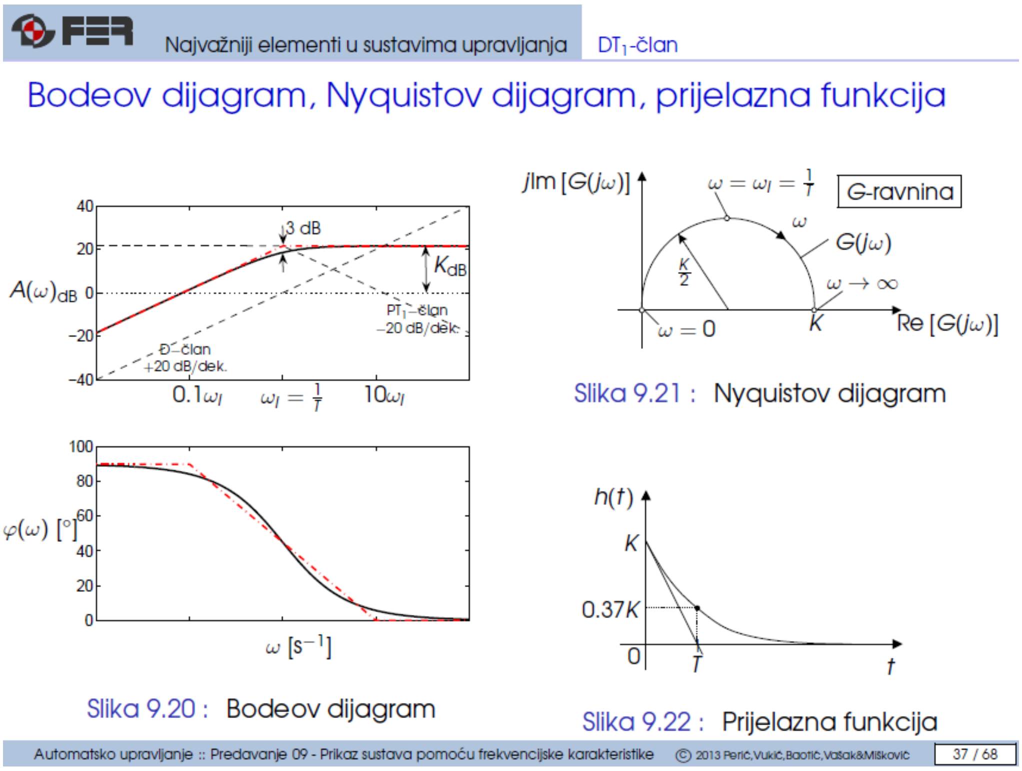
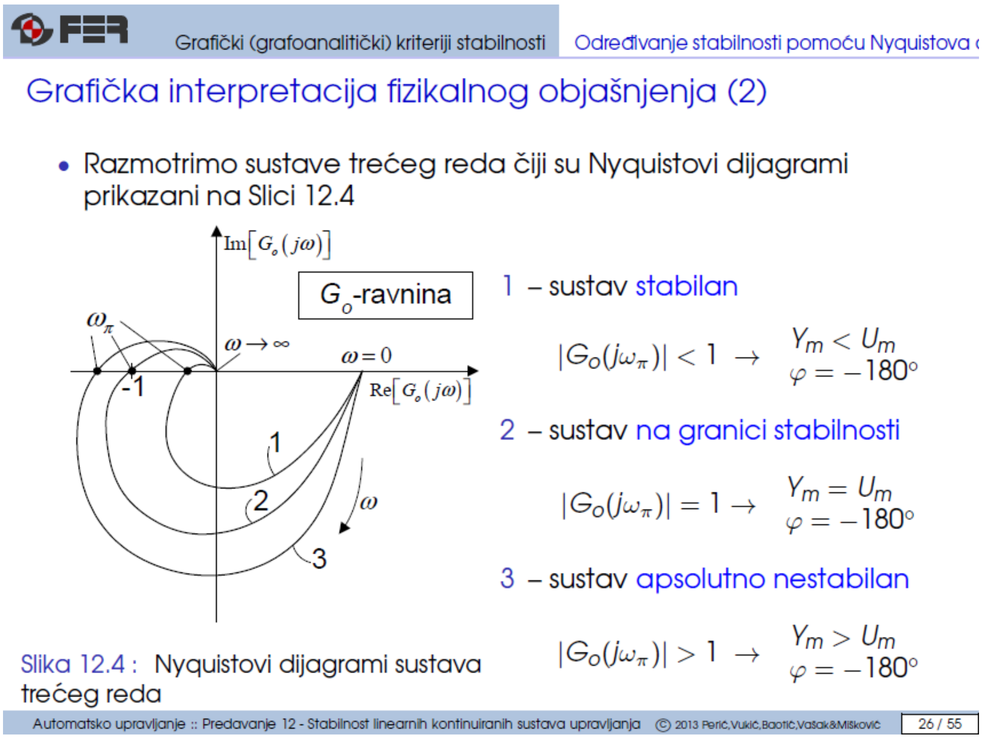
AUTOMATSKO – USMENI

1. Nacrtati Bodeov dijagram za DT1 član, kako iz dijagrama odrediti odziv na sinusnu pobudu uz neki omega



2. Objasniti stabilnost preko Nyquista



3. Bodeov i Nyquistov dijagram za čisto transportno kašnjenje
   Povećanjem mrtvog vremena spušta se fazna karakteristika i smanjuje se frekvencija ωπ. Na manjoj frekvenciji ωπ i amplitudno osiguranje je manje.
4. Nabrojati diskretizacije kontinuiranih sustava, koja čuva prijelaznu, koja težinsku funkciju
   Z-transformacija - Ovim se postupkom dobiva jednaka težinska funkcija kontinuiranog i njemu odgovarajućeg diskretnog sustava u trenutcima uzorkovanja
   ZOH-diskretizacija - Ovim se postupkom dobiva jednaka prijelazna funkcija kontinuiranog i njemu odgovarajućeg diskretnog sustava u trenutcima uzorkovanja

Definicijska relacija za bilinearnu transformaciju

- Bilinearna transformacija definirana je kao

$$z := \frac{1+w}{1-w} \rightarrow w = \frac{z-1}{z+1} = \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} \qquad (16\text{-}13)$$

gdje je w kompleksna varijabla (odgovara kompleksnoj pseudofrekvenciji)

$$w = \frac{1-e^{-j\omega T}}{1+e^{-j\omega T}} = \frac{e^{j\omega\frac{T}{2}} - e^{-j\omega\frac{T}{2}}}{e^{j\omega\frac{T}{2}} + e^{-j\omega\frac{T}{2}}} = j\text{tg}\frac{\omega T}{2} = jv \qquad (16\text{-}14)$$

U izrazu (16-14) v predstavlja relativnu (bezdimenzijsku) pseudofrekvenciju (fiktivnu frekvenciju):

$$v = \text{tg}\frac{\omega T}{2} \qquad (16\text{-}15)$$

za koju vrijedi

$$-\omega_N \le \omega \le \omega_N \rightarrow -\infty \le v \le \infty \qquad (16\text{-}16)$$

- Prema izrazu (16-16), imaginarna os osnovnog frekvencijskog pojasa diskretiziranog kontinuiranog sustava ($-\omega_N \le \omega \le \omega_N$) preslikava se u imaginarnu os jv ($-\infty \le v \le \infty$) – dolazi do promjene frekvencijskog mjerila
- Iz tog razloga uvodi se modifikacija bilinearne transformacije:

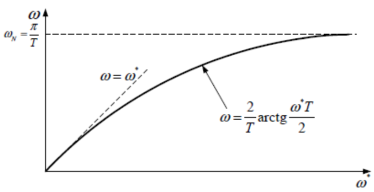
$$\Omega = \frac{2}{T}w = \frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1} \rightarrow z = \frac{1+\Omega\frac{T}{2}}{1-\Omega\frac{T}{2}} \qquad (16\text{-}17)$$

pri čemu je, za $z = e^{j\omega T}$, Ω kompleksna varijabla za koju vrijedi:

$$\Omega = j\frac{2}{T}v = j\omega^* \qquad (16\text{-}18)$$

- Frekvencija ω^* u izrazu (16-18) predstavlja apsolutnu pseudofrekvenciju dimenzije $\frac{\text{rad}}{\text{s}}$
  - Iz izraza (16-14) i (16-18) slijedi (Slika (16.6)):

$$\omega^* = \frac{2}{T}v = \frac{2}{T}\text{tg}\frac{\omega T}{2} \rightarrow \omega = \frac{2}{T}\text{arctg}\frac{\omega^* T}{2} \qquad (16\text{-}19)$$



Slika 16.6 : Grafički prikaz relacije koja povezuje frekvenciju ω s apsolutnom pseudofrekvencijom ω^*

- Za dovoljno malo vrijeme uzorkovanja ($\frac{\omega T}{2} \ll 1$) iz (16-19) slijedi ($\text{tg}\frac{\omega T}{2} \approx \frac{\omega T}{2}$) (Slika 16.6):

$$\omega^* = \frac{2}{T}\text{tg}\frac{\omega T}{2} \approx \omega \qquad (16\text{-}20)$$

- Relacija

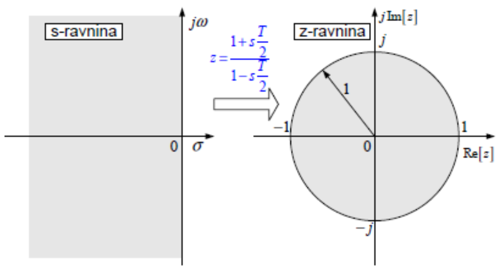
$$\frac{1}{s} = \frac{T}{2}\frac{z+1}{z-1} \qquad (16\text{-}22)$$

naziva se Tustinovom relacijom: ona odgovara aproksimaciji operacije integriranja $\left(\frac{1}{s}\right)$ operacijom trapezne integracije

- Tustinova relacija može se dobiti i prikazom veze $z = e^{sT}$ Padeovom aproksimacijom prvog reda:

$$z = e^{sT} \approx \frac{1 + s\frac{T}{2}}{1 - s\frac{T}{2}} \rightarrow s = \frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1} \qquad (16\text{-}23)$$

  - Tustinovom se relacijom polovi i nule lijeve poluravnine s-ravnine preslikavaju unutar jediničnog kruga z-ravnine (Slika 16.7) – diskretizirani sustav je stabilan ako i samo ako je polazni kontinuirani sustav stabilan

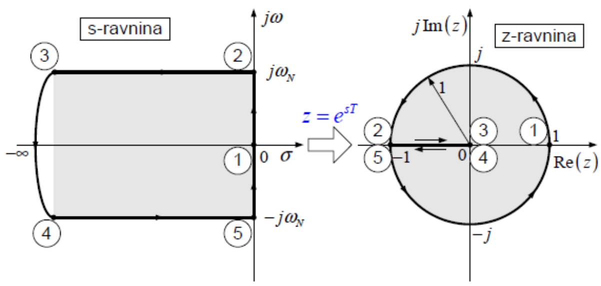


Slika 16.7 : Preslikavanje polova i nula Tustinovom relacijom

- Tustinovom se relacijom, k tome, dobro prenose frekvencijska svojstva kontinuiranog sustava u diskretnu domenu te se dobro aproksimira integrator
- Stoga se Tustinov postupak vrlo često koristi za emulaciju kontinuiranog regulatora digitalnim računalom (diskretizacija uz strelicu b na Slici 16.1)

5. Bilinearna transformacija, kako se preslikavaju polovi i nule kod nje (nacrtati)

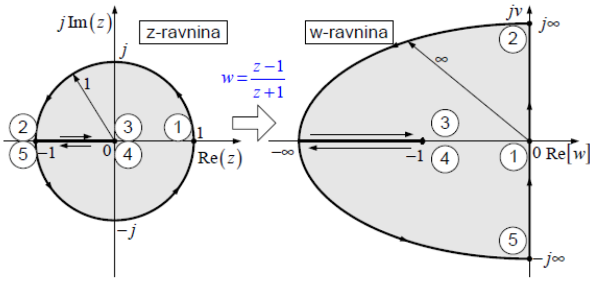
Preslikavanje područja stabilnosti iz s- u z-ravninu. Podsjetnik.



Slika 16.4 : Preslikavanje područja stabilnosti iz s-ravnine u z-ravninu

Preslikavanje područja stabilnosti iz z- u w- ravninu

- Preslikavanje područja stabilnosti bilinearnom transformacijom
  - Prema (16-14), jedinična kružnica iz kompleksne z-ravnine preslikava se u imaginarnu os kompleksne w-ravnine (Slika 16.5)
  - Unutrašnjost jediničnog kruga u z-ravnini preslikava se u lijevu poluravninu w-ravnine (Slika 16.5)
  - Područje izvan jediničnog kruga u z-ravnini preslikava se u desnu poluravninu w-ravnine

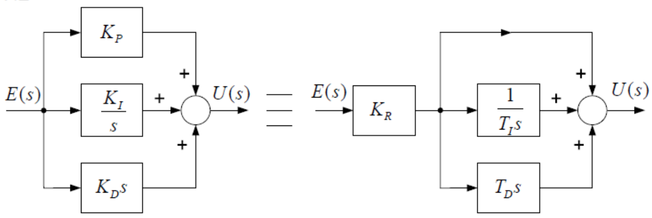


Slika 16.5 : Preslikavanje područja stabilnosti iz z-ravnine u w-ravninu

6. Napisati prijenosnu funkciju PID regulatora, realnu i idealnu, u čemu je razlika i zašto

Idealni PID regulator (1)

- Najčešće korišteni standardni regulator je PID tipa prikazan na Slici 19.2



Slika 19.2 : Idealni PID regulator - paralelna (neinteraktivna) izvedba

- Prijenosna funkcija idealnog PID regulatora prema Slici 19.2 glasi:

$$G_R(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s \equiv K_R\left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s\right) \qquad (19\text{-}1)$$

Realni PID regulator

- Idealno D - vladanje ne može se tehnički realizirati. Stoga se umjesto idealnog D - člana koristi DT_1 - član:

$$G_D(s) = K_D\frac{s}{1 + T_\nu s}, \qquad (19\text{-}9)$$

gdje je T_ν - mala (parazitna) vremenska konstanta iznosa $T_\nu = \frac{T_D}{\nu}$, $\nu = 5 \div 20$

- Prijenosna funkcija realnog PID regulatora ($PIDT_1$-regulatora) glasi:

$$G_R(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D\frac{s}{1 + T_\nu s}, \qquad (19\text{-}10)$$

odnosno

$$G_R(s) = K_R\left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D\frac{s}{1 + T_\nu s}\right), \qquad (19\text{-}11)$$

gdje su podesivi parametri:

$$K_R = K_P, \quad T_I = \frac{K_R}{K_I}, \quad T_D = \frac{K_D}{K_R}$$

7. Što je prijelazna funkcija?

Prijelazna funkcija $h(t)$

- Prijelazna funkcija (*engl.* step response) predstavlja odziv sustava na jediničnu skokovitu pobudu $S(t)$
- Skokovita funkcija (odskočna funkcija, jedinični skok, *engl.* step function) definira se kao

$$S(t) = \begin{cases} 1 & \text{za} \quad t > 0^- \\ 0 & \text{za} \quad t < 0^- \end{cases} \tag{7-1}$$

- Ako je pobuda sustava

$$u(t) = u_0 S(t), \tag{7-2}$$

a njegov odziv $y(t)$, tada je za linearne sustave:

$$h(t) = \frac{y(t)}{u_0} \tag{7-3}$$

8. Što je prijenosna funkcija?

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \ldots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \ldots + a_1 s + a_0} = G(s) = \frac{B(s)}{N(s)}$$

G(s) se naziva prijenosnom funkcijom sustava   Y(s)=G(s)·U(s)

odnosno izlazni signal sustava Y dobije se množenjem ulaznog signala U s "pojačanjem" G - signali i sustavi predstavljaju se na isti način

• Uvjet realizacije za prijenosnu funkciju G(s) glasi: stupanj{B(s)} ≤ stupanj{N(s)}

• Prijenosna funkcija sustava je L-transformacija impulsnog odziva sustava: G(s) = L{g(t)}

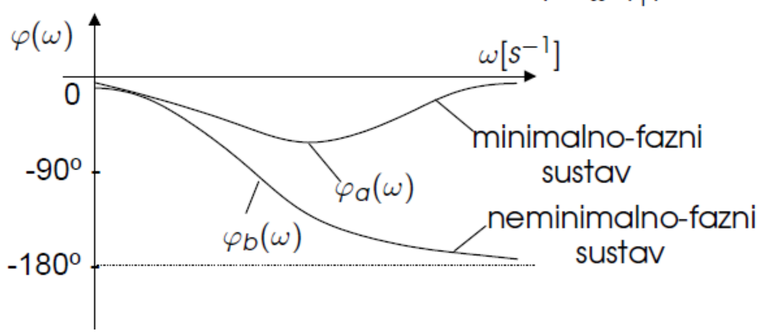
9. Zadana je električna mreža:
   a. Nađi prijelaznu funkciju (inverzni Laplace)
   b. Nacrtaj prijelaznu funkciju
   c. Što je pobuda na impuls i skiciraj odziv

10. Nacrtaj bodeov dijagram neminimalno faznog člana.

- Fazne karakteristike sustava G_a i G_b

$$\varphi_a(\omega) = -\mathrm{arctg}(\omega T_1) + \mathrm{arctg}(\omega T) = -\mathrm{arctg}\frac{\omega(T_1 - T)}{1 + \omega^2 T_1 T}$$

$$\varphi_b(\omega) = -\mathrm{arctg}(\omega T_1) - \mathrm{arctg}(\omega T) = -\mathrm{arctg}\frac{\omega(T_1 + T)}{1 - \omega^2 T_1 T}$$



11. Kako iz fazne karakteristike možemo očitati je li sustav stabilan ili ne?

$$\varphi(\omega) = \arg[G(j\omega)] = \quad - \quad \text{fazna karakteristika}$$
$$= \mathrm{arctg}\frac{I(\omega)}{R(\omega)} \qquad \text{(fazno-frekvencijska karakteristika)}$$

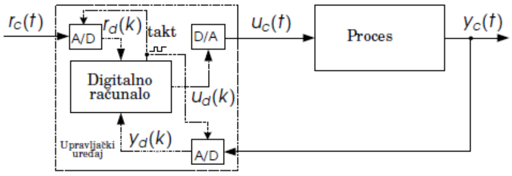
12. Kako relativni koeficijent prigušenja utječe na prijelaznu funkciju, tj. na koje parametre on utječe?

    Određuje maksimalno nadvišenje prijelazne funkcije kontinuiranog sustava.

13. Objasni D/A i A/D pretvornike.

Analogno-digitalni pretvornik

- Radi obradbe kontinuiranih signala povratne veze $y_c(t)$ i referentne veličine $r_c(t)$ vremenski diskretnim strojem – digitalnim računalom, potrebno ih je uzorkovati analogno-digitalnim pretvornikom (A/D), Slika 14.4 (indeks "c" uz y i r naglašava da se radi o kontinuiranim signalima)

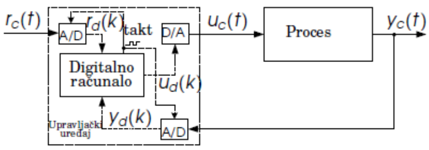


Slika 14.4 : Funkcionalna shema digitalnog sustava upravljanja

- Uzorak tih signala uzima se (uobičajeno) u ekvidistantnim vremenskim trenutcima, svakih T sekundi, gdje je T vrijeme (period) uzorkovanja (*engl.* sampling time)

Digitalno-analogni pretvornik

- Signal u_d sadrži informaciju o iznosu upravljačkog signala kojim treba djelovati na proces, ali ne i za to potrebnu energiju
- Stoga je potrebno rekonstruirati kontinuirani upravljački signal u_c iz digitalnog signala u_d što se obavlja digitalno-analognim pretvornikom (D/A)



Slika 14.4 : Funkcionalna shema digitalnog sustava upravljanja

14. Nacrtaj Bodeov dijagram PT1 člana.

PT_1-član – aproksimacija $A(\omega)_{dB}$ i $\varphi(\omega)$ pravcima (1)

- Logaritamska amplitudna karakteristika ima oblik:

$$A(\omega)_{dB} = 20 \log K - 20 \log \sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_l}\right)^2}$$

- Za $\omega \ll \omega_l$ slijedi:

$$A(\omega)_{dB} \approx 20 \log K = K_{dB}, \ \varphi(\omega) \approx 0$$

  gdje se K_{dB} naziva početnom (niskofrekvencijskom) asimptotom PT_1-člana
- Za $\omega \gg \omega_l$ slijedi:

$$A(\omega)_{dB} \approx 20 \log K - 20 \log \frac{\omega}{\omega_l}, \ \varphi(\omega) \approx -\frac{\pi}{2}$$

  pri čemu je $20 \log K - 20 \log \frac{\omega}{\omega_l}$ tzv. krajnja (visokofrekvencijska) asimptota PT_1-člana
- Na Bodeovu se dijagramu može $A(\omega)_{dB}$ aproksimirati pomoću navedena dva pravca (asimptote) čije je presjecište na frekvenciji ω_l jer jednakost

$$20 \log K = 20 \log K - 20 \log \frac{\omega}{\omega_l}$$

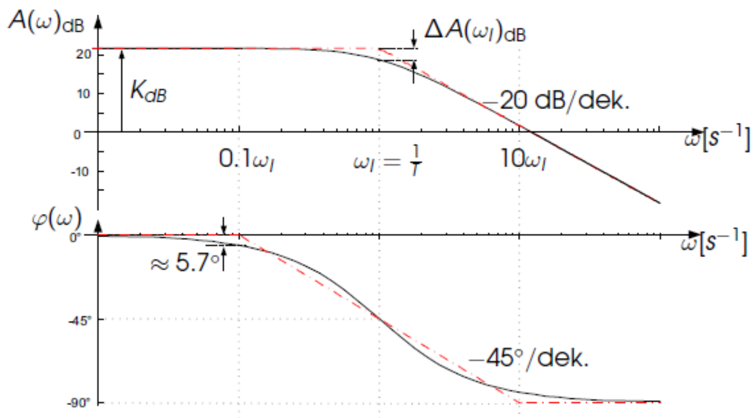
  vrijedi za $\omega = \omega_l$
- Egzaktne vrijednosti $A(\omega)$ i $\varphi(\omega)$ na lomnoj frekvenciji su:

$$A(\omega_l) = \frac{K}{\sqrt{2}}, \ \varphi(\omega_l) = -\frac{\pi}{4}$$

- Odstupanje amplitudne karakteristike na lomnoj frekvenciji uvjetovano aproksimacijom je

$$\Delta A(\omega_l)_{dB} = 20 \log K - \left[20 \log K - 20 \log \sqrt{2}\right] \approx 3 \text{ dB}$$

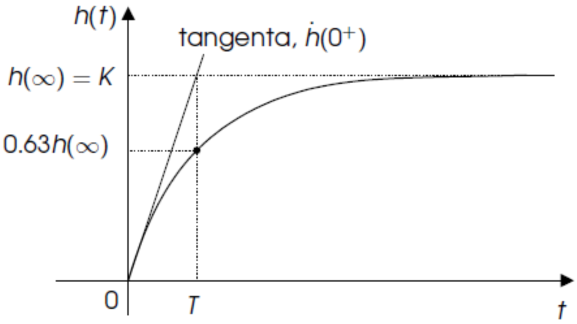
- Faznu karakteristiku aproksimira se
  - asimptotom $\varphi = 0^\circ$ na frekvencijama $\omega < 0.1\omega_l$
  - asimptotom $\varphi = -90^\circ$ na frekvencijama $\omega > 10\omega_l$
  - pravcem pod nagibom -45°/dek kroz preostale dvije dekade



15. Nacrtaj prijelaznu funkciju PT1 člana.

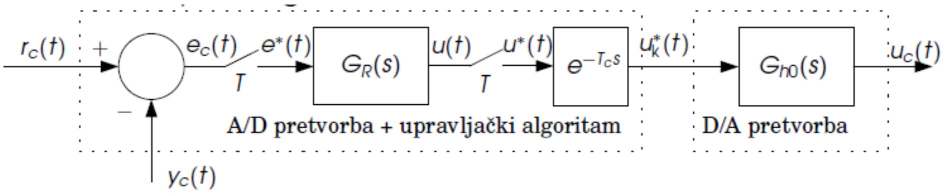
Vremenska konstanta PT$_1$-člana

- Konstanta $T = \frac{1}{\omega_l}$ u prijenosnoj funkciji ili frekvencijskoj karakteristici obično se označava vremenskom konstantom PT$_1$-člana
- T se lako može odrediti na temelju prijelazne funkcije PT$_1$-člana

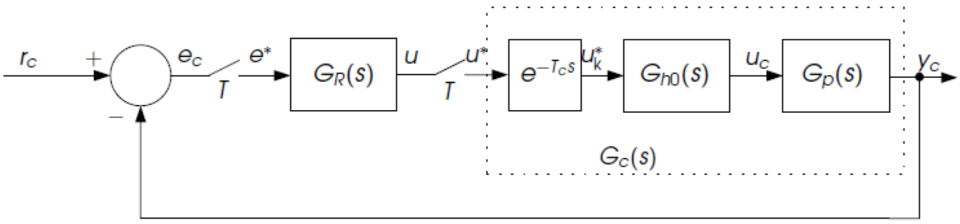


16. Imate PT1 član sa astatizmom prvog reda - kako izgleda prijelazna funkcija takvog procesa i koji bi ZN postupak koristili za parametriranje?
Kako sustav ima astatizam 1. reda (integrator, pol u ishodištu...) nije moguće koristiti postupak na osnovi prijelazne funkcije. Prilikom izvođenja njihajnog postupka u sustav zatvoren s povratnom vezom se dodaje pojačanje K dok sustav ne zaoscilira sa trajnim oscilacijama pri kritičnom pojačanju K_{KR}. Tada se izmjeri perioda osciliranja T_{kr} i s njom se kreće u izračun prema preporukama. Iznos pojačanja u stvari odgovara pojačanju K_{kr} jer će sustav u «trajnim oscilacijama» biti upravo granično stabilan.

17. Nacrtaj digitalni i diskretni sustav upravljanja.



Slika 14.21 : Blokovska shema digitalnog upravljačkog uređaja u vremenski kontinuiranoj domeni



Slika 14.22 : Blokovska shema diskretnog sustava upravljanja prikazanog u vremenski kontinuiranoj domeni

18. Preslikavanja:

a. uskladjeni polovi i nule

Postupak usklađenih polova-nula (1)

- Neka je prijenosna funkcija kontinuiranog sustava:

$$G(s) = K\frac{\prod_{i=1}^{m}(s - s_{Ni})}{\prod_{i=1}^{n}(s - s_{pi})}, \quad n \geq m \tag{16-3}$$

- Polovi i nule prijenosne funkcije diskretnog sustava određuju se kako slijedi
  1. Preslikavanjem $z = e^{sT}$ preslikaju se polovi i konačne nule:

$$z_{pi} = e^{s_{pi}T} \tag{16-4}$$

$$z_{Ni} = e^{s_{Ni}T} \tag{16-5}$$

  2. Za sustave kod kojih je $n - m > 1$ dodatnih $n - m - 1$ nula postavlja se u $z = -1$
- Nule u $z = -1$ odgovarale bi ustvari nulama u $s = j\omega_N$, pri čemu je uz pravilno odabrano vrijeme uzorkovanja, za sustave sa svojstvom niskog propusta, $G(j\omega_N) \approx 0$
- Prema tome, prijenosna funkcija diskretnog sustava koja odgovara prijenosnoj funkciji (16-3) ima oblik:

$$G(z) = K^*\frac{(z+1)^{\max(n-m-1,0)}\prod_{i=1}^{m}(z - z_{Ni})}{\prod_{i=1}^{n}(z - z_{pi})} \tag{16-6}$$

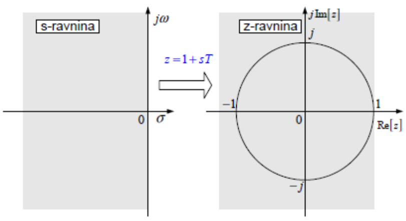
- Pojačanje K^* određuje se na način da frekvencijske karakteristike kontinuiranog i diskretnog sustava u nekoj točki imaju jednak modul; najčešće je to pojačanje na frekvenciji $\omega = 0$ ($s = j0 \rightarrow z = e^{j0 \cdot T} = 1$):

$$\lim_{s\to 0}|G(s)| = \lim_{z\to 1}|G(z)| \tag{16-7}$$

b. Euler unapred

Preslikavanje polova i nula iz s- u z-ravninu

- Aproksimacija derivacije unaprijednom diferencijom preslikava imaginarnu os s-ravnine u pravac paralelan imaginarnoj osi u z-ravnini, a koji prolazi točkom $z = +1$ (Slika 16.8)

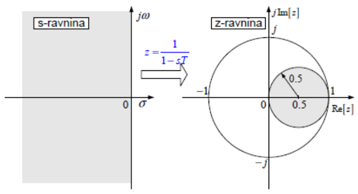


Slika 16.8 : Preslikavanje polova i nula pri diskretizaciji aproksimacijom derivacije Eulerovom unaprijednom diferencijom

- Ovo implicira da će doći do degradacije frekvencijskih svojstava kontinuiranog sustava jer se $j\omega$-os ne preslikava u jediničnu kružnicu
- Također je moguće diskretizacijom stabilnog kontinuiranog sustava ovim postupkom dobiti nestabilan diskretni sustav, što nije prihvatljivo
- Da bi se ovi učinci umanjili, potrebno je odabrati vrlo malo vrijeme uzorkovanja

c. Euler unazadni

- Aproksimacija derivacije unazadnom diferencijom preslikava imaginarnu os s-ravnine u kružnicu radijusa 0.5, s centrom u 0.5 (Slika 16.9)



Slika 16.9 : Preslikavanje polova i nula pri diskretizaciji aproksimacijom derivacije Euler unazadnom diferencijom

- Ovo implicira da će opet doći do degradacije frekvencijskih svojstava kontinuiranog sustava jer se $j\omega$-os ne preslikava u jediničnu kružnicu
- Diskretizacijom stabilnih kontinuiranih sustava uvijek se dobiva stabilni diskretni sustav
- Diskretizacija ovim postupkom u pravilu se obavlja uz vrlo mala vremena uzorkovanja

d. Z – transformacija

Diskretizacija kojom se u diskretnoj domeni zadržavaju svojstva kontinuirane težinske funkcije

- Ovim se postupkom dobiva jednaka težinska funkcija kontinuiranog i njemu odgovarajućeg diskretnog sustava u trenutcima uzorkovanja:

$$G(z) = \mathcal{Z}[g(kT)] = \mathcal{Z}\{G(s)\} \qquad (16\text{-}1)$$

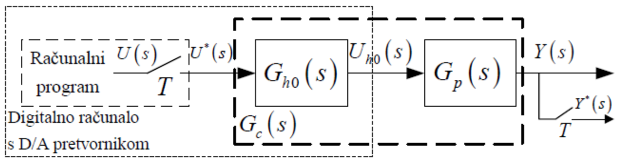
- Primjer 16.1: Diskretizacija integratora

$$G(s) = \frac{a}{s} \xrightarrow{\text{Primjenom tablica } Z\text{–transformacije}} G(z) = \mathcal{Z}\left\{\frac{a}{s}\right\} = \frac{az}{z-1}$$

e. ZOH

Diskretizacija kojom se u diskretnoj domeni zadržavaju svojstva kontinuirane prijelazne funkcije (1)

- Ovim se postupkom dobiva jednaka prijelazna funkcija kontinuiranog i njemu odgovarajućeg diskretnog sustava u trenutcima uzorkovanja
- Koristi se onda kada se proces upravlja digitalnim računalom pri čemu se računalo povezuje na proces pomoću D/A pretvornika, tj. ZOH elementa
- Iz tog razloga ova se diskretizacija naziva i ZOH diskretizacijom, vidi Sliku 16.2



Slika 16.2 : ZOH diskretizacija

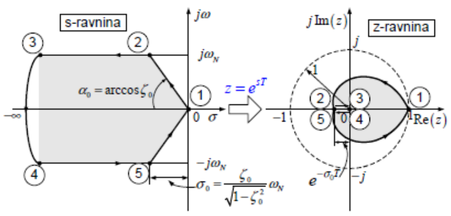
$$G_p(z) = \mathcal{Z}\{G_c(s)\} = \mathcal{Z}\{G_{h0}(s)\cdot G_p(s)\} =$$
$$= \mathcal{Z}\left\{\frac{1-e^{-sT}}{s}G_p(s)\right\} = (1-z^{-1})\mathcal{Z}\left\{\frac{G_p(s)}{s}\right\}$$

19. Koja diskretizacija ne može destabilizirati stabilan sustav?
    Eulerovom unazadnom se uvijek dobiva stabilni diskretni sustav.

20. Kako se preslikava neki zadani faktor prigušenja (zeta) iz s u z područje?

Preslikavanje područja dozvoljenog iznosa prigušenja

- Relativni koeficijent prigušenja ζ dominantnog para polova kontinuiranog sustava $s_{p1,2} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$ određuje maksimalno nadvišenje prijelazne funkcije kontinuiranog sustava $\sigma_m[\%] = e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \cdot 100$
- Preslikavanjem polova iz stabilnog dijela osnovnog pojasa s-ravnine, sa $\zeta > \zeta_0$ ($\sigma_m < \sigma_{m0}$), dobivamo mjesta polova u z-ravnini uz koje se postiže odgovarajuće prigušenje diskretnog sustava (Slika 15.5)



1–2: $\sigma: 0 \to -\sigma_0$, $\omega: 0 \to \omega_N$ $\to$ $|z|: 1 \to e^{-\sigma_0 T}$, $\arg(z): 0 \to \pi$

5–1: $\sigma: -\sigma_0 \to 0$, $\omega: -\omega_N \to 0$ $\to$ $|z|: e^{-\sigma_0 T} \to 1$, $\arg(z): -\pi \to 0$

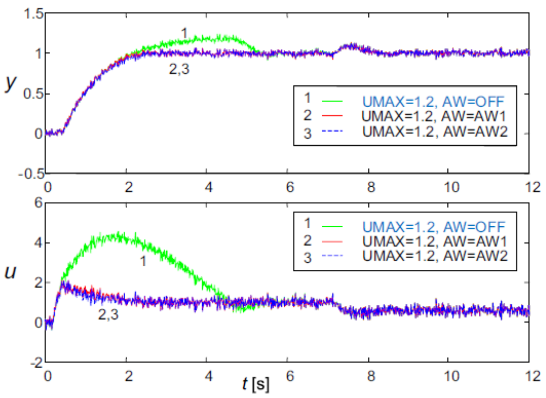
Slika 15.5 : Preslikavanje područja dozvoljenog prigušenja

21. Kada se koristi windup premotavanje integratora?

Ograničavanje izlazne veličine regulatora (1)

- Pri projektiranju regulatora posebno se mora voditi računa o ograničenjima izvršnog elementa kojemu regulator prosljeđuje upravljački signal (npr. regulacijski ventil ne može biti otvoren više od 100% niti zatvoren više od 0%, motor se ne smije vrtjeti brzinom većom od maksimalno dopuštene brzine određene konstrukcijskim parametrima)
- Često je potrebno ograničiti i brzinu promjene upravljačkog signala (npr. radi ograničenja brzine promjene struje armature istosmjernog motora zbog opasnosti od oštećenja kolektora)
- Stoga je potrebno ograničiti iznos (u) i brzinu promjene ($\frac{du}{dt}$) izlazne veličine regulatora (vidi Sliku 21.12)
- Ulaskom upravljačkog signala u ograničenje prekida se povratna veza i sustav radi u otvorenoj petlji, budući da izvršni element ostaje u graničnom položaju neovisno o izlaznom signalu regulatora
- U tom slučaju će PID regulator (kao i svi regulatori koji sadrže integracijsku komponentu) nastaviti integrirati regulacijsko odstupanje pa izlaz regulatora $u(t)$ može poprimiti vrlo veliku vrijednost (Slika 21.11, krivulje označene s 1)

Ograničavanje izlazne veličine regulatora (2)



Slika 21.11 : Ilustracija "efekta zaleta" i sprječavanja njegove pojave (u trenutku t=7.5 s djeluje poremećaj na sustav upravljanja)

- Pri smanjenju regulacijskog odstupanja regulator vrlo sporo izlazi iz ograničenja
- Ovaj se efekt naziva "efektom namatanja" (*engl.* "wind-up" effect, integral wind-up effect) ili "efektom zaleta" (*njem.* Anfahreffekt)

22. Prijenosnu funkciju PT2 člana i objasniti šta je šta u formuli

Element s usporenjem drugog reda (PT_2-član) (2)

- Opći oblik prijenosne funkcije drugog reda bez konačnih nula je

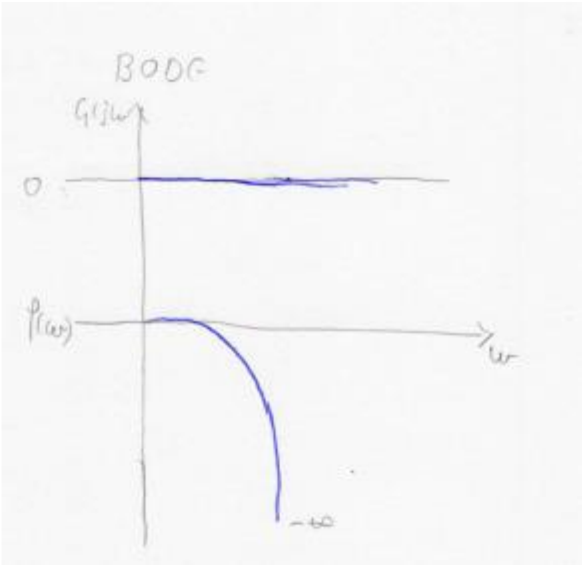
$$G(s) = \frac{K}{\frac{s^2}{\omega_n^2} + \frac{2\zeta}{\omega_n}s + 1}, \qquad (9\text{-}25)$$

gdje je:

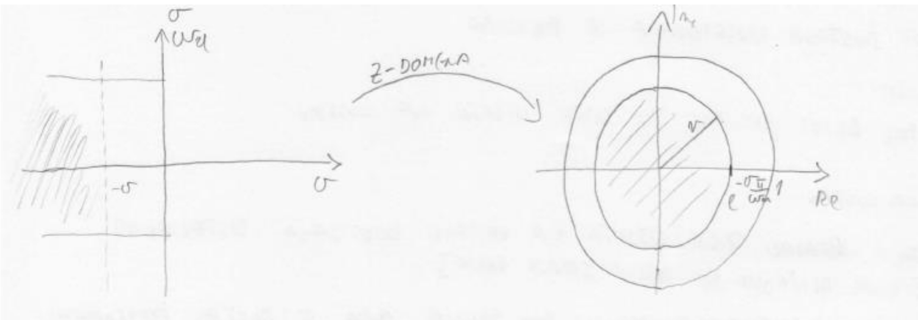
ζ – relativni koeficijent prigušenja

$\omega_n \hat{=} \omega_0$ – prirodna (vlastita) frekvencija neprigušenih oscilacija

23. Nacrtati težinsku funkciju neke prijelazne funkcije koju on nacrta g(t)= dh(t)/dt
24. Amplitudna i fazna karakteristika člana s transportnim kašnjenjem



25. Što se događa sa polovima iz s u z ravninu ako se smanji vrijeme uzorkovanja



Mala kružnica se približava jediničnoj kružnici, sve dok ne pređe u nestabilno stanje.

26. Ziegler-Nichols 1, rub stabilnosti

Metoda ruba stabilnosti (Varijanta I)

Ovdje se provode sljedeći koraci:

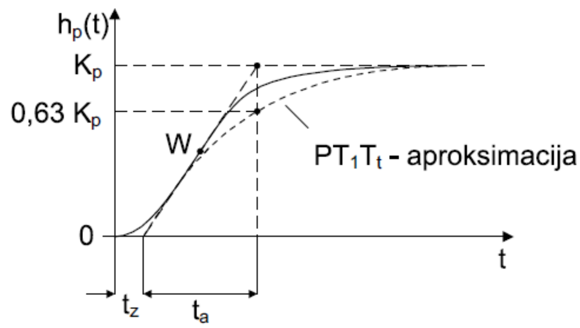
1. Standardnom regulatoru koji se nalazi u zatvorenom regulacijskom krugu odabere se samo P djelovanje (isključena I i D djelovanja)
2. Pojačanje K_R regulatora tako se dugo povećava dok se u zatvorenom regulacijskom krugu ne proizvedu trajne oscilacije. Pojačanje uz koje se dobiju trajne oscilacije označava se kritičnim pojačanjem regulatora K_{Rkr} (*engl.* ultimate gain)
3. Mjeri se iznos perioda T_{kr} - kritični iznos perioda (*engl.* ultimate period)
4. Na temelju K_{Rkr} i T_{kr} određuju se vrijednosti parametara regulatora (K_R, T_I i T_D) pomoću relacija danih u Tablici 20.3

27. Ziegler-Nichols 2, prijelazna funkcija

Metoda prijelazne funkcije (Varijanta II)

- Često je nemoguće (štetno) dovoditi regulacijske krugove u postrojenjima i procesima u granično stabilno stanje
- Međutim, određivanje (mjerenje) prijelazne funkcije $h_p(t)$ procesa (u otvorenom regulacijskom krugu) u pravilu ne predstavlja poteškoću
- Stoga je druga varijanta Ziegler - Nicholsovih pravila parametriranja regulatora u tim slučajevima pogodnija, a temelji se na nagibu tangente u točki infleksije $\frac{K_p}{T_a}$ i na vremenu zadržavanja t_z prijelazne funkcije $h_p(t)$ (Slika 20.3)
- Iz vrijednosti t_z i $\frac{K_p}{T_a}$ te izraza danih u Tablici 20.4 jednostavno se odrede vrijednosti parametara regulatora

- Mnogi industrijski procesi mogu se opisati prijelaznom funkcijom $h_p(t)$ s čistim aperiodskim vladanjem kakvo je prikazano na Slici 20.3



Slika 20.3 : Aproksimacija PT - člana višeg reda pomoću PT_1T_t - člana

28. ISE kriterij

ISE kriterij (1)

- ISE kriterij (izračunavanje kvadratične površine regulacijskog odstupanja) pokazao se veoma prikladnim u mnogim primjenama
- Pri izračunavanju kvadratične površine regulacijskog odstupanja $\int_0^\infty e^2(t)dt$ polazi se od kompozicijskog teorema o konvoluciji u frekvencijskom području (p kompleksna varijabla integracije):

$$\mathcal{L}\{f_1(t)f_2(t)\} = \int_0^\infty f_1(t)\cdot f_2(t)e^{-st}dt = \frac{1}{2\pi j}\int_{c-j\infty}^{c+j\infty} F_1(p)\cdot F_2(s-p)dp \tag{20-4}$$

- Uz izbor $s = c = 0$ i $f_1(t) = f_2(t) = f(t)$ dobije se Parsevalova jednadžba:

$$\int_0^\infty f^2(t)dt = \frac{1}{2\pi j}\int_{-j\infty}^{+j\infty} F(p)\cdot F(s-p)dp \tag{20-5}$$

- Pri tome se pretpostavlja da integrali $\int_0^\infty |f(t)|dt$ i $\int_0^\infty |f(t)|^2 dt$ konvergiraju
- Uz $f(t) = e(t)$ iz Parsevalove jednadžbe (20-5) slijedi ISE-kriterij:

$$I_3 = \int_0^\infty e^2(t)dt = \frac{1}{2\pi j}\int_{-j\infty}^{+j\infty} E(s)E(-s)ds \tag{20-6}$$

- U slučaju da je $E(s)$ racionalna funkcija

$$E(s) = \frac{C(s)}{D(s)} = \frac{c_0 + c_1 s + \ldots + c_{n-1}s^{n-1}}{d_0 + d_1 s + \ldots + d_n s^n} \tag{20-7}$$

čiji polovi leže u lijevoj poluravnini s-ravnine tada se ISE kriterij (20-6) može odrediti pomoću izračunavanja reziduuma. U Tablici 20.2 dani su analitički izrazi za ISE kriterij za sustave do četvrtog reda ($I_{3,1}$, $I_{3,2}$, $I_{3,3}$, $I_{3,4}$).

$I_{3,1} = \dfrac{c_0^2}{2d_0 d_1}$
$I_{3,2} = \dfrac{c_1^2 d_0 + c_0^2 d_2}{2d_0 d_1 d_2}$ $I_{3,3} = \dfrac{c_2^2 d_0 d_1 + (c_1^2 - 2c_0 c_2)\, d_0 d_3 + c_0^2 d_2 d_3}{2d_0 d_3\,(-d_0 d_3 + d_1 d_2)}$
$I_{3,4} = \dfrac{c_3^2(-d_0^2 d_3 + d_0 d_1 d_2) + (c_2^2 - 2c_1 c_3)d_0 d_1 d_4 + (c_1^2 - 2c_0 c_2)d_0 d_3 d_4 + c_0^2(-d_1 d_4^2 + d_2 d_3 d_4)}{2d_0 d_4(-d_0 d_3^2 - d_1^2 d_4 + d_1 d_2 d_3)}$

Tablica 20.2 : ISE kriterij $I_{3,n}$ za racionalnu funkciju $E(s)$ reda $n = 1, 2, 3, 4$

- Pretpostavimo da je potrebno odrediti optimalne parametre regulatora regulacijskog kruga u smislu minimizacije ISE kriterija. Uz zadanu vodeću odnosno poremećajnu veličinu ISE kriterij postaje funkcijom parametara regulatora $r_1, r_2, ..., r_p$

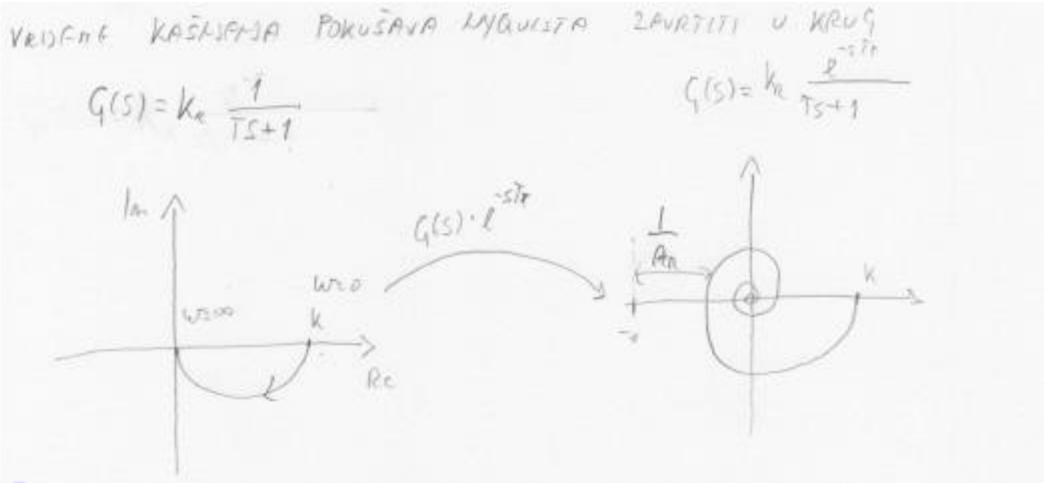
$$I_3 = \int_0^{\infty} [e(t) - e_{\infty}]^2 dt = I_3(r_1, r_2, ..., r_p) \qquad (20\text{-}8)$$

a cilj je pronaći optimalne vrijednosi parametara $r_1^*, r_2^*, ..., r_p^*$ (vidi izraz (20-3))

- Optimalne vrijednosi parametara $r_1^*, r_2^*, ..., r_p^*$ dobiju se rješenjem sustava jednadžbi (koje slijede iz tzv. nužnog uvjeta optimalnosti):

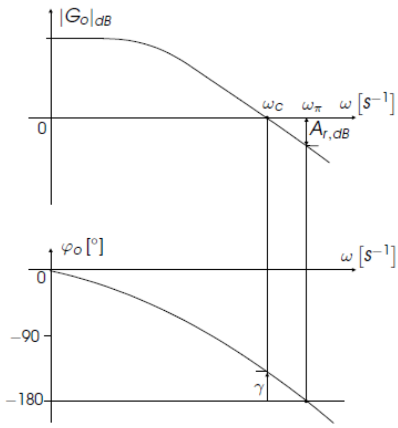
$$\left.\frac{\partial I_3}{\partial r_1}\right|_{r_1^*,...,r_p^*} = 0, \quad \left.\frac{\partial I_3}{\partial r_2}\right|_{r_1^*,...,r_p^*} = 0, \quad ..., \quad \left.\frac{\partial I_3}{\partial r_p}\right|_{r_1^*,...,r_p^*} = 0, \qquad (20\text{-}9)$$

29. Kako izgleda Nyquistov dijagram za element transportnog kašnjenja i kako izgleda kad se zakasni neki dijagram s tim elementom.



30. Zašto radimo na otvorenom Bode-a

- Iz karakterističnih veličina otvorenog regulacijskog kruga u frekvencijskom području mogu se odrediti neposredni pokazatelji kvalitete zatvorenog regulacijskog kruga
- Pretpostavimo da otvoreni regulacijski krug $G_o(s)$ ima statičko pojačanje ($G_o(0)$ konačnog iznosa) čiji je kvalitativni Bodeov dijagram prikazan na Slici 12.9, s naznačenima presječnom frekvencijom ω_c i faznim osiguranjem γ



Slika 12.9 : Kvalitativni Bodeov dijagram statičkog sustava

31. Hurwitzov kriterij stabilnosti

- Polinom

$$P(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \ldots + a_1 s + a_0 = a_n (s - s_{p1})(s - s_{p2}) \cdots (s - s_{pn})$$

naziva se Hurwitzovim polinomom ako svi korijeni s_{pk} $(k = 1, 2, \ldots, n)$ imaju negativan realni dio

- Linearni sustav je asimptotski stabilan ako je njegov karakteristični polinom Hurwitzov polinom
- Hurwitzov kriterij stabilnosti može se izraziti pomoću nekoliko uvjeta koje se postavlja na koeficijente Hurwitzova polinoma pri čemu se polinom svodi na oblik u kojem je $a_n > 0$:
  a) Svi koeficijenti a_i, $i = 0, \ldots, n$, imaju pozitivan predznak
  b) Sljedećih $n - 1$ determinanata su pozitivne:

$$D_1 = a_1 > 0,$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_0 \\ a_3 & a_2 \end{vmatrix} > 0,$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_0 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 \\ a_5 & a_4 & a_3 \end{vmatrix} > 0,$$

$$\vdots$$

$$D_{n-1} = \begin{vmatrix} a_1 & a_0 & \cdots & 0 \\ a_3 & a_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{n-1} \end{vmatrix} > 0$$

- Sljedeći poredak koeficijenata može poslužiti za postavljanje Hurwitzovih determinanata:

$$\begin{array}{c|c|c|c|c|cc}
D_1 & a_1 & a_0 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\
D_2 & a_3 & a_2 & a_1 & a_0 & 0 & \cdots \\
D_3 & a_5 & a_4 & a_3 & a_2 & a_1 & \cdots \\
D_4 & a_7 & a_6 & a_5 & a_4 & a_3 & \cdots \\
 & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots &
\end{array}$$

- Na glavnoj dijagonali su koeficijenti $a_1, a_2, \ldots, a_n$ (rastući koeficijenti od desna na lijevo)
- Hurwitzov kriterij prikladan je kako za ispitivanje stabilnosti, uz poznate koeficijente a_i, tako i za određivanje područja vrijednosti podesivih parametara sustava (parametara regulatora) uz koje je sustav upravljanja asimptotski stabilan

32. Juryjev kriterij stabilnosti

- Polazište za analizu stabilnosti prema Juryu (odnosno Schur-Cohnu) je karakteristična jednadžba sustava:

$$f(z) = 1 + G_0(z) = a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + \ldots + a_n z^n = 0 \qquad (18\text{-}5)$$

- Za analizu stabilnosti oblikuje se sljedeća tablica:

Redak	z^0	z^1	z^2	...	z^{n-k}	...	z^{n-2}	z^{n-1}	z^n
1	a_0	a_1	a_2	...	a_{n-k}	...	a_{n-2}	a_{n-1}	a_n
2	a_n	a_{n-1}	a_{n-2}	...	a_k	...	a_2	a_1	a_0
3	b_0	b_1	b_2	...	b_{n-k}	...	b_{n-2}	b_{n-1}	
4	b_{n-1}	b_{n-2}	b_{n-3}	...	b_{k-1}	...	b_1	b_0	
5	c_0	c_1	c_2	...	c_{n-k}	...	c_{n-2}		
6	c_{n-2}	c_{n-3}	c_{n-4}	...	c_{k-2}	...	c_0		
$\vdots$				$\vdots$		$\vdots$			
$2n-5$	p_0	p_1	p_2	p_3					
$2n-4$	p_3	p_2	p_1	p_0					
$2n-3$	q_0	q_1	q_2						

- Koeficijenti u retcima $(2k+2)$ i $(2k+1)$ poredani su obrnutim redoslijedom $(k = 0, 1, 2, \ldots, n)$
- Koeficijenti u retcima 3 do $(2n-3)$ računaju se na sljedeći način:

$$b_k = \begin{vmatrix} a_0 & a_{n-k} \\ a_n & a_k \end{vmatrix}, \quad c_k = \begin{vmatrix} b_0 & b_{n-k-1} \\ b_{n-1} & b_k \end{vmatrix}, \quad d_k = \begin{vmatrix} c_0 & c_{n-k-2} \\ c_{n-2} & c_k \end{vmatrix},$$

$$\vdots \qquad (18\text{-}6)$$

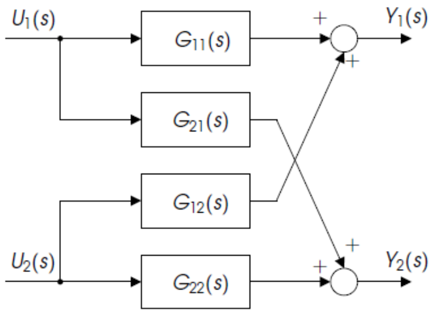
$$q_0 = \begin{vmatrix} p_0 & p_3 \\ p_3 & p_0 \end{vmatrix}, \qquad q_1 = \begin{vmatrix} p_0 & p_2 \\ p_3 & p_1 \end{vmatrix}, \qquad q_2 = \begin{vmatrix} p_0 & p_1 \\ p_3 & p_2 \end{vmatrix}$$

- Nužni i dovoljni uvjeti da korijeni karakteristične jednadžbe (18-5) budu po iznosu manji od 1 su:
  - Uvjet a) : $f(1) > 0, \ (-1)^n f(-1) > 0$
  - Uvjet b) : $|a_0| < |a_n|, \ |b_0| > |b_{n-1}|, \ |c_0| > |c_{n-2}|, \ |d_0| > |d_{n-3}|, \ldots$ $|q_0| > |q_2|$
- Ako neki od navedenih uvjeta nije ispunjen, sustav je nestabilan

33. Matrice:

a. sustav prikazan u matricnom obliku + shema

Primjer 8.3: MIMO sustav s dva ulaza i dva izlaza



$$Y_1(s) = G_{11}(s)U_1(s) + G_{12}(s)U_2(s)$$
$$Y_2(s) = G_{21}(s)U_1(s) + G_{22}(s)U_2(s)$$

Slika 8.5 : MIMO sustav

$$\begin{bmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \end{bmatrix}$$

b. izvesti formulu za prijenosnu matricu (izvod kako se dobije C(sI-A)^-1B+D)

Dobivanje $G(s)$ iz prikaza u prostoru stanja – SISO sustav (1)

- Promotrimo SISO sustav:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}u(t), \ \mathbf{x}(0^-) = 0, \\ y(t) &= \mathbf{c}\mathbf{x}(t) + du(t) \end{aligned} \qquad (8\text{-}40)$$

- L-transformacija diferencijalne jednadžbe iz (8-40) daje:

$$\begin{aligned} s\mathbf{X}(s) &= \mathbf{A}\mathbf{X}(s) + \mathbf{b}U(s), \\ (s\mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{X}(s) &= \mathbf{b}U(s), \end{aligned}$$

$$\mathbf{X}(s) = (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{b}U(s) \qquad (8\text{-}41)$$

gdje je $\mathbf{I}$ jedinična matrica

- L-transformacija izlazne jednadžbe daje:

$$Y(s) = \mathbf{c}\mathbf{X}(s) + dU(s) \qquad (8\text{-}42)$$

- Kombiniranjem (8-41) i (8-42) proizlazi:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = G(s) = \mathbf{c}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{b} + d$$

- Zaključno se može pisati:

$$G(s) = \mathbf{c}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{b} + d \triangleq \frac{b_m s^m + \ldots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + \ldots + a_1 s + a_0} \qquad (8\text{-}43)$$

- Za MIMO sustave (procese) imamo:

$$\begin{aligned} [u_1, u_2, \ldots, u_p]^T &= \mathbf{u}, \\ [y_1, y_2, \ldots, y_q]^T &= \mathbf{y}, \end{aligned}$$

te je

$$\mathbf{Y}(s) = \mathbf{G}(s)\mathbf{U}(s) \qquad (8\text{-}44)$$

- $\mathbf{G}(s)$ se naziva prijenosnom matricom (*engl.* transfer matrix)

c. za diskretni sustav Predavanje 17. Slajdovi 8.-24.