

1. a) **(2 boda)** Dokažite da svaki složen broj n ima prostih faktora manje ili jednako \sqrt{n} .
b) **(2 boda)** Odredite pomoću Erstedovog sita sve proste brojeve manje od 70.
c) **(2 boda)** Dokažite da prostih brojeva ima beskonačno mnogo.
2. **(5 bodova)** Riješite kongruenciju $415x \equiv 15 \pmod{1115}$.
3. **(5 bodova)** Odredite najmanji prosti broj koji pri dijeljenju s 41, 42 i 43 daje ostatke 1, 2 i 3 (tim redoslijedom).
4. a) **(2 boda)** Napišite jedan potpuni i jedan reducirani sustav ostataka mod 14.
b) **(2 boda)** Dokažite Eulerov teorem.
c) **(3 boda)** Odredite zadnje dvije decimale broja 14^{2012} .
d) **(3 boda)** Koliko ima primitivnih korijena modulo 23? Odredite najmanjeg.
5. a) **(2 bod)** Izračunajte Jakobijev simbol $\left(\frac{339}{569}\right)$.
b) **(5 bodova)** Odredite sve neparne proste brojeve p tako da kongruencija $x^2 + 45 \equiv 0 \pmod{p}$ ima rješenje.
6. **(5 bodova)** Nađite sve pitagorine trokute kojima je jedna stranica 116.
7. a) **(2 boda)** Odredite realan broj čiji je razvoj u jedinstveni verižni razlomak oblika $[3; \overline{2, 1}]$.
b) **(5 bodova)** Nađite najmanje rješenje jednadžbe $x^2 - 183y^2 = 1$