

Drugi međuispit

30. studenog 2007.

Ime i Prezime:

Matični broj:

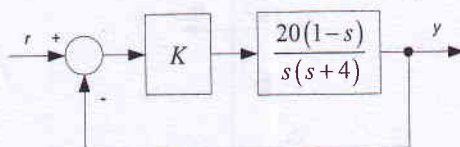
Napomena: Zadatke obavezno predati s rješenjima nakon završetka testa.

Izjavljujem da tijekom izrade ove zadaće neću od drugoga primiti niti drugome pružiti pomoć, te da se neću koristiti nedopuštenim sredstvima. Ove su radnje teška povreda Kodeksa ponašanja te mogu uzrokovati i trajno isključenje s Fakulteta. Također izjavljujem da mi zdravstveno stanje dozvoljava pisanje ove zadaće.

Potpis: _____

1. zadatak (8 bodova)

Zatvoreni regulacijski krug prikazan je slikom 1, gdje je pojačanje $K > 0$.



Slika 1: Zatvoreni regulacijski krug

- (3 boda) Kvalitativno skicirajte Nyquistov dijagram te iz njega odredite područje vrijednosti parametra K za koje je sustav stabilan.
- (4 boda) Skicirajte Bodeov dijagram koristeći aproksimaciju pravcima za vrijednost parametra $K = 0.1$ te označite amplitudno i fazno osiguranje očitavanjem iz dijagrama.
- (1 bod) Za iznos $K = 0.1$ kvalitativno skicirajte prijelaznu funkciju zatvorenog regulacijskog kruga (nije potrebno izračunavati vremenske pokazatelje kvalitete).

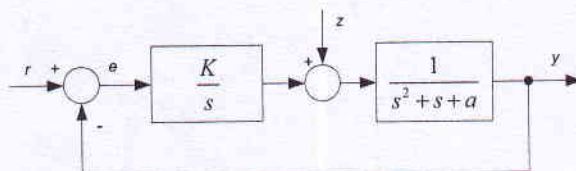
2. zadatak (6 bodova)

Za sustav $G(s) = \frac{32}{s^2 + 2s + 16}$ odredite:

- (4 boda) odziv u ustaljenom stanju na pobudu oblika $u(t) = \sin(\omega_r t + 45^\circ)$, gdje je ω_r rezonantna frekvencija sustava;
- (2 boda) vremenske pokazatelje kvalitete: vrijeme porasta t_r , vrijeme prvog maksimuma t_m , maksimalno nadvišenje σ_m i vrijeme smirivanja $t_{1\%}$.

3. zadatak (6 bodova)

Zatvoreni regulacijski krug prikazan je slikom 2.



Slika 2: Zatvoreni regulacijski krug

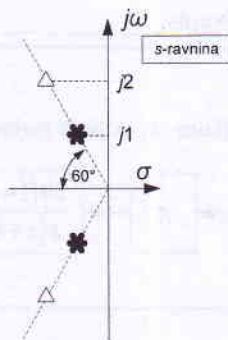
- (3 boda) Korištenjem Hurwitzovog kriterija odredite područje stabilnosti u K -a ravlini.
- (1 bod) Koliki je iznos perioda oscilacija sustava na rubu stabilnosti?
- (2 boda) Odredite regulacijsko odstupanje e_∞ u ustaljenom stanju ako je $z(t) = 0.5tS(t)$.

4. zadatak (5 bodova)

a) (3 boda) Koristeći relacije koje vrijede za sustav II reda (bez konačnih nula) potrebno je skicirati područje polova u kompleksnoj s -ravnini da bi se istovremeno zadovoljili sljedeći zahtjevi:

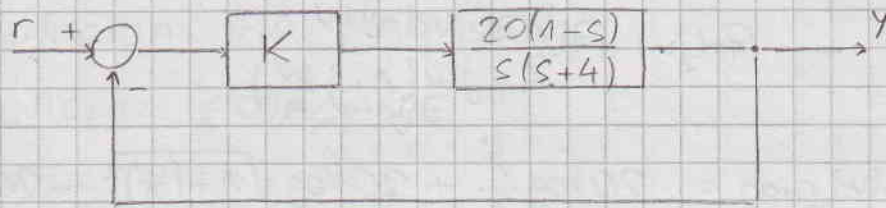
- vrijeme prvog maksimuma $t_m < 1s$ i
- nadvišenje $\sigma_m < 10\%$.

b) (2 boda) Na slici 3 zvjezdicama su prikazani polovi sustava $G_1(s)$ a trokutićima polovi sustava $G_2(s)$. Kvalitativno skicirajte prijelazne funkcije sustava $G_1(s)$ i $G_2(s)$.



Slika 3: Polovi sustava u kompleksnoj s -ravnini

• ZADATAK 1.



$$(a) \quad G_o(s) = K \frac{20(1-s)}{s(s+4)}$$

$$G_o(j\omega) = K \frac{20(1-j\omega)}{j\omega(j\omega+4)} = K \frac{20(1-j\omega)}{-\omega^2+4j\omega} \cdot \frac{-\omega^2-4j\omega}{-\omega^2-4j\omega}$$

$$G_o(j\omega) = K \frac{20(-\omega^2-4j\omega+j\omega^3-4\omega^2)}{\omega^4+16\omega^2}$$

$$G_o(j\omega) = \underbrace{\frac{-100K}{\omega^2+16}}_{R(\omega)} + j \underbrace{\frac{20K(\omega^2-4)}{\omega^3+16\omega}}_{I(\omega)}$$

$$(1) \quad R(\omega=0^+) = -\frac{25}{4}K$$

$$I(\omega=0^+) = -\infty$$

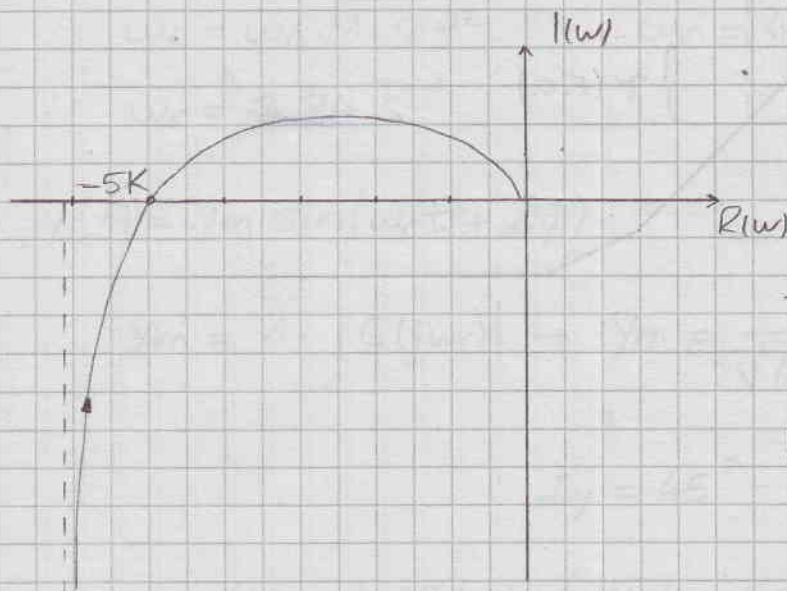
$$(2) \quad R(\omega=+\infty) = 0$$

$$I(\omega=+\infty) = 0$$

$$(3) \quad R(\omega_1) = 0 \rightarrow \omega_1 = \infty$$

$$(4) \quad I(\omega_1) = 0 \rightarrow \omega_1 = 2$$

$$R(\omega_1) = -5K$$



$$-5K > -1 \rightarrow K < \frac{1}{5}$$

$$K \in \langle 0, \frac{1}{5} \rangle$$

(b) $K = 0,1$

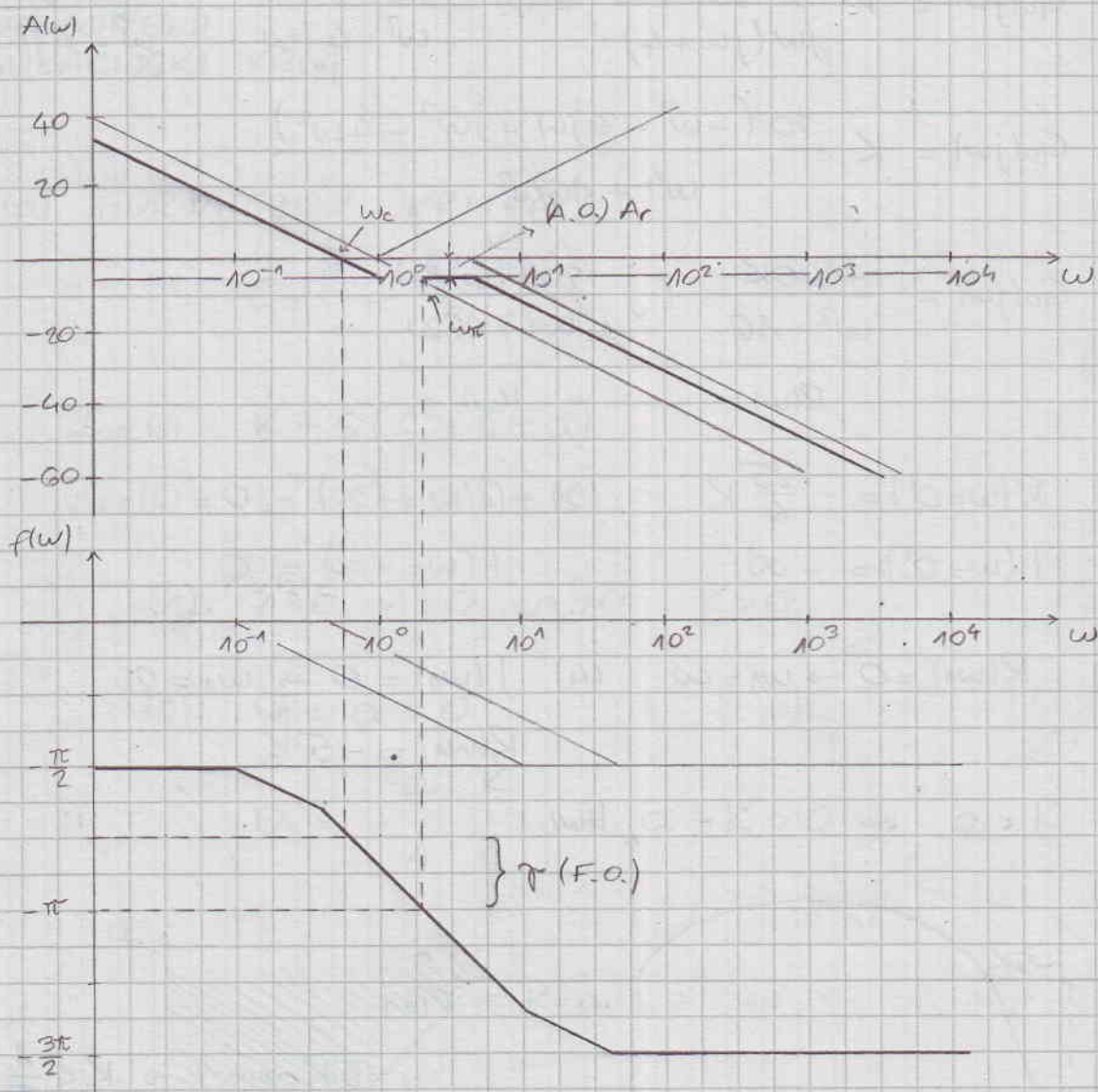
$$G_0(j\omega) = \frac{1}{10} \cdot \frac{20(1-j\omega)}{j\omega(4+j\omega)}$$

$$G_0(j\omega) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1-j\omega}{j\omega(1+j\frac{\omega}{4})}$$

$$A(\omega) [\text{dB}] = 20 \log \frac{1}{2} + 20 \log \sqrt{1 + (\frac{\omega}{1})^2} - 20 \log \omega - 20 \log \sqrt{1 + (\frac{\omega}{4})^2}$$

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{0}{0,5} + \arctg \frac{\omega}{1} + \arctg \frac{\omega}{0} - \arctg \frac{\omega}{4}$$

$$\varphi(\omega) = -\frac{\pi}{2} - \arctg \frac{\omega}{1} - \arctg \frac{\omega}{4}$$



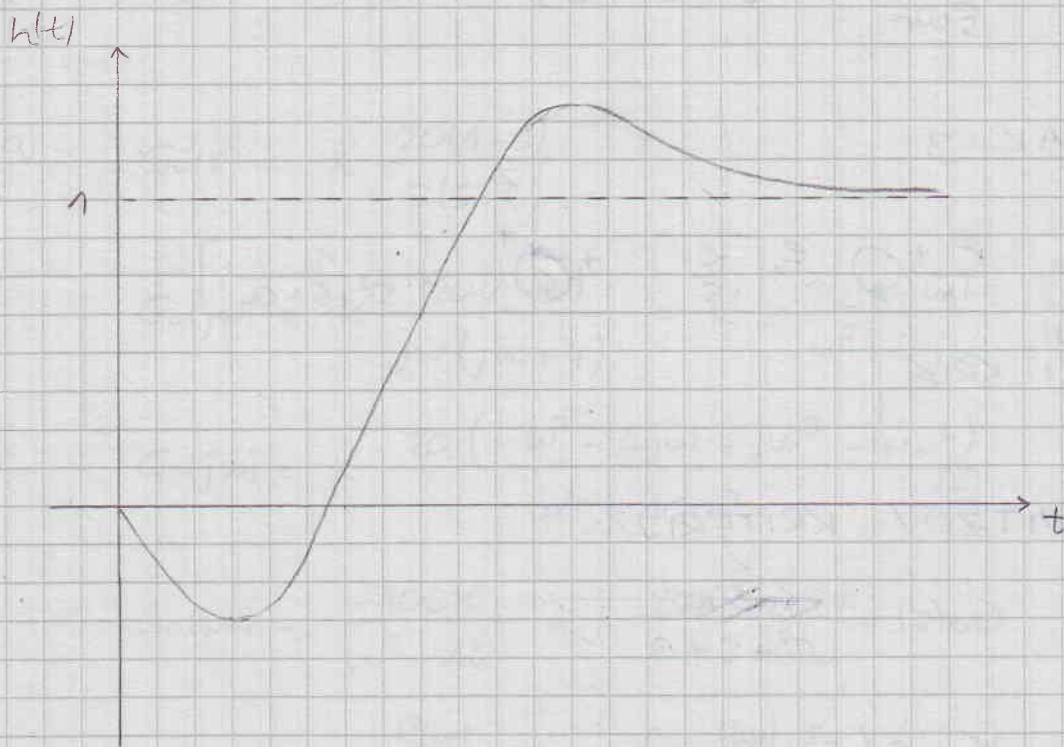
(c) - NEMINIMALNO-FAZNA NULA

FUNKCIJA IMA PODBAČAJ

- KOMPLEKSNi POLOVI

FUNKCIJA IMA NADVIŠENJE

- JEDINIČNO POJAČANJE



• ZADATAK 2.

$$G(s) = \frac{32}{s^2 + 2s + 16} \rightarrow G(s) = \frac{2}{\frac{1}{16}s^2 + \frac{1}{8}s + 1}$$

(a) $u(t) = \sin(\omega_r t + 45^\circ)$

$$\omega_r = \omega_n \sqrt{1 - 2\xi^2}$$

$$\omega_n = 4, \xi = 0.25, K = 2$$

$$\omega_r = 3.74 \text{ s}^{-1}$$

$$y(t) = y_m \sin(\omega_r t + \varphi_y)$$

$$y_m = 1 \cdot |G(j\omega_r)| \rightarrow y_m = \frac{32}{\sqrt{(16 - \omega^2)^2 + (2\omega)^2}}, \omega = \omega_r$$

$$\varphi_y = 45^\circ - \arctg \frac{2\omega}{16 - \omega^2}$$

$$y(t) = 4.131 \sin(\sqrt{14}t - 30^\circ)$$

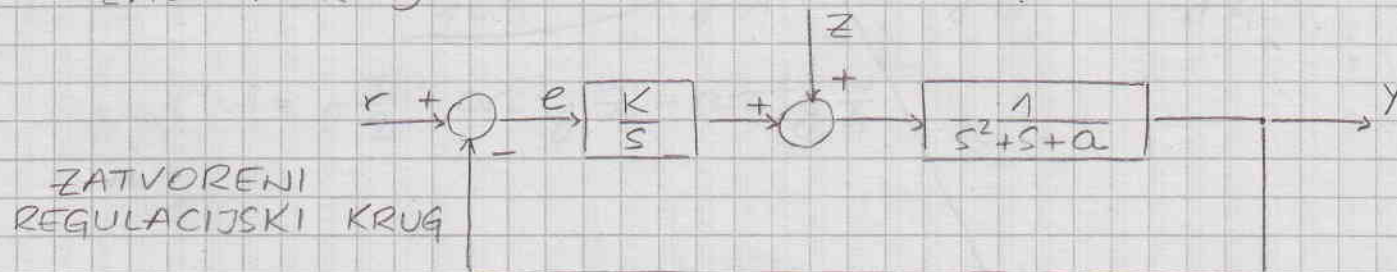
$$(b) \quad t_r = \frac{1.8}{\omega_n} \rightarrow t_r = 0.45 \text{ s}$$

$$t_m = \frac{\pi}{\omega_d} \rightarrow t_m = 0.811 \text{ s}$$

$$\sigma_m = e^{\frac{-\pi \zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} 100 \rightarrow \sigma_m = 44.43\%$$

$$t_{1\%} = \frac{4.6}{\zeta \omega_n} \rightarrow t_{1\%} = 4.6 \text{ s}$$

• ZADATAK 3



(a) HURWITZOV KRITERIJ

$$G_o(s) = \frac{K}{s^2 + s + a}$$

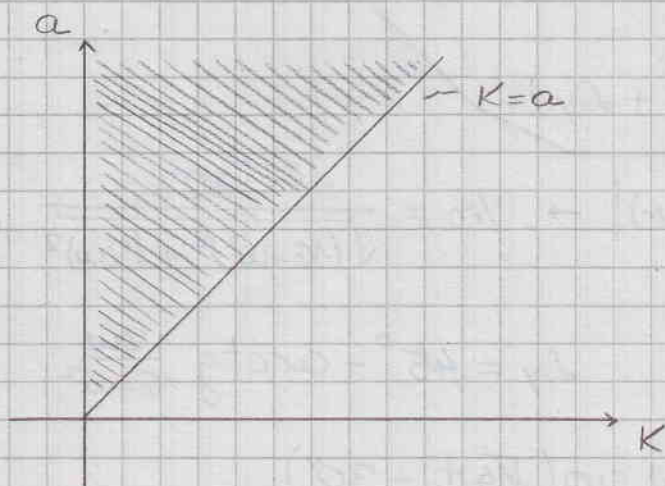
$$L_{oe}(s) = K + s(s^2 + s + a)$$

$$L_{oe}(s) = s^3 + s^2 + as + K$$

$$(1) \quad 1 > 0, \quad 1 > 0, \quad \underline{a > 0}, \quad \underline{K > 0}$$

$$(2) \quad D_1 = a > 0$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} a & K \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = a - K > 0 \rightarrow \underline{a > K}$$



(b) RUB STABILNOSTI: $K=a$

$$L_{CE} = s^3 + s^2 + as + a$$

$$L_{CE} = s^2(s+1) + a(s+1)$$

$$L_{CE} = (s+1)(s^2+a) = 0 \rightarrow s_1 = -1$$

$$s_{2,3} = \pm j\sqrt{a}$$

$$\omega_d = \sqrt{a} \rightarrow T_d = \frac{2\pi}{\sqrt{a}}$$

(c) $z(t) = 0.5t \cdot s(t) \rightarrow z(s) = \frac{1}{2s^2}$

$$E(s) = R(s) - Y(s) \rightarrow E(s) = -Y(s)$$

$$Y(s) = E(s)G_o(s) + Z(s)G_p(s)$$

$$-E(s)(1+G_o(s)) = Z(s)G_p(s)$$

$$E(s) = \frac{-G_p(s)}{1+G_o(s)} Z(s)$$

$$E(s) = \frac{\frac{-1}{s^2+s+a}}{1 + \frac{K}{s(s^2+s+a)}} \cdot \frac{1}{2s^2}$$

$$E(s) = \frac{-1}{2s(s^3+s^2+as+K)}$$

$$e_{\infty} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) \rightarrow e_{\infty} = \frac{-1}{2K}$$

• ZADATAK 4.

(a) $t_m < 1s$

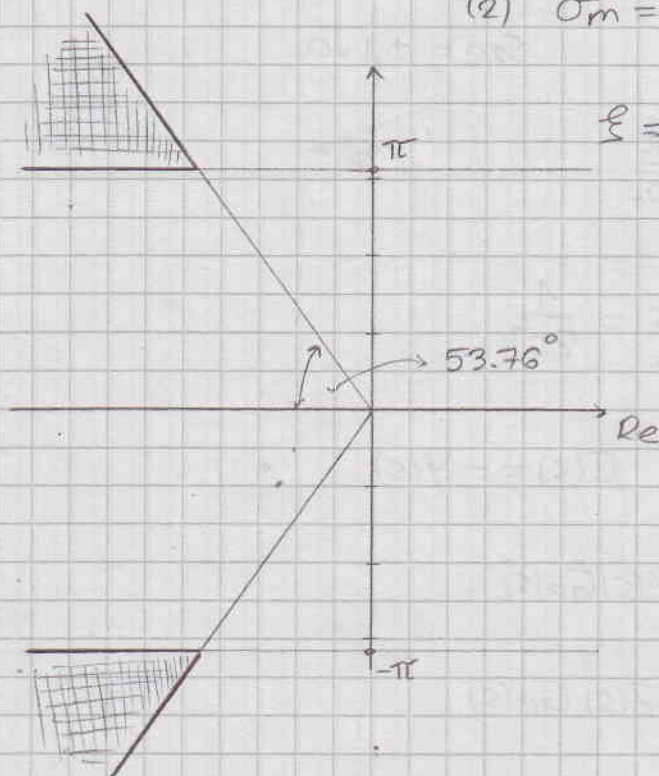
GRANIČNI SLUČAJI:

$\sigma_m < 10\%$

(1) $t_m = 1s \rightarrow \frac{\pi}{\omega_d} = 1 \rightarrow \omega_d = \pi s^{-1}$

(2) $\sigma_m = 0.1 \rightarrow |e^{\frac{-\pi \xi}{\sqrt{1-\xi^2}}}| = 0.1$

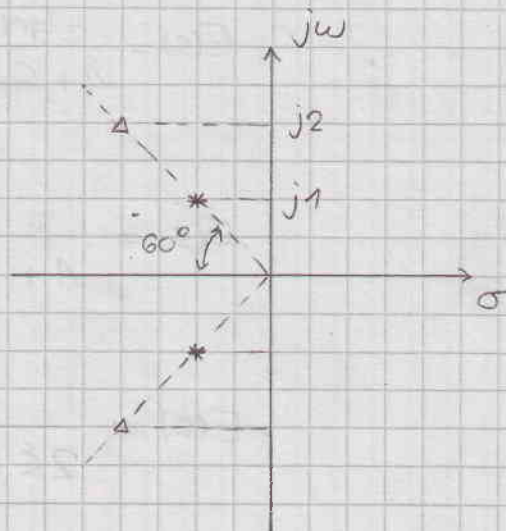
$\xi = \pm 0.591 \rightarrow \angle = \pm 53.76^\circ$



(b)

$$G_{\Delta}(j\omega) = \frac{\omega_{\Delta}^2}{s^2 + 2\xi_{\Delta}\omega_{\Delta}s + \omega_{\Delta}^2}$$

$$G_{*}(j\omega) = \frac{\omega_{*}^2}{s^2 + 2\xi_{*}\omega_{*}s + \omega_{*}^2}$$



$\xi_{\Delta} = \xi_{*} \rightarrow \sigma_{\Delta} = \sigma_{*} \quad \sigma_m$

$\omega_{\Delta} > \omega_{*} \rightarrow t_{r\Delta} < t_{r*}$

$t_{1\Delta} < t_{1*}$

$t_{m\Delta} < t_{m*}$

