

A1

Zadana je prijenosna funkcija otvorenog kruga

$$G_o(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+2)}.$$

Odredite:

- Područje vrijednosti parametra K za koje je zatvoreni krug stabilan koristeći Hurwitzov kriterij;
- Period oscilacija zatvorenog kruga kada ga se dovede na rub stabilnosti.

Podsjetnik:

$$\begin{array}{l} D_1 \begin{vmatrix} a_1 & a_0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \dots \\ D_2 \begin{vmatrix} a_3 & a_2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_1 & a_0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \dots \\ D_3 \begin{vmatrix} a_5 & a_4 & a_3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_2 & a_1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \dots \\ D_4 \begin{vmatrix} a_7 & a_6 & a_5 & a_4 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_3 & a_2 & a_1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \dots \\ \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \end{array}$$

A2

Zadana je prijenosna funkcija otvorenog kruga

$$G_o(s) = \frac{1}{Ks(s+0.5)(s+2)}.$$

Odredite:

- Područje vrijednosti parametra K za koje je zatvoreni krug stabilan koristeći Hurwitzov kriterij;
- Period oscilacija zatvorenog kruga kada ga se dovede na rub stabilnosti.

Podsjetnik:

$$\begin{array}{l} D_1 \begin{vmatrix} a_1 & a_0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \dots \\ D_2 \begin{vmatrix} a_3 & a_2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_1 & a_0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \dots \\ D_3 \begin{vmatrix} a_5 & a_4 & a_3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_2 & a_1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \dots \\ D_4 \begin{vmatrix} a_7 & a_6 & a_5 & a_4 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_3 & a_2 & a_1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \dots \\ \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \end{array}$$

B1

Zadana je prijenosna funkcija otvorenog kruga

$$G_o(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+2)}.$$

Odredite:

- a) Vrijednost parametra K tako da regulacijsko odstupanje zatvorenog sustava upravljanja u ustaljenom stanju (e_∞) na pobudu $r(t)$ oblika jedinične rampe ($r(t) = tS(t)$) bude jednako $\frac{1}{10}$.
- b) Regulacijsko odstupanje zatvorenog sustava upravljanja u ustaljenom stanju e_∞ na pobudu $r(t) = (2+t)S(t)$

B2

Zadana je prijenosna funkcija otvorenog kruga

$$G_o(s) = \frac{1}{s(s+1)(s+s_p)}.$$

Odredite:

- a) Vrijednost parametra K tako da regulacijsko odstupanje zatvorenog sustava upravljanja u ustaljenom stanju (e_∞) na pobudu $r(t)$ oblika jedinične rampe ($r(t) = tS(t)$) bude jednako $\frac{1}{5}$.
- b) Regulacijsko odstupanje zatvorenog sustava upravljanja u ustaljenom stanju e_∞ na pobudu $r(t) = (3+t)S(t)$.

C1

Iz Nyquistovog dijagrama otvorenog regulacijskog kruga očitani su sljedeći podatci:

$$G_o(j\omega_c) = -0.237 - j0.971,$$

$$G_o(j\omega_\pi) = -0.196.$$

Odredite :

- a) Amplitudno osiguranje u decibelima i fazno osiguranje u stupnjevima, tj. $A_{r,dB}$ i γ ;
- b) Za koliko se puta treba povećati pojačanje otvorenog kruga da se zatvoreni regulacijski krug nađe na rubu stabilnosti.

C2

Iz Nyquistovog dijagrama otvorenog regulacijskog kruga očitani su sljedeći podatci:

$$G_o(j\omega_c) = -0.761 - j0.649,$$

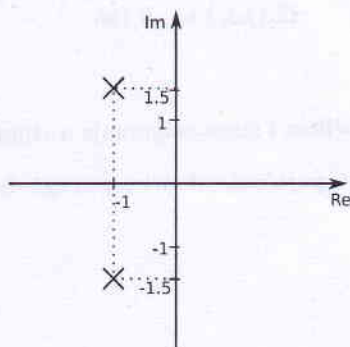
$$G_o(j\omega_\pi) = -0.311.$$

Odredite:

- a) Amplitudno osiguranje u decibelima i fazno osiguranje u stupnjevima, tj. $A_{r,dB}$ i γ ;
- b) Za koliko se puta treba povećati pojačanje otvorenog kruga da se zatvoreni regulacijski krug nađe na rubu stabilnosti.

D1

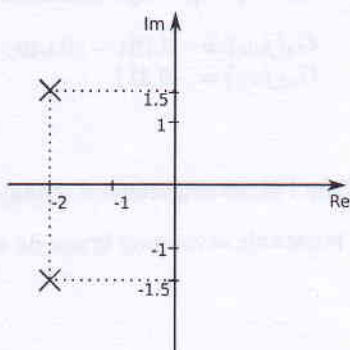
Položaj polova i nula prijenosne funkcije zatvorenog sustava upravljanja $G_r(s)$ u kompleksnoj ravnini prikazan je slikom.



- Odredite prirodnu frekvenciju neprigušenih oscilacija ω_n i relativni koeficijent prigušenja ζ ovog sustava.
- Skicirajte prijelaznu funkciju zatvorenog kruga ako je $G_r(0) = 1$. Istaknite trajanje prijelazne pojave, ustaljeno stanje te postoji li nadvišenje ili ne.

D2

Položaj polova i nula prijenosne funkcije zatvorenog sustava upravljanja $G_r(s)$ u kompleksnoj ravnini prikazan je slikom.



- Odredite prirodnu frekvenciju neprigušenih oscilacija ω_n i relativni koeficijent prigušenja ζ ovog sustava.
- Skicirajte prijelaznu funkciju zatvorenog kruga ako je $G_r(0) = 1$. Istaknite trajanje prijelazne pojave, ustaljeno stanje te postoji li nadvišenje ili ne.

$$G_0(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+2)}$$

$$L_{CE} = K + s(s+1)(s+2)$$

$$L_{CE} = K + s(s^2 + 3s + 2)$$

$$L_{CE} = s^3 + 3s^2 + 2s + K$$

$$(1) \quad 1 > 0, \quad 3 > 0, \quad 2 > 0, \quad \underline{K > 0}$$

$$(2) \quad D_1 = 2 > 0$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 2 & K \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 6 - K > 0 \rightarrow \underline{K < 6}$$

$$K \in \langle 0, 6 \rangle$$

RUB STABILNOSTI: $K = 6$

$$L_{CE} = s^3 + 3s^2 + 2s + 6 = 0$$

$$s^2(s+3) + 2(s+3) = 0$$

$$(s+3)(s^2+2) = 0 \rightarrow s_1 = -3$$

$$s_{2,3} = \pm j\sqrt{2}$$

$$\omega_d = \sqrt{2} \text{ s}^{-1} \rightarrow T_d = \frac{2\pi}{\omega_d} \rightarrow T_d = \sqrt{2} \pi \text{ s}$$

$$G_0(s) = \frac{1}{Ks(s+0.5)(s+2)}$$

$$L_{CE} = Ks(s^2 + 2.5s + 1) + 1$$

$$L_{CE} = K(s^3 + 2.5s^2 + s) + 1$$

$$L_{CE} = Ks^3 + 2.5Ks^2 + Ks + 1$$

(1) $\underline{K} > 0, 2.5K > 0, K > 0, 1 > 0$

(2) $D_1 = K > 0$

$$D_2 = \begin{vmatrix} K & 1 \\ K & 2.5K \end{vmatrix} = 2.5K^2 - K > 0$$

$$2.5K(K - 0.4) > 0$$

$$K(K - 0.4) > 0$$

	$-\infty$	0	0.4	$+\infty$
K	-	•	+	+
$K - 0.4$	-	-	•	+
	⊕	-	⊕	

$$K \in \langle -\infty, 0 \rangle \cup \langle 0.4, +\infty \rangle$$

$$K \in \langle 0.4, +\infty \rangle$$

RUB STABILNOSTI: $K = 0.4$

$$L_{CE} = 0.4s^3 + 2.5 \cdot 0.4s^2 + 0.4s + 1 = 0$$

$$s^3 + 2.5s^2 + s + 2.5 = 0$$

$$s^2(s + 2.5) + (s + 2.5) = 0$$

$$(s + 2.5)(s^2 + 1) = 0 \rightarrow s_1 = -2.5$$

$$s_{2,3} = \pm j$$

$$\omega_d = 1 \rightarrow T_d = \frac{2\pi}{\omega_d} \rightarrow T_d = 2\pi \text{ s}^{-1}$$

$$G_0(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+2)}$$

(a) $r(t) = t S(t) \rightarrow R(s) = \frac{1}{s^2}$

$$e_{\infty} = \frac{1}{10}$$

$$E(s) = \frac{\frac{1}{s^2}}{1 + \frac{K}{s(s+1)(s+2)}}$$

$$E(s) = \frac{(s+1)(s+2)}{s(s(s+1)(s+2) + K)}$$

$$e_{\infty} = \lim_{s \rightarrow 0} s E(s) = \frac{2}{K} = \frac{1}{10} \rightarrow K = 20$$

(b) $r(t) = (2+t) S(t) \rightarrow R(s) = \frac{2s+1}{s^2}$

$$E(s) = \frac{\frac{2s+1}{s^2}}{1 + \frac{K}{s(s+1)(s+2)}}$$

$$E(s) = \frac{(2s+1)(s+1)(s+2)}{s(s(s+1)(s+2) + K)}$$

$$e_{\infty} = \lim_{s \rightarrow 0} s E(s) = \frac{2}{K}$$

$$G(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+s_p)}$$

(a) $r(t) = t S(t) \Rightarrow R(s) = \frac{1}{s^2}$

$$e_\infty = \frac{1}{5}$$

$$E(s) = \frac{R(s)}{1+G(s)} \rightarrow E(s) = \frac{\frac{1}{s^2}}{1 + \frac{K}{s(s+1)(s+s_p)}}$$

$$E(s) = \frac{\frac{(s+1)(s+s_p)}{s}}{s(s+1)(s+s_p) + K}$$

$$e_\infty = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \frac{s_p}{K} = \frac{1}{5} \rightarrow K = 5s_p$$

(b) $r(t) = (3+t) S(t) \Rightarrow R(s) = \frac{3s+1}{s^2}$

$$E(s) = \frac{\frac{3s+1}{s^2}}{1 + \frac{K}{s(s+1)(s+s_p)}}$$

$$E(s) = \frac{\frac{(3s+1)(s+1)(s+s_p)}{s}}{s(s+1)(s+s_p) + K}$$

$$e_\infty = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \frac{s_p}{K}$$

$$G_0(j\omega_c) = -0.237 - j0.971$$

$$G_0(j\omega_c) = -0.196$$

$$(a) \quad Ar[dB] = 20 \log \frac{1}{|G(j\omega_c)|} \rightarrow Ar[dB] = 14.155 \text{ dB}$$

$$\gamma = 180 + \varphi_0(\omega_c), \quad \varphi_0(\omega_c) = \arctg \frac{-0.971}{-0.237}$$

$$\varphi_0(\omega_c) = -103.72^\circ$$

$$\gamma = 76.28^\circ$$

$$(b) \quad K \cdot \operatorname{Re}\{G_0(j\omega_c)\} = -1 - \text{RUB STABILNOSTI}$$

$$K = 5.105$$

$$G_0(j\omega_c) = -0.761 - j0.649$$

$$G_0(j\omega_c) = -0.311$$

$$(a) \quad Ar[dB] = -20 \log |G(j\omega_c)| \rightarrow Ar[dB] = 10.144 \text{ dB}$$

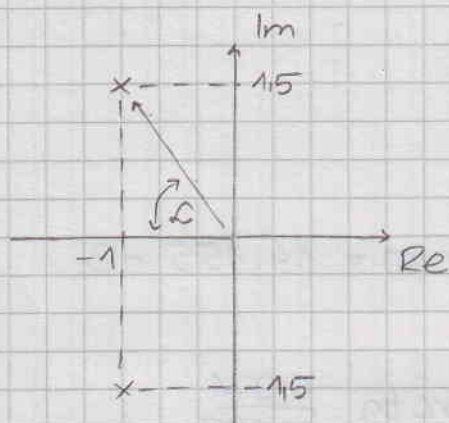
$$\gamma = 180^\circ + \varphi_0(\omega_c), \quad \varphi_0(\omega_c) = \arctg \frac{-0.649}{-0.761}$$

$$\varphi_0(\omega_c) = -139.54^\circ$$

$$\gamma = 40.46^\circ$$

$$(b) \quad K \cdot \operatorname{Re}\{G_0(j\omega_c)\} = -1 - \text{RUB STABILNOSTI}$$

$$K = 3.215$$



$$\tan L = \frac{1.5}{1} \rightarrow L = 56.31^\circ$$

$$L = \arccos \xi \rightarrow \xi = 0.555$$

$$\sigma = 1 \rightarrow \xi \omega_n = 1 \rightarrow \omega_n = 1.803$$

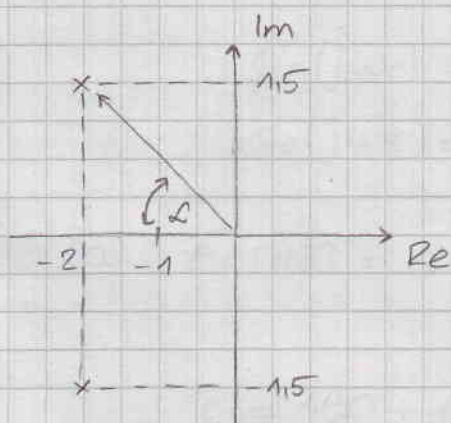
$G_r(0) = 1$ - STACIONARNO STANJE PRIJELAZNE FUNKCIJE



$$\sigma_m = e^{\frac{-\pi \xi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \rightarrow \sigma_m = 0.1229 \rightarrow h_m = 1.123$$

$$t_m = \frac{\pi}{\omega_d} \rightarrow t_m = 2.09 \text{ s}$$

$$t_{1\%} = \frac{4.6}{\xi \omega_n} \rightarrow t_{1\%} = 4.597 \text{ s}$$



$$\tan L = \frac{1.5}{2} \rightarrow L = 36.87^\circ$$

$$L = \arccos \xi \rightarrow \xi = 0.8$$

$$\sigma = \xi \cdot \omega_n \rightarrow \omega_n = 2.5$$

$G_r(0) = 1$ STACIONARNO STANJE PRIJELAZNE FUNKCIJE



$$\sigma_m = e^{\frac{-\pi \xi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \rightarrow \sigma_m = 0.0151 \rightarrow y_m = 1.0151$$

$$t_m = \frac{\pi}{\omega_d} \rightarrow t_m = 2.094 \text{ s}$$

$$t_{1\%} = \frac{4.6}{\xi \omega_n} \rightarrow t_{1\%} = 2.3 \text{ s}$$