Kod crtanja Bodeovog dijagrama prijenosna funkcija se, uz pretpostavku da su svi polovi i nule sustava realni brojevi, svodi na oblik

$$G(s)=K_o\frac{\left(1-\frac{s}{s_{N1}}\right)\left(1-\frac{s}{s_{N2}}\right)\cdots\left(1-\frac{s}{s_{Nm}}\right)}{s^k\left(1-\frac{s}{s_{p1}}\right)\left(1-\frac{s}{s_{p2}}\right)\cdots\left(1-\frac{s}{s_{pn}}\right)}.$$

Frekvencijska karakteristika je onda:

$$G(j\omega)=K_o\frac{\left(1-\frac{j\omega}{s_{N1}}\right)\left(1-\frac{j\omega}{s_{N2}}\right)\cdots\left(1-\frac{j\omega}{s_{Nm}}\right)}{(j\omega)^k\left(1-\frac{j\omega}{s_{p1}}\right)\left(1-\frac{j\omega}{s_{p2}}\right)\cdots\left(1-\frac{j\omega}{s_{pn}}\right)},$$

te amplitudno-frekvencijska i fazno-frekvencijska karakteristika imaju oblik:

$$A(\omega)_{dB}=20\log|K_o|-k\cdot 20\log\omega+\sum_{i=1}^{m}20\log\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{s_{Ni}}\right)^2}-\sum_{i=1}^{n}20\log\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{s_{pi}}\right)^2}$$

$$\varphi(\omega)=\arg(K_o)-k\cdot 90^\circ+\sum_{i=1}^{m}\mathrm{arctg}\left(\frac{\omega}{-s_{Ni}}\right)-\sum_{i=1}^{n}\mathrm{arctg}\left(\frac{\omega}{-s_{pi}}\right)$$

Dakle, nagib $A_{dBb}$ na niskim frekvencijama kazuje koliki je k, lom $A_{dB}$ u + na lomnoj frekvenciji w kazuje da imamo nulu s apsolutnom vrijednošću w, lom $A_{dB}$ u – na frekvenciji w kazuje da imamo pol s apsolutnom vrijednošću w. Iznos $|K_o|$ dobije se tako da se $A(w)_{dB}$ očita za neki $w_0$ koji je manji ili jednak od svih lomnih frekvencija, obično $w_0$ bude najniža lomna frekvencija, neka $A(w)_{dB}$ tamo ima iznos $A(w_0)_{dB}$. Onda se $|K_o|$ dobije iz jednadžbe:

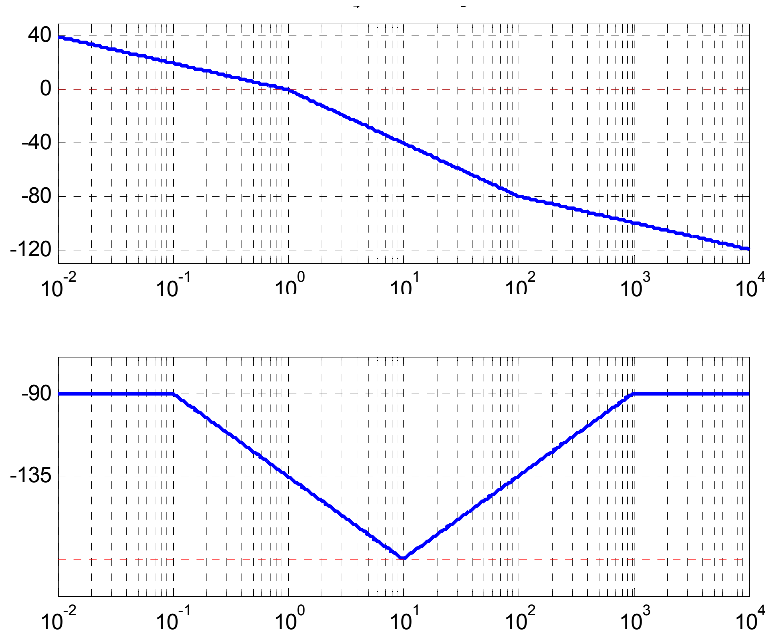
$$A(\omega_0)_{dB}=20\log|K_o|-k\cdot 20\log\omega_0$$

Fazna karakteristika nam daje informaciju je li $K_o$ pozitivan ili negativan: on je pozitivan ako faza počinje na niskim frekvencijama na –k90°, a negativan je ako faza počinje na –k90°-180°

Utjecaj lomne frekvencije u amplitudnoj karakteristici na fazu počinje na frekvenciji 10 puta manjoj, a prestaje na frekvenciji 10 puta većoj od lomne frekvencije. Ako se faza lomi u -, radi se o stabilnom polu ($s_{pi}<0$) ili neminimalno-faznoj nuli ($s_{Ni}>0$). Ako se faza lomi u +, radi se o nestabilnom polu ($s_{pi}>0$) ili minimalnofaznoj nuli ($s_{Ni}<0$).

Rješenja pod a) za grupe A i B sada zapisujem bez daljih obrazloženja.

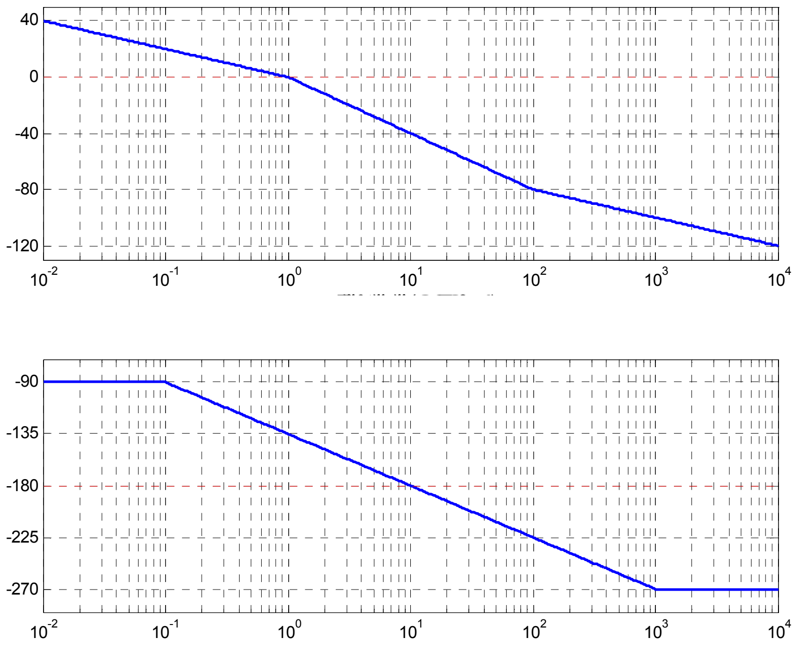
## Grupa A




a) **Na temelju amplitudno-frekvencijske i fazno-frekvencijske karakteristike otvorenog kruga odrediti $G_o(s)$**

$$G_0(s)=1\cdot\frac{1-\frac{s}{-100}}{s^1\left(1-\frac{s}{-1}\right)}=\frac{1}{100}\frac{s+100}{s(s+1)}$$

## Grupa B




a) **Na temelju amplitudno-frekvencijske i fazno-frekvencijske karakteristike otvorenog kruga odrediti $G_o(s)$**

$$G_o(s)=1\cdot\frac{1-\frac{s}{100}}{s^1\left(1-\frac{s}{-1}\right)}=\frac{1}{100}\frac{-s+100}{s(s+1)}$$

**Daljnji dio rješenja jednak je za grupu A i B.**

b) **Na temelju amplitudno-frekvencijske i fazno-frekvencijske karakteristike otvorenog kruga procijeniti maksimalno nadvišenje i vrijeme prvog maksimuma prijelazne funkcije zatvorenog kruga.**

Približne relacije kojima vežemo fazno osiguranje i nadvišenje, te presječnu frekvenciju i vrijeme prvog maksimuma vrijede za sustave čija $A_o(w)$ siječe 0dB pod nagibom –1. Nula je i za A i za B daleko od presječne frekvencije koja otprilike odgovara frekvenciji wn polova zatvorenog kruga, te ona stoga ima zanemariv utjecaj na odziv.
Iz dijagrama se direktno očitava:

$$\gamma = 45°$$
$$\omega_c = 1\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

pa vrijedi:

$$\sigma_m = 25\%$$
$$t_m = 3\ \text{s}$$

c) **Odrediti maksimalni iznos kašnjenja $T_t$ koje se može dodatno unijeti u otovreni krug a da pritom zatvoreni krug ostane stabilan.**

Komponenta kašnjenja ostavlja nepromijenjen $A_o(w)$, a mijenja $\varphi_o(w)$ otvorenog kruga na način

$$\varphi_{Tto}(\omega) = \varphi_o(\omega) - \omega T_t,$$

gdje s $\varphi_{Tto}(\omega)$ označavamo fazu otvorenog kruga s unijetim mrtvim vremenom.

Budući da se $A_o(w)$ ne mijenja dodavanjem mrtvog vremena u otvoreni krug, frekvencija $w_c$ ostaje nepromijenjna nakon dodavanja kašnjenja, te nas zanima za koji iznos kašnjenja je $w_c = w_\pi$, tj. za koje mrtvo vrijeme $T_t$ faza na frekvenciji $w_c$ poprima vrijednost –180°. Moramo paziti da je produkt kružne frekvencije i vremena kut u radijanima!!

$$\varphi_{Tto}(\omega_c) = \varphi_o(\omega_c) - \omega T_t = -\pi$$
$$\rightarrow \omega_c T_t = \pi + \varphi_o(\omega_c) = \gamma[rad]$$
$$\rightarrow T_t = \frac{\gamma[rad]}{\omega_c} = \frac{\pi}{4}$$