

Završni ispit

28. siječnja 2013.

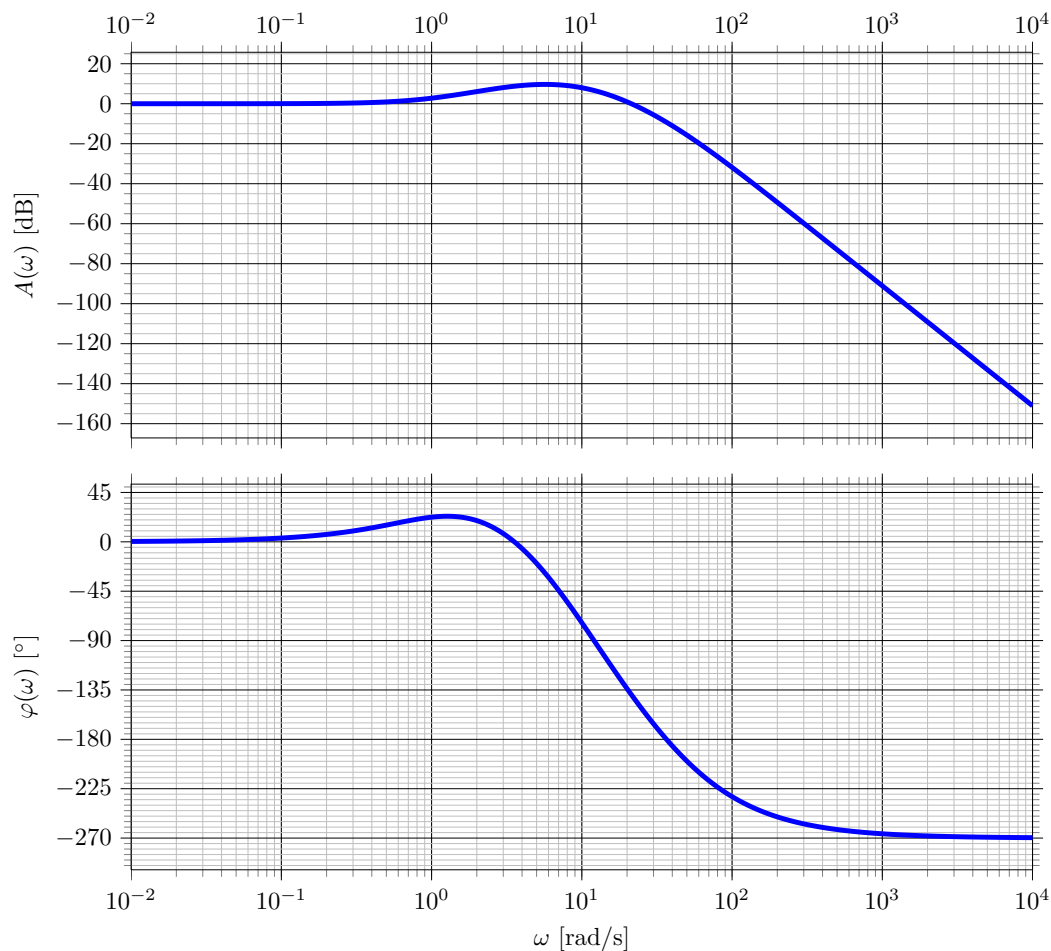
Ime i Prezime:

Matični broj:

Napomena: Zadatke obavezno predati s rješenjima nakon završetka testa.

1. zadatak (15 bodova)

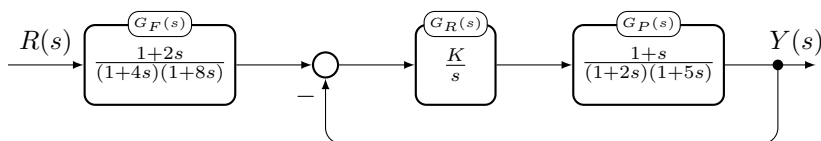
Bodeov dijagram stabilnog procesa $G_P(s)$ prikazan je slikom 1.



Slika 1: Bodeov dijagram procesa.

- (6 boda) Skicirajte Nyquistov dijagram procesa $G_P(s)$ korištenjem Bodeovog dijagrama sa slike 1 te odredite točke u kojima Nyquistov dijagram siječe realnu i imaginarnu os.
- (3 boda) Koristeći Ziegler-Nicholovu metodu ruba stabilnosti, odredite parametre PI regulatora za upravljanje izlaznom veličinom procesa $G_P(s)$.
- (4 boda) Ako se za upravljanje izlaznom veličinom procesa koristi regulator $G_R(s) = \frac{1}{T_I s}$, odredite za koje iznose vremenske konstante $T_I > 0$ će zatvoreni sustav upravljanja biti stabilan.
- (2 boda) Ako je poznato da proces $G_P(s)$ ima četiri pola, odredite broj nula te u kojoj poluravnini se nalaze. Objasnite odgovor.

Napomena: Za rješavanje ovog zadatka potrebno je iščitati odgovarajuće vrijednosti s Bodeovog dijagrama sa slike 1. Pritom je potrebno jasno naznačiti što se očitava s dijagrama i zašto.

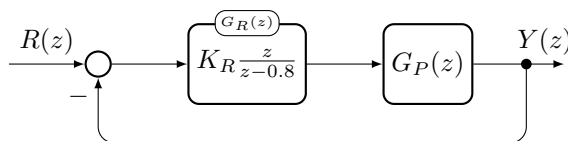
2. zadatak (7 bodova)

Slika 2: Sustav automatskog upravljanja.

Za sustav upravljanja prikazan slikom 2, korištenjem Hurwitzovog kriterija stabilnosti, odredite iznose pojačanja regulatora K za koje je sustav upravljanja stabilan.

3. zadatak (12 bodova)

Zatvoreni diskretni sustav upravljanja zadan je slikom 3.

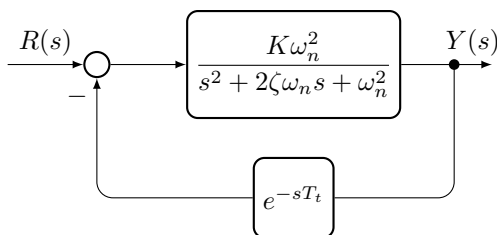


Slika 3: Zatvoreni sustav upravljanja.

- (7 bodova) Odredite prijenosnu funkciju $G_P(z)$ diskretizacijom kontinuiranog procesa $G_P(s) = \frac{2}{s+2}$ uz zadržavanje svojstva prijelazne funkcije. Vrijeme uzorkovanja odaberite tako da bude jednako jednoj petini vremenske konstante procesa.
- (5 bodova) Zadana je prijenosna funkcija procesa $G_P(z) = \frac{0.2}{z-0.8}$. Primjenom Juryjevog kriterija stabilnosti odredite interval vrijednosti pojačanja K_R za koje je sustav na slici 3 stabilan.

4. zadatak (13 bodova)

Zadan je sustav upravljanja prikazan blokovskom shemom na slici 4. Polovi prijenosne funkcije u direktnoj grani su $s_{p1,2} = -1 \pm j$.



Slika 4: Zatvoreni sustav upravljanja.

- (2 boda) Odredite prijenosnu funkciju zatvorenog sustava upravljanja $G_r(s) = \frac{Y(s)}{R(s)}$.
- (2 boda) Odredite iznos pojačanja K za koji pogreška slijeđenja na pobudu $r(t) = S(t)$ u ustaljenom stanju iznosi 0.5.
- (5 bodova) Odredite interval vrijednosti mrtvog vremena T_t za koje sustav ima fazno osiguranje veće od 55° uz zadano pojačanje $K = \sqrt{5}$.
- (4 boda) Skicirajte prijelaznu funkciju otvorenog sustava $G_o(s)$ uz točno određeno nadvišenje, vrijeme prvog maksimuma i vrijeme smirivanja. Zadano je $T_t = 2$ s i $K = 1$.

Slijede uvjeti:

$$K > 0$$

$$\left| \begin{array}{cc} K+1 & K \\ 10 & 7 \end{array} \right| = -3K + 7 > 0 \quad \rightarrow \quad K < \frac{7}{3}.$$

Stoga je konačno rješenje $0 < K < \frac{7}{3}$.

Zadatak 3

a) Zadano je $G_p(s) = \frac{2}{s+2}$, $T = \frac{1}{5} \cdot 0.5 = 0.1$ s

ZOH diskretizacijom dobije se

$$G_p(z) = (1 - z^{-1})\mathcal{Z} \left\{ \frac{G_p(s)}{s} \right\} = (1 - z^{-1})\mathcal{Z} \left\{ \frac{2}{s(s+2)} \right\} = (1 - z^{-1}) \frac{(1 - e^{-aT})z^{-1}}{(1 - z^{-1})(1 - e^{-aT}z^{-1})}.$$

gdje je $a = 2$.

Slijedi

$$G_p(z) = \frac{0.2z^{-1}}{1 - 0.8z^{-1}}$$

b) Zadano je $G_R(z) = K_R \frac{z}{z - 0.8}$. Prema tome, prijenosna funkcija otvorenog kruga ima oblik:

$$G_o(z) = G_R(z)G_p(z) = K_R \frac{0.2z}{(z - 0.8)(z - 0.8)} = K_R \frac{0.2z}{(z^2 - 1.6z + 0.64)},$$

Iz karakteristične jednadžbe $1 + G_o(z) = 0$ slijedi karakteristični polinom:

$$f(z) = 0.64 + (0.2K_R - 1.6)z + z^2 = a_0 + a_1z + a_2z^2 = 0$$

Juryjev kriterij stabilnosti ima samo jedan redak ($a_0 = 0.64$, $a_1 = 0.2K_R - 1.6$, $a_2 = 1$). Uvjeti stabilnosti imaju oblik:

- $f(1) > 0$, odakle slijedi

$$0.64 + 0.2K_R - 1.6 + 1 > 0, \quad \Rightarrow \quad K_R > -0.2$$

- $(-1)^n f(-1) > 0$, odakle slijedi ($n = 2$)

$$0.64 - 0.2K_R + 1.6 + 1 > 0, \quad \Rightarrow \quad K_R < 16.2$$

- $|a_0| < |a_n|$ je zadovoljen jer je $a_0 = 0.64 < a_2 = 1$.

Zadatak 4

a) Prijenosna funkcija zatvorenog sustava upravljanja:

$$\zeta = 0.71$$

$$\omega_n = 1.41$$

$$G(s) = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 + e^{-sT} K\omega_n^2} = \frac{2K}{s^2 + 2s + 2 + 2Ke^{-sT}}$$

b) Pogreška slijeđenja u ustaljenom stanju:

$$y_\infty = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1+K} = 0.5$$

$$K = 1$$

c) Prvi korak je određivanje presječne frekvencije:

$$|G_o(j\omega_c)| = 1 = \frac{K\omega_n^2}{\sqrt{(\omega_n^2 - \omega_c^2)^2 + (2\zeta\omega_n\omega_c)^2}}$$

$$\omega_c = 2 \text{ rad/s}$$

Računa se fazno osiguranje i interval vrijednosti mrtvog vremena T_t za koje je $\gamma > 55^\circ$:

$$\gamma = 180^\circ + \varphi(\omega_c) > 55^\circ$$

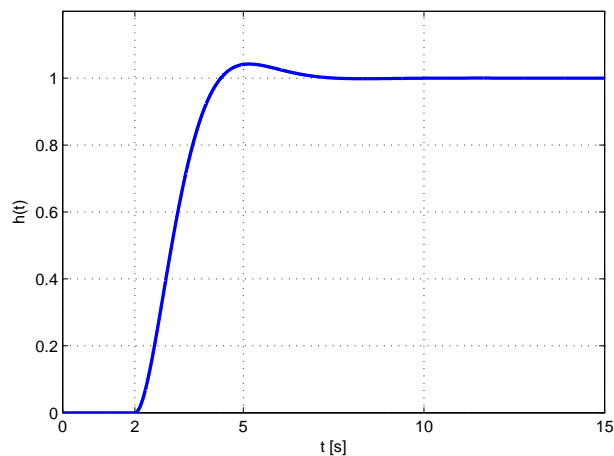
$$8.4^\circ > \omega_c T_t$$

$$T_t < 0.0733 \text{ s}$$

$$\text{d) } \sigma_m[\%] = 100e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} = 4.21\%$$

$$t_m = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}} + T_t = 5.164 \text{ s}$$

$$t_{1\%} = \frac{4.6}{\zeta\omega_n} + T_t = 6.6 \text{ s}$$



Slika 6: Prijelazna funkcija otvorenog sustava.