

Zadaci:

5. Nepoznati signal $y(t)$ ima CTFT transformaciju zadanu izrazom:

$$Y(\omega) = \begin{cases} 2e^{j\pi/6}, & -10\pi \leq \omega < -9\pi \\ e^{j\pi/2}, & -9\pi \leq \omega < 0 \\ e^{-j\pi/2}, & 0 < \omega \leq 9\pi \\ 2e^{-j\pi/6}, & 9\pi < \omega \leq 10\pi \\ 0, & \text{inače.} \end{cases}$$

- a) Kojom frekvencijom treba očitati zadani signal da ne dođe do preklapanja?
- b) Kojom frekvencijom treba očitati signal $x(t) = y(-7t) + y(t - 7) - 7$ da ne dođe do preklapanja? Objasnite!
- c) Skicirajte amplitudni i fazni spektar signala dobivenog očitavanjem signala $y(t)$ frekvencijom 8Hz.
- d) Skicirajte amplitudni i fazni spektar signala dobivenog idealnom interpolacijom očitanoog signala iz c) podzadatka.
22. Zadan je signal $x[n] = 2\delta[n + 2] - 2\delta[n + 1] - 2\delta[n] + 2\delta[n - 1]$.
- a) Izračunajte DTFT transformaciju signala $x[n]$.
- b) Skicirajte amplitudni i fazni spektar DTFT transformacije.
- c) Izračunajte linearnu konvoluciju signala $x[n]$ sa samim sobom.
31. Razmatramo diskretnu Fourierovu transformaciju za signale konačnog trajanja duljine 4 uzoraka.
- a) Objasnite jedan stupanj razlaganja za brzu Fourierovu transformaciju koji koristi korijen-2 decimaciju u vremenu (eng. DIT Radix-2 FFT).
- b) Razložite DFT₄ transformaciju do kraja koristeći decimaciju u vremenu.
- c) Skicirajte graf toka signala za razlaganje iz b) podzadatka.
- d) Navedite pravila za transponiranje grafa toka signala.
- e) Transponirajte graf iz c) podzadatka. Koji FFT algoritam ste dobili?
53. Vremenski diskretni sustav opisan je diferencijskom jednačicom $y[n] = u[n + 1] + 2u[n] - 2u[n - 2] - u[n - 3]$.
- a) Radi li se o FIR ili IIR sustavu, te je li on stabilan? Objasnite svoje odgovore.
- b) Izračunajte impulsni odziv $h[n]$ i prijenosnu funkciju sustava $H(z)$.
- c) Izračunajte i nacrtajte amplitudnu i faznu frekvencijsku karakteristiku te grupno vrijeme kašnjenja.

5.) Nepoznatí signal $y(t)$ ima CTFT transf. zadani izračunaj:

$$Y(\omega) = \begin{cases} 2 \cdot e^{-j\pi/6}, & -10\pi \leq \omega < -9\pi \\ e^{-j\pi/2}, & -9\pi \leq \omega < 0 \\ e^{-j\pi/2}, & 0 \leq \omega \leq 9\pi \\ 2 \cdot e^{-j\pi/6}, & 9\pi \leq \omega \leq 10\pi \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$$

a) Kojim frekv. treba čitati zadani signal da ne dođe do preklapanja?

$$\omega_{\max} = 10\pi \quad \omega_s > 2 \cdot 10\pi \quad f_s > \frac{20\pi}{2\pi} = 10 \text{ Hz}$$

$$f_s > 10 \text{ Hz}$$

$$b) x(t) = y(-7t) + y(t-7) - 7$$

$$X(\omega) = \frac{1}{7} X\left(\frac{\omega}{7}\right) + Y(\omega) e^{-j7\omega} - 7 \cdot 2\pi \cdot \delta(\omega)$$

$$\omega_{\max} = 70\pi \quad \omega_s > 2 \cdot \omega_{\max} = 140\pi$$

$$f_s > 70 \text{ Hz}$$

c) Skicirajte amplitudni i fazi spektar signala dobivenog očitavačem signala

$y(t)$ frekvencijom 8 Hz.

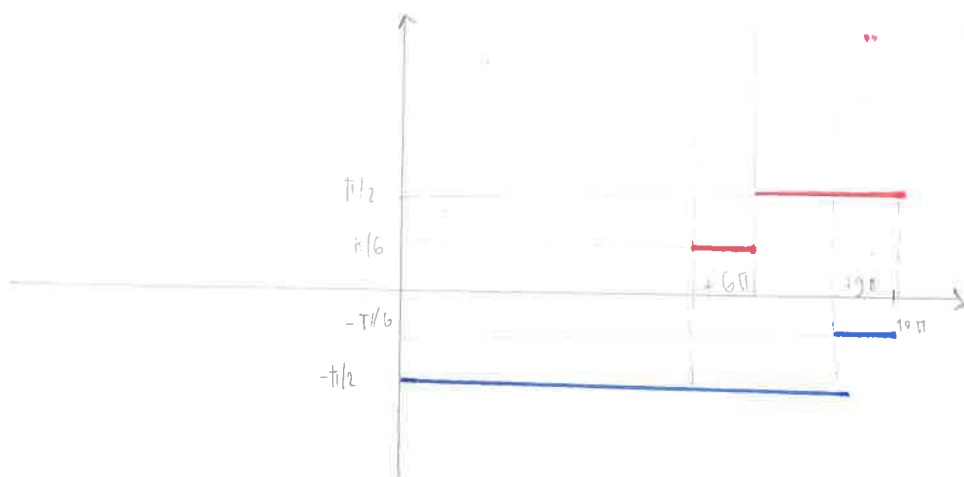
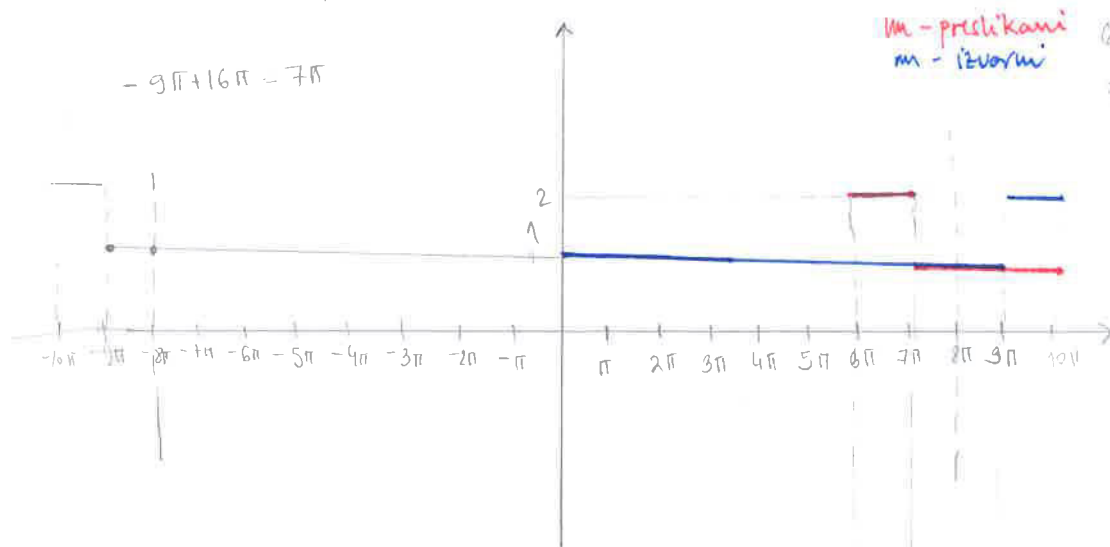
$$8 \text{ Hz} \rightarrow 16\pi \text{ rad/s}$$

$$0 \dots 6\pi : 1 \angle -\frac{\pi}{2}$$

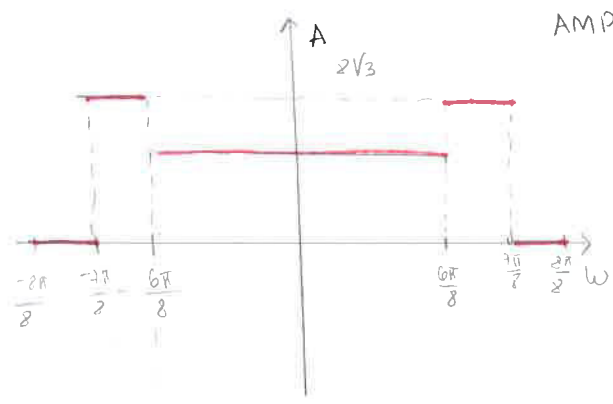
$$6\pi \dots 7\pi : 1 \angle -\frac{\pi}{2} + 2 \angle \frac{\pi}{6} = \sqrt{3} \angle 0^\circ$$

$$7\pi \dots 9\pi : 1 \angle -\frac{\pi}{2} + 1 \angle \frac{\pi}{2} = 0$$

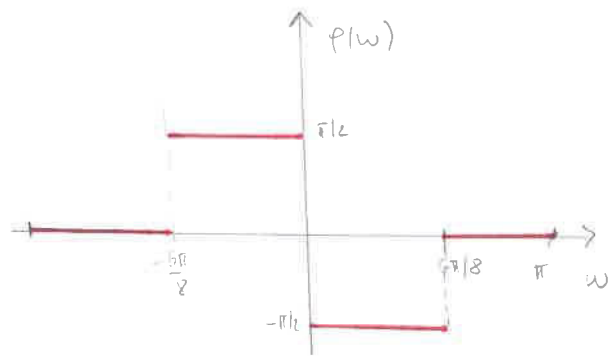
$$9\pi \dots 10\pi : 2 \angle -\frac{\pi}{6} + 1 \angle \frac{\pi}{2} = \sqrt{3} \angle 0^\circ$$



AMPLITUDNA
KARAKTERISTIKA

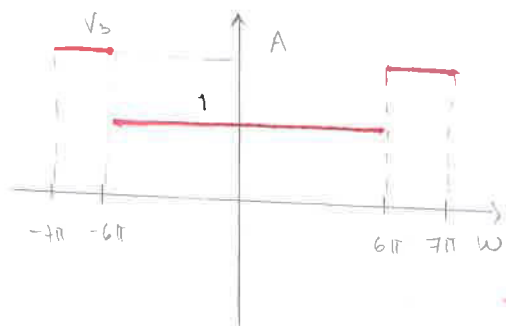


FAZNA
KARAKTERISTIKA

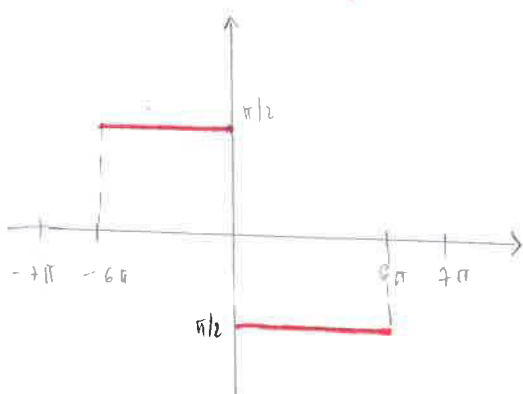


d)

AMPLITUDNA KARAKTERISTIKA



FAZNA KARAKTERISTIKA



$$22.) X[n] = 2\delta[n+2] - 2\delta[n+1] - 2\delta[n] + 2\delta[n-1]$$

a) DTFT transf. signala $x[n]$

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n] \cdot e^{-j\omega n} = 2 \cdot e^{+j\omega 2} - 2 \cdot e^{+j\omega 1} - 2 + 2 \cdot e^{-j\omega}$$

b) AMPLITUDNI FAZNI SPEKTAR

$$X(e^{j\omega}) = 2 \cdot e^{j0.5\omega} (e^{1.5j\omega} - e^{j0.5\omega} - e^{-j0.5\omega} + e^{-1.5j\omega})$$

$$= 2 \cdot e^{j0.5\omega} (e^{1.5j\omega} + e^{-1.5j\omega} - (e^{j0.5\omega} + e^{-j0.5\omega}))$$

$$= 4 \cdot e^{j0.5\omega} (\cos(1.5\omega) - \cos(0.5\omega))$$

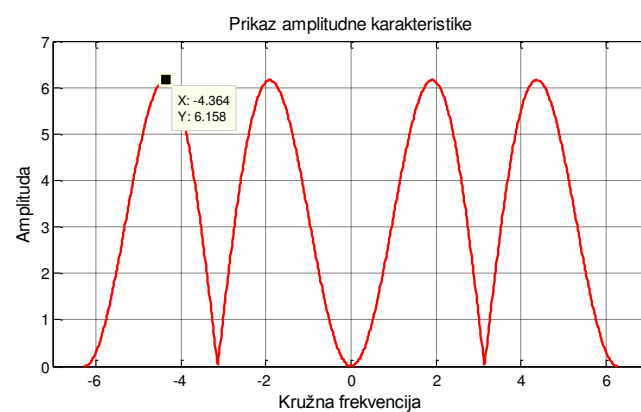
$$|A(e^{j\omega})| = 4 |e^{j0.5\omega}| \cdot |\cos(1.5\omega) - \cos(0.5\omega)| = 4 (\cos(1.5\omega) - \cos(0.5\omega))$$

$$\varphi(\omega) = \frac{1\omega}{2} + 0 \quad \text{t.e.} \quad \varphi(\omega) = \frac{\omega}{2} + \pi$$

skica : matlab

c) lin. konv. sa samim sobom

$$\sum_{i=-\infty}^{+\infty} x[i] \cdot x[n-i] \longrightarrow X_1(\omega) \cdot X_1(\omega) = 4 \cdot e^{j2 \cdot 0.5\omega} (\cos(1.5\omega) - \cos(0.5\omega))^2$$



Slika 1. Prikaz amplitudne karakteristike iz 22. Zadatka



Slika 2. Prikaz fazne karakteristike iz 22. Zadatka

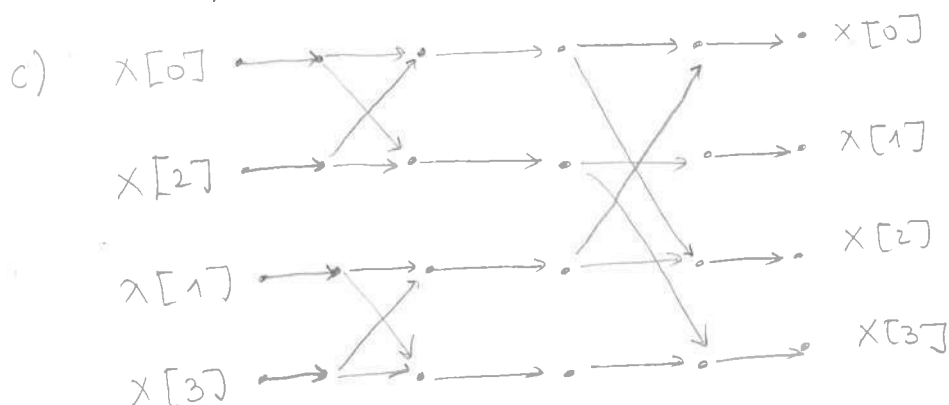
31.)

- a) U svakom stupnju razlaganju za korišćenje 2 delimaciju u vremenu DFT_{2N} transf. razdvajamo u dvije DFT_N transf. od kojih prva uzima parne indese ulazka, a druga neparne:

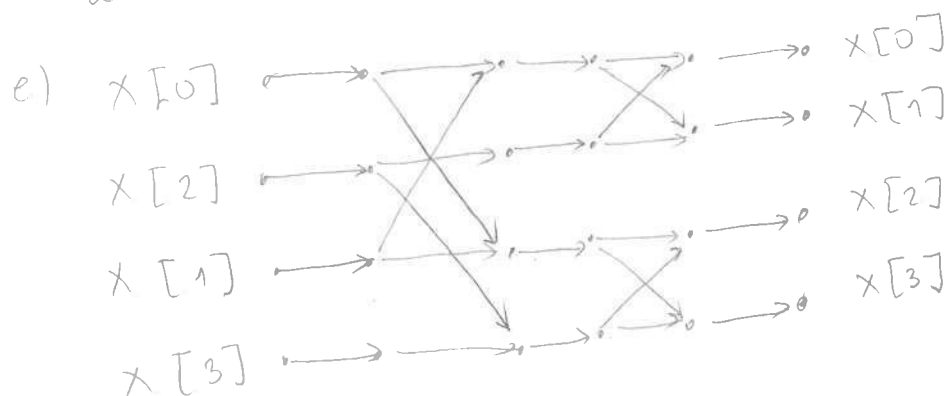
$$\begin{aligned} \text{DFT}_{2N}[x[n]] &= \sum_{n=0}^{2N-1} x[n] \cdot W_{2N}^{nk} = \sum_{n=0}^{N-1} x[2n] W_{2N}^{2nk} + \sum_{n=0}^{N-1} x[2n+1] W_{2N}^{(2n+1)k} \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} x[2n] \cdot W_N^{nk} + W_{2N}^k \sum_{n=0}^{N-1} x[2n+1] W_{2N}^{2nk} \\ &= \text{DFT}_N[x[2n]] + W_{2N}^k \text{DFT}_N[x[2n+1]] \end{aligned}$$

parni ulazi neparni ulazi

$$\begin{aligned} \text{b) } \text{DFT}_4[x[n]] &= \sum_{n=0}^3 x[n] \cdot W_4^{nk} = \sum_{n=0}^1 x[2n] W_4^{2nk} + \sum_{n=0}^1 x[2n+1] W_4^{(2n+1)k} \\ &= \sum_{n=0}^1 x[2n] W_2^{nk} + W_4^k \sum_{n=0}^1 x[2n+1] W_2^{nk} \\ &= \text{DFT}_2[x[2n]] + W_4^k \text{DFT}_2[x[2n+1]] \\ \text{DFT}_2[x[2n]] &= x[0] + W_2^k x[2] \\ \text{DFT}_2[x[2n+1]] &= x[1] + W_2^k x[3] \end{aligned}$$



- d) Graf transponiramo tako da uzmemo smjer svakog brida grafa. Nakon obratnje bridova zamijenimo mjesta ulaznog i izlaznog signala, odnosno svi ulazi postaju izlazi, a svi izlazi ulazi:



Dobili smo delimaciju u frekv. (DIF FFT)

$$53.) y[n] = u[n+1] + 2u[n] - 2u[n-2] - u[n-3]$$

a) Radi se o FIR filteru jer ima konačan impulsi odziv

$$b) u[n] = \delta[n+1] + 2\delta[n] - 2\delta[n-2] - \delta[n-3]$$

$$u[n] = \{1, 2, 0, -2, -1\}$$

$$H(z) = 1 \cdot z + 2 \cdot z^0 + z^{-1} \cdot 0 - 2z^{-2} - z^{-3} = \underline{z + 2 - 2z^{-2} - z^{-3}}$$

$$c) H(e^{j\omega}) = 1 \cdot e^{j\omega} + 2 - 2 \cdot e^{-j2\omega} - 1 \cdot e^{-j3\omega}$$

$$= e^{j\omega} (e^{j2\omega} + 2 \cdot e^{j\omega} - 2 \cdot e^{-j\omega} - e^{-j2\omega})$$

$$= e^{j\omega} (e^{j2\omega} - e^{-j2\omega} + 2(e^{j\omega} - e^{-j\omega}))$$

$$= e^{j\omega} (2j\sin(2\omega) + 4j\sin(\omega))$$

$$A(e^{j\omega}) = |e^{j\omega}| \cdot |2j\sin(2\omega) + 4j\sin(\omega)| = 2(\sin(2\omega) + 2\sin(\omega))$$

$$\varphi = -\omega + \pi/2 \quad \text{ili} \quad \varphi = -\omega - \pi/2$$

GRUPNO KAŠNJENJE

$$-\frac{d\varphi}{d\omega} = 1$$

Slike: matlab



Slika 3. Prikaz amplitudne karakteristike iz 53. Zadatka



Slika 4. Prikaz fazne karakteristike iz 53. zadatka