

1. Poboljšanje slike (4 boda)

1. Navedite par algoritama za povećanje kontrasta neke slike.
2. Objasnite što je to histogram. Objasnite što je to izjednačavanje i modeliranje histograma.
3. Neka je zadana slika S . Izračunajte histogram navedene slike.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 255 & 255 & 255 & 255 & 255 \end{bmatrix}$$

4. Provedite izjednačavanje histograma.
5. Prikažite novodobiveni histogram.

2. Transformacije slike (5 bodova)

1. Objasnite što je to 2-D linearna transformacija (izrazi za jezgru transformacije i jezgru inverzne transformacije).
2. Što je to separabilna transformacija?
3. Jezgra 2-D Fourierove transformacije je separabilna i simetrična (DA/NE).
4. Napišite matričnu formulaciju separabilne i simetrične 2-D transformacije.
5. Napišite 3 svojstva ortogonalnih transformacija.
6. Dokažite da transformacija oblika $\mathbf{v} = \mathbf{A}\mathbf{u}$ čuva energiju pri čemu je \mathbf{A} unitarna ($\mathbf{A}^* \mathbf{A} = \mathbf{I}$) matrica.
7. DCT je ortogonalna transformacija (DA/NE).
8. DCT predstavlja realni dio DFT-a (DA/NE).
9. DCT bolje komprimira podatke od KL transformacije pa se zato tipično koristi za kompresiju slika (DA/NE).

3. Transformacije slike (6 bodova)

1. Neka je zadana ulazna slika S . Provedite DCT transformaciju ulazne slike po 2x2 blokovima pri čemu je jezgra transformacije

$$C = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}.$$

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 2 & 3 & 3 & 4 & 4 & 5 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 2 & 3 & 3 & 4 & 4 & 5 & 5 \\ 6 & 6 & 7 & 7 & 8 & 8 & 9 & 9 & 0 & 0 \\ 6 & 6 & 7 & 7 & 8 & 8 & 9 & 9 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2. Primijenite masku na dobivenoj transformaciji (kao na laboratorijskim vježbama) pri čemu je dimenzija maske 1x1. Kolika srednja kvadratna greška se čini ukoliko napravimo inverznu DCT transformaciju.
3. Nakon maskiranja koeficijenata provodimo kvantizaciju koeficijenata te na raspolaganju imamo samo 3 bita. Napišite kako izgleda slika ako primijenimo inverznu DCT transformaciju.
4. Provodimo Fourierovu transformaciju ulazne slike, postavimo istosmjernu komponentu na 0 i napravimo inverznu Fourierovu transformaciju. Napišite kako izgleda nova slika.
5. Objasnite što je to KL transformacija i što je to restrikcija baze.

4. Za svaki od navedenih sustava pokažite je li linearan ili ne. (4 boda)

1. $y(m, n) = 3x(m, n) + 9$

$$2. y(m, n) = \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{k=0}^{N-1} \exp(-j \frac{2\pi m i}{M}) \exp(-j \frac{2\pi n k}{N})$$

$$3. \text{ Laplaceov operator: } \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

5. Operacije na slici (4 boda)

1. Napišite podjelu operacija na točki.
2. Navedite za koju vrstu šuma je pogodno median filtriranje, a za koju vrstu šuma je pogodno prostorno usrednjavanje.
3. Neka je zadan isječak S veće slike. Primijenite odgovarajući filter za uklanjanje šuma u prozoru veličine 3x3.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 255 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$$

4. Napravite negativ slike S.
5. Primijenite Robertsov križni operator na sliku S.
6. Objasnite kako radi bilinearna interpolacija.

6. Obnavljanje slike (6 bodova)

1. Navedite metode za obnavljanje slike
2. Koja je glavna mana inverznog filtriranja.
3. Objasnite Wienerov filter. Navedite osnovnu ideju za konstrukciju filtra, navedite i objasnite prijenosnu funkciju Wienerovog filtra, te objasnite vezu Wienerovog filtra i inverznog filtra.
4. Navedite neke geometrijske transformacije slike.
5. Na prostorno kontinuiranu sliku $S(x, y)$ primijenjene su različite geometrijske transformacije da bi se dobila deformirana slika $S_D(x, y)$. Transformacije su primijenjene ovim redoslijedom: skaliranje za faktor $(s_x, s_y) = (3, \frac{1}{3})$, pomak $(t_x, t_y) = (2, -2)$, te rotacija za $\phi = \frac{\pi}{3}$ u smjeru obrnutom od kazaljke na satu. Odredite matricu transformacije u homogenim koordinatama.
 - a) Na kojem mjestu u deformiranoj slici će se nalaziti točka $S(3, 5)$.
 - b) Bi li se postigao isti rezultat ukoliko bismo geometrijske transformacije primijenili obrnutim redoslijedom? Zašto?
 - c) Pronađite matricu transformacije koja će postići suprotan rezultat, odnosno kojom ćemo iz deformirane slike dobiti originalnu sliku.
 - d) Što se dobije množenjem početne matrice transformacije i te nove matrice za povratak u nedeformiranu sliku?
6. Objasnite što je to perspektivna transformacija.

7. Izračunajte Fourierovu transformaciju navedenih signala. (3 boda)

1. $f(x, y) = \text{sinc}(x - 3) \text{sinc}(y - 6)$
2. $f(x, y) = \text{rect}(x) \text{rect}(y)$
3. $f(x, y) = \sin(2 \cdot (x - y)) + \sin(2 \cdot (x + y))$
4. $f(x, y) = \frac{\cos(x-y) - \cos(x+y)}{xy}$

Vrijede sljedeće jednakosti:

$$\sin \phi + \sin \theta = 2 \sin\left(\frac{\phi + \theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\phi - \theta}{2}\right)$$

$$\sin \phi - \sin \theta = 2 \sin\left(\frac{\phi - \theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\phi + \theta}{2}\right)$$

$$\cos \phi - \cos \theta = -2 \sin\left(\frac{\phi + \theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\phi - \theta}{2}\right)$$