TEOREM O KONVOLUCIJI

$$x[n] * y[n] \circ\!\!-\!\!\bullet\, X(\omega)\cdot Y(\omega)$$

KOD UZORKOVANJA FREKVENCIJOM MANJOM OD $2f_{max}$,

$\Rightarrow$ na mjestima preklapanja spektra signali se zbrajaju prema:

$$\frac{1}{T_s}\sum_{k\in R} X(\Omega - k\Omega_s)$$

RE2FFT - FFT dvaju realnih nizova uz pomoć jedne kompleksne FFT

REDFFT - transformacija realnog niza $x[n]$ dužine $2N$, pomoću 2 njegova podniza $y_1[2n]$ i $y_2[2n+1]$ nad kojima se provodi DFT_N

RE2FFT

$$z[n] = x[n] + jy[n] \Rightarrow Z(k) = \sum_{n=0}^{N-1}\left[x[n] + jy[n]\right] e^{-j\frac{2\pi nk}{N}} =$$

$$= \sum_{n=0}^{N-1}\left[x[n] + jy[n]\right]\left[\cos\left(\frac{2\pi nk}{N}\right) - j\sin\left(\frac{2\pi nk}{N}\right)\right] =$$

$$= \underbrace{\sum_{n=0}^{N-1} x[n]\cos\left(\frac{2\pi nk}{N}\right)}_{Re\{X(k)\}} + \underbrace{\sum_{n=0}^{N-1} y[n]\sin\left(\frac{2\pi nk}{N}\right)}_{-Im\{Y(k)\}} + j\left[\underbrace{\sum_{n=0}^{N-1} y[n]\cos\left(\frac{2\pi nk}{N}\right)}_{Re\{Y(k)\}} - \underbrace{\sum_{n=0}^{N-1} x[n]\sin\left(\frac{2\pi nk}{N}\right)}_{Im\{X(k)\}}\right]$$

$$\left.\begin{array}{ll}
(1) & Re\{Z(k)\} = Re\{X(k)\} - Im\{Y(k)\} \\
(2) & Im\{Z(k)\} = Re\{Y(k)\} + Im\{X(k)\} \\
(3) & Re\{Z(N-k)\} = Re\{X(N-k)\} - Im\{Y(N-k)\} \\
(4) & Im\{Z(N-k)\} = Re\{Y(N-k)\} + Im\{X(N-k)\}
\end{array}\right\}
\begin{array}{l}
Re\{X(k)\} = \frac{1}{2}\left((1)+(3)\right) \\
Im\{X(k)\} = \frac{1}{2}\left((2)-(4)\right) \\
Re\{Y(k)\} = \frac{1}{2}\left((2)+(4)\right) \\
Im\{Y(k)\} = \frac{1}{2}\left((3)-(1)\right)
\end{array}$$

DOKAZ $X[k] = X^*[N-k]$

$$X^*[N-k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{+j\frac{2\pi n(N-k)}{N}} = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi nk}{N}} = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi nk}{N}} = X[k]$$

jer je konjugirani!

$e^{j2\pi n} = e^{j2n\pi} \to 1$

TEOREM OČITAVANJA

Frekvencijski omeđen kontinuirani signal $x(t)$ za kojeg je $X(\Omega)=0$ za $\Omega > \Omega_{MAX}$ može biti jednoznačno rekonstruiran iz svojih očitaka $x(n \cdot T)$ ako je očitavanje provedeno frekvencijom f_s za koju vrijedi

$$f_S = \frac{\Omega_S}{2\pi} > 2 \cdot f_{MAX} = 2 \cdot \frac{\Omega_{MAX}}{2\pi}$$

PODIJELI PA VLADAJ

Metoda podijeli pa vladaj računanja DFT_N transformacije gdje je $N=A \cdot B$ razlaže DFT_N transformaciju u dvije DFT_A i DFT_B transformacije

Koraci:

1) Ulazni niz duljine N se zapiše u tablicu dimenzija B redaka $\times$ A stupaca po stupcima te se zatim računa DFT_A za svaki od B redaka. Rezultati se opet zapišu u tablicu $B \times A$.

2) Svaki element tablice dobivene u koraku 1) se množi s kompleksnom eksponencijalom W_N^{ab}, gdje su a i b indeksi stupaca retka

3) Za svaki stupac tablice dobivene u koraku 2) se računa DFT_B transformacija. Rezultati se opet zapišu u tablicu $B \times A$. Traženi spektar se dobije očitavanjem redaka iz tablice.

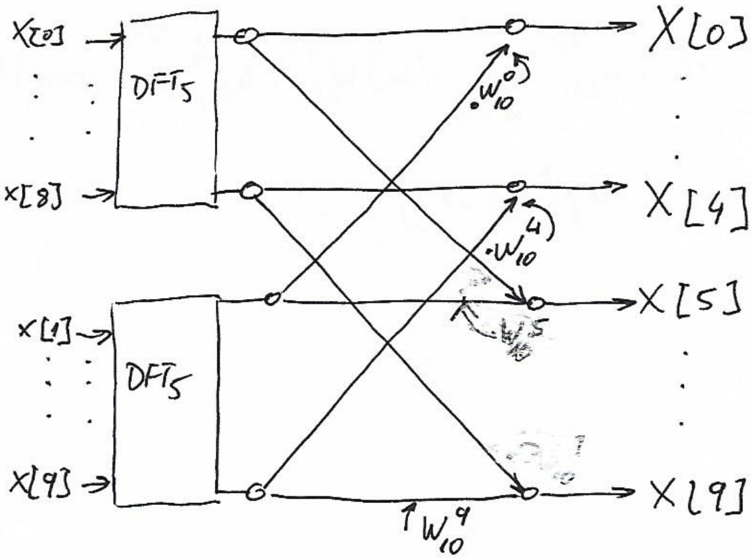
ZA DFT 5

$$\begin{bmatrix} x[0] & \cdots & x[8] \\ x[1] & \cdots & x[9] \end{bmatrix} \xrightarrow[\text{1}]{\text{DFT 5 po retcima}} \begin{bmatrix} F(0,0) & F(0,1) & F(0,2) & \cdots & F(0,4) \\ F(1,0) & \cdots & & & F(1,4) \end{bmatrix} \xrightarrow[\text{2}]{\text{MNOŽENJE S } W_{10}^{ab}} \begin{bmatrix} G(0,0) & \cdots & G(0,4) \\ G(1,0) & \cdots & G(1,4) \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow[\text{3}]{DFT_2 \text{ PO STUPCIMA}} \begin{bmatrix} X[0] & X[1] & \cdots & X[4] \\ X[5] & \cdots & & X[9] \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{SLAGANJE U NIZ}} X[k]$$

$$DFT_{10}[x[n]] = \sum_{n=0}^{9} x[n]\, W_{10}^{nk} = \sum_{n=0}^{4} x[2n]\, W_{10}^{2nk} + \sum_{n=0}^{4} x[2n+1]\, W_{10}^{(2n+1)k} =$$

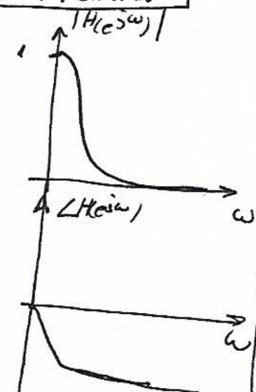
$$= \underbrace{\sum_{n=0}^{4} x[2n]\, W_5^{nk}}_{DFT_5[x[2n]]} + W_{10}^{k} \underbrace{\sum_{n=0}^{4} x[2n+1]\, W_5^{nk}}_{DFT_5[x[2n]]}$$



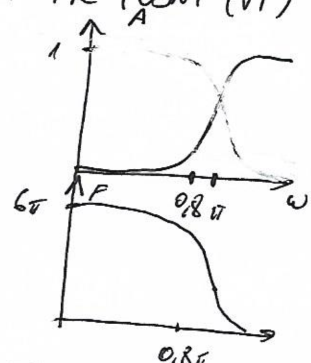
* mogli smo staviti gainove na početku svakog izlaza iz drugog bloka

$\boxed{\text{ČETIRI TIPA BUTTERWORTHOVIH FILTARA}}$

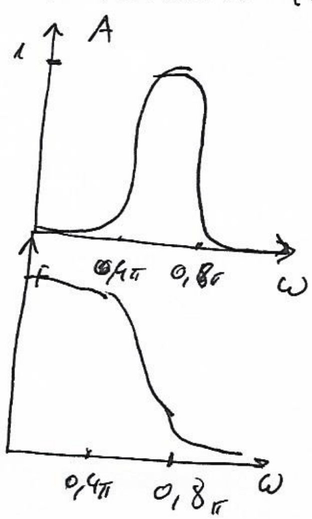
NISKOPROPUSNI (NP)



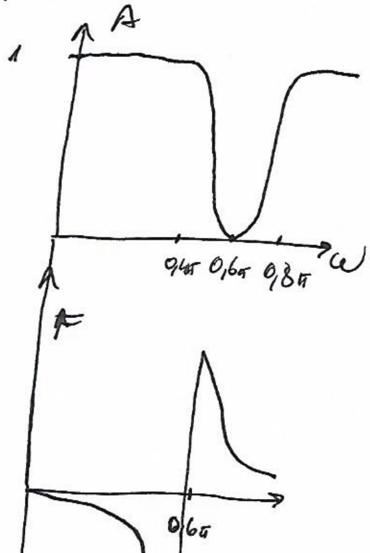
VISOKOPROPUSNI (VP)



POJASNOPROPUSNI (PP)



POJASNA BRANA



OBJASNITI 1 STUPANJ RAZLAGANJA ZA FFT KOJI KORISTI KORIJEN-2 DECIMACIJU U VREMENU (DIT Radix-2 FFT)

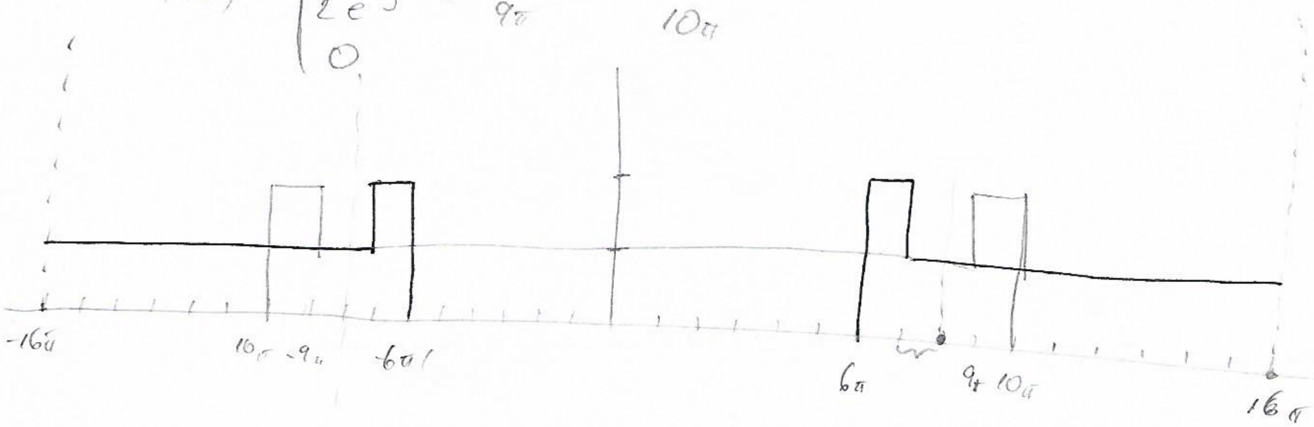
U svakom stupnju razlaganja za korijen-2 DIT metodu DFT_{2N} transformacije razlažemo u dvije DFT_N transformacije od kojih prva uzima parne uzorke, a druga neparne

$$DFT_{2N}[x[n]] = \sum_{n=0}^{2N-1} x[n] W_{2N}^{nk} = \sum_{n=0}^{N-1} x[2n] W_N^{nk} + W_{2N}^{k} \sum_{n=0}^{N-1} x[2n+1] W_N^{nk}$$

$$= DFT_N[x[2n]] + W_{2N}^{k} \cdot DFT_N[x[2n+1]]$$

$$Y(\omega) = \begin{cases} 2e^{j\pi/6} & -10\pi \quad -9\pi \\ e^{j\pi/2} & -9\pi \quad 0 \\ e^{-j\pi/2} & 0 \quad 9\pi \\ 2e^{-j\pi/6} & 9\pi \quad 10\pi \\ 0 & \end{cases}$$

8Hz



$0 \ldots 6\pi \quad 1\angle^{-\pi/2}$

$6\pi \ldots 7\pi \quad 1\angle^{-\pi/2} + 2\angle^{\pi/6} = \sqrt{3}\angle 0$

$7\pi \ldots 9\pi \quad 1\angle^{\pi/2} + 1\angle^{-\pi/2} = 0$

$9\pi \ldots 10\pi \quad 1\angle^{\pi/2} + 2\angle^{-\pi/6} = \sqrt{3}\angle 0$

$\frac{W}{f_s} \rightarrow$