Diskretna matematika

Zadaci za vježbu - prvi ciklus 2008/2009

1. Odredite $g = \text{nzd}(a, b)$ i nađite cijele brojeve x, y takve da je $ax + by = g$ ako je

   a) $a = 777, \quad b = 629;$

   b) $a = 1643, \quad b = 901;$

   c) $a = 1105, \quad b = 481.$

2. Odredite s koliko nula završavaju brojevi 713! i 1713! .

3. Riješite kongruenciju:

   a) $311x \equiv 7 \pmod{7};$

   b) $153x \equiv 71 \pmod{391};$

   c) $213x \equiv 75 \pmod{333}.$

4. Riješite sustav kongruencija:

   a) $x \equiv 1 \pmod{5}, \; x \equiv 2 \pmod{6}, \; x \equiv 3 \pmod{7};$

   b) $x \equiv 5 \pmod{7}, \; x \equiv 9 \pmod{13}, \; x \equiv 8 \pmod{11};$

   c) $x \equiv 1 \pmod{4}, \; x \equiv 7 \pmod{9}, \; x \equiv 22 \pmod{25}.$

5. Nađite sva rješenja jednadžbe $\varphi(n) = 30$.

6. Nađite sva rješenja jednadžbe $\varphi(n) = 58$.

7. a) Nađite najmanji primitivni korijen modulo 61.

   b) Riješite (pomoću indeksa) kongruenciju: $x^7 \equiv 24 \pmod{61}$.

8. a) Nađite najmanji primitivni korijen modulo 67.

   b) Riješite (pomoću indeksa) kongruenciju: $x^5 \equiv 61 \pmod{67}$.

9. Izračunajte Legendreove simbole:

   a) $\left(\frac{51}{97}\right)$;
   b) $\left(\frac{321}{991}\right)$;
   c) $\left(\frac{-31}{101}\right)$;
   d) $\left(\frac{58}{269}\right)$.

10. Odredite sve proste brojeve p takve da je $\left(\frac{6}{p}\right) = 1$.

11. Odredite sve proste brojeve p takve da je $\left(\frac{90}{p}\right) = 1$.

Diskretna matematika

Rješenja zadataka za vježbu - prvi ciklus 2008/2009

1.a) $g = 37$, $x = -4$, $y = 5$
1.b) $g = 53$, $x = -6$, $y = 11$
1.c) $g = 13$, $x = -10$, $y = 23$

2. Broj 713! završava sa 176, a 1713! s 425 nula.

3.a) $x \equiv 343 \pmod{401}$
3.b) Kongruencija nema rješenja jer $\mathrm{nzd}(153, 391) = 17$ ne dijeli 71.
3.c) $x \equiv 41, 152, 263 \pmod{333}$

4.a) $x \equiv 206 \pmod{210}$
4.b) $x \equiv 789 \pmod{1001}$
4.c) $x \equiv 97 \pmod{900}$

5. $n = 31, 62$

6. $n = 59, 118$

7.a) Najmanji primitivni korijen modulo 61 je 2.
7.b) $x \equiv 38 \pmod{61}$

8.a) Najmanji primitivni korijen modulo 61 je 2.
8.b) $x \equiv 12 \pmod{67}$

9.a) $\left(\frac{51}{97}\right) = -1$
9.b) $\left(\frac{321}{991}\right) = -1$
9.c) $\left(\frac{-31}{101}\right) = 1$
9.d) $\left(\frac{58}{269}\right) = 1$

10. $p \equiv 1, 5, 19, 23 \pmod{24}$

11. $p \equiv 1, 3, 9, 13, 27, 31, 37, 39 \pmod{40}$