

Prve auditorne vježbe iz kolegija Elektromehaničke i električne pretvorbe (3.10.2013.)

$$\begin{aligned}\vec{F} &= Q(\vec{v} \times \vec{B}) && \text{Lorenzova sila na naboj} \\ d\vec{F} &= dQ(\vec{v} \times \vec{B}) && \text{(lijeva ruka)} \\ E &= \vec{l}(\vec{v} \times \vec{B}) && \text{Pravilo } E = v/B \text{ desne ruke} \\ dE &= d\vec{l}(\vec{v} \times \vec{B}) \\ F_{em} &= I(\vec{l} \times \vec{B}) && \text{Amperova sila} \\ dF_{em} &= I(d\vec{l} \times \vec{B}) && \text{(lijeva ruka)}\end{aligned}$$

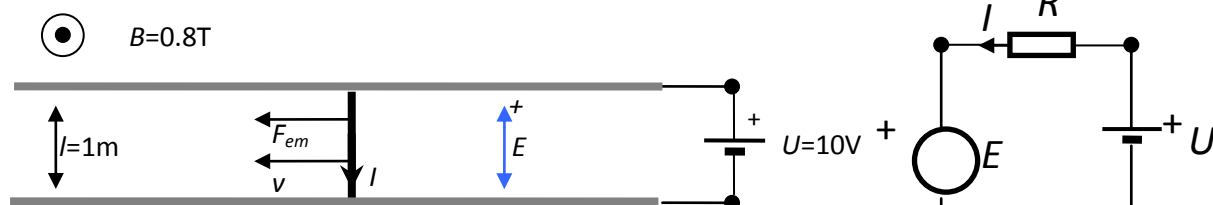
l gleda u smjeru struje

F Lorenzove sile na pozitivni naboj

Koje pravilo	Inducirani U	Amperova sila
Koja ruka	Desna	Lijeva
Palac	v	F
Dlan	B	B
Prsti	+ od E	I

1. Na slici je zadan sustav tračnica sa pomičnim vodičem u homogenom polju magnetske indukcije $B=0,8 \text{ T}$ (točka-iz papira). Tračnice su spojene na napon $U=10 \text{ V}$ i imaju zanemariv otpor. Tračnice su razmaknute 1 m , a vodič ima otpor 1 Ohm .

- a) Označite smjer elektromagnetske sile, brzine i polaritet induciranog napona u trenutku $t=0^+$



Rješenje:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{10\text{V}}{1\Omega} = 10\text{A}$$

$$F = BIl = 0.8\text{T} \cdot 10\text{A} \cdot 1\text{m} = 8\text{N}$$

- b) Izračunajte brzinu i struju u stacionarnom stanju

Rješenje:

$$m \frac{dv}{dt} = F_{em} \quad \text{st} \rightarrow \frac{d}{dt} = 0$$

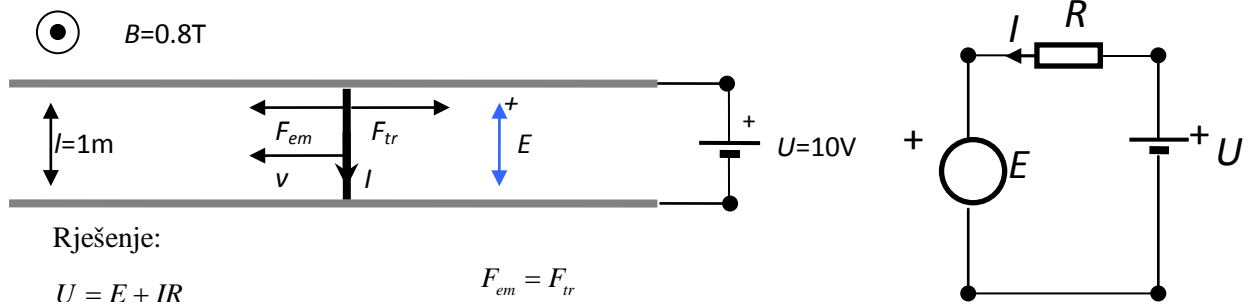
$$0 = F_{em}$$

$$0 = BIl \quad \begin{aligned} U &= E + IR \\ I &= \frac{U - E}{R} \end{aligned}$$

$$0 = B \cdot \frac{U - E}{R} \cdot l \quad \Rightarrow \quad U = E = 10\text{V}$$

$$E = Blv \quad \Rightarrow \quad v = \frac{E}{Bl} = \frac{10\text{V}}{0.8\text{T} \cdot 1\text{m}} = 12.5\text{m/s}$$

- c) Ukoliko na vodič djeluje trenje od 2 N, kolika će biti brzina, struja i inducirani napon u stacionarnom stanju? Koji tip pretvorbe se tada odvija i kolika je korisnost pretvorbe?



Rješenje:

$$U = E + IR$$

$$E = U - IR = 10V - 2.5A \cdot 1\Omega$$

$$E = 7.5V$$

$$E = Blv$$

$$v = \frac{E}{Bl} = 9.375m/s$$

$$F_{em} = F_{tr}$$

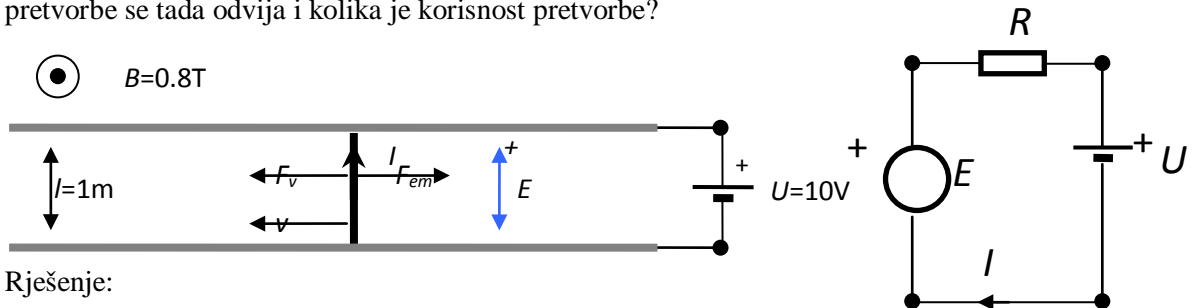
$$F_{em} = 2N$$

$$F_{em} = BIl \Rightarrow I = \frac{F_{em}}{Bl} = \frac{2}{0.8 \cdot 1} = 2.5A$$

motorski rad

$$\eta = \frac{P_{meh}}{P_{el}} = \frac{F_{em} \cdot v}{U \cdot I} = \frac{2N \cdot 9.375m/s}{10V \cdot 2.5A} = 0.75 = 75\%$$

- d) Ukoliko na vodič djeluje vanjska sila od 5 N u prema lijevo, odredite smjer i iznos struje, brzine i elektromagnetska sile, te iznos i polaritet induciranog napona u st. st. Koji tip pretvorbe se tada odvija i kolika je korisnost pretvorbe?



Rješenje:

$$U - E + I \cdot R = 0$$

$$F_{em} = F_v$$

$$E = U + I \cdot R = 10V + 6.2A \cdot 1\Omega = 16.25V$$

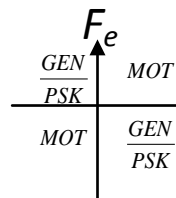
$$F_{em} = 5N = BIl$$

$$E = Blv \Rightarrow v = \frac{E}{Bl} = 20.3125m/s$$

$$I = \frac{5}{0.8 \cdot 1} = 6.25A$$

Generatorski rad

$$\eta = \frac{P_{el}}{P_{meh}} = \frac{U \cdot I}{F_{em} \cdot v} = \frac{10V \cdot 6.2A}{5N \cdot 20.3125m/s} = \frac{8}{13} = 0.61538 = 61.538\%$$

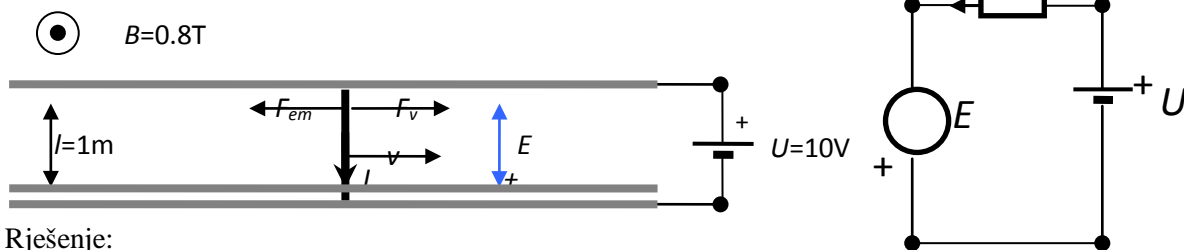


$E < U$: Motorski

$E > U$: Generatorski

$E = U$: Nema pretvorbe energije

- e) Ukoliko na vodič djeluje vanjska sila od 10 N prema desno, odredite smjer i iznos struje, elektromagnetske sile i brzine. Odredite iznos i polaritet inducirano napona. Koji tip pretvorbe se tada odvija?



Rješenje:

$$F_{em} = 10\text{ N} = BIl$$

$$I = \frac{10}{0.8 \cdot 1} = 12.5\text{ A}$$

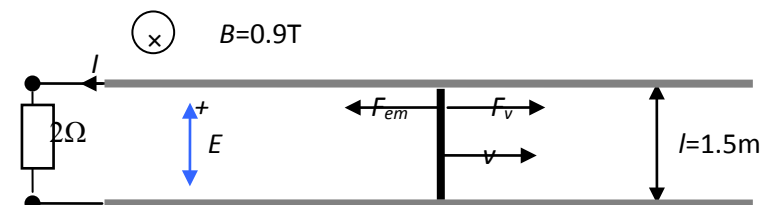
$$U + E - IR = 0$$

$$E = IR - U = 2.5\text{ V}$$

Izvor daje energiju sustavu tračnica + vodič. Energija se troši za kočenje vodiča.

PSK kriterij

2. Na slici je zadan sustav tračnica sa pomičnim vodičem u homogenom polju magnetske indukcije $B = 0.9\text{ T}$ (x-u papir). Na tračnice je spoje otpornik od 2 Ohma. Tračnice i vodič imaju zanemariv otpor. Tračnice su razmaknute 1,5 m. Na vodič djeluje vanjska sila od 10 N. Označiti smjer i izračunati iznos brzine i elektromagnetske sile. Izračunati inducirani napon u vodiču i označiti polaritet. Koji tip pretvorbe se odvija i kolika je korisnost pretvorbe?



$$E = IR$$

$$E = 14.815\text{ V}$$

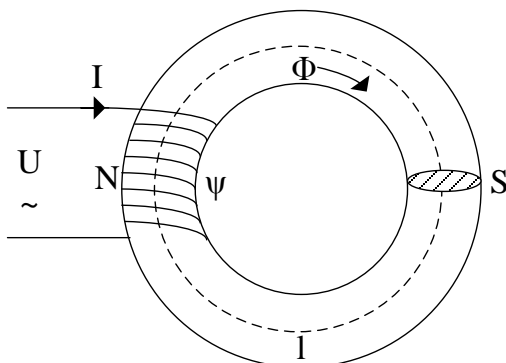
$$E = Blv$$

$$v = \frac{E}{Bl} = \frac{14.815}{0.9 \cdot 1.5} = 10.974\text{ m/s}$$

$$I = \frac{F}{Bl} = 7.407\text{ A}$$

$$\eta = \frac{F_v \cdot v}{U \cdot I} = \frac{10 \cdot 10.974}{14.815 \cdot 7.407} = 1$$

3. Zavojnica srednjeg opsega jezgre $l_{sr}=0,6$ m, presjeka $S=9$ cm² spojena je na izmjenični napon iznosa 220 V i frekvencije 50 Hz. Relativna permeabilnost jezgre 500. Zavojnica ima 850 zavoja.



- a) Izračunati magnetski tok, ulančeni magnetski tok, indukciju u jezgri, iduktivitet, magnetski otpor i magnetska vodljivost jezgre. Kolika je struja magnetiziranja? R zanemarite.

Rješenje:

1. način

Faradjev zakon indukcije:

$$u(t) = \frac{d\psi(t)}{dt}$$

Koja je razlika između magnetskog toka ϕ i ulančanog toka ψ ?

Ulančani tok ψ nam govori s koliko smo zavoja (koliko puta) ulančili magnetski tok ϕ .

Možemo gledati vrijednosti:

$$l_{sr}=0.6\text{m}$$

$$S=9\text{cm}^2$$

$$N=850$$

$$\mu_r=500$$

$$u(t) = \frac{d\psi(t)}{dt} = N \frac{d\phi(t)}{dt}$$

$$\phi = \phi_{\max} \cdot \sin(\omega t)$$

$$u(t) = N \cdot \phi_{\max} \cdot \omega \cdot \cos(\omega t)$$

$$u_{\max} = N \cdot \phi_{\max} \cdot \omega = \sqrt{2} \cdot u_{ef} \quad \backslash : \sqrt{2}$$

$$u_{ef} = \frac{2 \cdot \pi \cdot f}{\sqrt{2}} \cdot B_{\max} \cdot S \cdot N$$

$$u_{ef} = 4.44 \cdot N \cdot f \cdot B_{\max} \cdot S$$

$$Z_a \approx u \sim B \sim \phi \sim \psi$$

$$B = \frac{u_{ef}}{4.44 \cdot N \cdot f \cdot S} = 1.295\text{T}$$

$$\phi_{\max} = B_{\max} \cdot S = 1.1658 \cdot 10^{-3}\text{Vs}$$

$$\psi_{\max} = N \cdot \phi_{\max} = 0.991\text{Vs}$$

Amperov indukcije:

$$\oint H dl = N \cdot I$$

$$H \cdot l_{sr} = N \cdot I$$

$$H(t) \cdot l_{sr} = N \cdot i(t) \quad \rightarrow \quad \frac{B}{\mu} \cdot l_{sr} = N \cdot I$$

$$B = \frac{\mu}{l_{sr}} \cdot N \cdot I$$

$$H_{\max} = \frac{B_{\max}}{\mu}$$

$$\frac{B_{\max}}{\mu} \cdot l_{sr} = N \cdot \sqrt{2} \cdot I_{ef} \quad \Rightarrow \quad I_{ef} = \frac{B_{\max} \cdot l_{sr}}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot N \cdot \sqrt{2}} = 1.029 A$$

$$L = \frac{\psi}{I} = \frac{N \cdot \phi}{I} = \frac{N \cdot B \cdot S}{I}$$

$$L = N \cdot \frac{\mu}{l_{sr}} \cdot N \cdot I \cdot \frac{S}{I}$$

$$L = \mu \cdot N^2 \cdot \frac{S}{l_{sr}} = 0.68 H$$

Ohmov zakon za magnetske krugove:

Analogija magnetski – električni krug:

ϕ	I
$\theta = NI$	U
R_m	R

$$R_m = \frac{\theta}{\phi} = \frac{1}{\Lambda}$$

$$R_m = \frac{N \cdot I}{B \cdot S} = \frac{N \cdot I}{\frac{\mu}{l_{sr}} \cdot N \cdot I \cdot S} = \frac{l_{sr}}{\mu \cdot S}$$

$$\text{vrijedi } L = \frac{N^2}{R_m} = N^2 \Lambda$$

$$R_m = 1.061 \cdot 10^6 \frac{A}{Vs}$$

$$\Lambda = \frac{1}{R_m} = 9.425 \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{A}$$

2. način

$$l_{sr}=0.6m$$

$$S=9cm^2=9 \cdot 10^{-4}m^2$$

$$N=850$$

$$\mu_r=500$$

$$U_{ef}=220V$$

$$F=50Hz$$

$$\varphi=?$$

$$\psi=?$$

$$B=?$$

$$L=?$$

$$R_m=?$$

$$\Lambda=?$$

$$I=?$$

$$u(t) = u_{\max} \cdot \sin(\omega t) = 220 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot t) = 311.13 \sin(100\pi t)$$

$$u(t) = \frac{d\psi(t)}{dt} = N \frac{d\phi(t)}{dt} = L \frac{di(t)}{dt}$$

$$\psi(t) = \int_0^t u(t) dt = 311.13 \int_0^t \sin(100\pi t) dt = -311.13 \cdot \frac{1}{100\pi} \cdot [\cos(100\pi t) - 1]$$

$$\psi_{\max} = \frac{311.13}{100\pi} = 0.99Vs$$

$$\phi_{\max} = \frac{\psi_{\max}}{N} = \frac{0.99Vs}{850} = 1.165 \cdot 10^{-3}Vs$$

$$B_{\max} = \frac{\phi_{\max}}{S} = \frac{1.165 \cdot 10^{-3}Vs}{9 \cdot 10^{-4}} = 1.294T$$

$$B_{\max} = H_{\max} \cdot \mu$$

$$H_{\max} = \frac{B_{\max}}{\mu} = \frac{B_{\max}}{\mu_r \mu_0} = \frac{1.294}{500 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}} = 2059.464 \frac{A}{m}$$

$$\theta = NI = Hl_{sr}$$

$$I_{\max} = \frac{H_{\max} \cdot l_{sr}}{N} = \frac{2059.464 \frac{A}{m} \cdot 0.6m}{850} = 1.454A$$

$$I_{ef} = \frac{I_{\max}}{\sqrt{2}} = 1.027A$$

$$R_m = \frac{\theta_{\max}}{\phi_{\max}} = \frac{N \cdot I_{\max}}{\phi_{\max}} = \frac{850 \cdot 1.454}{1.165 \cdot 10^{-3}} = 1060805.369 \frac{A}{Vs}$$

$$\Lambda = \frac{1}{R_m} = 9.426 \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{A}$$

$$L = \frac{\psi_{\max}}{I_{\max}} = 0.68H$$

b) Kolika bi bila struja magnetiziranja i induktivitet ukoliko je jezgra načinjena od drveta

$$\mu_r=1$$

Rješenje:

$$I_{ef}=514.5A$$

$$L=1.362 \cdot 10^{-3}H$$

4. Transformator 100/10 kV, 30 MVA, 50Hz ima gubitke u željezu 150 kW. Razmatra se spoj transformatora na mrežu 110 kV i frekvencije 60 Hz. Koliki bi u tom slučaju bili gubici u željezu ako je poznato da je omjer gubitaka $P_h/P_v=1,5$ i da gubici zbog histereze ovise o $B^{2,2}$?

Rješenje:

$$\begin{aligned} P_{Fe} &= P_h + P_v & P_{Fe} &= 1.5P_v + P_v \\ P_h &= 1.5P_v & P_{Fe} &= 2.5P_v \\ \frac{P_h}{P_v} &= 1.5 & P_v &= \frac{150kW}{2.5} = 60kW \\ P_h &= 1.5P_v & P_h &= 90kW \end{aligned}$$

$$U_1 = 4.44NSB_1f_1$$

$$U_2 = 4.44NSB_2f_2$$

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{B_2}{B_1} \cdot \frac{f_2}{f_1} \Rightarrow \frac{B_2}{B_1} = \frac{U_2}{U_1} \cdot \frac{f_1}{f_2} = \frac{110}{100} \cdot \frac{50}{60} = \frac{11}{12} = 0.9167$$

$$P_n \sim fB^{2,2} \quad P_v \sim f^2B^2$$

$$P_{n2} = P_{n1} \cdot \frac{f_2}{f_1} \cdot \left(\frac{B_2}{B_1} \right)^{2,2} = 90kW \cdot \frac{60}{50} \cdot \left(\frac{11}{12} \right)^{2,2} = 89.18kW$$

$$P_{v2} = P_{v1} \cdot \left(\frac{f_2}{f_1} \right)^2 \cdot \left(\frac{B_2}{B_1} \right)^{2,2} = 60kW \cdot \left(\frac{60}{50} \right)^2 \cdot \left(\frac{11}{12} \right)^{2,2} = 72.6kW$$

$$P_{Fe2} = P_{h2} + P_{v2} = 161.78kW$$