \cdot G(\omega) \quad (71)$$

Konvolucija je:

$$f(t) * g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) \cdot g(t - \tau)d\tau \quad (72)$$

10. Teorem o konvoluciji frekvencijskih funkcija

Za $\mathcal{F}[f(t)] = F(\omega)$ i $\mathcal{F}[g(t)] = G(\omega)$ vrijedi:

$$\mathcal{F}[f(t) \cdot g(t)] = \frac{1}{2\pi} F(\omega) * G(\omega) \quad (73)$$

Konvolucija je:

$$F(\omega) * G(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(u) \cdot G(\omega - u)du \quad (74)$$

1.1.7 Spektri singularnih funkcija

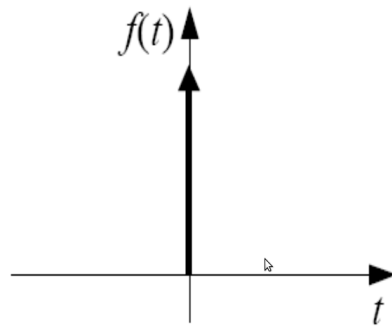
1. Diracova δ funkcija (jedinični impuls)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1 \quad (75)$$

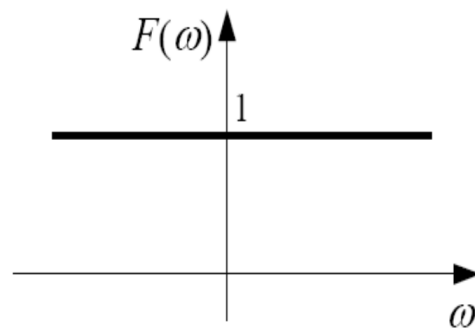
$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) \cdot \Phi(t) dt = \Phi(0) \quad (76)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - t_0) \cdot \Phi(t) dt = \Phi(t_0) \quad (77)$$

$$\delta(t) \circ \bullet \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) \cdot e^{-j\omega t} dt = e^{-j\omega 0} = 1 \quad (78)$$



Slika 3: Valni oblik δ impulsa



Slika 4: Amplitudni spektar δ impulsa

Za pomaknuti impuls u vremenu amplitudni spektar i dalje ima jediničnu amplitudu, a fazni spektar je linearan.

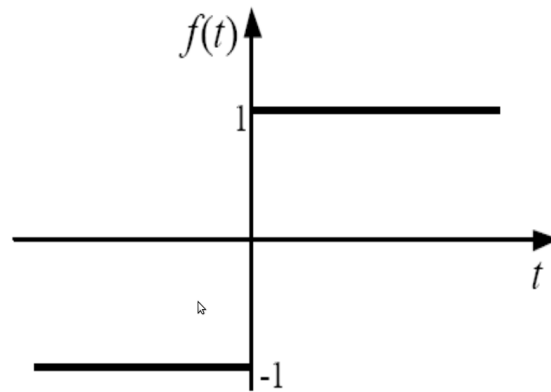
$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - t_0) \cdot e^{-j\omega t} dt = e^{-j\omega t_0} \quad (79)$$

$$\mathcal{F}[\delta(t - t_0)] = e^{-j\omega t_0} \quad (80)$$

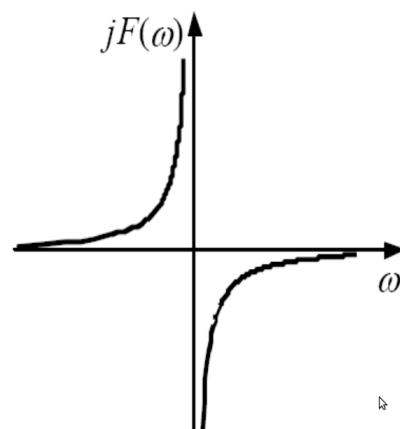
2. Funkcija signum

$$\text{sgn}(t) = \begin{cases} 1 & , t > 0 \\ -1 & , t < 0 \end{cases} \quad (81)$$

$$\mathcal{F}[\text{sgn}(t)] = -j\frac{2}{\omega} \quad (82)$$



Slika 5: Valni oblik signum funkcije

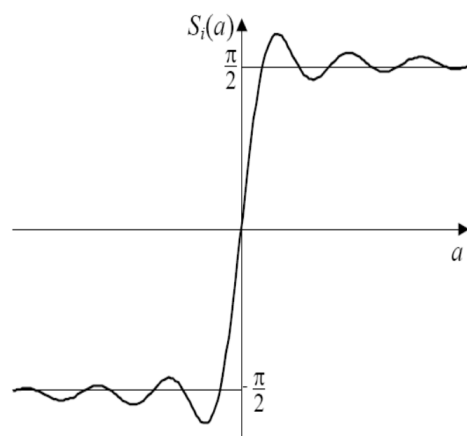


Slika 6: Amplitudni spektar signum funkcije

Ovo nije trivijalna transformacija, do nje se dolazi pomoću funkcije sinus integralni

$$S_i(a) = \int_0^a \frac{\sin(\omega t)}{\omega} d\omega \quad (83)$$

Kada $a \rightarrow \infty$ funkcija $S_i(a)$ jednaka je $\frac{\pi}{2}$, a za $a \rightarrow -\infty$ funkcija $S_i(a)$ teži prema $-\frac{\pi}{2}$.



Slika 7: Valni oblik sinus integralne funkcije

3. Heaviside Step funkcija (jedinični skok)

$$\mu(t) = \begin{cases} 1 & , t > 0 \\ 0 & , t < 0 \end{cases} \quad (84)$$

$$\mu(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{sgn}(t) \quad (85)$$

$$\mathcal{F}[S(t)] = \pi \cdot \delta(\omega) - j \frac{1}{\omega} \quad (86)$$

Prvi član spektra je Diracov impuls površine (amplitude) π i pripada realnom dijelu amplitudnog spektra, a drugi član daje dvije hiperbole u imaginarnom dijelu amplitudnog spektra.

1.1.8 Veza između frekvencijske karakteristike i odziva sustava

Odziv na pobudu sinusoidalnom funkcijom

$$H(\omega) = H_{Re}(\omega) + jH_{Im}(\omega) = |H(\omega)|e^{j\varphi(\omega)} = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)} \quad (87)$$

Atenuacija: $\alpha(\omega) = -\ln A(\omega)$

Fazno kašnjenje: $\Theta(\omega) = -\varphi(\omega)$

Pa prijenosnu funkciju sustava možemo pisati kao:

$$H(\omega) = e^{-\alpha(\omega)} \cdot e^{-j\Theta(\omega)} \quad (88)$$

Impulsni odziv sustava

Impulsni odziv sustava dobiva se ako je na ulaz doveden jedinični impuls, tj. Diracova δ funkcija: $f(t) = \delta(t)$.

Odziv dobivamo konvoluiranjem ulaza i prijenosne funkcije sustava:

$$g(t) = f(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) \cdot h(t - \tau) d\tau \quad (89)$$

Konvoluciju u vremenskoj domeni lakše je riješavati umnoškom u frekvencijskoj domeni, kako je $F(\omega) = 1$ imamo:

$$G(\omega) = F(\omega) \cdot H(\omega) = 1 \cdot H(\omega) \quad (90)$$

Ovo možemo vratiti u vremensku domenu inverznom Fourierovom transformacijom:

$$\mathcal{F}^{-1}[G(\omega)] = g(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} 1 \cdot H(\omega) \cdot e^{j\omega t} d\omega \quad (91)$$

Impulsni odziv je:

$$\mathcal{F}^{-1}[H(\omega)] = h(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega) \cdot e^{j\omega t} d\omega \quad (92)$$

Ukoliko je poznat realan dio spektra izraz (92) prelazi u:

$$h(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} H_{Re}(\omega) \cos(\omega t) d\omega \quad (93)$$

Ukoliko je poznat imaginaran dio spektra izraz (92) prelazi u:

$$h(t) = -\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} H_{Im}(\omega) \sin(\omega t) d\omega \quad (94)$$

Skokovni odziv sustava

Skokovni odziv sustava dobiva se ako je na ulaz dovedena funkcija $f(t) = S(t)$, tj. jedinični skok.

Kako je odziv sustava konvolucija u vremenskoj domeni, računamo sustav u frekvencijskoj domeni umnoškom spektra ulaza i spektra sustava. Spektar step funkcije je $S(t) \rightarrow \pi \cdot \delta(\omega) + \frac{1}{j\omega}$

$$G(\omega) = \left(\pi \cdot \delta(\omega) + \frac{1}{j\omega} \right) \cdot H(\omega) \quad (95)$$

Ovo se lako vraća u vremensku domenu pomoću:

$$g(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\pi \cdot \delta(\omega) + \frac{1}{j\omega} \right) \cdot H(\omega) \cdot e^{j\omega t} d\omega \quad (96)$$

Približno određivanje odziva

U konvolucijskom integralu (impulsni odziv sustava je kratkotrajan u odnosu na funkciju pobude):

$$g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t - \tau) \cdot h(\tau) d\tau \quad (97)$$

kako je pomak τ malen možemo smatrati da je $f(t - \tau) \approx f(t)$ i kako je u jednom uskom intervalu funkcija pobude konstantna imamo:

$$g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot h(\tau) d\tau = f(t) \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) d\tau \quad (98)$$

pomnoži li se podintegralna funkcija s jedinicom u obliku $e^{-j \cdot 0 \cdot t}$:

$$g(t) = f(t) \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) e^{-j \cdot 0 \cdot t} d\tau \quad (99)$$

preko izraza za Fourierovu transformaciju slijedi:

$$g(t) = f(t) \cdot H(0) \quad (100)$$

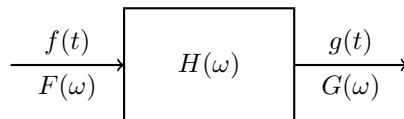
Analogno gornjem postupku može se odrediti odziv sustava i u slučaju da je konvolucijski integral jednak (sada je funkcija pobude kratkotrajna u odnosu na impulsni odziv sustava):

$$g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) \cdot h(t - \tau) d\tau \quad (101)$$

analognim postupkom dobiva se:

$$g(t) = h(t) \cdot F(0) \quad (102)$$

1.1.9 Idealizirani sustavi



Slika 8: Blok shema idealnog prijenosnog sustava

Ukoliko je prijenos smatran idealnim, tj. da za neki ulaz dobijemo identičan izlaz $f(t) = g(t)$ i $F(\omega) = G(\omega)$. Iz ovoga jasno slijedi da je $H(\omega) = 1$, $A(\omega) = 1$ i $\Theta(\omega) = 0$.

U sustavu bez izobličenja (ima linearnu faznu karakteristiku) je:

$$H(j\omega) = A(\omega) e^{j\varphi(\omega)} \quad (103)$$

$A(\omega) = k_0$ je konstanta, a faza $\varphi(\omega) = -t_d \omega$

Izlazni signal sustava

$$g(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) H(\omega) \cdot e^{j\omega t} d\omega \quad (104)$$

uvrstimo $A(\omega)$ i $\varphi(\omega)$ u gornju relaciju i dobijemo:

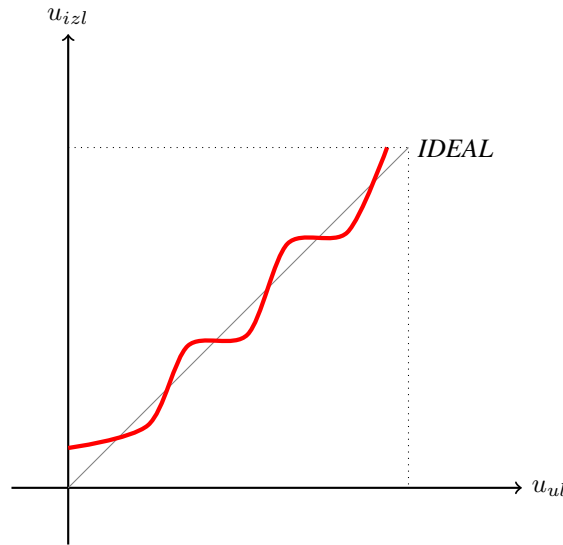
$$g(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) \cdot k \cdot e^{-j\omega t_d} e^{j\omega t} d\omega \quad (105)$$

$$g(t) = \frac{k_0}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega(t-t_d)} d\omega = k_0 \cdot f(t - t_d) \quad (106)$$

Ovako smo dobili neizoblićeni, vremenski pomaknuti izlazni signal.

Kod **linearnih izoblićenja** ne nastaju novi harmonici, nastaju samo fazna i amplitudna izoblićenja.

Nelinearna izoblićenja nastaju kad je izlaz sustava nelinearno ovisan ulazu sustava. Amplitudno-amplitudna karakteristika ulaza i izlaza je nelinearna, tj. nije pravac.



Slika 9: Amplitudno-amplitudna karakteristika sustava s nelinearnim izoblićenjem prijenosne funkcije

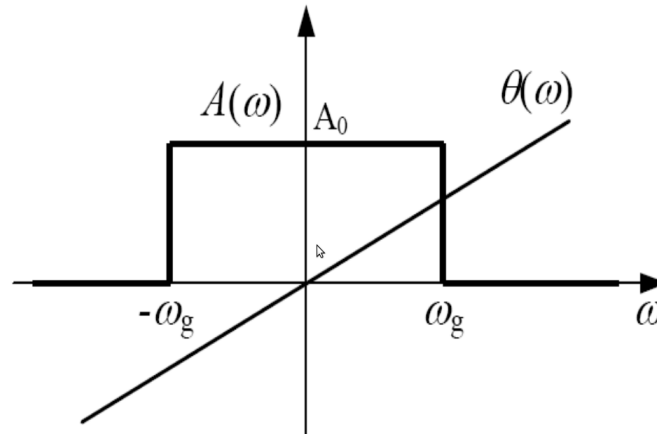
Na Slici 9 vidimo da postoji pomak nule (*zero drift*). Ako se promijeni koeficijent smjera pravca što predstavlja osjetljivost, riječ je o pomaku osjetljivosti (*sensitivity drift*).

Za ovakav sustav gdje nastaju viši harmonici u spektru izlaznog signala definiramo **faktor nelinearnog izoblićenja** THD (*eng. total harmonic distortion*). THD definiramo češće kao odnos amplituda, nego kao odnos snaga pa je THD jednak:

$$THD = \frac{\sqrt{A_2^2 + A_3^2 + \dots + A_n^2}}{A_1} \quad (107)$$

gdje je A_1 amplituda osnovnog harmonika, a $A_2, A_3 \dots A_n$ su amplitude ostalih harmonika.

1.1.10 Idealni nisko-propusni filter



Slika 10: Fazno kašnjenje i amplitudni spektar nisko-propusnog filtra

Idealni nisko-propusni filter potpuno "reže" sve frekvencije iznad ω_g za razliku od realnih niskopropusnih filtera.

Amplitudni spektar opisan je s:

$$A(\omega) = \begin{cases} A_0 & , -\omega_g < \omega < \omega_g \\ 0 & , \text{inače} \end{cases} \quad (108)$$

Faza ovog filtra dana je izrazom:

$$\varphi(\omega) = -\omega \cdot t_0 \quad (109)$$

Na Slici 10 prikazano je fazno kašnjenje $\Theta(\omega)$, odnos faznog kašnjenja i faze je $\varphi(\omega) = -\Theta(\omega)$. Stoga je prijenosna funkcija idealnog NP filtra:

$$H(\omega) = A_0 \cdot e^{-j\omega t_0} \cdot p_{\omega_g} \quad (110)$$

p_{ω_g} je pravokutni prozor širine $2\omega_g$.

Impulsni odziv ovakvog filtra računa se inverznom Fourierovom transformacijom.

$$h(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} 1 \cdot H(\omega) e^{j\omega t} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_g}^{\omega_g} A_0 e^{-j\omega t_0} e^{j\omega t} d\omega \quad (111)$$

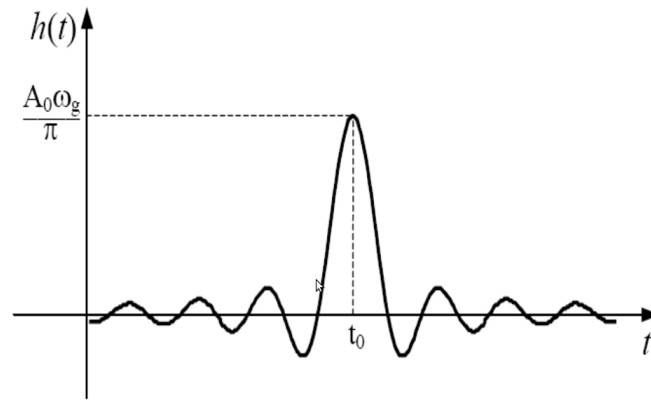
$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_g}^{\omega_g} A_0 e^{j\omega(t-t_0)} d\omega = \frac{A_0}{\pi} \int_0^{\omega_g} e^{j\omega(t-t_0)} d\omega \quad (112)$$

$$= \frac{A_0}{\pi} \int_0^{\omega_g} \cos(\omega(t-t_0)) + \underbrace{j \cdot \sin(\omega(t-t_0))}_{\text{neparna komponenta}=0} d\omega \quad (113)$$

$$= \frac{A_0}{\pi} \int_0^{\omega_g} \cos(\omega(t-t_0)) d\omega = \frac{A_0 \omega_g}{\pi} \frac{\sin \omega_g(t-t_0)}{\omega_g(t-t_0)} \quad (114)$$

$$= h(t) = \frac{A_0 \omega_g}{\pi} \frac{\sin \omega_g(t-t_0)}{\omega_g(t-t_0)} \quad (115)$$

U izrazu (114) dobivena *sinc* funkcija je impulsni odziv idealnog nisko- propusnog filtra. U izrazu (111) jedinica predstavlja Fourierovu transformaciju delta funkcije $\delta(t)$.

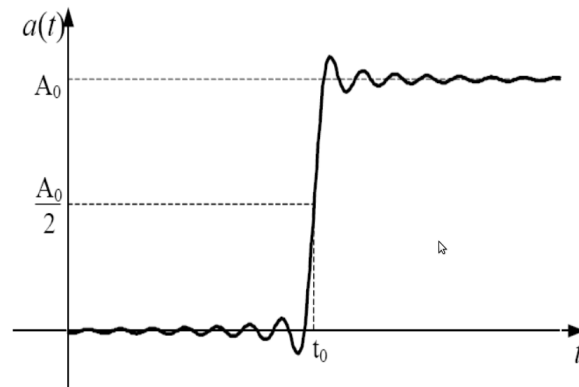


Slika 11: Impulsni odziv idealnog NP filtra

Skokoviti odziv dobije se inverznom Fourierovom transformacijom umnoška prijenosne funkcije i Fourierovog transformata skokovite *step* funkcije ($\mu(t)$). $\mathcal{F}(\mu(t)) = \pi\delta(\omega) + \frac{1}{j\omega}$.

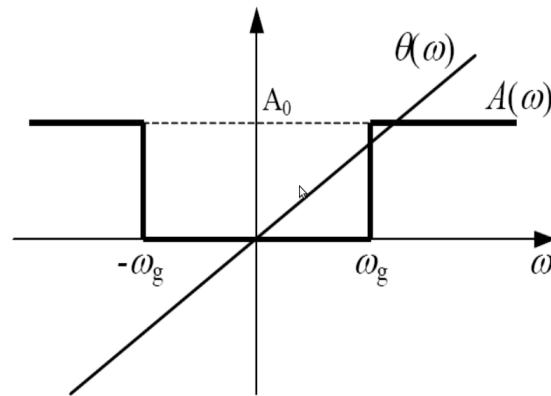
$$a(t) = \frac{A_0}{2\pi} \int_{-\omega_g}^{\omega_g} \left(\pi\delta(\omega) + \frac{1}{j\omega} \right) \cdot e^{j\omega(t-t_0)} d\omega \quad (116)$$

$$= \frac{A_0}{2} \left[1 + \frac{2}{\pi} \mu(\omega_g(t-t_0)) \right] \quad (117)$$



Slika 12: Skokoviti odziv idealnog NP filtra

1.1.11 Idealni visoko-propusni filter



Slika 13: Fazno kašnjenje i spektar idealnog visoko-propusnog filtra

Amplitudna karakteristika:

$$A(\omega) = \begin{cases} 0 & , -\omega_g < \omega < \omega_g \\ A_0 & , \text{inače} \end{cases} \quad (118)$$

Faza ovog filtra dana je izrazom:

$$\varphi(\omega) = -\omega \cdot t_0 \quad (119)$$

Fazno kašnjenje:

$$\Theta(\omega) = \omega \cdot t_0 \quad (120)$$

U ovom slučaju prijenosna funkcija glasi:

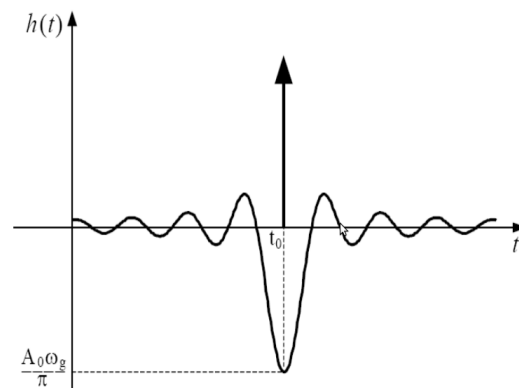
$$H(\omega) = A_0(1 - p_{\omega_g}) \cdot e^{j\omega t} \quad (121)$$

p_{ω_g} je pravokutni prozor širine $2\omega_g$.

Impulsni odziv dobijemo analogno kao i kod NP filtra:

$$h(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} (A_0 - A_0 p_{\omega_g}) \cdot e^{j\omega(t-t_0)} d\omega \quad (122)$$

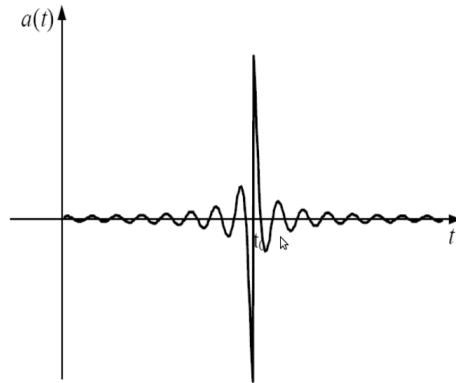
$$h(t) = A_0 \delta(t - t_0) - \frac{A_0 \omega_g}{\pi} \frac{\sin[\omega_g(t - t_0)]}{\omega_g(t - t_0)} \quad (123)$$



Slika 14: Impulsni odziv idealnog VP filtra

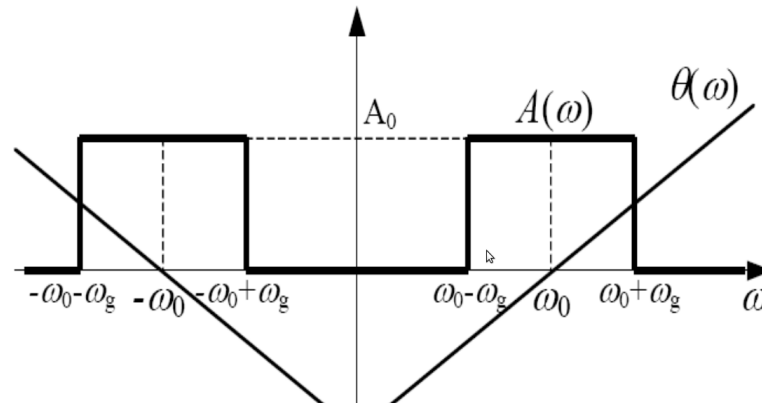
Skokoviti odziv:

$$a(t) = A_0 \mu(t - t_0) - \frac{A_0}{2} \left[1 + \frac{2}{\pi} \mu(\omega_g(t - t_0)) \right] \quad (124)$$



Slika 15: Skokoviti odziv idealnog VP filtra

1.1.12 Idealni pojasno-propusni filter



Slika 16: Fazno kašnjenje i spektar idealnog pojasno-propusnog filtra

$$A(\omega) = \begin{cases} A_0 & , (-\omega_0 - \omega_g < \omega < -\omega_0 + \omega_g) \cup (\omega_0 - \omega_g < \omega < \omega_0 + \omega_g) \\ 0 & , \text{inače} \end{cases} \quad (125)$$

Fazno kašnjenje:

$$\Theta(\omega) = \begin{cases} -\omega \cdot t_0 & , \omega < 0 \\ \omega \cdot t_0 & , 0 < \omega \end{cases} \quad (126)$$

Impulsni odziv pojasno-propusnog filtra možemo izvesti iz impulsnog odziva nisko-propusnog filtra. Ako uzmemo:

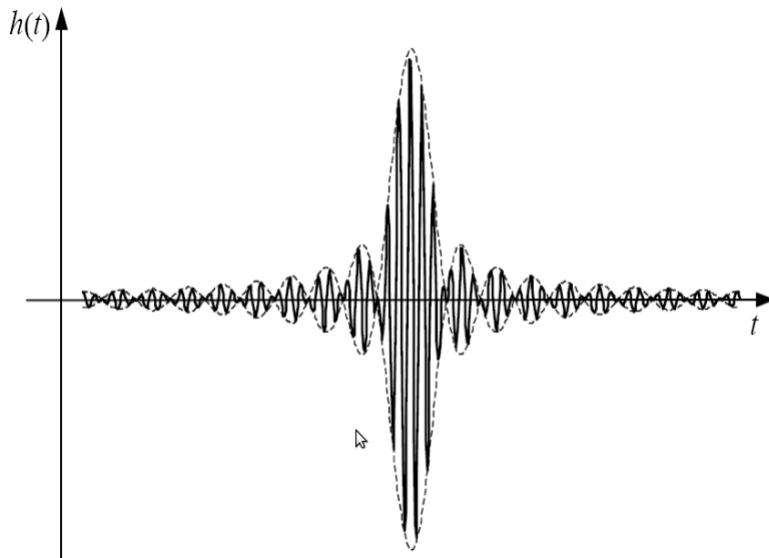
$$h_1(t) = h_{NP}(t)e^{-j\omega_0 t} \quad (127)$$

$$h_2(t) = h_{NP}(t)e^{j\omega_0 t} \quad (128)$$

$$h(t) = h_1(t) + h_2(t) = h_{NP}(t)(e^{j\omega_0 t} + e^{-j\omega_0 t}) \quad (129)$$

$$h(t) = 2 \cdot h_{NP}(t) \cdot \cos(\omega_0 t) \quad (130)$$

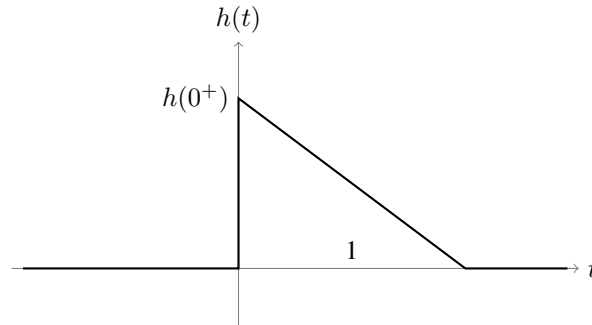
Gdje je $h_{NP}(t)$ izraz (115).



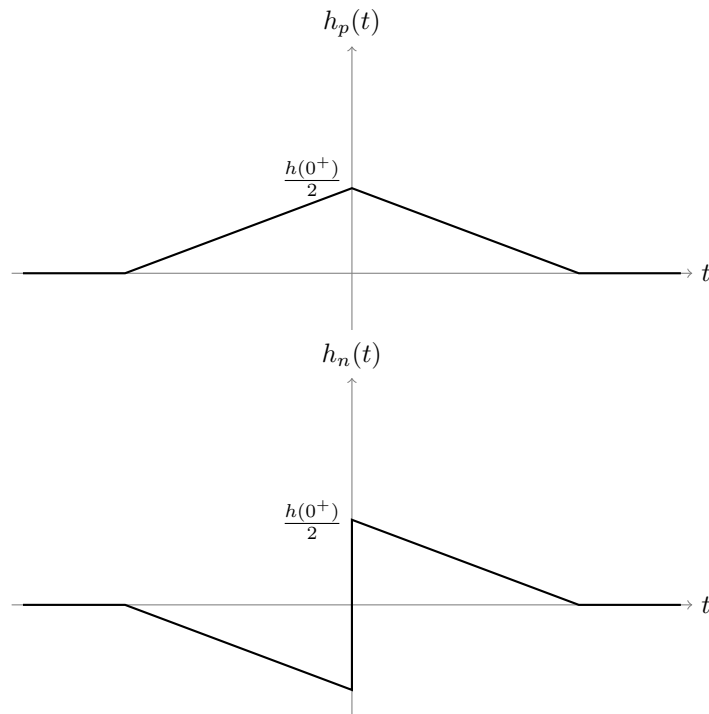
Slika 17: Impulsni odziv pojasno-propusnog filtra

1.1.13 Hilbertova transformacija

Neki impulsni odziv (Slika 18) $h(t)$ može se rastaviti na svoj parni i neparni dio (Slika 19).



Slika 18: Impulsni odziv



Slika 19: Parni i neparni dio impulsnog odziva

Vrijedi:

$$h(t) = h_P(t) + h_N(t) \quad (131)$$

$$h_P(t) = h_N(t) \cdot \operatorname{sgn}(t) \quad (132)$$

$$h_N(t) = h_P(t) \cdot \operatorname{sgn}(t) \quad (133)$$

$$h_P(t) \circ \bullet H_R(\omega) \quad (134)$$

$$h_N(t) \circ \bullet j \cdot H_I(\omega) \quad (135)$$

Fourierov transformat funkcije $\operatorname{sgn}(t) \circ \bullet \frac{2}{j\omega}$

Iz definicije umnoška u vremenskoj domeni dobivamo konvoluciju u spektru:

$$h_P(t) \cdot \text{sgn}(t) \xrightarrow{\bullet} j \cdot H_I(\omega) * \frac{2}{j\omega} = \frac{1}{2\pi} \cdot H_R(\omega) * \frac{2}{j\omega} \quad (136)$$

$$jH_I(\omega) = \frac{1}{j\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H_R(y) \frac{1}{\omega - y} dy = -j \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{H_R(y)}{\omega - y} dy \quad (137)$$

$$H_I(\omega) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{H_R(y)}{\omega - y} dy \quad (138)$$

Analogno ovom postupku dobivamo:

$$H_R(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{H_I(y)}{\omega - y} dy \quad (139)$$

Hilbertov transformat koristimo za dobivanje analitičkog signala.

$$z(t) = h(t) + j\hat{h}(t) \quad (140)$$

1.1.14 Veza između amplitudne i fazne karakteristike

Osim u sustavima s minimumom faze veza između amplitudne i fazne karakteristike nije jednoznačna. Sustavi s minimumom faze nemaju nula u desnoj poluravnini (nemaju nula van jedinične kružnice za diskretne sustave). Ovi sustavi i njihovi inverzi su kauzalni i stabilni. Ne mogu se rastaviti na produkt $H(j\omega)$ i svepropusne funkcije.

$$H(\omega) = e^{-\alpha(\omega) - j\Theta(\omega)} \quad (141)$$

$$A = e^{-\alpha(\omega)} \quad (142)$$

$\alpha(\omega)$ je logaritamska mjera amplitudne karakteristike.

Veza između $\alpha(\omega)$ i $\Theta(\omega)$:

$$\Theta(\omega) = \frac{\omega}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\alpha(y)}{y^2 - \omega^2} dy \quad (143)$$

$$\alpha(\omega) = \alpha(0) - \frac{\omega^2}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Theta(y)}{y(y^2 - \omega^2)} dy \quad (144)$$

Prema definiciji vrijedi da se za danu amplitudnu karakteristiku može realizirati fazna karakteristika s minimumom faze, tj. ne može se očekivati manje fazno kašnjenje od sustava s minimumom faze.

Kod rješavanja zadataka potrebno je znati sljedeća dva tablična integrala:

$$\int \frac{dy}{y(y^2 - \omega^2)} = \frac{1}{2\omega^2} \ln \left| 1 - \frac{\omega^2}{y^2} \right| \quad (145)$$

$$\int \frac{dy}{y^2 - \omega^2} = \frac{1}{2\omega} \ln \left| \frac{y - \omega}{y + \omega} \right| \quad (146)$$

1.2 Riješeni zadatci

Zadatak 1

Nacrtajte jednostrani i dvostrani amplitudni i fazni spektar signala $x(t) = 1 - 2\cos(20\pi t + \pi/3) + 6\sin(60\pi t)$.

Rješenje:

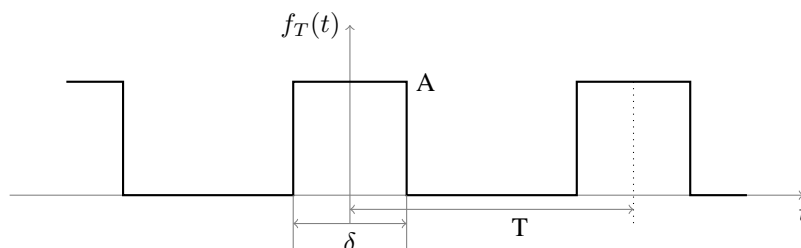
Zadatak 2

Nacrtajte jednostrani i dvostrani amplitudni i fazni spektar signala $x(t) = 2 + 6\cos(2\pi 10t + \pi/6) + 3\sin(2\pi 30t) - 4\cos(2\pi 35t)$.

Rješenje: Jednostrani amplitudni spektar ima na frekvencijama 0, 10, 30 i 35 amplitude veličine 2, 6, 3 i 4. Jednostrani fazni ima na frekvencijama 0, 10, 30 i 35 faze veličine 0, $\pi/6$, $-\pi/2$ i $-\pi$. Dvostrani amplitudni ima na frekvencijama -35, -30, -10, 0, 10, 30, 35 amplitude veličine 2, 1.5, 3, 2, 3, 1.5, 2. Dvostrani fazni na istim frekvencijama ima faze veličine π , $\pi/2$, $-\pi/6$, 0, $\pi/6$, $-\pi/2$ i $-\pi$.

Zadatak 3

Za funkciju sa slike odredite i skicirajte spektar signala.

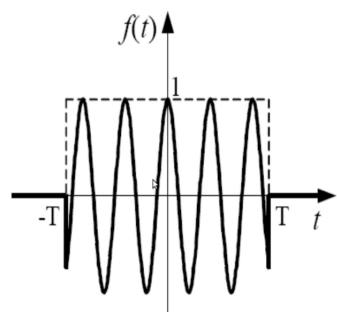


Slika 20: Slika uz zadatak 3

Rješenje:
$$F_n = \frac{\delta A}{T} \frac{\sin(\omega_0 n \frac{\delta}{2})}{\omega_0 n \frac{\delta}{2}}$$

Zadatak 4

- Odrediti spektar pravokutnog impulsa širine $2T$ i amplitude jednake 1.
- Odrediti spektar pulsno-moduliranog sinusnog signala $f(t) = f_T(t) \cdot \cos(\omega_0 t)$.



Slika 21: Pulsno modulirani signal iz Zadatka 4

Rješenje:

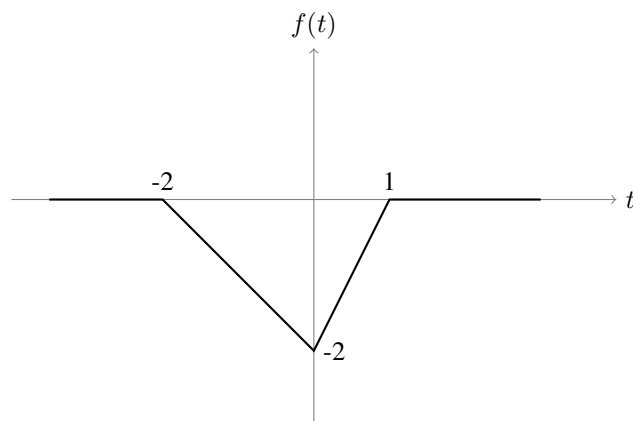
$$\begin{aligned} \text{a) } F(\omega) &= \frac{2\sin(\omega T)}{\omega} \\ \text{b) } F(\omega) &= \frac{\sin[(\omega - \omega_0)T]}{\omega - \omega_0} + \frac{\sin[(\omega + \omega_0)T]}{\omega + \omega_0} \end{aligned}$$

Zadatak 5

Izlaz sustava je zbog nelinearne ovisnosti izlaza o ulazu dan izrazom $u_2 = a_0 + a_1 u_1 + a_2 u_1^2 + a_3 u_1^3$, ako je ulazni signal jednak: a) $u_1 = U_1 \sin(\omega t)$, b) $u_1 = U_{11} \sin(\omega_1 t) + U_{12} \sin(\omega_2 t)$. Odredite faktor nelinearnog izobličenja THD za oba slučaja.

Zadatak 6

Odredite Fourierov spektar signala zadanog slikom. Napišite odvojeno realni i imaginarni dio spektra. (Uputa: koristiti svojstvo transformacije derivacije vremenske funkcije)



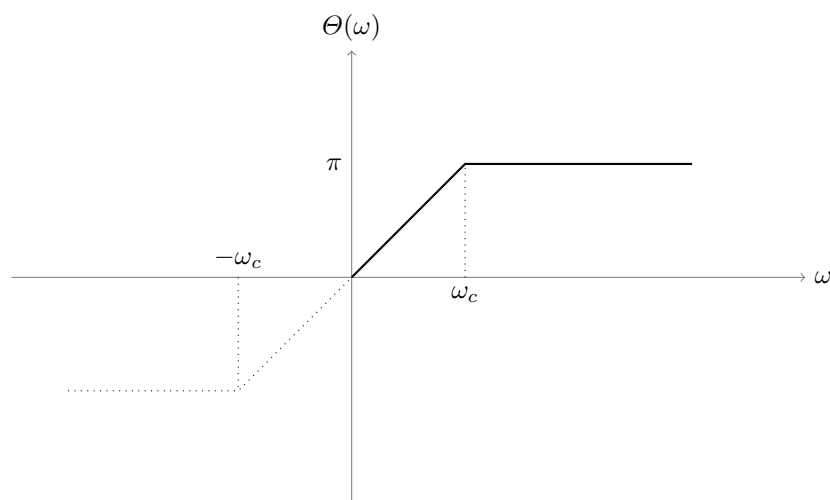
Slika 22: Slika uz zadatak 5

Rješenje: $F(\omega) = \frac{1}{\omega^2} [\cos(2\omega) + 2\cos(\omega) - 3] + j \frac{1}{\omega^2} [\sin(2\omega) - 2\sin(\omega)]$

Zadatak 7

Izračunati gušenje $\alpha(\omega)$ filtra s zadanom prijenosnom funkcijom minimuma faze $\Theta(\omega)$. Skicirati amplitudnu karakteristiku.

$$\Theta(\omega) = \begin{cases} \omega \cdot t_0 & , |\omega| < \omega_c \\ \omega_c \cdot t_0 & , \omega > \omega_c \end{cases} \quad (147)$$



Slika 23: Slika uz zadatak 7

Rješenje: $\alpha(\omega) = \alpha(0) + \frac{t_0 \omega_c}{\pi} [(1 + \frac{\omega}{\omega_c}) \ln|1 + \frac{\omega}{\omega_c}| + (1 - \frac{\omega}{\omega_c}) \ln|1 - \frac{\omega}{\omega_c}|]$

Zadatak 8

Odredite i skicirajte fazno kašnjenje sustava zadanog amplitudnom karakteristikom.

$$A(\omega) = \begin{cases} 1 & , |\omega| < \omega_c \\ A_s & , |\omega| > \omega_c \end{cases} \quad (148)$$

Rješenje: $\Theta(\omega) = \frac{\ln(A_s^{-1})}{\pi} \ln \left| \frac{\omega + \omega_c}{\omega - \omega_c} \right|$

Zadatak 9

Odredite spektar pravokutnog impulsa širine $2T$ i amplitude jednake 1. (Napomena: funkciju predložiti kao razliku dviju step funkcija, ne računati direktno Fourierovu transformaciju.)

Rješenje: $F(\omega) = \frac{2\sin(\omega T)}{\omega}$

2 Pojačala

2.1 Teorijska podloga

2.1.1 Idealno operacijsko pojačalo

Idealno operacijsko pojačalo prikazano je na Slici 24.

Vrijedi:

$$a \rightarrow \infty$$

$$r_D = \infty$$

$$r_O = 0$$

$$i_p = i_n = 0$$

$$u_{iz} = au_D = a(u_+ - u_-) \quad (149)$$

Dobivamo:

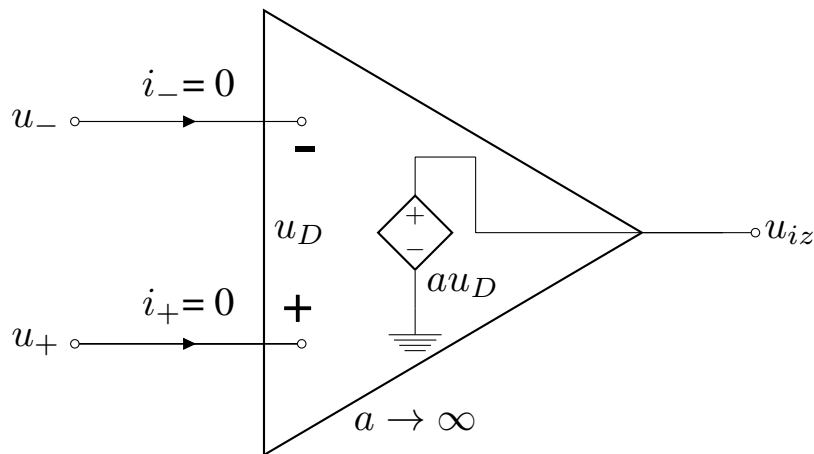
$$\frac{u_{iz}}{a} = u_+ - u_- \quad (150)$$

Ako pojačanje a teži u beskonačno:

$$\lim_{a \rightarrow \infty} \frac{u_{iz}}{a} = u_+ - u_- = 0 \quad (151)$$

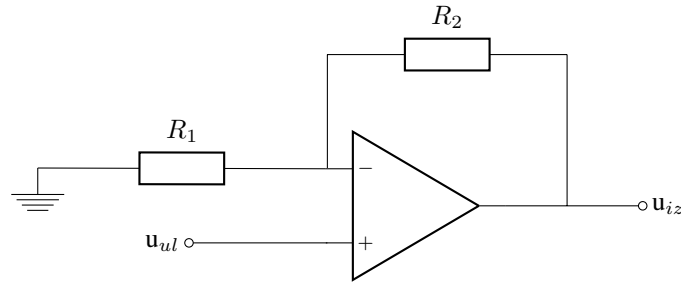
$$u_+ = u_- \quad (152)$$

Kod idealnog operacijskog pojačala vrijedi da su ulazne stezaljke na istome potencijalu. Ovo nazivamo *virtualni kratki spoj*.



Slika 24: Idealno operacijsko pojačalo

2.1.2 Ne-invertirajući spoj operacijskog pojačala



Slika 25: Operacijsko pojačalo u ne-invertirajućem spoju

Ne-invertirajući spoj operacijskog pojačala prikazan je slikom 25. Pojačanje a je konačno.

$$u_{iz} = au_D = a(u_+ - u_-) = a(u_{ul} - u_{iz} \frac{R_1}{R_2 + R_1}) \quad (153)$$

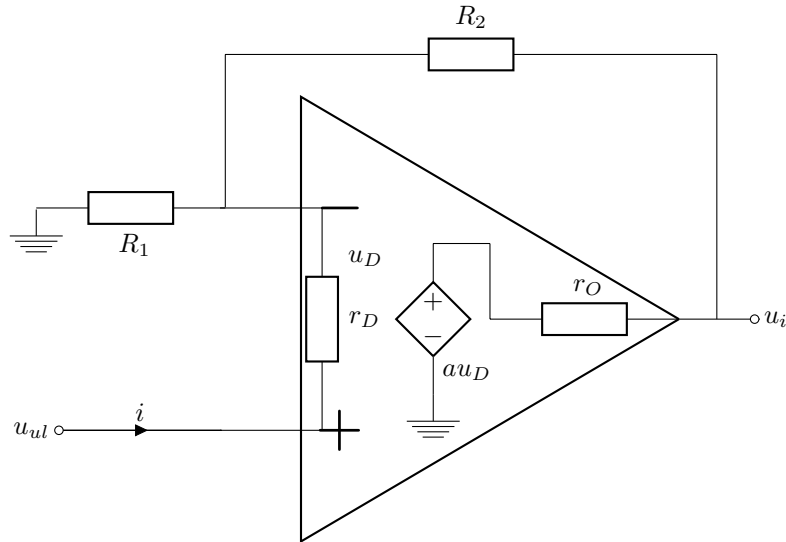
$$\frac{u_{iz}}{u_{ul}} = (1 + \frac{R_2}{R_1}) \frac{1}{1 + \frac{R_2}{a}} = A_{REAL} \quad (154)$$

u slučaju kad je a beskonačan:

$$A_{IDEAL} = \lim_{a \rightarrow \infty} \frac{u_{iz}}{u_{ul}} = 1 + \frac{R_2}{R_1} \quad (155)$$

U ovakvom spoju ne-invertirajućeg operacijskog pojačala jasno se vidi da je $R_{iz} = 0$, a $R_{ul} = \infty$ (jer se ulazni otpor spaja paralelno izvoru), što neće biti slučaj kad se paralelno na ulaz spaja otpor R_3 čiju ulogu ćemo pojasniti kasnije. U tom slučaju R_{ul} će biti jednako R_3 .

Izraz (153) vrijedi u slučaju kad zanemarujemo ulazni (r_D) i izlazni (r_O) otpor operacijskog pojačala. U realnom operacijskom pojačalu ta dva otpora imaju utjecaj na stvarno konačno pojačanje. Na Slici 26 prikazano je realno operacijsko pojačalo u ne-invertirajućem spoju.



Slika 26: Realno ne-invertirajuće operacijsko pojačalo

Iz sheme izlaze dvije jednačbe iz kojih tražimo omjer $\frac{u_{iz}}{u_{ul}}$:

$$\frac{u_{ul} - u_-}{r_D} - \frac{u_-}{R_1} + \frac{u_{iz} - u_-}{R_2} = 0 \quad (156)$$

$$\frac{u_- - u_{iz}}{R_2} + \frac{a(u_{ul} - u_-) - u_{iz}}{r_O} = 0 \quad (157)$$

$\frac{u_{iz}}{u_{ul}}$ je pojačanje A i dobivamo:

$$A = \frac{u_{iz}}{u_{ul}} = \frac{(1 + \frac{R_2}{R_1})a + \frac{r_O}{r_D}}{1 + a + \frac{R_2}{R_1} + \frac{R_2 + r_O}{r_D} + \frac{r_O}{R_1}} \quad (158)$$

Za kvalitetno dizajnirano pojačalo omjeri $\frac{r_O}{r_D}$, $\frac{R_2 + r_O}{r_D}$ i $\frac{r_O}{R_1}$ moraju biti što manji i čak težiti nuli. Ako uzmemo da su ti omjeri jednaki nuli dobivamo:

$$A = (1 + \frac{R_2}{R_1}) \frac{1}{1 + \frac{1}{T}} \quad (159)$$

gdje je:

$$T = a\beta \quad (160)$$

$$\beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (161)$$

Zanima nas još kakvi su ulazni (R_{ul}) i izlazni (R_{iz}) otpori. Za R_{ul} postavimo tri jednadžbe:

$$R_{ul} = \frac{u_{ul}}{i} \quad (162)$$

$$\frac{u_{ul} - u_-}{r_D} - \frac{u_-}{R_1} + \frac{a(u_{ul} - u_-) - u_-}{R_2 + r_O} = 0 \quad (163)$$

$$u_- = u_{ul} - u_D = u_{ul} - ir_D \quad (164)$$

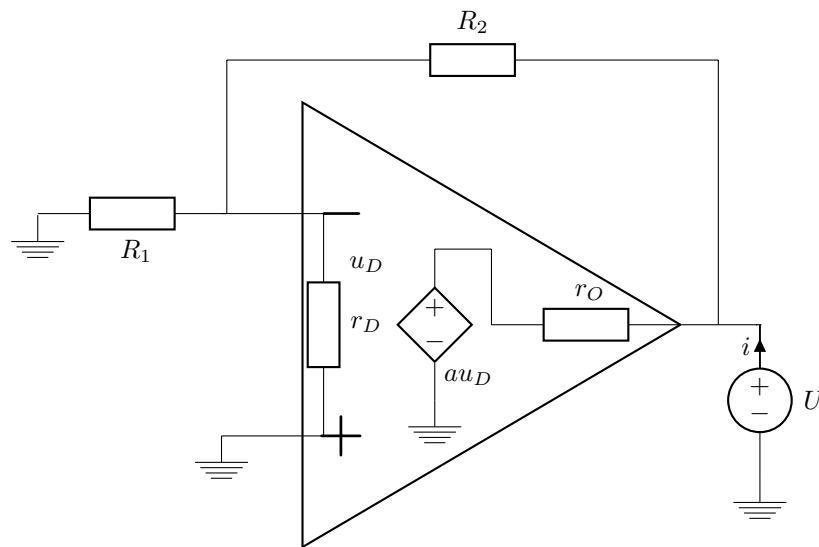
R_{ul} raspišemo u zbroju dva izraza:

$$R_{ul} = \underbrace{(1 + \frac{a}{1 + \frac{R_2 + r_O}{R_1}})r_D}_I + \underbrace{R_1 || (R_2 + r_O)}_{II} \quad (165)$$

Za kvalitetno dizajnirano pojačalo r_O bi trebao biti puno manji od R_2 ($r_O \ll R_2$) i prvi član jednadžbe bi trebao biti puno veći od drugog ($I \gg II$). Time dobivamo:

$$R_{ul} = r_D(1 + a\beta) = r_D(1 + T) \quad (166)$$

Za odrediti R_{iz} moramo nacrtati novu shemu na kojoj je uklonjen ulazni izvor i dodan izvor na izlazu. Shema je prikazana na Slici 27.



Slika 27: Shema po Theveninu za odrediti R_{iz}

Pišemo jednadžbe:

$$u_- = \frac{R_1 || r_D}{R_1 || r_D + R_2} U \quad (167)$$

$$i + \frac{u_- - U}{R_2} + \frac{-au_- - U}{r_O} = 0 \quad (168)$$

Zanima nas omjer $\frac{U}{i}$:

$$R_{iz} = \frac{U}{i} = \frac{r_O}{1 + \frac{a + \frac{r_O}{R_1} + \frac{r_O}{r_D}}{1 + \frac{R_2}{R_1} + \frac{R_2}{r_D}}} \quad (169)$$

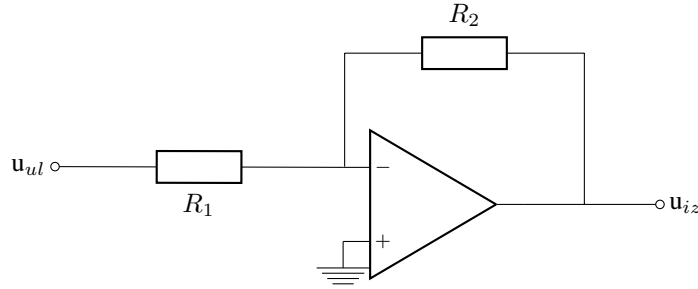
Opet je za dobro dizajnirano pojačalo potrebno da omjeri $\frac{r_O}{R_1}$, $\frac{r_O}{r_D}$ i $\frac{R_2}{r_D}$ budu što manji. U slučaju da su jednaki nula dobivamo:

$$R_{iz} = r_O \frac{1}{1 + T} \quad (170)$$

Ovdje uočavamo još jednu kvalitetnu karakteristiku negativne povratne veze, a to je da smanjuje izlazni otpor.

2.1.3 Invertirajući spoj operacijskog pojačala

Drugi osnovni spoj operacijskog pojačala je operacijsko pojačalo u invertirajućem spoju i prikazan je Slikom 28.



Slika 28: Invertirajući spoj operacijskog pojačala

Pojačanje a je konačno i vrijedi:

$$u_+ = 0 \quad (171)$$

$$u_- = \frac{R_2}{R_1 + R_2} u_{ul} + \frac{R_1}{R_1 + R_2} u_{iz} \quad (172)$$

$$u_{iz} = a(u_+ - u_-) = a\left(-\frac{R_2}{R_1 + R_2} u_{ul} - \frac{R_1}{R_1 + R_2} u_{iz}\right) \quad (173)$$

Definiramo pojačanje A kao omjer izlaznog i ulaznog napona:

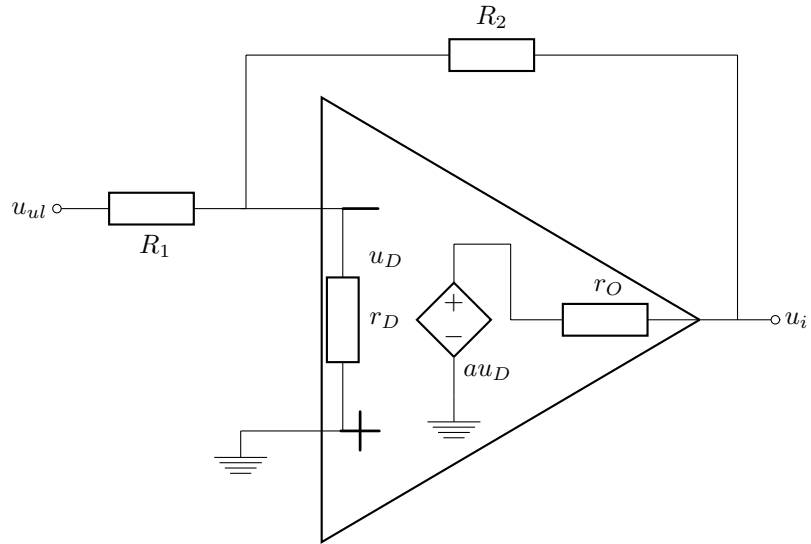
$$A_{REAL} = \frac{u_{iz}}{u_{ul}} = -\frac{R_2}{R_1} \frac{1}{1 + \frac{1 + \frac{R_2}{R_1}}{a}} \quad (174)$$

U slučaju kad pojačanje a teži u beskonačnost dobivamo izraz za idealno pojačanje:

$$A_{IDEAL} = \lim_{a \rightarrow \infty} \frac{u_{iz}}{u_{ul}} = -\frac{R_2}{R_1} \quad (175)$$

Kao i kod ne-invertirajućeg spoja jasno se vidi da je izlazni otpor $R_{iz} = 0$, ali u ovom spoju definiran je konačni ulazni otpor $R_{ul} = R_1$.

U slučaju realnog operacijskog pojačala utjecaj ulaznog (diferencijalnog) i izlaznog otpora samog operacijskog pojačala nije zanemariv. Na slici 29 je prikazano realno operacijsko pojačalo u invertirajućem spoju.



Slika 29: Realno invertirajuće operacijsko pojačalo

Uz $A = \frac{u_{iz}}{u_{ul}}$ dobivamo:

$$A = -\frac{aR_2 - r_O}{(1+a)R_1 + (R_2 + r_O)(1 + \frac{R_1}{r_D})} \quad (176)$$

za dobro dizajnirano pojačalo mora vrijediti: $r_O \ll R_2$, $\frac{R_1}{r_D} \ll 1$ i $aR_2 \gg r_O$. Ukoliko to vrijedi, zapisujemo pomoću $T = a\beta$, s tim da je $\beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$ pojačanje možemo pisati:

$$A = -\frac{R_2}{R_1} \frac{1}{1 + \frac{1}{T}} \quad (177)$$

Kod invertirajućeg spoja definiramo ulazni otpor negativne stezaljke i ukupni ulazni otpor koji iznose:

$$R_- = \frac{R_2 + r_O}{1 + a + \frac{R_2 + r_O}{r_D}} \approx \frac{R_2}{1 + a} \quad (178)$$

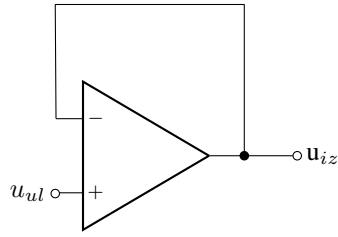
$$R_{ul} = R_1 + R_n = R_1 + \frac{R_2 + r_O}{1 + a \frac{R_2 + r_O}{r_D}} \quad (179)$$

Kao i kod ne-invertirajućeg spoja i ovdje negativna povratna veza smanjuje izlazni otpor i možemo ga pisati kao:

$$R_{iz} = r_O \frac{1}{1 + T} \quad (180)$$

2.1.4 Naponsko sljedilo

Najjednostavniji spoj operacijskog pojačala je spoj naponskog sljedila. Spoj je prikazan slikom 30.



Slika 30: Operacijsko pojačalo u spoju naponskog sljedila

Kod naponskog sljedila vrijedi: $A_{IDEAL} = 1 \frac{V}{V}$, $R_{ul,IDEAL} = \infty$ i $R_{iz,IDEAL} = 0$. Realni izrazi ipak odstupaju on idealnih i vrijedi:

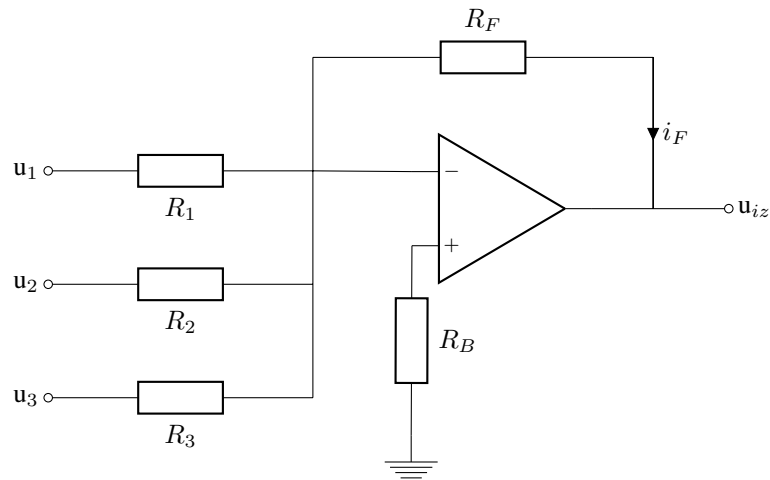
$$A_{REAL} = \frac{1}{1 + \frac{1}{a}} \quad (181)$$

$$R_{ul,REAL} = r_D \cdot a \quad (182)$$

$$R_{iz,REAL} = r_O \cdot \frac{1}{1 + a} \quad (183)$$

2.1.5 Sumirajuća pojačala

Invertirajuće zbrajalo



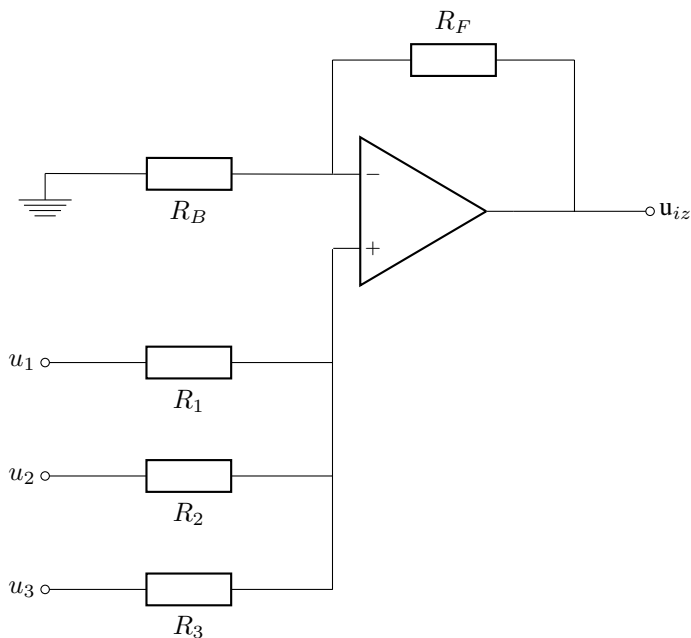
Slika 31: Invertirajuće zbrajalo izvedeno pomoću operacijskog pojačala

$$U_{iz} = -\left(\frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2} + \frac{U_3}{R_3}\right) \cdot R_F \quad (184)$$

Otpornik R_B služi za smanjenje smetnji i vrijedi:

$$R_B \approx R_1 || R_2 || R_3 || R_F \quad (185)$$

Ne-invertirajuće zbrajalo



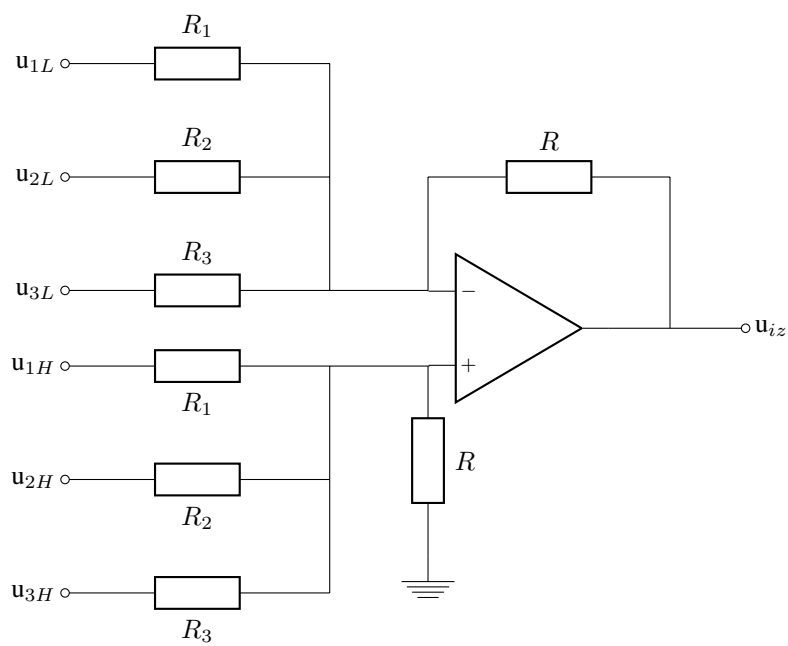
Slika 32: Ne-invertirajuće zbrajalo izvedeno pomoću operacijskog pojačala

$$U_{iz} = \left(\frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2} + \frac{U_3}{R_3}\right) R_p \left(1 + \frac{R_F}{R_B}\right) \quad (186)$$

Gdje je R_p jednak:

$$R_p = R_1 || R_2 || R_3 \quad (187)$$

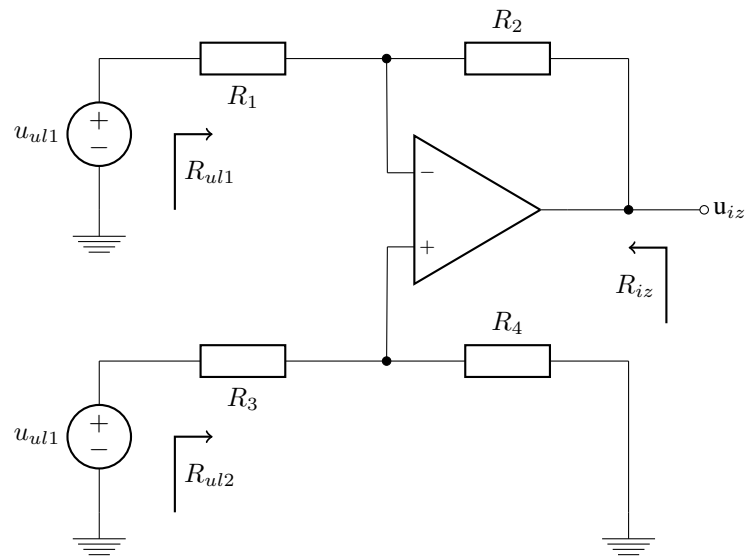
Zbrajalo za diferencijalne signale



Slika 33: Diferencijalno zbrajalo izvedeno pomoću operacijskog pojačala

$$U_{iz} = (U_{1H} - U_{1L}) \frac{R}{R_1} + (U_{2H} - U_{2L}) \frac{R}{R_2} + (U_{3H} - U_{3L}) \frac{R}{R_3} \quad (188)$$

2.1.6 Diferencijsko pojačalo



Slika 34: Diferencijsko operacijsko pojačalo

Iz slike vidimo da vrijedi:

$$R_{ul1} = R_1 \quad (189)$$

$$R_{ul2} = R_3 + R_4 \quad (190)$$

Zajednički i diferencijalni ulazni otpori su:

$$R_{ulD} = 2R_1 \quad (191)$$

$$R_{ulZ} = \frac{R_1 + R_2}{2} \quad (192)$$

Vidimo da za izlazni napon vrijedi:

$$u_{iz} = \frac{R_2}{R_1} \left(\frac{1 + \frac{R_1}{R_2}}{1 + \frac{R_3}{R_4}} u_2 - u_1 \right) \quad (193)$$

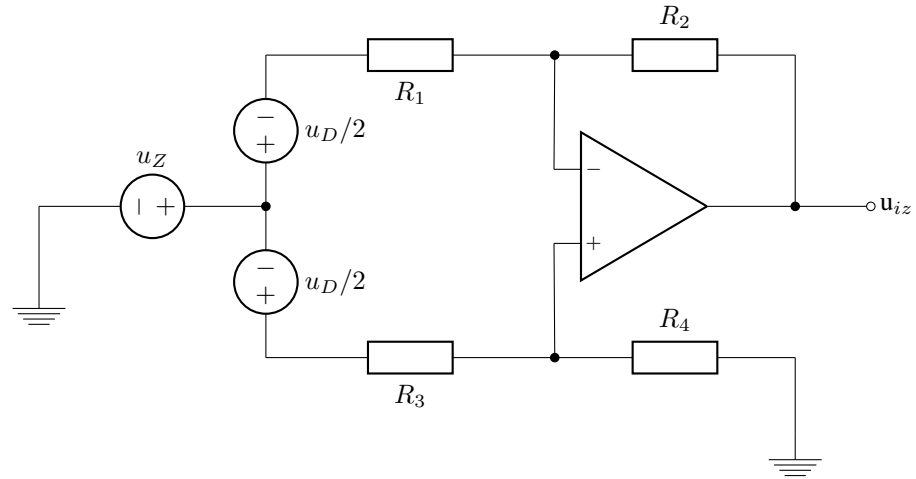
Ukoliko uparimo otpornike $\frac{R_3}{R_4} = \frac{R_1}{R_2}$ dobivamo izraz za u_{iz} :

$$u_{iz} = \frac{R_2}{R_1} (u_2 - u_1) \quad (194)$$

Diferencijsko pojačanje je sada jednako:

$$A = \frac{R_2}{R_1} \quad (195)$$

Ako diferencijsko pojačalo predočimo sa ulaznim zajedničkim naponom i ulaznim diferencijskim naponima možemo nacrtati slijedeću shemu.



Slika 35: Diferencijsko pojačalo s nadomjesnim zajedničkim i diferencijskim izvorima

$$u_D = u_2 - u_1 \quad (196)$$

$$u_Z = \frac{u_2 + u_1}{2} \quad (197)$$

Iz gornje dvije jednadžbe izlazi da su:

$$u_1 = u_Z - \frac{u_D}{2} \quad (198)$$

$$u_2 = u_Z + \frac{u_D}{2} \quad (199)$$

Iz izraza (192), (197) i (198) možemo izvesti sljedeće:

$$u_{iz} = \frac{R_2}{R_1} \left(\frac{1 + \frac{R_1}{R_2}}{1 + \frac{R_3}{R_4}} \left(u_Z + \frac{u_D}{2} \right) - u_Z + \frac{u_D}{2} \right) \quad (200)$$

$$\dots = u_Z \left(\frac{1 - \frac{R_2 R_3}{R_1 R_4}}{1 + \frac{R_3}{R_4}} \right) + \frac{u_D}{2} \left(\frac{1 + 2 \frac{R_2}{R_1} + \frac{R_2 R_3}{R_1 R_4}}{1 + \frac{R_3}{R_4}} \right) \quad (201)$$

Kako vrijedi za u_{iz} :

$$u_{iz} = A_D u_D \pm A_Z u_Z \quad (202)$$

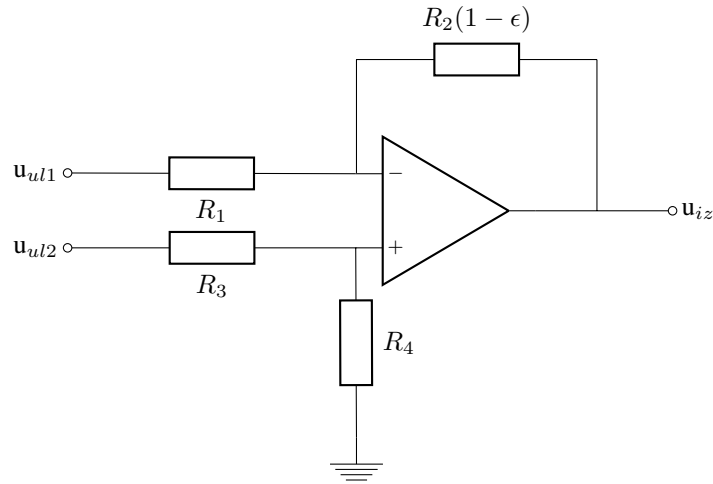
Iz izraza (201) se jasno vidi da vrijedi sljedeće:

$$A_Z = \frac{1 - \frac{R_2 R_3}{R_1 R_4}}{1 + \frac{R_3}{R_4}} \quad (203)$$

$$A_D = \frac{1}{2} \cdot \frac{1 + 2 \frac{R_2}{R_1} + \frac{R_2 R_3}{R_1 R_4}}{1 + \frac{R_3}{R_4}} \quad (204)$$

Također se jasno vidi da ako su otpornici upareni da je $A_Z = 0$ i $A_D = \frac{R_2}{R_1}$

Ukoliko su otpornici upareni ($\frac{R_3}{R_4} = \frac{R_1}{R_2}$), ali otpornik R_2 odstupa od svoje nazivne vrijednosti za vrijednost ϵ kao na Slici 36, imamo sljedeću situaciju:



Slika 36: Diferencijsko pojačalo s jednim otpornikom koji odstupa od nazvine vrijednosti

Sada vrijedi da su diferencijsko i zajedničko pojačanje:

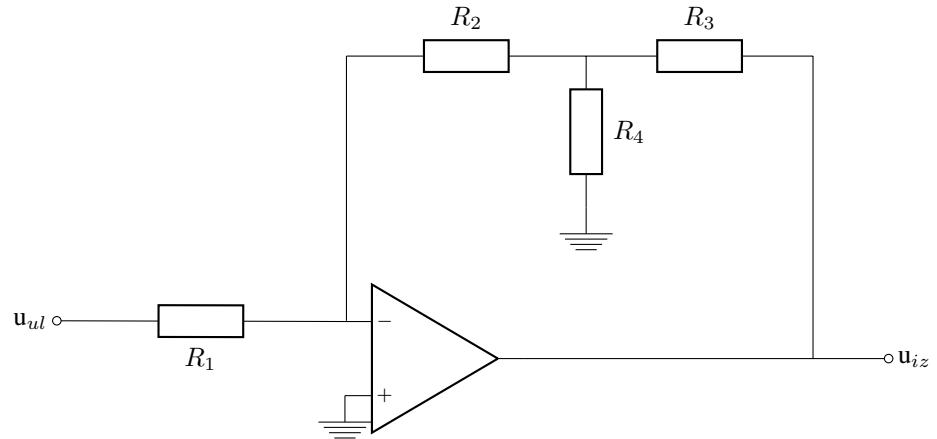
$$A_D = \frac{R_2}{R_1} \left(1 - \frac{R_1 + 2R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{\epsilon}{2} \right) \quad (205)$$

$$A_Z = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \epsilon \quad (206)$$

Definiramo parametar (veličinu) faktora potiskivanja (CMRR, eng. *Common Mode Rejection Ratio*) pojačala, mjeru kvalitete pojačala, kao omjer diferencijskog i zajedničkog pojačanja. Izražava se najčešće u decibelima.

$$CMRR_{dB} = 20 \log_{10} \left| \frac{A_D}{A_Z} \right| \quad (207)$$

2.1.7 T mreža u povratnoj vezi

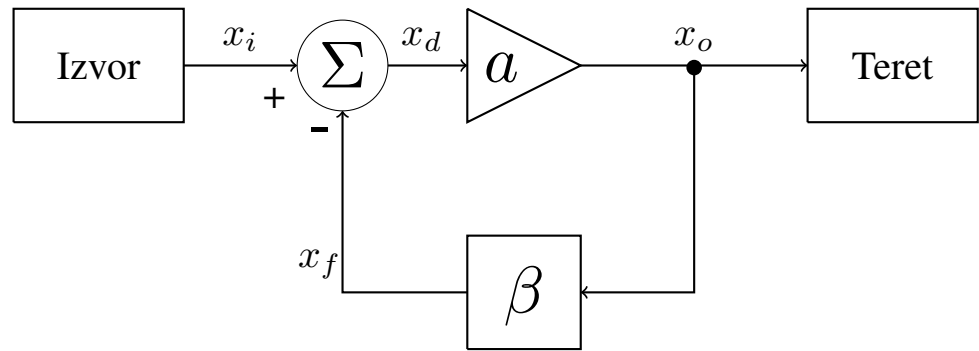


Slika 37: Spoj operacijskog pojačala s T mrežom

$$A = - \frac{R_2 + R_3 + \frac{R_2 R_3}{R_4}}{R_1} \quad (208)$$

T mreža se koristi ukoliko se želi postići neko veće pojačanje A , a zbog neprihvatljivih iznosa otpora koji bi se morali koristiti u slučaju velikog pojačanja A u normalnom invertirajućem spoju ($A = -\frac{R_2}{R_1}$), gdje bi otpornik R_2 bio jako velik, koristi se T mreža. Kod T mreže otpornik R_4 je obično manjeg iznosa, dok su otpornici R_2 i R_3 većeg iznosa.

2.1.8 Sustav s negativnom povratnom vezom



Slika 38: Sustav s negativnom povratnom vezom

Iz blok sheme sa Slike 38 pišemo slijedeće jednakosti:

$$x_o = ax_d \quad (209)$$

$$x_d = x_i - x_f \quad (210)$$

$$x_f = x_o\beta \quad (211)$$

$$x_o = ax_d = a(x_i - x_f) = a(x_i - \beta x_o) \quad (212)$$

$$x_o = \frac{a}{1 + a\beta} x_i \quad (213)$$

$$A = \frac{x_o}{x_i} = \frac{a}{1 + a\beta} \quad (214)$$

Pojačanje petlje:

$$a\beta = T \quad (215)$$

U slučaju kad je pojačanje a beskonačno:

$$\lim_{a \rightarrow \infty} A = \lim_{a \rightarrow \infty} \frac{a}{1 + a\beta} = \lim_{a \rightarrow \infty} \frac{1}{\frac{1}{a} + \beta} = \frac{1}{\beta} = A_{IDEAL} \quad (216)$$

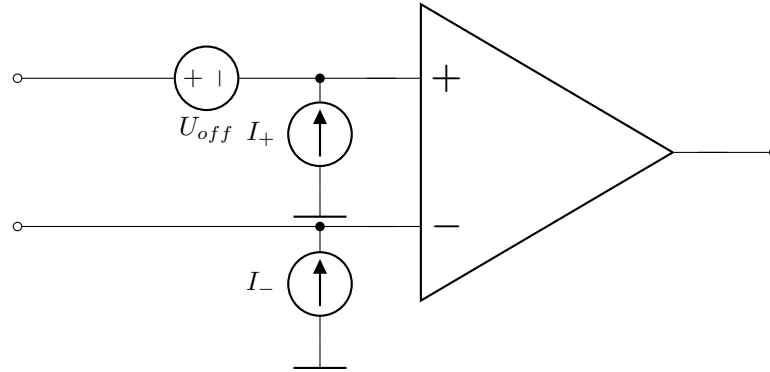
Iz jednakosti (213) i (215) izlazi:

$$A = A_{IDEAL} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{a\beta}} \quad (217)$$

2.1.9 Statičke nesavršenosti operacijskih pojačala

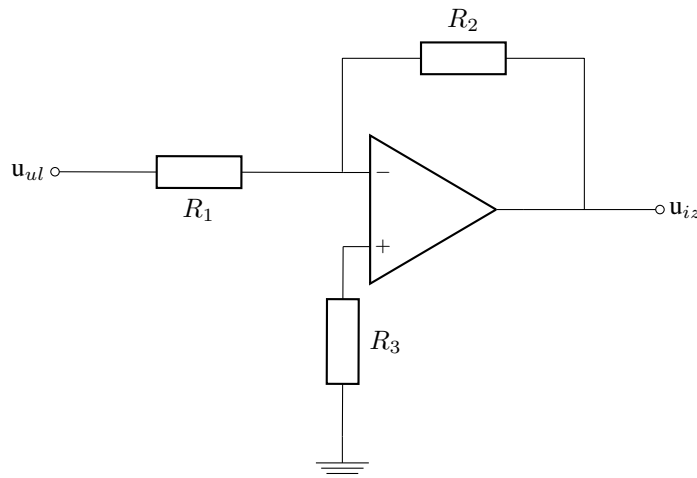
U dosadašnjim razmatranjima uzeto je u obzir da realno operacijsko pojačalo odstupa od idealnoga po tome što mu pojačanje ne teži u beskonačnost i što mu je ulazni otpor jako velik (ali konačan), i izlazni otpor jako malen (ali nije nula). Realno operacijsko pojačalo još više odstupa od idealnog pojačala. Prvenstveno se to vidi što se na izlazu operacijskog pojačala pojavljuje neki napon iako je ulazni napon pojačala nula. Napon koji se pojavljuje na izlazu posljedica je napona i struja pomaka (offseta).

Za operacijska pojačala definiramo slijedeće parametre koji pripadaju statičkim nesavršenostima operacijskog pojačala: ulazna struja pomaka I_{pom} (I_{off} input offset current), ulazna struja I_{ul} (I_b input bias current), ulazni napon pomaka U_{pom} (U_{off} input offset voltage), koji se pojavljuje i kad su ulazne priključnice pojačala kratko spojene.



Slika 39: Ulazne struje i napon pomaka

Ako je pojačalo sa Slike 39 u invertirajućem spoju kao na Slici 40, ulazne struje stvaraju padove napona na ulaznim otporima.



Slika 40: OP u invertirajućem spoju

Ukoliko se još pribroji i napon pomaka U_{off} dobiva se izraz:

$$U_{iz,off} = \left\{ |U_{off}| + |I_{off}| \frac{R_3 + (R_1 || R_2)}{2} + |I_b|(R_3 - (R_1 || R_2)) \right\} \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \quad (218)$$

Temperaturni pomak (drift) javlja se promijenom temperature realnog pojačala.

$$\Delta U_{iz,offT} = \left\{ \left| \frac{dU_{off}}{dT} \right| + \left| \frac{dI_{off}}{dT} \right| \frac{R_3 + (R_1 || R_2)}{2} + \left| \frac{dI_b}{dT} \right| (R_3 - (R_1 || R_2)) \right\} \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \Delta T \quad (219)$$

Odabirom otpornika R_3 takvog da vrijedi $R_3 = R_1 || R_2$ minimizira se izlazni napon pomaka.

2.1.10 Eliminacija statičkih smetnji

Statičke smetnje se mogu smanjiti ili čak eliminirati upotrebom odgovarajućih pojačala u ulaznom stupnju:

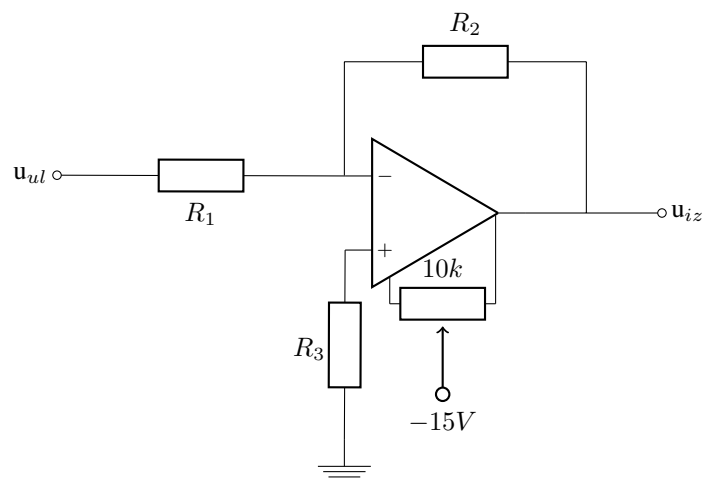
- Ulazni stupanj realiziran pomoću superbeta BJT ($I_b \approx 1nA$)
- Ulazni stupanj realiziran pomoću JFET-a ($I_b \approx n \cdot 10pA$)
- Ulazni stupanj realiziran pomoću MOSFET-a ($I_b \approx n \cdot 1pA$)

Osim uporabe odgovarajućih pojačala u prvom stupnju, postoji ostale tehnike smanjenja smetnji:

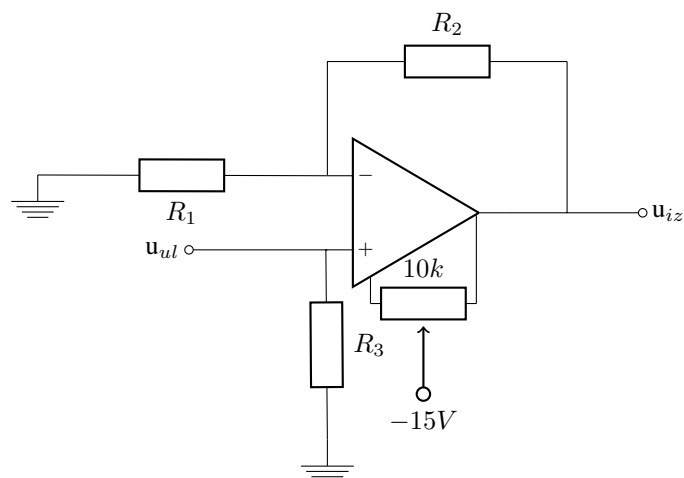
- Interno poništavanje ulaznih struja ($I_b \approx \pm 1nA$)
- Automatsko poništavanje napona pomaka (autozero pojačala) ($U_{off} \approx \pm 1\mu V$)
- Stabilizacija sjeckanjem, tj. korištenjem tzv. Chopperskih pojačala
- Lasersko podešavanje (On-chip trimming) ($U_{off} = 10\mu V$)

Ostale tehnike su:

- Interna kompenzacija napona pomaka

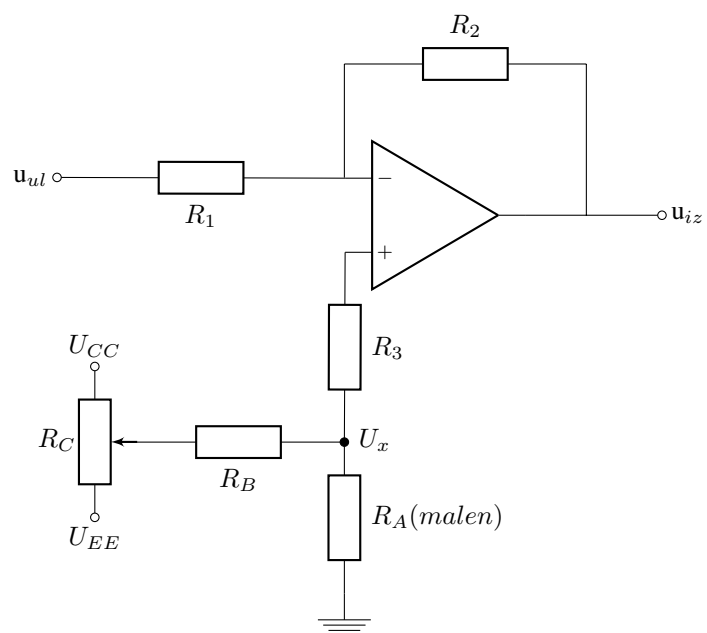


Slika 41: Interna kompenzacija operacijskog pojačala u invertirajućem spoju



Slika 42: Interna kompenzacija operacijskog pojačala u ne-invertirajućem spoju

- Vanjska kompenzacija napona pomaka



Slika 43: Vanjska kompenzacija napona pomaka operacijskog pojačala

2.1.11 Dinamičke nesavršenosti operacijskih pojačala

- Frekvencijska ovisnost pojačanja u otvorenoj petlji
- Ulazne i izlazne impedancije
- Vrijeme porasta izlaznog napona t_r je vrijeme potrebno da impuls odziva dostigne 90% vrijednosti od 10% vrijednosti stacionarnog stanja

$$A(jf) = \frac{1}{1 + j\frac{f}{f_t}} \quad (220)$$

$$u_{iz} = U_m(1 - e^{-t/\tau}) \quad (221)$$

$$\tau = \frac{1}{2\pi f_t} \quad (222)$$

$$t_r = \tau(\ln 0.9 - \ln 0.1) = \frac{0.35}{f_t} \quad (223)$$

- Brzina porasta izlaznog napona (*slew rate*)

Vrijeme porasta je konstantno u području u kojem pojačalo radi linearno, no kada su napon i struja na izlazu pojačala veliki i kada ulaze u područje zasićenja, vrijeme porasta više nije konstantno i definira se nova veličina nazvana *slew rate*. *Slew rate* se definira kao maksimalna brzina porasta u području većih napona i struja na izlazu pojačala.

Ako imamo ulazni napon u_0 koji iznosi:

$$u_0 = U_0 \sin \omega_0 t \quad (224)$$

Brzina promijena napona je:

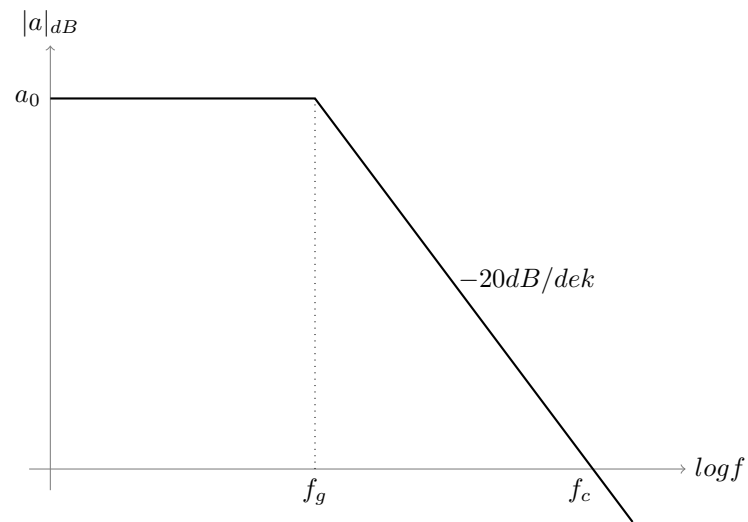
$$\frac{du_0}{dt} = U_0 \omega_0 \cos \omega_0 t \quad (225)$$

Sada maksimalna brzina porasta iznosi:

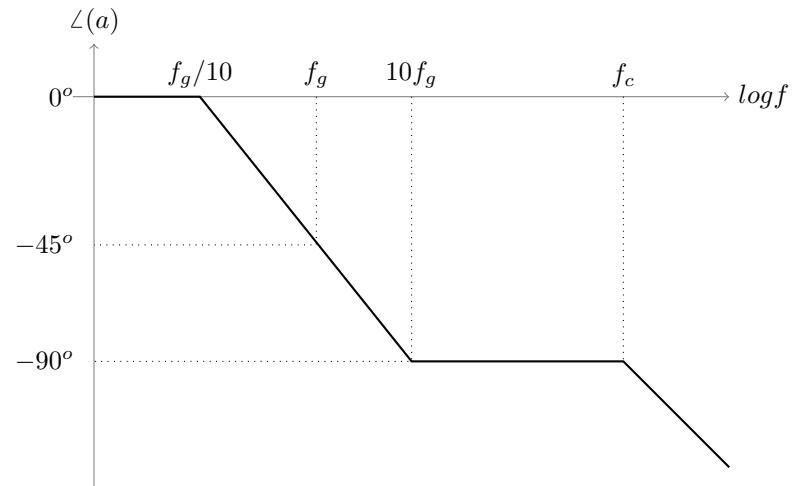
$$SR = \left. \frac{du_0}{dt} \right|_{max} = U_0 \omega_0 \quad (226)$$

- Šum - predstavlja kaotične fluktuacije napona ili struje koje ograničavaju mogućnost pojačanja vrlo malih napona

Frekvencijska ovisnost pojačanja operacijskog pojačala



Slika 44: Amplitudna karakteristika



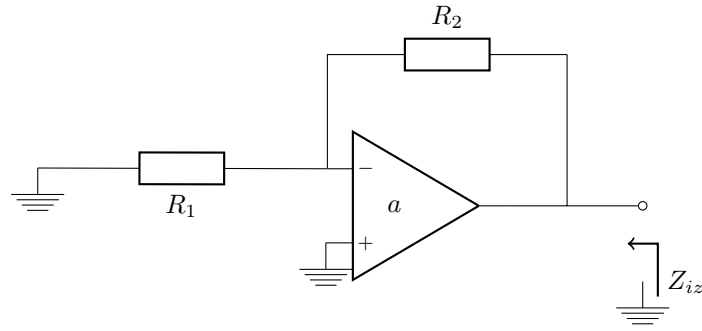
Slika 45: Fazna karakteristika

$$a(jf) = \frac{a_0}{1 + j \frac{f}{f_g}} \quad (227)$$

$$|a(jf)| = \frac{a_0}{1 + \sqrt{\left(\frac{f}{f_g}\right)^2}} \quad (228)$$

$$\angle a(jf) = -\arctg^{-1}\left(\frac{f}{f_g}\right) \quad (229)$$

Utjecaj ulaznih i izlaznih impedancija



Slika 46: Shema za izračunavanje dinamičkog izlaznog otpora

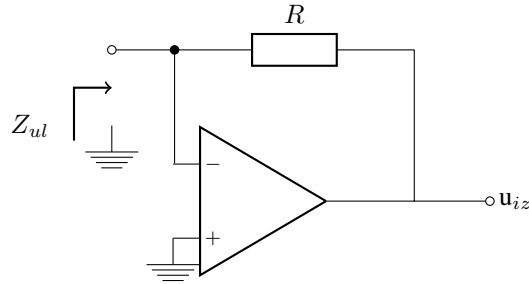
$$Z_{iz} = \frac{r_O}{1 + a\beta} \quad (230)$$

$$\beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (231)$$

$$Z_{iz} = r_O \frac{1 + j\frac{f}{f_b}}{1 + j\frac{f}{f_B}} \quad (232)$$

Na višim frekvencijama izlazni otpor je veći i time se kvari kvaliteta pojačala.

Frekvencija f_b je frekvencija na kojoj izlazni otpor iznosi $\frac{r_O}{1+a_0\beta}$, a frekvencija f_B je ona na kojoj izlazni otpor iznosi r_O .



Slika 47: Shema za izračunavanje dinamičkog ulaznog otpora

$$Z_{ul} = \frac{R}{1 + a} \quad (233)$$

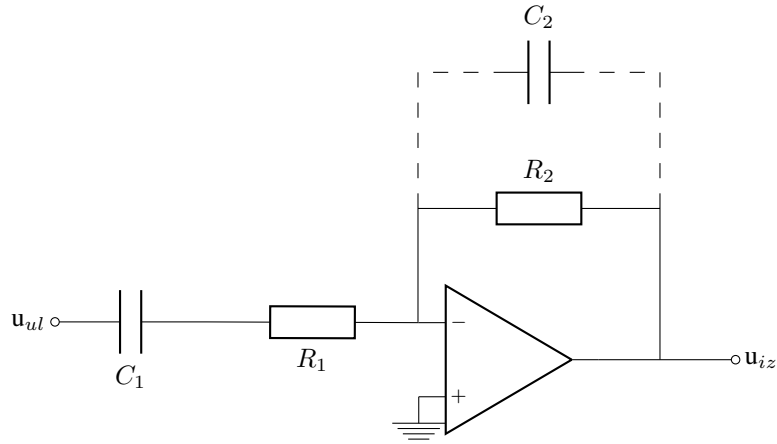
$$R_{ul} = \frac{R}{1 + a_0} \quad (234)$$

$$Z_{ul} = R_{ul} \frac{1 + j\frac{f}{f_b}}{1 + j\frac{f}{f_t}} \quad (235)$$

Frekvencija f_b je frekvencija na kojoj ulazni otpor (R_{ul}) iznosi $\frac{R}{1+a_0}$, a frekvencija f_t je ona na kojoj ulazni otpor iznosi R .

2.1.12 Izmjenična (AC) pojačala

AC pojačalo u invertirajućem spoju



Slika 48: Invertirajuće AC pojačalo

Ovo se može gledati kao sustav negativne povratne veze pa pojačanje pojačala iznosi:

$$A = A_{IDEAL} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{a\beta}} \quad (236)$$

A_{IDEAL} invertirajućeg spoja je $-\frac{R_2}{Z_1}$ (uz zanemareni C_2).

$$A = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \underbrace{\frac{jf}{f_1 + jf}}_{\text{Utjecaj kapaciteta } C_1} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{a\beta}} \quad (237)$$

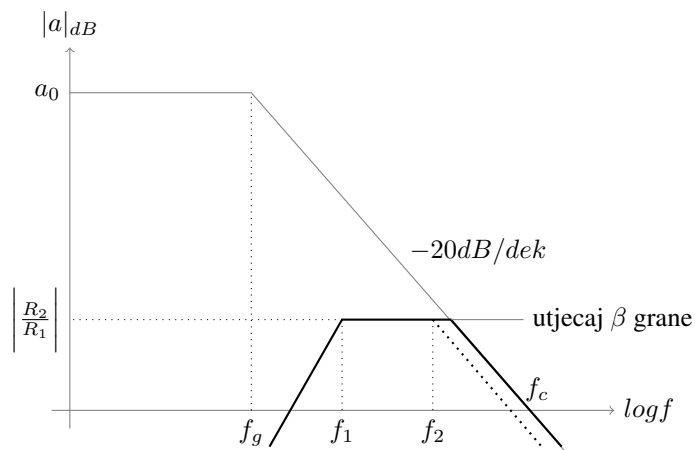
Kapacitet C_1 određuje donju graničnu frekvenciju. Kapacitet C_2 određuje gornju graničnu frekvenciju.

$$f_1 = \frac{1}{2\pi R_1 C_1} \quad (238)$$

$$\beta = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} \quad (239)$$

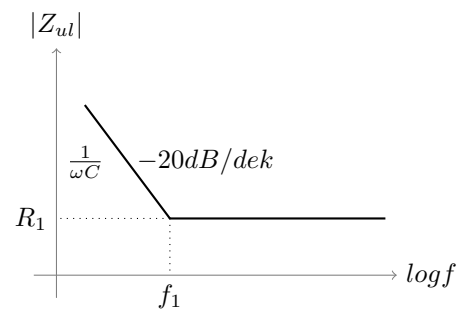
$$Z_1 = X_{C_1} + R_1 = \frac{1}{sC_1} + R_1 \quad (240)$$

$$Z_2 = X_{C_2} || R_2 \quad (241)$$



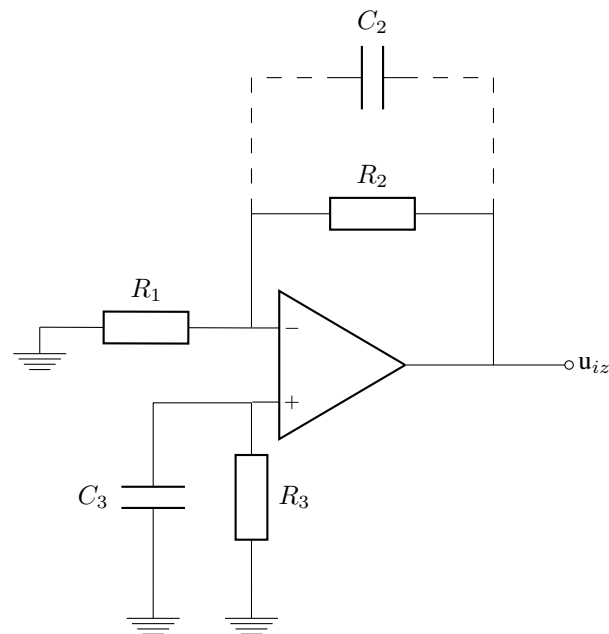
Slika 49: Frekvencijska ovisnost amplitudne karakteristike invertirajućeg AC pojačala

$$|Z_{ul}| = |Z_1| = \left| R_1 + \frac{1}{j\omega C_1} \right| \quad (242)$$



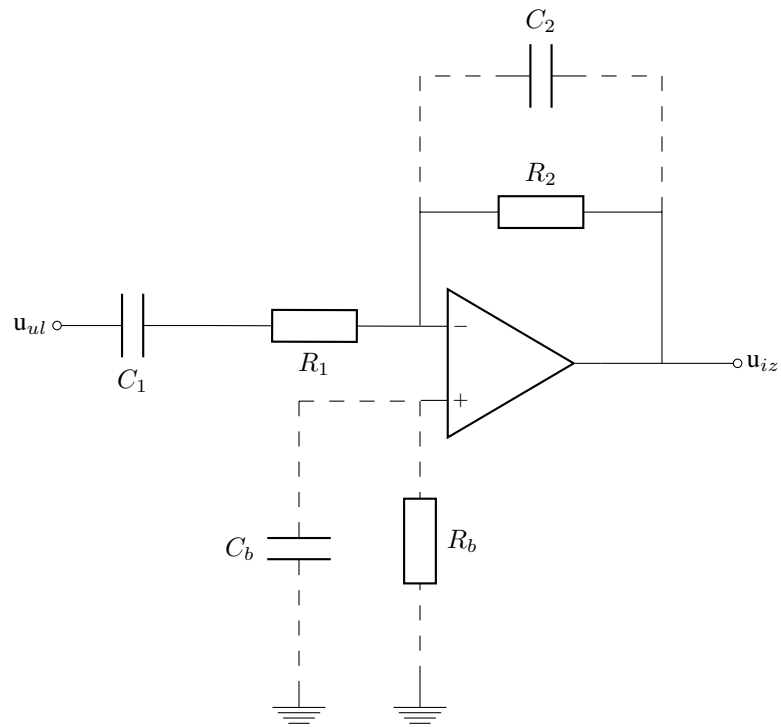
Slika 50: Frekvencijska karakteristika ulazne impedancije invertirajućeg AC pojačala

Analogna analizi invertirajućeg AC pojačala je analiza ne-invertirajućeg AC pojačala koja neće biti obrađena detaljno.



Slika 51: Ne-invertirajuće AC pojačalo

2.1.13 Derivator



Slika 52: Derivator

Otpornik R_1 guši pojačanje kako bi se osigurala stabilnost pojačala. Pojačanje iznosi (uz zanemarivanje C_b , R_b i C_2):

$$A = -\frac{R_2}{Z_1} \frac{1}{1 + \frac{1}{a\beta}} \quad (243)$$

Gdje je β jednak:

$$\beta = \frac{Z_1}{Z_1 + R_2} \quad (244)$$

a Z_1 :

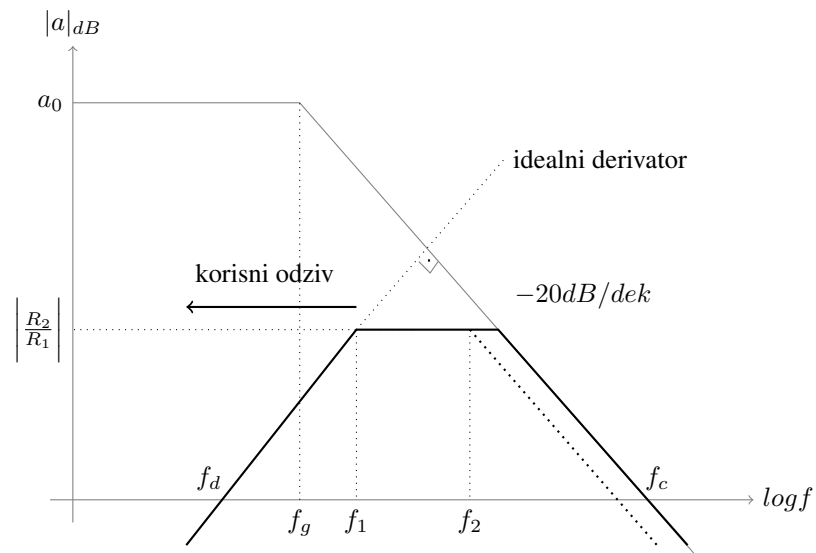
$$Z_1 = R_1 + X_{C_1} \quad (245)$$

Pojačanje operacijskog pojačala iznosi:

$$a = \frac{a_0}{1 + j\frac{f}{f_g}} \quad (246)$$

Pojačanje pojačala iznosi:

$$A(s) = \frac{u_{iz}(s)}{u_{ul}(s)} = \frac{-R_2 C_1 s}{1 + s \left(R_1 C_1 + \frac{1}{a_0 2\pi f_g} \right) + s^2 \frac{C_1 (R_1 + R_2)}{a_0 2\pi f_g}} \quad (247)$$



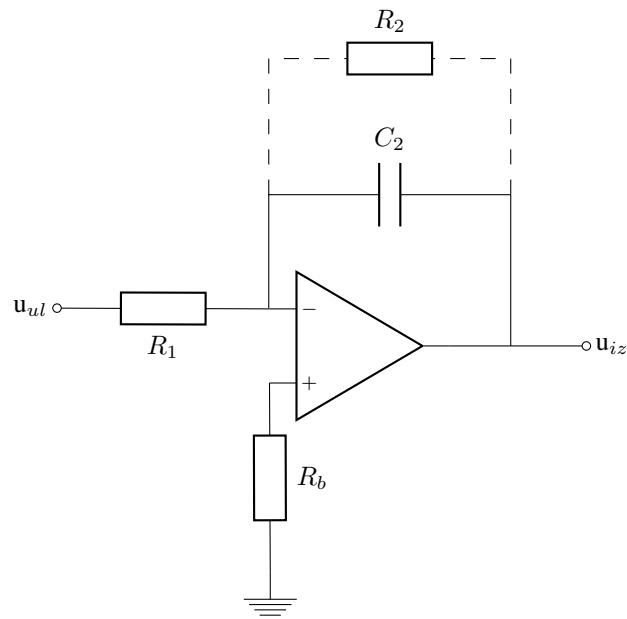
Slika 53: Amplitudna karakteristika derivatora

Na Slici 53 prikazana je amplitudna karakteristika derivatora. Vidljivo je da je koristan odziv do donje granične frekvencije f_1 . Idealan derivator bila bi karakteristika pravca koji nagibom k raste u beskonačnost. U korisnom području ($f < f_1$) izlazni napon iznosi:

$$u_{iz}(t) = -R_2 C_1 \frac{du_{ul}}{dt} = -\tau \frac{du_{ul}}{dt} \quad (248)$$

U slučaju kad je potrebna velika vremenska konstanta τ u povratnoj vezi koristi se T mreža.

2.1.14 Integrator



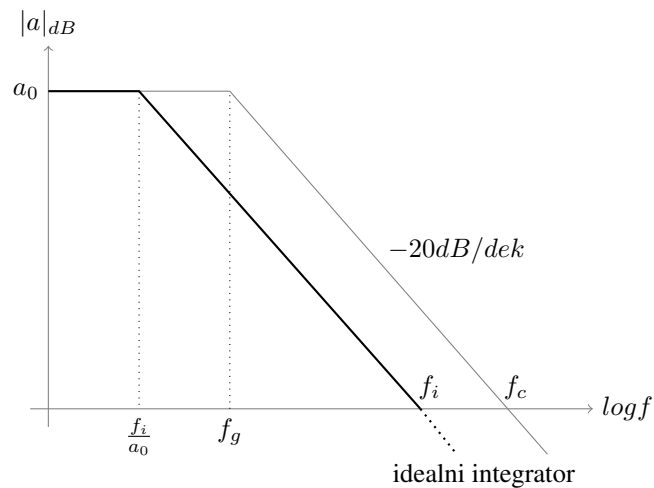
Slika 54: Integrator

Idealni integrator ima prijenosnu karakteristiku (pojaćanje) jednako $\frac{1}{s}$, a realni:

$$\frac{u_{iz}(s)}{u_{ul}(s)} = -\frac{1}{R_1 C_2 s} \cdot \frac{1}{1 + \frac{s+2\pi f_g}{a_0 2\pi f_g} \cdot \frac{s+R_1 C_2 s}{R_1 C_2 s}} \quad (249)$$

$$\omega_i = \frac{1}{\tau_i} = \frac{1}{R_1 C_2} \quad (250)$$

$$f_i = \frac{1}{2\pi R_1 C_2} \quad (251)$$

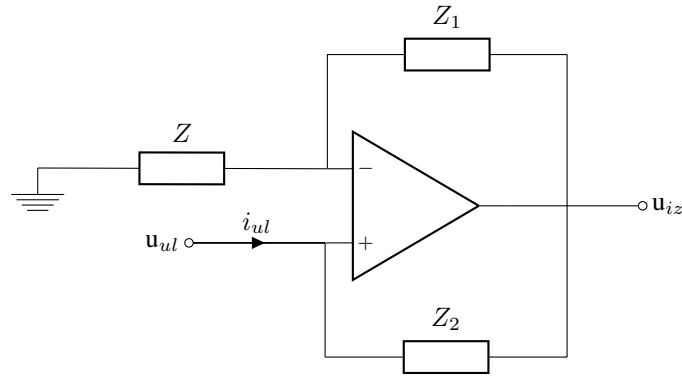


Slika 55: Amplitudna karakteristika integratora

Realni (praktični) integratori imaju $f_i \ll f_c$. Za $f \ll f_i$ vrijedi:

$$\frac{u_{iz}(s)}{u_{ul}(s)} = -\frac{1}{\frac{1}{a_0} + \frac{s}{\omega_i}} \bullet \circ u_{iz}(t) = -\frac{1}{\tau} \int_{t_0}^{t_0+T} u_{ul}(t) dt + U_0 \quad (252)$$

2.1.15 Negativni konvertor impedancije (NIC)



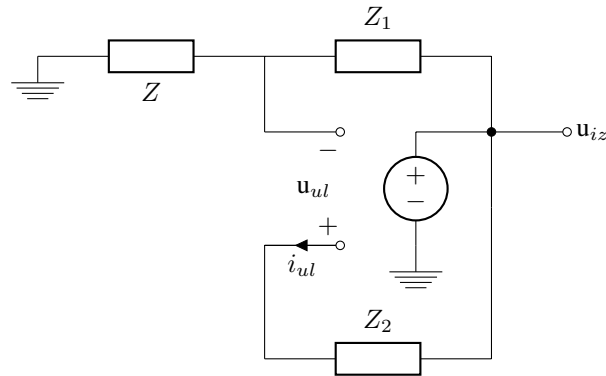
Slika 56: Shema negativnog konvertora impedancije

$$u_{iz} = u_{ul} \left(1 + \frac{Z_1}{Z_2} \right) \quad (253)$$

$$u_{ul} - u_{iz} = i_{ul} Z_2 \quad (254)$$

$$Z_{ul} = -Z \frac{Z_2}{Z_1} \quad (255)$$

Izvod:



Slika 57: Nadomjesna shema NIC-a

$$u_{iz} = a(u_+ - u_-) = a \left(u_{ul} - u_{iz} \frac{Z}{Z + Z_1} \right) \quad (256)$$

$$-\frac{u_{iz}}{Z + Z_1} + \underbrace{\frac{u_{ul} - u_{iz}}{Z_2}}_{i_{ul}} = i \quad (257)$$

$$u_{iz} = \left(u_{ul} - u_{iz} \frac{Z}{Z + Z_1} \right) \quad (258)$$

$$u_{iz} \left(1 + \frac{Z \cdot a}{Z + Z_1} \right) = a \cdot u_{ul} \quad (259)$$

$$u_{iz} = \frac{a u_{ul}}{1 + \frac{Z \cdot a}{Z + Z_1}} = \frac{u_{ul}}{\frac{1}{a} + \frac{Z}{Z + 1}} \quad (260)$$

$$\lim_{a \rightarrow \infty} u_{iz} = \left(1 + \frac{Z_1}{Z_2} \right) u_{ul} \quad (261)$$

$$i_{ul} = \frac{u_{ul} - u_{iz}}{Z_2} = \frac{u_{ul}}{Z_2} - \frac{1}{Z_2} \left(1 + \frac{Z_1}{Z} \right) u_{ul} \quad (262)$$

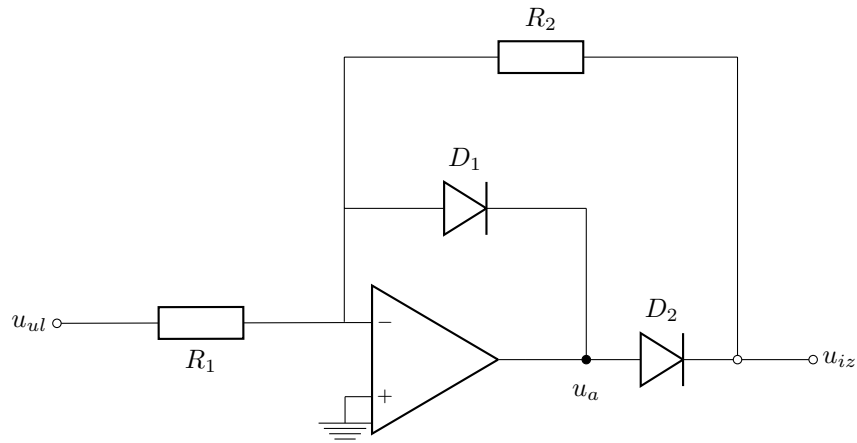
$$i_{ul} = u_{ul} \left[\frac{1}{Z_2} - \frac{1}{Z_2} \left(1 + \frac{Z_1}{Z} \right) \right] \quad (263)$$

$$Z_{ul} = \frac{u_{ul}}{i_{ul}} = \frac{1}{\frac{1}{Z_2} - \frac{1}{Z_2} \left(1 + \frac{Z_1}{Z} \right)} = \frac{Z \cdot Z_2}{Z - Z \left(1 + \frac{Z_1}{Z_2} \right)} = \frac{Z \cdot Z_2}{Z - Z - Z_1} \quad (264)$$

$$Z_{ul} = -Z \cdot \frac{Z_2}{Z_1} \quad (265)$$

2.1.16 AC/DC pretvorba

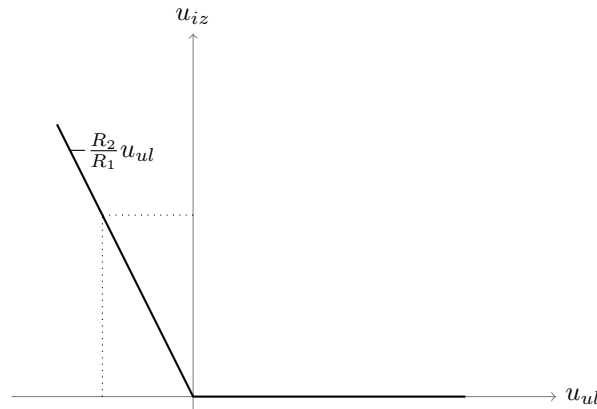
Precizni poluvalni ispravljač



Slika 58: Precizni poluvalni ispravljač

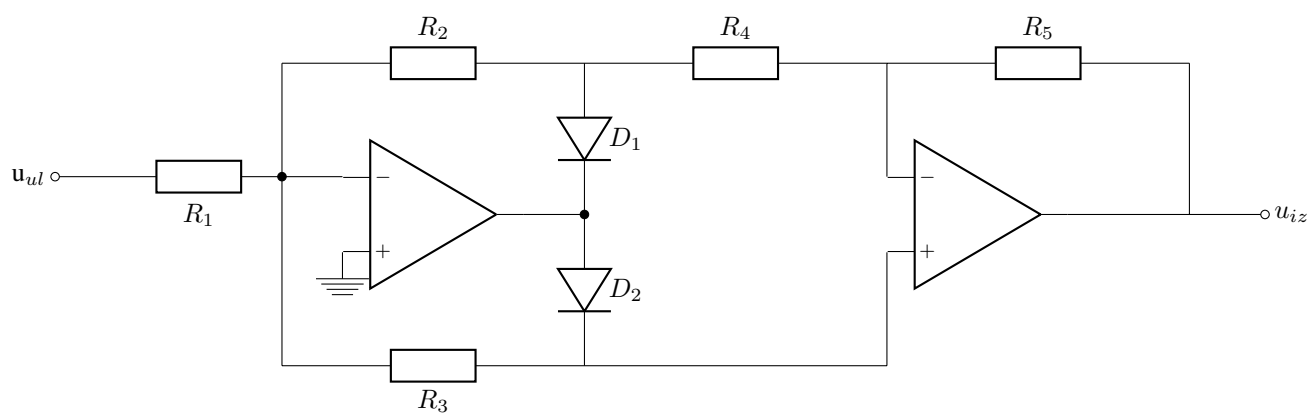
Za ulazni napon veći od nule ($u_{ul} > 0$), dioda D_1 vodi, napon u_a je negativan (pozitivan ulazni napon prolazi kroz invertirajuću stezaljku operacijskog pojačala) pa dioda D_2 ne vodi. Kroz R_2 ne teče struja i nema ispravljanja ulaznog napona. U slučaju kad je ulazni napon manji od nule ($u_{ul} < 0$) dioda D_1 ne vodi i na diodi D_2 je pozitivan napon (u_a pozitivan), povratna veza je zatvorena kroz R_2 i ispravlja se negativan ulazni napon.

$$u_{iz} = -\frac{R_2}{R_1} u_{ul} \quad (266)$$



Slika 59: Amplitudno-amplitudna karakteristika preciznog poluvalnog ispravljača

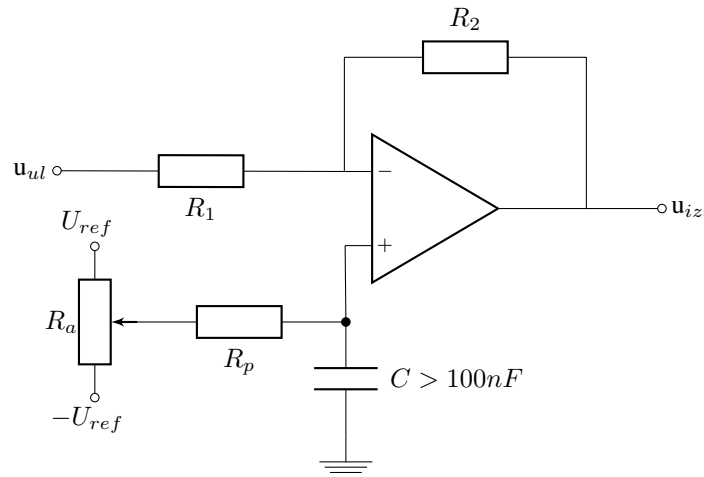
Punovalni ispravljač



Slika 60: Shema punovalnog ispravljača s dva operacijska pojačala

2.1.17 Pomak istosmjerne razine

Invertirajući spoj

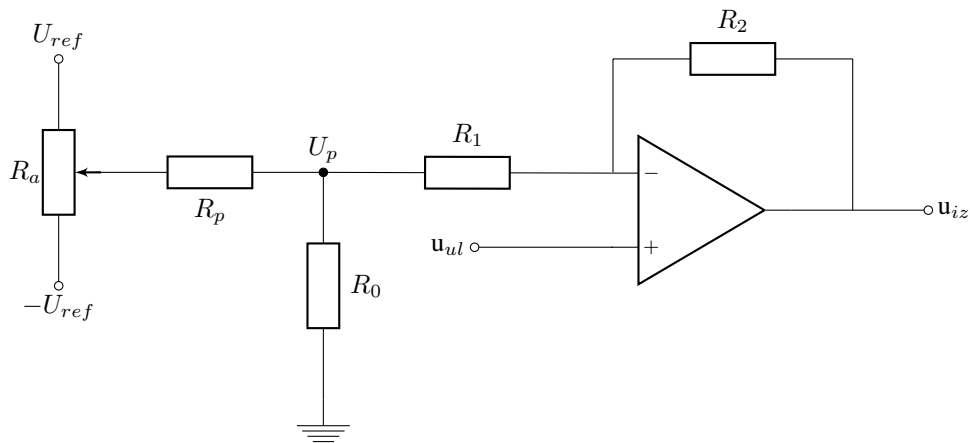


Slika 61: Pomak istosmjerne razine kod operacijskog pojačala u invertirajućem spoju

Napon pomaka je jednak naponu ne-invertirajuće stezaljke ($U_p = U_+$)

$$u_{iz} = -\frac{R_2}{R_1}u_{ul} + \underbrace{U_p \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)}_{\text{DC komponenta}} \quad (267)$$

Ne-invertirajuće



Slika 62: Pomak istosmjerne razine kod operacijskog pojačala u ne-invertirajućem spoju

$$u_{iz} = u_{ul} \left(1 + \frac{R_2}{R_1 + R_0}\right) - \underbrace{U_p \cdot \frac{R_2}{R_1}}_{\text{DC komponenta}} \quad (268)$$

2.2 Riješeni zadatci

Zadatak 1

Odredite izlazni napon ne-invertirajućeg pojačala konačnog iznosa pojačanja a , ako je ulazni napon $U_{ul}=1V$. Za slučajeve:

- a) $a=10^2[V/V]$
- b) $a=10^4[V/V]$
- c) $a=10^6[V/V]$

Zadane su vrijednosti otpora $R_1=2k\Omega$ i $R_2=18k\Omega$

Rješenje:

- a) $u_{iz} = 9.091V$
- b) $u_{iz} = 9.99V$
- c) $u_{iz} = 9.9999V$

Zadatak 2

Izvedite izraz za izlazni napon i pojačanje invertirajućeg pojačala s T povratnom mrežom. Operacijsko pojačalo je idealno iznosa pojačanja $A=-100$ i ulaznog otpora $R_{ul}=100k\Omega$. Odredite iznose otpora u T mreži.

Rješenje: Odabir da je $R_4 = 1k\Omega$ te $R_2 = R_3$. $R_2 = R_3 = 99k\Omega$.

Zadatak 3

Nacrtajte shemu diferencijalnog pojačala s jednim operacijskim pojačalom i odredite iznose otpora ako je zadano nominalno pojačanje 10. Na raspolaganju su otpornici tolerancije $\pm 1\%$ najvećeg iznosa otpora $100k\Omega$. Koliki je iznos diferencijalnog i istosmjernog (zajedničkog) pojačanja u najnepovoljnijem slučaju? Koliko iznosi faktor rejekcije pojačala ($CMRR$)?

Rješenje: $R_1 = R_3 = 10k\Omega$, $R_2 = R_4 = 100k\Omega$, $A'_D = 9.82$, $A'_Z = 0.035711$ i $CMRR = 48.8dB$

Zadatak 4

Zadano je ne-invertirajuće pojačalo konačnog iznosa pojačanja $a=200V/mV$. Ulazni otpor operacijskog pojačala iznosi $2M\Omega$, a izlazni otpor operacijskog pojačala iznosi 75Ω . Odredite iznose idealnog pojačanja, realnog pojačanja, ulaznog i izlaznog otpora za slučajeve:

- a) $R_1=1k\Omega$ i $R_2=999k\Omega$
- b) ako je operacijsko pojačalo spojeno u spoj naponskog sljedila

Rješenje:

- a) $A_{IDEAL} = 1000$, $A_{REAL} = 995.024$, $R_{ul} = 402M\Omega$ i $R_{iz} = 373.13m\Omega$
- b) $A_{IDEAL} = 1$, $A_{REAL} = 0.999995$, $R_{ul} = 400G\Omega$ i $R_{iz} = 375\mu\Omega$

Zadatak 5

Zadano je invertirajuće pojačalo konačnog iznosa pojačanja $a=200V/mV$. Ulazni otpor operacijskog pojačala iznosi $2M\Omega$, a izlazni otpor operacijskog pojačala iznosi 75Ω . Odredite iznose idealnog pojačanja, realnog pojačanja, ulaznog i izlaznog otpora za slučajeve:

- a) $R_1=R_2=100k\Omega$
- b) $R_1=1k\Omega$ i $R_2=1M\Omega$

Rješenje:

- a) $A_{IDEAL} = -1$, $A_{REAL} = -0.99999$, $R_{ul} = 100.0005k\Omega$, $R_{iz} = 0.75m\Omega$
- b) $A_{IDEAL} = -1000$, $A_{REAL} = -995$, $R_{ul} = 1005\Omega$, $R_{iz} = 0.375m\Omega$

Zadatak 6

Nacrtajte shemu invertirajućeg pojačala s vanjskom kompenzacijom napona pomaka i izračunajte iznose otpora ako je zadano: $U_{cc}=15V$, $R_1=1k\Omega$ i $R_2=100k\Omega$. Ulazna struja pomaka iznosi $0,2\mu A$, ulazna struja iznosi $20\mu A$, a ulazni napon pomaka iznosi $10\mu V$.

Rješenje: $R_3 = 990.1\Omega$, $R_B \approx 60k\Omega$. Odabir: $R_A = 100\Omega$ i $R_C = 100k\Omega$

Zadatak 7

Odredite maksimalnu frekvenciju sinusoidalnog napona kod koje ne dolazi do izobličenja izlaznog napona amplitude $U_{izl} = 8V$ uslijed maksimalne brzine porasta izlaznog napona (slew rate) pojačala iznosa $dU/dt = 1V/\mu s$.

Rješenje: $f = 19.894kHz$

Zadatak 8

Nacrtati shemu invertirajućeg pojačala ulaznog otpora $10k\Omega$, pojačanja 25. Otpore odabrati tako da je izlazni napon pomaka najmanji. Na raspolaganju su operacijsko pojačalo TL081 (ulazni napon pomaka $15mV$, ulazna struja pomaka $100pA$, ulazna struja $200pA$) i LM741 (ulazni napon pomaka $3mV$, ulazna struja pomaka $200nA$, ulazna struja $500nA$). Koje operacijsko pojačalo treba odabrati da bi izlazni napon pomaka invertirajućeg pojačala bio najmanji.

Rješenje: Treba odabrati pojačalo LM741. $U_{iz,OFF} = 0.128V$.

Zadatak 9

Izračunajte ulazni otpor ne-invertirajućeg pojačala, ako se koristi operacijsko pojačalo sljedećih značajki: pojačanje otvorene petlje $100V/mV$, ulazni (diferencijalni) otpor $2M\Omega$, izlazni otpor 75Ω , a izvana se spajaju $R_1=1k\Omega$ i $R_2=999k\Omega$.

Rješenje: $R_{ul} = 202M\Omega$

Zadatak 10

Invertirajuće pojačalo realizirano operacijskim pojačalom i otporima $R_1 = 100k\Omega$, $R_2 = 200k\Omega$. Izlaz pojačala opterećen je teretom $2k\Omega$. Uz pretpostavku da primijenjeno operacijsko pojačalo ima ulazni (diferencijalni) otpor $1M\Omega$, te izlazni otpor 100Ω , izračunaj minimalno pojačanje operacijskog pojačala tako da odstupanje pojačanja invertirajućeg pojačala u odnosu na idealno bude 0.1% .

Rješenje: $a = 3358.239$

Zadatak 11

Nacrtati i izračunati elemente invertirajućeg pojačala pojačanja $|A|=10$ i $R_{ul}=10k\Omega$. Pojačalo se spaja na generator izlaznog otpora 50Ω . Otpore odabrati tako da ukupna greška zbog struje i napona pomaka bude najmanja moguća. Odredite odstupanje pojačanja ovog invertirajućeg pojačala od zadane vrijednosti na frekvenciji signala $10kHz$ do koga dolazi zbog konačnog pojačanja operacijskog pojačala u otvorenoj petlji $a_0=70dB$ i ulaznog otpora operacijskog pojačala $1M\Omega$. Upotrijebljeno pojačalo ima izvedenu kompenzaciju dominantnim polom na frekvenciji $10Hz$. Skicirajte amplitudno frekvencijsku karakteristiku (Bodeova aproksimacija) realiziranog pojačala s označenim karakterističnim frekvencijama, pojačanjima i nagibima.

Rješenje: $R_1 = 10k\Omega$, $R_2 = 100k\Omega$, $R_3 = 9.132k\Omega$, $A_{REAL} = -2.21$

Zadatak 12

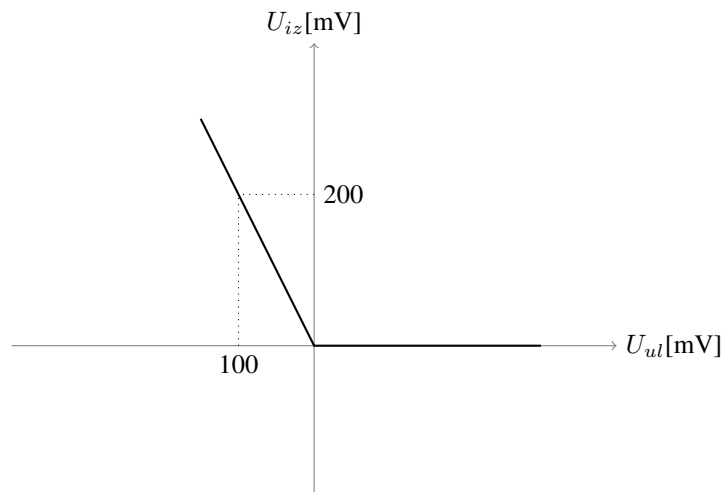
Izvedite prijenosnu funkciju i nacrtajte frekvencijsku karakteristiku (Bodeova aproksimacija) s označenim karakterističnim točkama i nagibima invertirajućeg integratora ulaznog otpora $10k\Omega$ i vremenske konstante $47\mu s$. Operacijsko pojačalo ima pojačanje otvorene petlje 10^5 , a kompenzirano je dominantnim polom na frekvenciji $10Hz$. Ulazni i izlazni otpor operacijskog pojačala se mogu zanemariti.

Rješenje: U izraz (248) se uvrste vrijednosti.

Zadatak 13

Nacrtati sklop s jednim operacijskim pojačalom kojemu je statičko ulazno-izlazna karakteristika dana slikom. Ulazni otpor sklopa mora biti $10k\Omega$. Operacijsko pojačalo je idealno. Skicirati valni oblik izlaznog signala ako je $u_{ul} = 100\sin(500t)[mV]$.

Rješenje: Sklop je precizni poluvalni ispravljač sa Slike 58.



Slika 63: slika uz zadatak 13.

Zadatak 14

Nacrtajte i izračunajte elemente izmjeničnog pojačala koje ima donju graničnu frekvenciju $20Hz$, gornju graničnu frekvenciju $2kHz$, a u području propuštanja ima pojačanje $A = -20$ i $R_{ul} = 10k\Omega$. Skicirajte frekvencijsku karakteristiku ulazne impedancije tog pojačala.

Rješenje: $R_1 = 10k\Omega$, $R_2 = 200k\Omega$, $C_1 \approx 800nF$ i $C_2 \approx 400pF$. Frekvencijska karakteristika ulazne impedancije prikazana je Slikom 50.

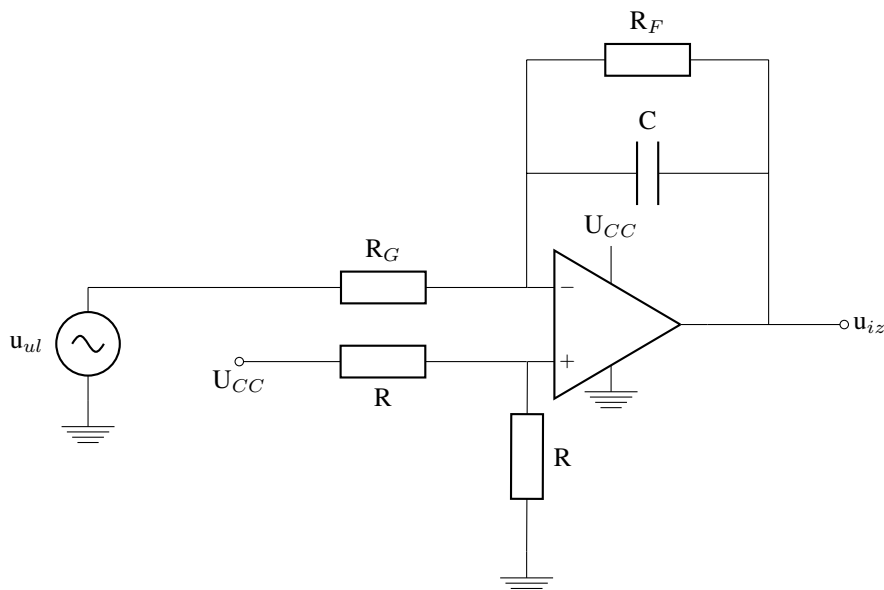
Zadatak 15

Nacrtajte shemu i izračunajte elemente invertirajućeg pojačala pojačanja $A=10$, ulaznog otpora $R_{ul} = 10k\Omega$. Odredite iznos pojačanja tog invertirajućeg pojačala na frekvenciji signala $200kHz$. Pojačanje operacijskog pojačala u otvorenoj petlji je $a_0 = 100dB$, ulazni otpor operacijskog pojačala iznosi $1M\Omega$, a izlazni otpor operacijskog pojačala iznosi 50Ω . Pojačalo ima izvedenu kompenzaciju dominantnim polom na frekvenciji $10Hz$. Skicirajte amplitudno-frekvencijsku karakteristiku s naznačenim karakterističnim točkama i iznosima pojačanja.

Rješenje: $R_1 = 10k\Omega$, $R_2 = 100k\Omega$ i $A_{REAL}(200kHz) = -3.72523$

Zadatak 16

Izvedite prijenosnu funkciju sklopa na slici. Pojačalo je interno kompenzirano dominantnim polom i može se smatrati sustavom prvog reda.

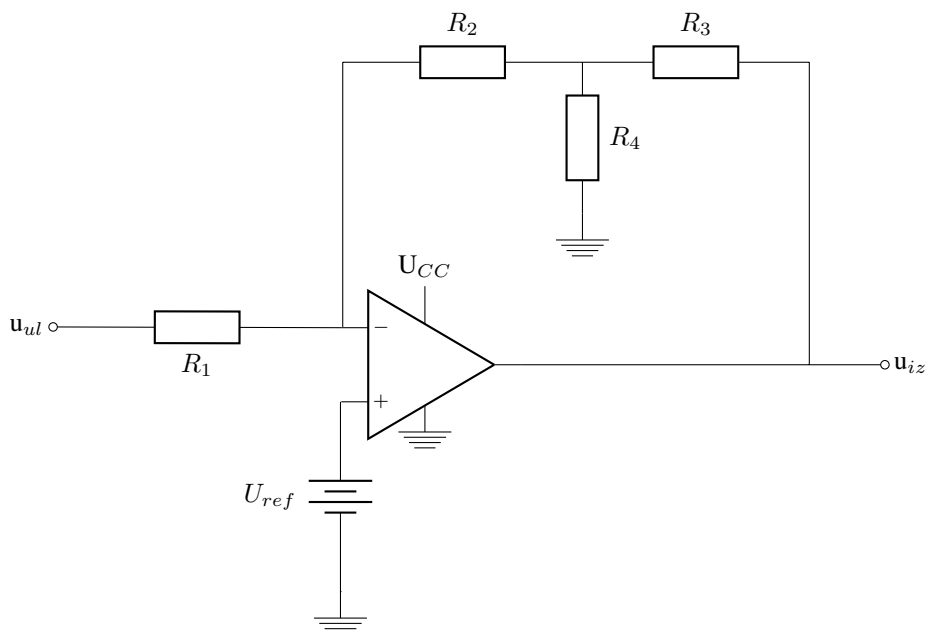


Slika 64: Pojačalo uz zadatak 16

Rješenje:
$$A = -\frac{R_F}{1+sCR_F} \cdot \frac{1}{R_G + \frac{R_G s}{\omega_g a_0} + \frac{R_F s}{\omega_g a_0 (1+sCR_F)}}$$

Zadatak 17

Izvedite izraz za izlazni napon (Slika). Koja je uloga T mreže u povratnoj petlji? Koja je uloga U_{ref} ?

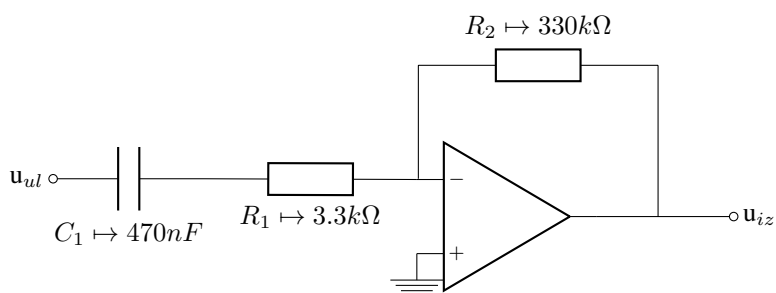


Slika 65: T mreža s U_{ref}

Rješenje: Uloga T mreže i izvod je u poglavlju 2.1.7. Uloga U_{ref} je podizanje istosmjerne razine.

Zadatak 18

Nacrtati amplitudno-frekvencijsku karakteristiku sklopa sa slike uz nagibe i karakteristične frekvencije. Pojačanje otvorene petlje je 10^4 , kompenzirano polom na frekv. 10Hz. Označiti frekvencije u kojem radi kao derivator. Izvesti prijenosnu funkciju ovog sklopa uz OP sustav 1. reda. Ulazni i izlazni otpor zanemariti.



Slika 66: Derivator

Rješenje: Sklop radi kao derivator za $f < f_1$, $f_1 = 102.61 \text{ Hz}$. Izvod je napravljen u poglavlju 2.1.13.

Zadatak iz domaćih zadaća

1)

Nacrtajte shemu i izračunajte elemente ne-invertirajućeg pojačala pojačanja $A = 2$ i ulaznog otpora $R_{ul} = 100k\Omega$. Vrijednosti elemenata odredite tako da pogreška uslijed ulazne struje (I_b) bude minimalna.

Rješenje: $R_3 = 100k\Omega$, $R_1 = R_2 = 200k\Omega$

2)

Odredite izlazni napon uslijed ulaznih struja i napona pomaka ako je $U_{off} = 5mV$, $I_b = 0,2\mu A$, $I_{off} = 50nA$, a na ulazu je priključen izvor unutrašnjeg otpora $R_g = 10k\Omega$.

Rješenje: $U_{iz,OFF} = 51.8mV$

3)

Odredite maksimalnu frekvenciju sinusoidalnog napona kod koje ne dolazi do izobličenja izlaznog napona amplitude $U_{izl} = 12V$ uslijed maksimalne brzine porasta izlaznog napona (slew rate) pojačala iznosa $dU/dt = 0,3V/\mu s$.

Rješenje: $f = 3978.87Hz$

4)

Odredite odstupanje pojačanja od zadane vrijednosti na frekvenciji signala $f_s = 40kHz$ do koga dolazi zbog konačnog pojačanja pojačala u otvorenoj petlji $a_0 = 85dB$ i ulaznog otpora pojačala $r_D = 300k\Omega$. Upotrebjeno pojačalo ima izvedenu kompenzaciju dominantnim polom na frekvenciji $f_0 = 20Hz$.

Rješenje: $A_{REAL} = 1.584$ i $\epsilon = 0.416$

5)

Na konstruiranom pojačalu provedite kompenzaciju napona koji nastaje uslijed struje i napona pomaka.

Rješenje: Odabir: $R_A = 100\Omega$, $R_C = 100k\Omega$. Uz $U_x = \pm 25mV$ $R_B \approx 60k\Omega$

6)

Kompenzirano pojačalo treba raditi u opsegu temperatura od $T_{min} = -25^\circ C$ do $T_{max} = 45^\circ C$. Kompenzacija je provedena kod temperature $T_0 = 15^\circ C$. Kolika je promjena izlaznog napona, ako je zadano: $dU/dT = 10\mu V/^\circ C$, $dI/dT = 50pA/^\circ C$. Temperaturnu ovisnost otpornika smatrajte zanemarivom.

Rješenje: $\Delta U_{iz} \in [-1.2mV, 0.9mV]$

7)

Modificirajte osnovnu shemu pojačala iz točke 1. tako da je moguća regulacija pojačanja od $A_{min} = 2$ do $A_{max} = 10$.

Rješenje: Dodaje se R_p u seriju s otpornikom R_2 . $R_p \in [0, 1600]k\Omega$

Literatura

- [1] Igor Lacković, *Predavanja iz Analogne i mješovite obradbe signala*. zagreb, 2012.
- [2] Ante Šantić, *Elektronička instrumentacija*. Zagreb, treće dopunjeno izdanje, 1993.