SVEUČILIŠTE U ZAGREBU

Fakultet elektrotehnike i računarstva

Zavod za automatiku i računalno inženjerstvo

SEMINAR

Linearizacija nelinearnih dinamičkih sustava

Zagreb, prosinac 2015.

1. zadatak

a) Za početak, moramo odrediti radnu točku zadanu s

S obzirom da u radnoj točki vrijedi:

Dobivamo da je , odnosno, radna točka je .

Početnu jednadžbu zatim moramo prilagoditi kako bi smo je mogli linearizirati, odnosno razviti u Taylorov red. Dobivamo:

Također uvodimo varijablu kojom opisujemo odstupanje varijable y(t) od radne točke:

, ,

Slično pišemo i za varijablu :

,

Sada razvijamo jednadžbu u Taylorov red, ali zanemarujemo sve članove reda s potencijama višim od 1. Tako dobivamo formulu za linearizaciju jednadžbe:

,

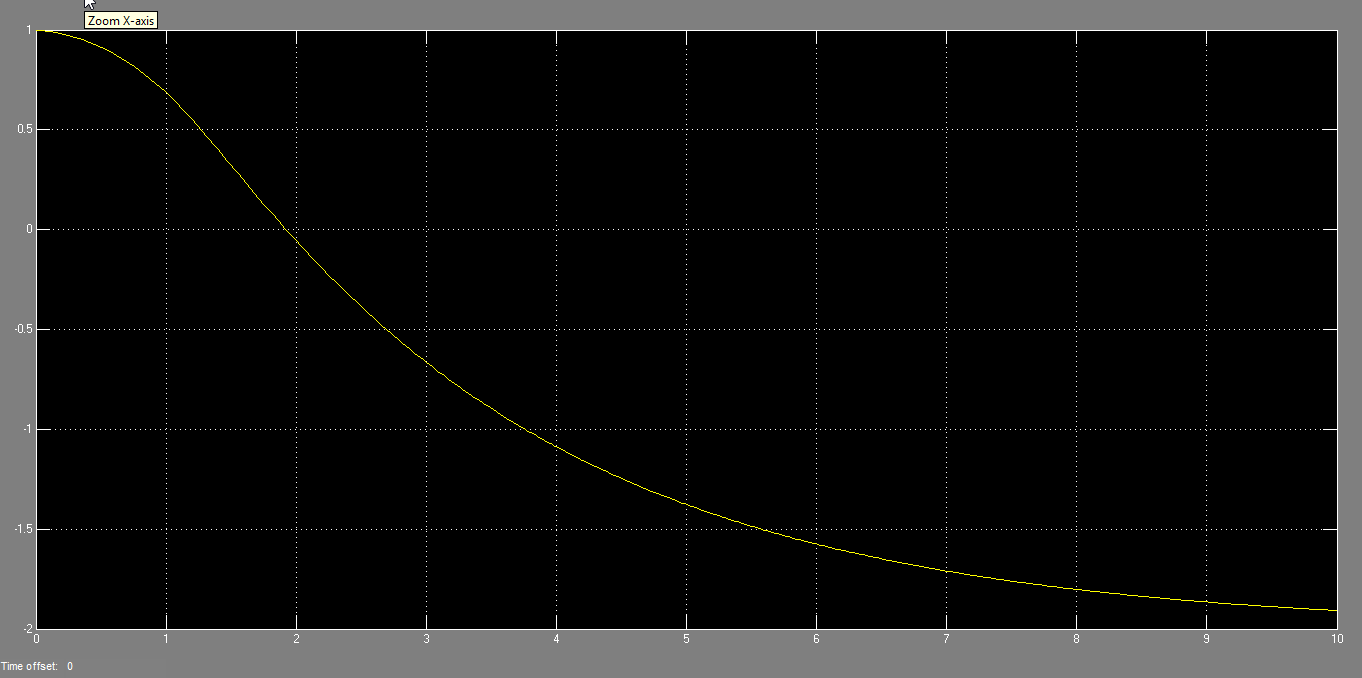
pri čemu označava da u dobivene derivacije funkcije f uvrštavamo stacionarne vrijednosti.

Računanjem i sređivanjem dobivamo lineariziranu diferencijalnu jednadžbu u okolini točke :

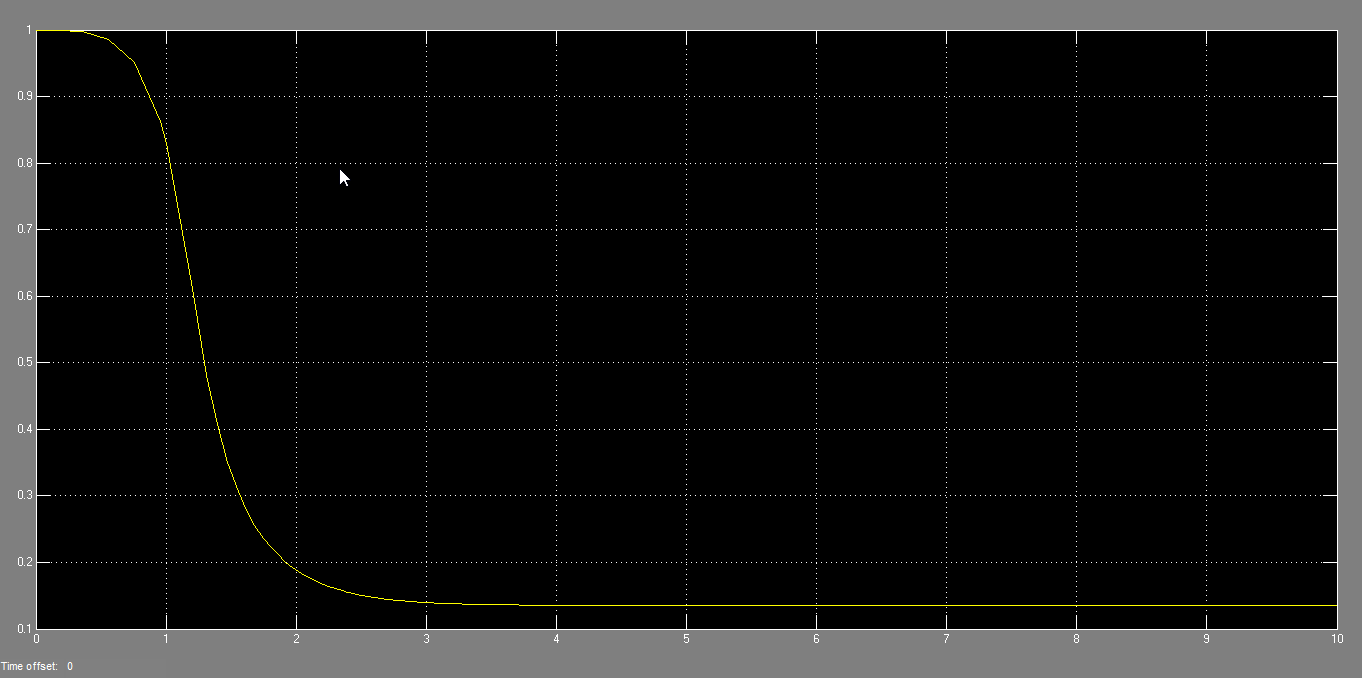
b) Primjenom Laplaceove transformacije linearizirana jednadžba prelazi u:

Sređivanjem jednadžbe dobivamo prijenosnu funkciju

c) Odziv lineariziranog modela na pobudu :



Odziv nelinearnog modela na pobudu :



d) Jednadžba pobude iz zadatka c) je:

Nakon sređivanja imamo:

Primjenjujemo Laplaceovu transformaciju i dobivamo:

Sada možemo krenuti u određivanje stacionarne vrijednosti odziva lineariziranog modela i nagiba tog odziva u trenutku t=0s. Prvo ćemo odrediti nagib. Vrijednost nagiba nam daje varijabla u trenutku , pa računamo:

Tako dobivamo da je nagib u trenutku jednak 0.

Iz linearizirane diferencijalne jednadžbe, uzevši u obzir da u stacionarnim uvjetima , dobivamo:

Stacionarna vrijednost odziva lineariziranog modela iznosi -2, te se dobiveni rezultati slažu s rezultatima simulacije.

2. zadatak

a) Diferencijalne jednadžbe visine vode u spremnicima glase (uzimamo ih iz 1. laboratorijske vježbe, uz tu razliku da sada nema , odnosno jednak je 0):

odnosno nakon što podijelimo s ,

Zatim uvodimo varijable i kojima ćemo, slično kao i u 1. zadatku, opisati razliku i u odnosu na radnu točku:

,

,

Iz već zadanih formula, uvrštavanjem zadanih veličina, dobivamo stacionarne vrijednosti visine vode u spremnicima, uz zadanu otvorenost ventila :

,

Formule za linearizaciju diferencijalnih jednadžbi su:

pri čemu označava da u dobivene derivacije funkcija i uvrštavamo stacionarne vrijednosti.

Konačno, izračunavanjem derivacija i uvrštavanjem poznatih vrijednosti u jednadžbu, dobivamo linearizirani model:

b)

c) Primjenom Laplaceove transformacije na linearizirane diferencijalne jednadžbe dobivamo jednadžbe:

Izlučujemo iz druge jednadžbe i uvrštavamo dobiveni izraz u prvu jednadžbu, i nakon malo sređivanja dobivamo prijenosnu funkciju

d) Prvo ćemo odrediti razinu fluida u stacionarnom stanju u prvom spremniku preko lineariziranog modela:

Laplaceova transformacija pobude (otvorenosti ulaznog ventila):

Zatim imamo:

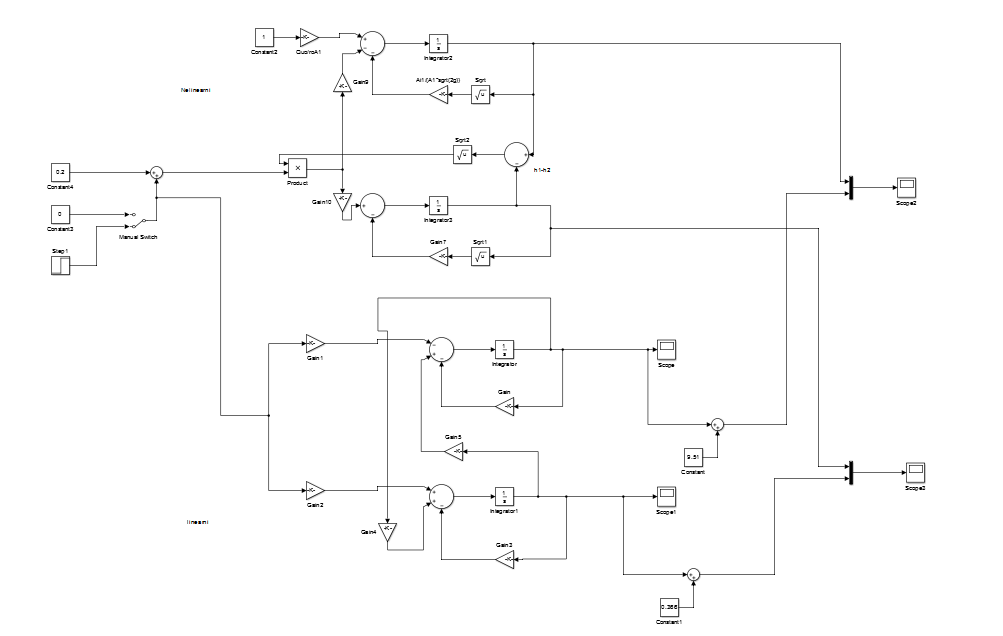
Stacionarna razina fluida u linearnom modelu prvog spremnika iznosi 9.10m.

Razinu fluida u nelinearnom modelu ćemo dobiti jednostavno tako da u jednadžbu za stacionarnu visinu vode u spremniku (zadanu u a) podzadatku) uvrstimo .

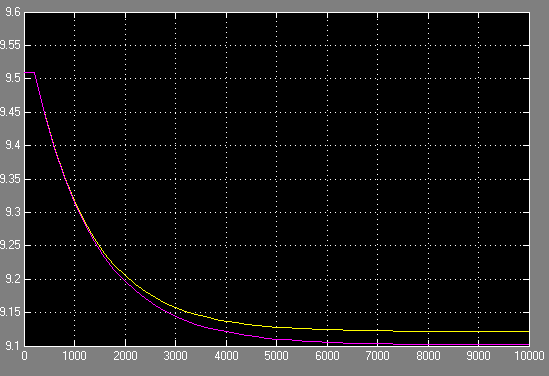
Uvrštavanjem i računanjem dobivamo

Vrijednosti se razlikuju za 0.02m.

e)



f)



Razlika u stacionarnom stanju između odziva lineariziranog i nelinearnog modela odgovara rezultatu dobivenom analitičkim putem.