Ponovljeni završni ispit

6. veljače 2008.

Ime i Prezime: **Matični broj:**

Napomena: Zadatke obavezno predati s rješenjima nakon završetka testa.

Izjavljujem da tijekom izrade ove zadaće neću od drugoga primiti niti drugome pružiti pomoć, te da se neću koristiti nedopuštenim sredstvima. Ove su radnje teška povreda Kodeksa ponašanja te mogu uzrokovati i trajno isključenje s Fakulteta. Također izjavljujem da mi zdravstveno stanje dozvoljava pisanje ove zadaće.

Potpis:__________________________________

1. zadatak (8 bodova)

Za linearni kontinuirani sustav drugog reda opisan prijenosnom funkcijom $G(s)$ bez konačnih nula zadani su sljedeći pokazatelji kvalitete:

$$t_m = 3.14 \text{ s},$$
$$\sigma_m = 16.3\%.$$

a) *(2 boda)* Odredite i skicirajte položaj polova prijenosne funkcije $G(s)$ u s-ravnini te odredite prijenosnu funkciju $G(s)$ uz dodatni zahtjev da statičko pojačanje sustava iznosi 1.

b) *(3 boda)* Ako je $G(s)$ prijenosna funkcija zatvorenog kruga s jediničnom povratnom vezom, odredite i skicirajte položaj polova prijenosne funkcije otvorenog kruga $G_o(s)$. Je li otvoreni krug stabilan?

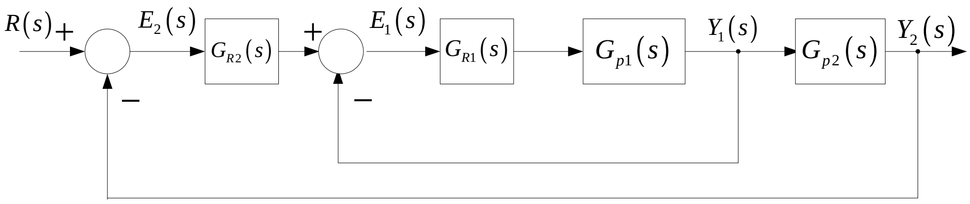
c) *(3 boda)* Diskretni sustav opisan prijenosnom funkcijom $G(z)$ dobije se Tustinovom diskretizacijom kontinuiranog sustava iz zadatka a). Na jednom prikazu skicirajte položaj polova prijenosne funkcije $G(z)$ u z-ravnini za dva različita odabira perioda uzorkovanja:

(1) $T = T_1 = 0.1$ s,

(2) $T = T_2 = 1$ s.

2. zadatak (11 bodova)

Neka je kaskadni sustav upravljanja prikazan Slikom 1.



Slika 1: Blokovska shema kaskadnog sustava upravljanja.

Zadane su prijenosne funkcije potprocesa: $G_{p1}(s) = \dfrac{1.25}{1 + 2.4s + 0.8s^2}$, $G_{p2}(s) = \dfrac{1}{1 + 5s}$.

a) *(3 boda)* Parametrirajte PI regulator $G_{R1}(s)$ primjenom tehničkog optimuma.

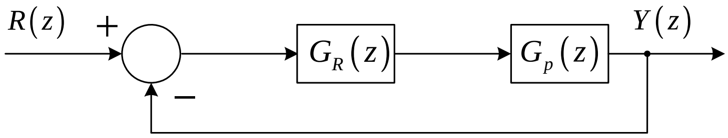
b) *(3 boda)* Strukturno pojednostavite unutarnju petlju (zanemarite kvadratni član u nazivniku prijenosne funkcije unutarnjeg kruga), te parametrirajte PI regulator $G_{R2}(s)$ primjenom tehničkog optimuma, uz regulator $G_{R1}(s)$ proračunat u a) dijelu zadatka.

c) *(3 boda)* Odredite digitalnu izvedbu PI regulatora $G_{R1}(z)$. Pritom koristite postupak Eulerove unazadne diferencije, dok vrijeme uzorkovanja mora biti odabrano sukladno preporukama.

d) *(2 boda)* Odredite rekurzivni oblik izvedbe digitalnog PI regulatora $G_{R1}(z)$ dobivenog u c) dijelu zadatka.

3. zadatak (6 bodova)

Za diskretni sustav upravljanja prikazan Slikom 2 zadan je regulator $G_R(z) = K_R \dfrac{z}{0.5z - 0.4}$.



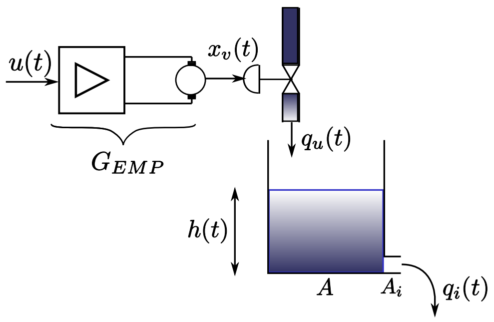
Slika 2: Blokovska shema diskretnog sustava upravljanja.

a) *(2 boda)* Odredite prijenosnu funkciju $G_p(z)$ diskretizacijom kontinuiranog procesa $G_p(s) = \dfrac{2}{s+2}$ uz zadržavanje svojstva prijelazne funkcije i uz vrijeme uzorkovanja $T = 0.1\,\mathrm{s}$.

b) *(4 boda)* Uz $G_p(z)$ proračunat u a) dijelu zadatka, primjenom Juryjevog kriterija stabilnosti odredite interval vrijednosti pojačanja K_R za koje je sustav na Slici 2 stabilan.

4. zadatak (10 bodova)

Na slici 3 prikazan je sustav skladištenja fluida u spremniku cilindričnog oblika. Razina fluida u spremniku regulira se promjenom ulaznog napona istosmjernog elektromotornog pogona kojim se zakreće ventil. Otvorenost ventila $x_v(t)$ može poprimiti vrijednosti između 0 i 1.



Slika 3: Sustav skladištenja fluida.

Karakteristika ventila opisana je sljedećim izrazom:

$$T_v \frac{\mathrm{d}q_u(t)}{\mathrm{d}t} + q_u(t) = k_v \sqrt{x_v(t)},$$

gdje je:
$x_v(t)$ - otvorenost ventila;
k_v - konstrukcijska konstanta ventila $[\mathrm{m}^3/\mathrm{s}]$;
T_v - vremenska konstanta ventila [s];
$q_u(t)$ - ulazni protok $[\mathrm{m}^3/\mathrm{s}]$.

Dinamika istosmjernog elektromotornog pogona pojednostavljeno je opisana integracijskim djelovanjem:

$$G_{EMP}(s) = \frac{X_v(s)}{U(s)} = \frac{1}{T_i s},$$

gdje je T_i vremenska konstanta integracijskog djelovanja.

Zadano je: $A = 5\,\mathrm{m}^2$, $A_i = 0.02\,\mathrm{m}^2$, $g \approx 10\,\mathrm{m/s}^2$, $k_v = 0.2\,\mathrm{m}^3/\mathrm{s}$, $T_v = 0.1\,\mathrm{s}$, $T_i = 5\,\mathrm{s}$.

a) *(3 boda)* Odredite prijenosnu funkciju procesa skladištenja fluida $G_p(s) = \dfrac{H(s)}{X_v(s)}$, ako je radna točka određena s $q_{u0} = 0.1\,\mathrm{m}^3/\mathrm{s}$.

b) *(4 boda)* Nacrtajte blokovsku shemu lineariziranog sustava skladištenja fluida i na njoj označite signale.

c) *(3 boda)* Regulator razine fluida u spremniku je P tipa. Ziegler-Nicholsovom metodom ruba stabilnosti parametrirajte regulator.

RJEŠENJA:

Zadatak 1

a)

$$\sigma_m = \mathrm{e}^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \longrightarrow \zeta = 0.5.$$

$$t_m = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}} \longrightarrow \omega_p = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2} = 1.$$

$$\omega_n = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\omega_n\zeta = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$G(s) = \frac{\frac{4}{3}}{s^2 + \frac{2\sqrt{3}}{3}s + \frac{4}{3}}$$

b)

$$G_o = \frac{\frac{4}{3}}{s(s + \frac{2\sqrt{3}}{3})}$$

Rub stabilnosti.

c)

$$T = 0.1 \quad \longrightarrow z_{p1,2} = 0.94 \pm 0.09j$$

$$T = 1 \quad \longrightarrow z_{p1,2} = 0.35 \pm 0.52j$$

Zadatak 2

a) Poznato je

$$G_{p1}\frac{1.25}{1 + 2.4s + 0.8s^2} = \frac{1.25}{(1 + 0.4s)(1 + 2s)} = \frac{K_{p1}}{(1 + T_1 s)(1 + T_2 s)}$$

gdje je $K_{p1} = 1.25$, $T_1 = 0.4\,\mathrm{s}$, $T_2 = 2\,\mathrm{s}$.

Potrebno je parametrirati PI regulator $G_{R1}(s)$:

$$G_{R1}(s) = K_{R1}\frac{1 + T_{I1}s}{T_{I1}s}$$

PI regulatorom $G_{R1}(s)$ kompenzira se dominantna vremenska konstanta ($T_{I1} = T_2 = 2\,\mathrm{s}$), te se K_{R1} podešava za $\zeta = \frac{\sqrt{2}}{2}$:

$$G_{o1}(s) = \frac{K_{R1}K_{p1}}{T_{I1}s(1 + T_1 s)}$$

$$K_{R1} = \frac{1}{K_{p1}}\frac{T_{I1}}{2T_1} = 2$$

b) Poznato je

$$G_{p2}(s) = \frac{1}{1+5s} = \frac{K_{p2}}{(1+T_3 s)}$$

gdje je $K_{p2} = 1$, $T_3 = 5\,\mathrm{s}$.

Prijenosna funkcija zatvorenog unutarnjeg regulacijskog kruga:

$$G_{r1}(s) = \frac{1}{1+2T_1 s + 2T_1^2 s^2},$$

u skladu s uputom u zadatku aproksimira se PT_1 članom

$$G_{r1}(s) \approx \frac{1}{1+2T_1 s} = \frac{1}{1+0.8s}$$

Potrebno je parametrirati PI regulator $G_{R2}(s)$:

$$G_{R2}(s) = K_{R2}\frac{1+T_{I2}s}{T_{I2}s}$$

Prijenosna funkcija otvorenog vanjskog regulacijskog kruga nakon strukturnog pojednostavnjenja prijenosne funkcije zatvorenog podređenog kruga glasi:

$$G_{o2}(s) = G_{R1}(s)G_{r1}(s)G_{p2}(s) = \frac{K_{R2}K_{p2}(1+T_{I2}s)}{T_{I2}s(1+2T_1 s)(1+T_3 s)}$$

PI regulatorom $G_{R2}(s)$ kompenzira se dominantna vremenska konstanta ($T_{I2} = T_3 = 5\,\mathrm{s}$), te se K_{R2} podešava za $\zeta = \frac{\sqrt{2}}{2}$:

$$G_{o2}(s) = \frac{K_{R2}K_{p2}}{T_{I2}s(1+5T_1 s)}$$

$$K_{R2} = \frac{1}{K_{p2}}\frac{T_{I2}}{2\cdot 2T_1} = \frac{1}{4T_1} = 3.125$$

c) Prijenosna funkcija otvorenog unutarnjeg regulacijskog kruga:

$$G_{o1}(s) = \frac{K_{R1}K_{p1}}{T_{I1}s(1+T_1 s)} = \frac{1}{2T_1 s(1+T_1 s)}$$

Pronalazimo presječnu frekvenciju ω_c ($|G_{o1}(j\omega_c)| = 1$):

$$2T_1\omega_c\sqrt{1+T_1^2\omega_c^2} = 1$$

$$\omega_c = \frac{1}{T_1}\sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{2}} = \frac{0.455}{T_1} = 1.1375\,[\mathrm{rad/s}]$$

Prema preporuci za određivanje T na temelju karakteristika otvorenog kontinuiranog regulacijskog kruga imamo:

$$T = (0.17 \div 0.34)\frac{1}{\omega_c} = (0.37 \div 0.75)T_1,$$

pa je dobar odabir $T \in [0.15, 0.3]\,\mathrm{s}$. Izaberimo $T = 0.2\,\mathrm{s}$.

Kod Eulerove unazadne diferencije koristi se supstitucija:

$$s = \frac{z-1}{Tz} = 5\frac{z-1}{z}$$

dobije digitalna izvedbu PI regulatora

$$G_{R1}(z) = 2.2\frac{z-0.90909}{z-1}$$

d) Prethodno smo proračunali

$$G_{R1}(z) = 2.2\frac{z-0.90909}{z-1} = 2.2\frac{1-0.90909z^{-1}}{1-z^{-1}}$$

odakle slijedi

$$(1-z^{-1})U_1(z) = (2.2 - 2z^{-1})E_1(z)$$

što u vremenskom području daje traženi rekurzivni oblik izvedbe digitalnog regulatora G_{R1}:

$$u_1(k) = u_1(k-1) + 2.2e_1(k) - 2e(k-1)$$

Zadatak 3

a) Zadano je $G_p(s) = \frac{2}{s+2}$, $T = 0.1\,\mathrm{s}$
ZOH diskretizacijom dobije se

$$G_p(z) = (1-z^{-1})\mathcal{Z}\left\{\frac{G_p(s)}{s}\right\} = (1-z^{-1})\mathcal{Z}\left\{\frac{2}{s(s+2)}\right\} = (1-z^{-1})\frac{(1-e^{-aT})z^{-1}}{(1-z^{-1})(1-e^{-aT}z^{-1})}.$$

gdje je $a = 2$.
Slijedi

$$G_p(z) = \frac{0.1813z^{-1}}{1-0.8187z^{-1}}$$

b) Zadano je $G_R(z) = K_R\frac{z}{0.5z-0.4}$. Prema tome, prijenosna funkcija otvorenog kruga ima oblik:

$$G_o(z) = G_R(z)G_p(z) = K_R\frac{0.3625z}{(z-0.8187)(z-0.8)} = K_R\frac{0.3625z}{(z^2-1.6187z+0.655)},$$

Iz karakteristične jednadžbe $1 + G_o(z) = 0$ slijedi karakteristični polinom:

$$f(z) = 0.655 + (0.3625K_R - 1.6187)z + z^2 = a_0 + a_1 z + a_2 z^2 = 0$$

Juryjev kriterij stabilnosti ima samo jedan redak ($a_0 = 0.655$, $a_1 = 0.3625K_R - 1.6187$, $a_2 = 1$). Uvjeti stabilnosti imaju oblik:

- $f(1) > 0$, odakle slijedi

$$0.655 + 0.3625K_R - 1.6187 + 1 > 0, \quad \Rightarrow \quad K_R > -0.1$$

- $(-1)^n f(-1) > 0$, odakle slijedi ($n = 2$)

$$0.655 - 0.3625K_R + 1.6187 + 1 > 0, \quad \Rightarrow \quad K_R < 9.031$$

- $|a_0| < |a_n|$ je zadovoljen jer je $a_0 = 0.655 < a_2 = 1$.

Zadatak 4

1. Radna točka:

$$x_{v0} = 0.25, \;\; q_{i0} = 0.1\mathrm{m}^3/\mathrm{s}, \;\; h_0 = 1.25\mathrm{m}.$$

Ventil:

$$G_v = \frac{Q_u}{X_v} = \frac{0.2}{1+0.1s}$$

Spremnik:

$$G_s = \frac{H}{Q_u} = \frac{25}{1 + 125s}$$

Oba skupa:

$$G_p = \frac{H}{X_v} = \frac{0.2}{1 + 0.1s}\frac{25}{1 + 125s}$$

2. Poredati G_{EMP}, G_v i G_p jedan pored drugog kao na slici u zadatku.

3.

$$K_{Rkr} = 10$$

$$K_R = 5$$