

## Duboko učenje

završni ispit

1. (10b) Zadani su niz operacija unaprijednog prolaza i nedovršeni niz operacija unatražnog prolaza:  
Unaprijedni prolaz: Unatražni prolaz:

$$\mathbf{h} = \mathbf{W}\mathbf{x} + \mathbf{b}, \quad (\mathbf{W} \in \mathbb{R}^{m \times n})$$

$$\mathbf{h}' = \text{ReLU}(\mathbf{h})$$

$$s = \mathbf{w}^\top \mathbf{h}'$$

$$L = -\ln(\sigma(s))\llbracket y = 1 \rrbracket - \ln(1 - \sigma(s))\llbracket y = 0 \rrbracket,$$

$$\frac{\partial L}{\partial s} = \dots$$

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{w}} = \frac{\partial L}{\partial s} \cdot \dots, \quad \frac{\partial L}{\partial \mathbf{h}'} = \dots$$

$$\vdots$$

$$\frac{\partial L}{\partial (\mathbf{W}_{[i,:]}^\top)} = \dots, \quad \frac{\partial L}{\partial \mathbf{b}} = \frac{\partial L}{\partial \mathbf{h}}.$$

Zadaci:

- (1b) Koliko operacija skalarnog zbrajanja i množenja je potrebno za izračunavanje  $\mathbf{h}$  uz najjednostavniju implementaciju?
- (2b) Napišite izraz za izračunavanje elementa  $\mathbf{h}_{[i]}$  preko definicije matričnog množenja i izvedite derivacije  $\frac{\partial \mathbf{h}_{[i]}}{\partial \mathbf{x}_{[j]}}$ ,  $\frac{\partial \mathbf{h}_{[i]}}{\partial \mathbf{W}_{[k,l]}}$  i  $\frac{\partial \mathbf{h}_{[i]}}{\partial \mathbf{b}_{[j]}}$ .
- (1b) Kojih su dimenzija tenzori  $\mathbf{w}$ ,  $\frac{\partial \mathbf{h}'}{\partial \mathbf{h}}$  i  $\frac{\partial L}{\partial \mathbf{h}'}$  i koliko je njihovih elemenata je uvijek 0?
- (4b) Dopršite jednadžbe unatražnog prolaza tako da se dobiju derivacije gubitka (jakobijani) po međurezultatima i parametrima bez redundantnih operacija.
- (2b) Nacrtajte računske grafove unaprijednog i unatražnog prolaza tako da čvorovi predstavljaju ulazne varijable (npr.  $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{w}$ ) i međurezultate s operacijama (npr.  $(\mathbf{h}, +)$ ,  $(\mathbf{h}', \text{ReLU})$ ), a bridovi izravne zavisnosti – po uzoru na sliku dolje. Elementarnim operacijama smatrajte matrično množenje, zbrajanje vektora, ReLU i cijelu operaciju računanja gubitka  $(s, y) \mapsto L$ .

Rješenje:

- (1b)  $(m-1)n + m = mn$  zbrajanja (priznati i  $mn + m$ ),  $mn$  množenja
- (2b)

$$\mathbf{h}_{[i]} = \sum_j \mathbf{W}_{[i,j]} \mathbf{x}_{[j]} + \mathbf{b}_{[i]}, \quad \frac{\partial \mathbf{h}_{[i]}}{\partial \mathbf{x}_{[j]}} = \mathbf{W}_{[i,j]}, \quad \frac{\partial \mathbf{h}_{[i]}}{\partial \mathbf{W}_{[k,l]}} = \llbracket k = i \rrbracket \mathbf{x}_{[l]}, \quad \frac{\partial \mathbf{h}_{[i]}}{\partial \mathbf{b}_{[j]}} = \llbracket i = j \rrbracket \quad (1)$$

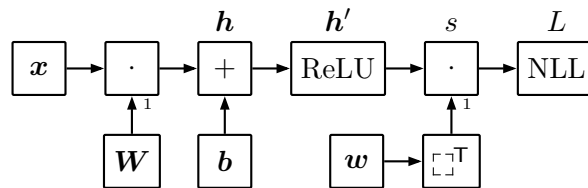
- (1b)  $\dim(\mathbf{w}) = m$  (priznati i  $(m, 1)$ ),  $\dim\left(\frac{\partial \mathbf{h}'}{\partial \mathbf{h}}\right) = (m, m)$  i  $\dim\left(\frac{\partial L}{\partial \mathbf{h}'}\right) = (1, m)$
- (4b):

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial s} &= \sigma(s) - \llbracket y = 1 \rrbracket \\ \frac{\partial L}{\partial \mathbf{w}} &= \frac{\partial L}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial \mathbf{h}'} = \frac{\partial L}{\partial s} \mathbf{w}^\top, \quad \frac{\partial L}{\partial \mathbf{h}'} = \frac{\partial L}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial \mathbf{w}} = \frac{\partial L}{\partial s} \mathbf{h}'^\top \\ \frac{\partial L}{\partial \mathbf{h}} &= \frac{\partial L}{\partial \mathbf{h}'} \frac{\partial \mathbf{h}'}{\partial \mathbf{h}} = \frac{\partial L}{\partial \mathbf{h}'} \text{diag}(\text{sgn}(\mathbf{h}')) \\ \frac{\partial L}{\partial (\mathbf{W}_{[i,:]}^\top)} &= \frac{\partial L}{\partial \mathbf{h}} \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial (\mathbf{W}_{[i,:]}^\top)} = \frac{\partial L}{\partial \mathbf{h}_{[i]}} \frac{\partial \mathbf{h}_{[i]}}{\partial (\mathbf{W}_{[i,:]}^\top)} = \frac{\partial L}{\partial \mathbf{h}_{[i]}} \mathbf{x}^\top, \quad \frac{\partial L}{\partial \mathbf{b}} = \frac{\partial L}{\partial \mathbf{h}} \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{b}} = \frac{\partial L}{\partial \mathbf{h}}. \end{aligned}$$

Izvod (0 bodova, traži se u 3. zadatku):

$$L = \ln(\exp(s) + 1) - s\llbracket y = 1 \rrbracket \implies \frac{\partial L}{\partial s} = \frac{\exp(s)}{\exp(s) + 1} - \llbracket y = 1 \rrbracket = \sigma(s) - \llbracket y = 1 \rrbracket$$

e) (2b)



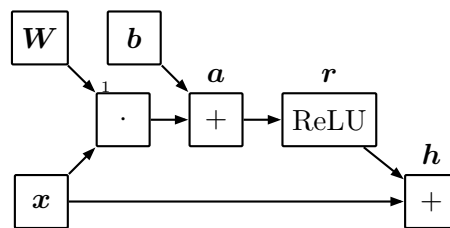
TODO unatražni graf

f) Poboljšanje zadatka: Reći da  $x$  nije mini-grupa, nego samo 1 primjer. Tražiti  $\frac{\partial h'_{[i]}}{\partial h_{[j]}}$ . "skalarno zbrajanje i množenje" može biti dvoznačno – množenje skalar i skalarni produkt. Umjesto crtanja cijelog unatrašnjeg grafa tražiti samo dodjelivanje jakobijana strelicama? Naći bolji način da se kaže da pišu jednačbe bez redundancije (prepisivanja već napisanog).

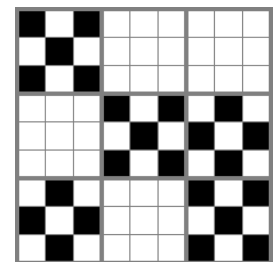
2. (10b) Nadopunite layers.py iz druge laboratorijske vježbe razredom koji opisuje modul na slici. Podsjetite se da sučelje Layer implementira sljedeće tri metode:

- `forward(self, inputs)` - vraća izlaz sloja
- `backward_inputs(self, grads)` - vraća gradijent po ulazu
- `backward_params(self, grads)` - vraća listu parova (parametar, gradijent po parametru)

Implementirajte prikazani modul u Pytorchu ili Tensorflowu.



3. (10b) Vaš prijatelj X Æ A-12 je profesionalni e-sports igrač u igri "Kružić i križić" i treba pomoć. X Æ A-12 posjeduje bazu odigranih igara i želi izbrojati koliko puta je pobedio igrajući kao **X** (križić). Završno stanje svake igre zabilježeno je binarnom slikom veličine 9x9 piksela. Slike u bazi su strukturirane na način da su znakovi uvijek pravilni i ucrtani unutar odgovarajućih zamišljenih ćelija veličine 3x3 piksela. Na slici desno vidimo primjer znaka **X** u ćeliji gore lijevo, a znaka **O** u ćeliji dolje lijevo. Crni pikseli na slici imaju vrijednost jednaku 1, a bijeli 0. Sivi rubovi zapravo ne postoje, dodani su samo zbog preglednosti. Vaši zadaci su sljedeći:



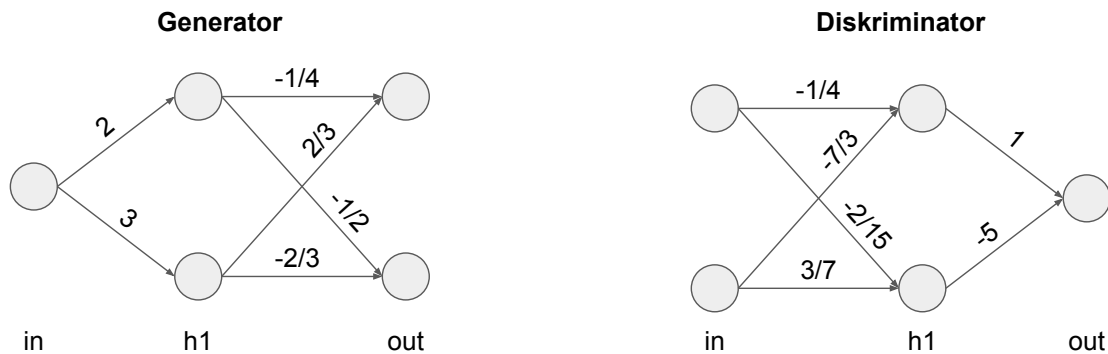
- (5b) razmatramo model zadan nizom slojeva: konvolucijski sloj, potpuno povezani sloj, sloj globalnog sažimanja maksimumom, sigmoide; odrediti vrijednosti svih hiperparametara i parametara takve da model ispravno klasificira ulazne slike u dva razreda (pobjeda **X** i ostalo);
  - (2b) provesti jedan unaprijedni prolaz za ulaz zadan slikom i demonstrirati da Vaš model radi ispravno,
  - (3b) izvesti gradijente gubitka binarne unakrsne entropije po klasifikacijskim mjerama (ulazima sigmoide).
4. (3b) Razmatramo dvoslojni LSTM s dimenzijom skrivenog stanja 500 te dimenzijom ulaznih reprezentacija prvog sloja 300. Odredite ukupan broj parametara navedene mreže.
5. (7b) Razmatramo običnu povratnu neuronsku mrežu s prijenosnom funkcijom **logističke sigmoide** na povratnoj vezi i bez izlaznog sloja. Neka su poznati parametri povratne mreže:

$$W_{hh} = \begin{bmatrix} 2\ln(\sqrt{2}) & 0 \\ 0 & 2\ln(\sqrt{2}) \end{bmatrix} \quad W_{xh} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \quad b_h = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Odredite skriveno stanje  $h^{(2)}$  nakon dva vremenska koraka ako je poznato da je početno skriveno stanje inicijalizirano na nul vektor, a ulazi u prva dva vremenska koraka su:

$$x^{(1)} = \begin{bmatrix} 2 \ln(\sqrt{2}) \\ 2 \ln(\sqrt{2}) \end{bmatrix} \quad x^{(2)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1.5 \ln(\sqrt{2}) \end{bmatrix}$$

6. (10b) Zadan je osnovni GAN sljedeće arhitekture i težina.



Za generator su aktivacijske funkcije na svim slojevima ReLU, a u diskriminatoru su LeakyReLU s negativnim nagibom vrijednosti 0.2, osim izlaznog neurona diskriminatora, čija je aktivacija sigmoidalna funkcija. U mreži su svi pomaci nepromijenjivi i jednaki 0.

Pri treniranju se prvo korigiraju težine diskriminatora, a tek onda generatora.

- Opišite na koji način se trenira navedeni GAN.
- Navedite optimizacijski cilj treniranja.
- Za navedeni GAN izračunajte novo stanje težina sloja  $h_1$  generatora i  $h_1$  diskriminatora nakon jednog koraka učenja, uz stopu učenja od 1, s minigrupom veličine 3, ulaznim uzorcima šuma u generator vrijednosti  $-0.5$ ,  $0.5$ ,  $0$  i skupom podataka od tri elementa:  $[0, 0]$ ,  $[1, 1]$  i  $[2, 2]$ .