



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
F A K U L T E T
ELEKTROTEHNIKE
I RAČUNARSTVA
Z A V O D Z A
ELEKTROSTROJARSTVO
I AUTOMATIZACIJU

ELEKTROMEHANIČKE I ELEKTRIČNE PRETVORBE ENERGIJE

Zadaci za vježbu:

TRANSFORMATORI

Autori:

Prof. dr. sc. Zlatko Maljković

Stjepan Stipetić, dipl. ing.

Zagreb, listopad 2008.

SADRŽAJ

1. OSNOVNA FIZIKALNA SLIKA	3
2. NADOMJESNA SHEMA I FAZORSKI DIJAGRAM	9
3. SPOJEVI TRANSFORMATORA	18
4. KORISNOST TRANSFORMATORA	24
5. AUTOTRANSFORMATOR I TIPSKA SNAGA	27
6. PARALELNI RAD	31
7. ZAGRIJAVANJE I ŽIVOTNI VIJEK TRANSFORMATORA	37

1. OSNOVNA FIZIKALNA SLIKA

1.1. Odrediti magnetski tok, indukciju, struju magnetiziranja i induktivitet prigušnice, ako je jezgra od:

a) željeza ($\mu = 1/300 \text{ Vs/Am}$),

b) drveta ($\mu = \mu_0$).

$$D_{\text{sr}} = 0,4 \text{ m}$$

$$S = 0,001 \text{ m}^2$$

$$N = 1200$$

$$U = 220 \text{ V}$$

$$f = 50 \text{ Hz}$$

Rješenje:

Narinuti napon tjera struju kroz prigušnicu, a struja stvara magnetski tok u jezgri.

Promjenjivi magnetski tok inducira napon koji, uz zanemarenje otpora namota, drži protutežu naponu narinutom na prigušnicu. Struja je upravo tolikog iznosa da se formira tok zahtjevan po formuli:

$$U = 4,44 \cdot f \cdot N \cdot \Phi_{\text{maks}}$$

$$\Phi_{\text{maks}} = \frac{U}{4,44 \cdot f \cdot N} = \frac{220}{4,44 \cdot 50 \cdot 1200} = \boxed{0,83 \cdot 10^{-3} \text{ Vs}}$$

$$B_{\text{maks}} = \frac{\Phi_{\text{maks}}}{S} = \frac{0,83 \cdot 10^{-3}}{10^{-3}} = \boxed{0,83 \text{ T}}$$

Zakon protjecanja: $\oint H \cdot dl = N \cdot I$

$$H_{\text{maks}} \cdot l_{\text{sr}} = N \cdot I_{\text{maks}} = \Theta_{\text{maks}}$$

$$l_{\text{sr}} = D_{\text{sr}} \cdot \pi = 1,256 \text{ m}$$

$$\frac{B_{\text{maks}}}{\mu} \cdot l_{\text{sr}} = N \cdot I_{\text{maks}}$$

ILI

Ohmov zakon za magnetski krug:

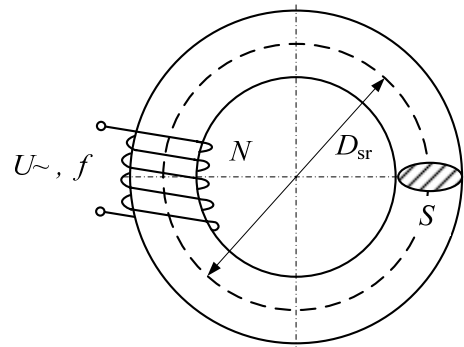
Magnetski tok jednak je omjeru protjecanja (magnetskog napona) i magnetskog otpora.

$$\Phi = \frac{NI}{R_{\text{m}}} = \frac{\Theta}{R_{\text{m}}}$$

$$R_{\text{m}} = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{l_{\text{sr}}}{S}$$

$$N \cdot I_{\text{maks}} = N \cdot I \cdot \sqrt{2} = \Phi_{\text{maks}} \cdot R_{\text{m}} = \Phi_{\text{maks}} \cdot \frac{1}{\mu} \cdot \frac{l_{\text{sr}}}{S} = \frac{B_{\text{maks}}}{\mu} \cdot l_{\text{sr}}$$

$$L = \frac{\psi_{\text{maks}}}{I_{\text{maks}}} = \frac{N \cdot \Phi_{\text{maks}}}{\sqrt{2} \cdot I} = \frac{N \cdot B_{\text{maks}} \cdot S}{\sqrt{2} \cdot I} = \frac{N \cdot S}{\sqrt{2} \cdot I} \cdot \frac{\sqrt{2} \cdot N \cdot I \cdot \mu}{l_{\text{sr}}} = \frac{N^2 \mu S}{l_{\text{sr}}}$$



a) željezo: $\mu = \frac{1}{300} \text{ Vs/Am}$

$$I = \frac{B_{\text{maks}}}{\mu} \cdot l_{\text{sr}} \cdot \frac{1}{N \cdot \sqrt{2}} = \frac{0,83 \cdot 1,256}{\frac{1}{300} \cdot 1200 \cdot \sqrt{2}} = \boxed{0,184 \text{ A}}$$

$$L = \frac{N^2 \mu S}{l_{\text{sr}}} = \frac{1200^2 \cdot \frac{1}{300} \cdot 10^{-3}}{1,256} = \boxed{3,82 \text{ H}} \quad X = \omega \cdot L = 2\pi f \cdot L = 1200,1 \Omega$$

b) drvo: $\mu = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/Am}$ ($\mu_r = 1$)

$$I = \frac{B_{\text{maks}}}{\mu} \cdot l_{\text{sr}} \cdot \frac{1}{N \cdot \sqrt{2}} = \frac{0,83 \cdot 1,256}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1200 \cdot \sqrt{2}} = \boxed{488,8 \text{ A}}$$

$$L = \frac{N^2 \mu S}{l_{\text{sr}}} = \frac{1200^2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10^{-3}}{1,256} = \boxed{1,44 \text{ mH}} \quad X = \omega \cdot L = 2\pi f \cdot L = 452 \text{ m}\Omega$$

1.2. Prigušnica sa željeznom jezgrom iz prethodnog zadatka priključena je na istosmjerni napon. Otpor namota prigušnice iznosi 5Ω .

a) Na koji je napon potrebno priključiti prigušnicu da magnetska indukcija u jezgri bude iznosa kao maksimalna vrijednost indukcije pri izmjeničnom naponu 220 V, 50 Hz?

b) Kolika struja će poteći namotom, ako uz taj isti istosmjerni napon željeznu jezgru zamijenimo drvenom? Kolika će biti indukcija u tom slučaju?

$$B = B_{\text{maks}} = 0,83 \text{ T}$$

Rješenje:

$$a) \oint H \cdot dl = N \cdot I$$

$$H \cdot l_{\text{sr}} = N \cdot I = \Theta$$

$$\frac{B}{\mu} \cdot l_{\text{sr}} = N \cdot I$$

$$I = \frac{B \cdot l_{\text{sr}}}{\mu \cdot N} = \frac{0,83 \cdot 1,256}{\frac{1}{300} \cdot 1200} = \boxed{0,26 \text{ A}}$$

$$U = I \cdot R = 0,26 \cdot 5 = \boxed{1,3 \text{ V}}$$

b) Ako se željezna jezgra zamijeni drvenom, iznos struje se ne mijenja, budući da je ona diktirana narinutim naponom i otporom namota.

$$\boxed{I = 0,26 \text{ A}}$$

Međutim, mijenja se indukcija, budući da drvo ima znatno veći magnetski otpor od željeza.

$$\mu = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/Am} \quad (\mu_r = 1)$$

$$B = \frac{N \cdot I \cdot \mu}{l_{\text{sr}}} = \frac{1200 \cdot 0,26 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}}{1,256} = \boxed{0,31 \text{ mT}}$$

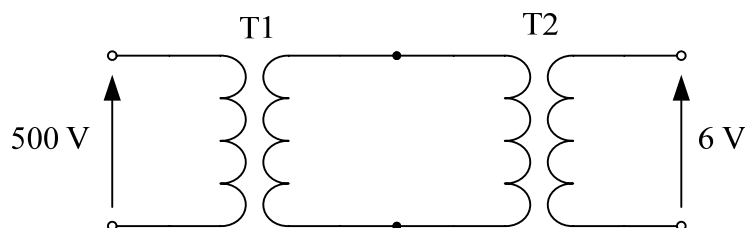
U ova dva zadatka vidljiva je razlika između istosmjernog i izmjeničnog magnetiziranja.

- 1.3. Dva transformatora građena iz jednakog materijala (jezgre, namoti) imaju sljedeće nazivne podatke:

T1: 10 kVA, 500/40 V, 50 Hz, $P_0 = 35$ W, $P_h/P_v = 2/3$,

T2: 12 kVA, 60/9 V, 60 Hz, $P_0 = 40$ W, $P_h/P_v = 1/2$.

Transformatori se koriste za transformaciju 500/6 V pri frekvenciji 50 Hz, a spojeni su prema slici. Koliki će biti ukupni gubici praznog hoda oba transformatora ako se može pretpostaviti da su gubici u željezu zbog histereze i zbog vrtložnih struja proporcionalni kvadratu indukcije?



T1: 10 kVA, 500/40 V, 50 Hz, $P_0 = 35$ W, $P_h/P_v = 2/3$

T2: 12 kVA, 60/9 V, 60 Hz, $P_0 = 40$ W, $P_h/P_v = 1/2$

Rješenje:

Gubici zbog histereze: $P_h = k_h f B^2$

Gubici zbog vrtložnih struja: $P_v = k_v f^2 B^2$

Ukupna transformacija: $\frac{U_1}{U_2} = \frac{500}{40} \frac{60}{9} = \frac{500}{6}$

$U_{1T1} = 500$ V, $U_{2T1} = 40$ V $\rightarrow U_{1T2} = 40$ V

$U_{2T2} = 40 \cdot \frac{9}{60} = 6$ V

$P_{0T1} = P_{0nT1} = 35$ W

Napon je ovisan o frekvenciji i indukciji: $U = 4,44 \cdot f \cdot N \cdot \Phi = 4,44 \cdot f \cdot N \cdot B \cdot S$

$\left. \begin{array}{l} U_{1nT2} = k f_n B_n \\ U_{1T2} = k f B \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{B}{B_n} = \frac{U_{1T2}}{U_{1nT2}} \frac{f_n}{f} = \frac{40}{60} \frac{60}{50} = \frac{4}{5}$

$P_{hnT2} = \frac{1}{3} P_{0T2} = \frac{1}{3} \cdot 40 = 13,33$ W

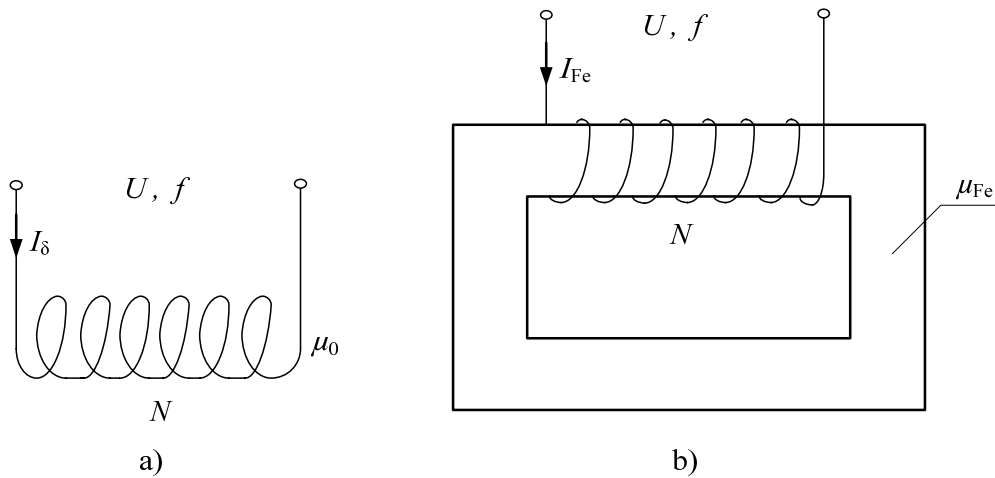
$P_{vnT2} = \frac{2}{3} P_{0T2} = \frac{2}{3} \cdot 40 = 26,67$ W

$P_{hT2} = \frac{f}{f_n} \left(\frac{B}{B_n} \right)^2 P_{hnT2} = \frac{50}{60} \left(\frac{4}{5} \right)^2 13,33 = 7,11$ W

$P_{vT2} = \left(\frac{f}{f_n} \frac{B}{B_n} \right)^2 P_{vnT2} = \left(\frac{50}{60} \frac{4}{5} \right)^2 26,67 = 11,85$ W

$P_0 = P_{0nT1} + P_{0T2} = P_{0nT1} + P_{hT2} + P_{vT2} = 35 + 7,11 + 11,85 = \boxed{53,96 \text{ W}}$

- 1.4. Svitak sa N zavoja prema slici a) priključimo na izvor sinusoidalnog napona efektivne vrijednosti U , frekvencije f i kod toga teče svitkom struja efektivne vrijednosti I_δ .



- Kolika struja će teći kroz isti svitak ako se on nalazi na željeznoj jezgri (slika b) permeabilnosti $\mu_{Fe} \gg \mu_0$?
- Kolika će biti struja u slučaju a) ako se frekvencija napona udvostruči, a napon smanji na polovinu?
- Kolika struja bi tekla u slučaju relativne permeabilnosti jezgre $\mu_{Fe} = \infty$ (idealiziran slučaj)?

Rješenje:

Narinuti izmjenični napon: $u = U\sqrt{2} \sin \omega t$

Magnetski otpor jezgre: $R_m = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{l}{S}$

Induktivitet svitka: $L = \frac{N^2}{R_m} = N^2 \Lambda_m$

Reaktancija svitka kod frekvencije $\omega = 2\pi f$: $X = \omega L = \omega N^2 \Lambda_m$

Struja magnetiziranja: $I_\mu = \frac{U}{X} = \frac{U}{\omega N^2 \Lambda_m} = \frac{U}{\omega N^2} R_m = \frac{U l}{\omega N^2 \mu S}$

Ampereov zakon: $\Theta = \oint H dl = \frac{U}{\omega N^2 \Lambda_m} N = \frac{U}{\omega N \Lambda_m}$

Ohmov zakon za magnetski krug: $\Phi = \frac{\Theta}{R_m} = \Theta \Lambda_m = \frac{U}{\omega N}$

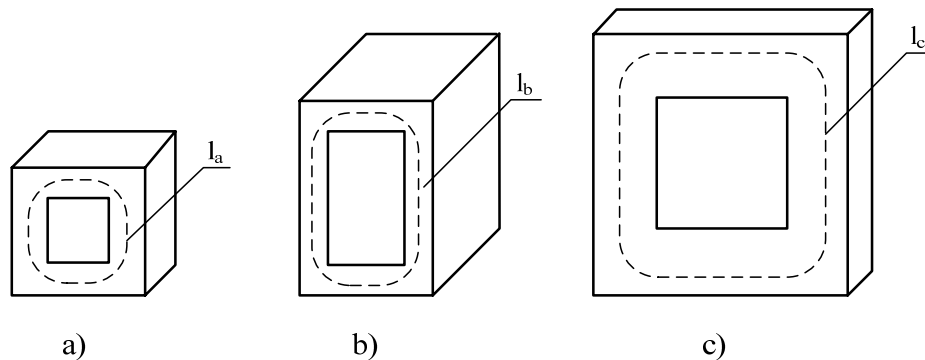
Maksimalna vrijednost toka: $\Phi_{maks} = \frac{U\sqrt{2}}{2\pi \cdot f \cdot N} = \frac{U}{4,44 f N} = B_{maks} \cdot S$

a) Željezo ima puno veću permeabilnost od zraka ($\mu_{Fe} \gg \mu_0$), dakle $I_{Fe} \ll I_\delta$

b) $I'_\mu = \frac{U'}{\omega' N^2} R_m = \frac{0,5U}{2\omega N^2} R_m = \frac{1}{4} \frac{U}{\omega N^2} R_m = \frac{1}{4} I_\mu$

c) $I''_\mu = 0$

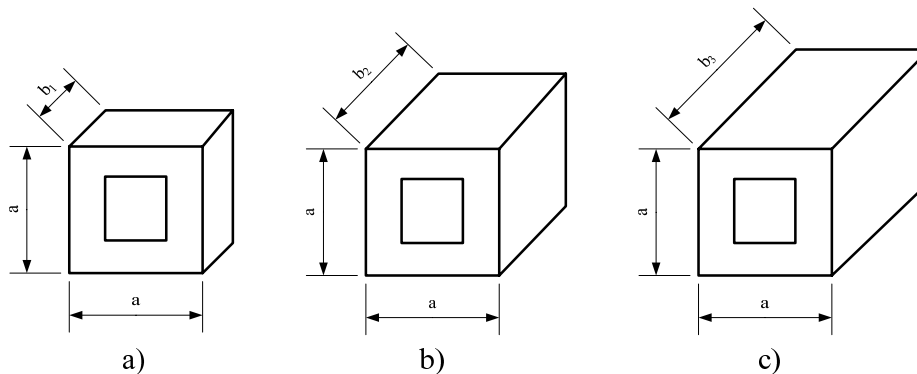
- 1.5. Tri magnetske jezgre geometrijskog oblika prema slici, izrađene su od transformatorskog lima jednakih svojstava, bez zračnog rasporeda, jednakog presjeka.



Koja jezgra treba za magnetiziranje najmanje amperzavoja ako je u sve tri jednaka indukcija?

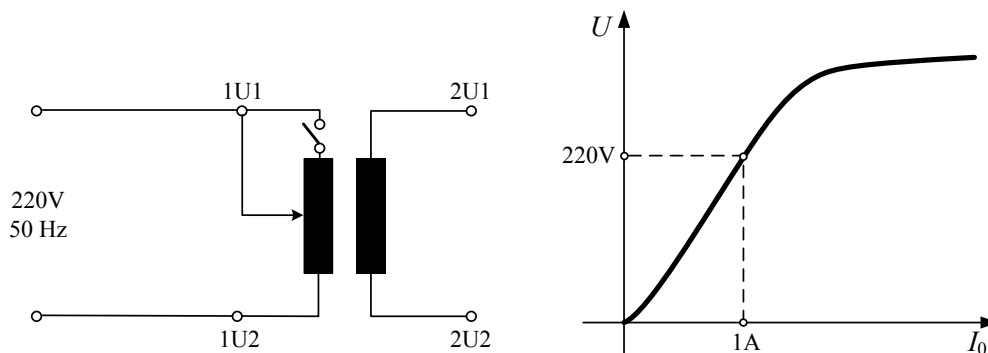
Najmanje amperzavoja za magnetiziranje treba prva jezgra.

- 1.6. Tri magnetske jezgre geometrijskog oblika prema slici, izrađene su od jednakog magnetskog materijala, bez zračnog rasporeda. Koja jezgra treba više amperzavoja za jednaku indukciju. Površine presjeka jezgri odnose se kao 1:2:3.



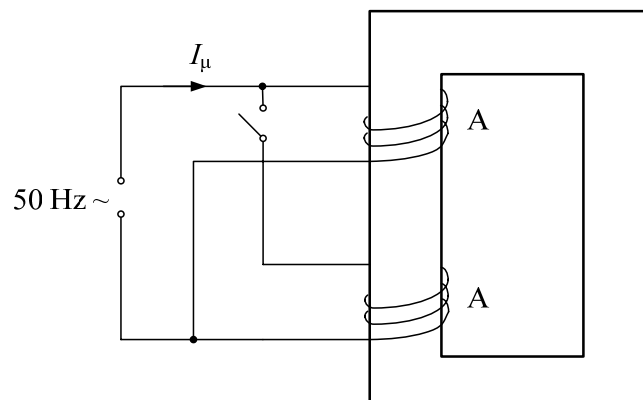
Sve tri jezgre trebaju jednako amperzavoja.

- 1.7. Kolika bi približno bila struja magnetiziranja transformatora iz prethodnog zadatka ako na primarnoj strani transformatora isključimo jednu polovinu zavoja? Karakteristika praznog hoda transformatora prikazana je na slici.



$$I'_\mu = 4\text{A}$$

- 1.8. Na magnetskoj jezgri nalaze se dva potpuno jednaka svitka A motana u istom smjeru. Priključimo li jedan svitak na izmjenični napon, iz mreže teče struja iznosa I_μ . Kolika će teći struja iz mreže ako zatvorimo sklopku odnosno priključimo oba svitka na isti izmjenični napon?



$$I_\mu$$

- 1.9. Prigušnica sa željeznom jezgrom uzima iz mreže struju 10 A pri nazivnom naponu 230 V, 50 Hz. Pri tome je indukcija u jezgri 1,6 T. Objasnite što bi se dogodilo s namotom prigušnice ako bi izvadili željeznu jezgru, a ostavili priključak na 230 V, 50 Hz.

$$\text{Bit će veća } \mu_{\text{rFe}} \text{ puta}$$

2. NADOMJESNA SHEMA I FAZORSKI DIJAGRAM

- 2.1. Iz rezultata pokusa praznog hoda jednofaznog transformatora: $P_0 = 200 \text{ W}$, $I_0 = 1,2 \text{ A}$, $U_{1n} = 400 \text{ V}$, $U_2 = 36 \text{ V}$, i pokusa kratkog spoja: $P_k = 800 \text{ W}$, $U_k = 20 \text{ V}$, $I_{1n} = 100 \text{ A}$, treba odrediti parametre nadomjesne sheme R_0 , X_0 , R_k , X_k i koeficijent transformacije k .

$$P_0 = 200 \text{ W}$$

$$I_0 = 1,2 \text{ A}$$

$$U_{1n} = 400 \text{ V}$$

$$U_2 = 36 \text{ V}$$

$$P_k = 800 \text{ W}$$

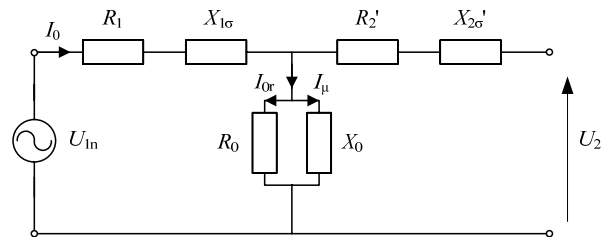
$$U_k = 20 \text{ V}$$

$$I_{1n} = 100 \text{ A}$$

Rješenje:

$$\text{Omjer transformacije: } k = \frac{U_{1n}}{U_2} = \boxed{11,1}$$

Nadomjesna shema za prazni hod:



$$\text{Otpor u poprečnoj grani (predstavlja gubitke u jezgri): } R_0 = \frac{U_{1n}^2}{P_0} = \frac{400^2}{200} = \boxed{800 \Omega}$$

$$\text{Radna komponenta struje praznog hoda (pokriva gubitke u jezgri): } I_{0r} = \frac{U_{1n}}{R_0} = \frac{400}{800} = 0,5 \text{ A}$$

$$I_{0r\%} = \frac{I_{0r}}{I_{1n}} = \frac{0,5}{100} = 0,5 \%$$

Jalova komponenta struje praznog hoda (struja magnetiziranja):

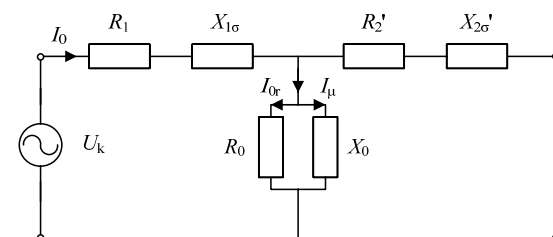
$$I_\mu = \sqrt{I_0^2 - I_{0r}^2} = \sqrt{1,2^2 - 0,5^2} = 1,09 \text{ A}$$

$$I_{\mu\%} = \frac{I_\mu}{I_{1n}} = \frac{1,09}{100} = 1,09 \%$$

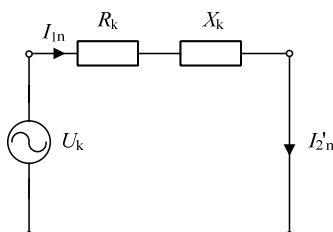
Glavna reaktancija:

$$X_0 = \frac{U_{1n}}{I_\mu} = \frac{400}{1,09} = \boxed{367 \Omega}$$

Nadomjesna shema za pokus kratkog spoja:



$U_k = 3 - 15\% U_n$, radna točka se nalazi nisko na linearnom dijelu krivulje magnetiziranja, struja magnetiziranja je jako mala, pa se poprečna grana može zanemariti:



$$\text{Impedancija kratkog spoja: } Z_k = \frac{U_k}{I_{1n}} = \frac{20}{100} = 0,2 \, \Omega$$

$$R_k = \frac{P_k}{I_{1n}^2} = \frac{800}{100^2} = \boxed{0,08 \, \Omega}$$

$$X_k = \sqrt{Z_k^2 - R_k^2} = \sqrt{0,2^2 - 0,08^2} = \boxed{0,183 \, \Omega}$$

U prvoj aproksimaciji, možemo pretpostaviti:

$$X_{1\sigma} = X'_{2\sigma} = \frac{X_k}{2} = \boxed{0,0915 \, \Omega}$$

$$R_1 = R'_2 = \frac{R_k}{2} = \frac{0,08}{2} = \boxed{0,04 \, \Omega}$$

Kod transformatora je također uobičajeno koristiti relativne vrijednosti (% , p.u.).

Bazne vrijednosti su:

$$P_b = Q_b = S_b = \sqrt{3} U_n I_n = S_n \quad (\text{za jednofazni transformator: } S_n = U_n I_n) \quad \text{!!!!}$$

$$Z_b = \frac{U_{fn}}{I_{fn}} \cdot \frac{3U_{fn}}{3U_{fn}} = \frac{3U_{fn}^2}{3U_{fn} I_{fn}} = \frac{(\sqrt{3}U_{fn})^2}{S_n} = \frac{U_n^2}{S_n}$$

Sve vrijednosti nadomjesne sheme mogu se prikazati kao postotne vrijednosti:

$$Z_b = \frac{U_{1n}^2}{S_n} = \frac{400^2}{400 \cdot 100} = 4 \, \Omega$$

$$R_{0\%} = \frac{R_0}{Z_b} \cdot 100 \% = \frac{800}{4} \cdot 100 \% = \boxed{20000 \%}$$

$$\text{ILI } R_{0\%} = \frac{U_{1n}}{I_{or}} \cdot 100 \% = \frac{1}{0,005} \cdot 100 \% = \boxed{20000 \%}$$

$$X_{0\%} = \frac{X_0}{Z_b} \cdot 100 \% = \frac{367}{4} \cdot 100 \% = \boxed{9175 \%}$$

$$\text{ILI } X_{0\%} = \frac{U_{1n}}{I_{\mu}} \cdot 100 \% = \frac{1}{0,0109} \cdot 100 \% = \boxed{9175 \%}$$

$$R_{1\%} = R'_{2\%} = \frac{\frac{R_k}{2}}{Z_b} \cdot 100 \% = \frac{0,04}{4} \cdot 100 \% = \boxed{1,00 \%}$$

$$X_{1\sigma} = X'_{2\sigma} = \frac{\frac{X_k}{2}}{Z_b} \cdot 100 \% = \frac{0,0915}{4} \cdot 100 \% = \boxed{2,29 \%}$$

- 2.2. Jednofazni transformator 10 kVA, 220/110 V, 50 Hz ima pri nazivnom naponu struju praznog hoda u iznosu 3 % nazivne struje i gubitke praznog hoda $P_0 = 70$ W pri čemu gubici zbog histereze čine 40 % gubitaka praznog hoda. Tijekom pokusa praznog hoda napon je mijenjan u rasponu od $0,8 U_n$ do $1,1 U_n$. Ako je radna komponenta struje praznog hoda zanemariva, kolika će biti struja praznog hoda pri naponu $1,1 U_n$? Koliki će u tom slučaju biti gubici praznog hoda ako su gubici zbog histereze proporcionalni kvadratu magnetske indukcije u jezgri? Krivulja magnetiziranja željeza jezgre je prikazana na slici. Višenaponski namot ima 500 zavoja, a presjek jezgre je $S = 13 \text{ cm}^2$. Zanemarite omski otpor namota i pretpostavite da je magnetska indukcija u svim dijelovima jezgre jednaka.

$$S_n = 10 \text{ kVA}$$

$$220/110 \text{ kV}$$

$$I_0 = 3\% I_n$$

$$P_0 = 70 \text{ W}$$

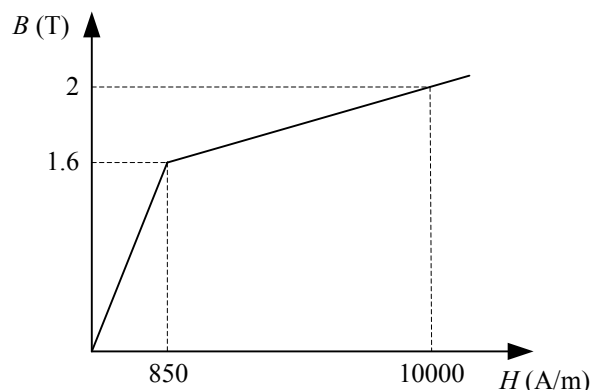
$$P_h = 40\% P_0$$

$$0,8 \cdot U_n \sim 1,1 \cdot U_n$$

$$N_p = 500$$

$$S = 13 \text{ cm}^2$$

Rješenje:



$$\text{Struja praznog hoda: } I_0 = 0,03 \frac{S}{U} = 0,03 \frac{10^4}{220} = 1,364 \text{ A}$$

$$\text{Magnetska indukcija pri } U_n: B_{\text{maks}} = \frac{U_n}{4,44 f N S} = \frac{220}{4,44 \cdot 50 \cdot 500 \cdot 13 \cdot 10^{-4}} = 1,525 \text{ T}$$

$$\text{Magnetska indukcija pri } 1,1 U_n: B'_{\text{maks}} = \frac{1,1 U_n}{4,44 f N S} = \frac{1,1 \cdot 220}{4,44 \cdot 50 \cdot 500 \cdot 13 \cdot 10^{-4}} = 1,677 \text{ T}$$

$$\text{Permeabilnost na prvom dijelu krivulje: } B_{\text{maks}} = 1,525 \text{ T} \Rightarrow \mu = \frac{1,6}{850} = 1,88235 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$$

$$\text{Za drugi dio krivulje: } B - 1,6 = \frac{2 - 1,6}{10000 - 850} (H - 850)$$

$$B = 4,3716 \cdot 10^{-5} H + 1,5628$$

$$B' = 1,677 \text{ T} \Rightarrow H' = 2612,3 \text{ A/m}$$

$$\text{Permeabilnost na drugom dijelu krivulje: } \mu' = \frac{B'}{H'} = \frac{1,677}{2612,3} = 6,4196 \cdot 10^{-4} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$$

Na promjenu struje praznog hoda, utjecaj ima i povišeni napon i drugačija vrijednost X_0 .

$$\left. \begin{aligned} X_0 &= \frac{N^2}{R_m} = \mu \frac{N^2 S}{l} \\ I_0 &= \frac{U}{X_0}, I'_0 = \frac{1,1 U}{X'_0} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{I'_0}{I_0} = \frac{1,1 X_0}{X'_0} = 1,1 \frac{\mu}{\mu'} \Rightarrow I'_0 = 1,1 I_0 \frac{\mu}{\mu'} = 1,1 \cdot 1,364 \cdot \frac{1,88235}{0,64196} = \boxed{4,4 \text{ A}}$$

$$P'_0 = \left(\frac{B'}{B} \right)^2 P_0 = \left(\frac{1,677}{1,525} \right)^2 70 = \boxed{84,65 \text{ W}}$$

- 2.3. Jednofazni transformator 5 MVA, 20/0,6 kV ima pri 25 °C podatke: $P_k = 68 \text{ kW}$, $R_1 = 0,4 \Omega$, $R_2 = 0,5 \text{ m}\Omega$, $u_k = 9 \%$, $I_\mu = 10I_{0r} = 1\%I_n$. Treba izračunati elemente nadomjesne sheme u % i nacrtati T nadomjesnu shemu preračunato na 75 °C.

$$S_n = 5 \text{ MVA}$$

$$20/0,6 \text{ kV}$$

$$\left. \begin{array}{l} P_k = 68 \text{ kW} \\ R_1 = 0,4 \Omega \\ R_2 = 0,5 \text{ m}\Omega \\ u_k = 9 \% \end{array} \right\} 25^\circ\text{C}$$

$$I_\mu = 10I_{0r} = 1\%I_n$$

Rješenje:

$$\text{JEDNOFAZNI TRANSFORMATOR} \rightarrow I_{1n} = \frac{S_n}{U_{1n}} = \frac{5000}{20} = 250 \text{ A}$$

$$I_{2n} = I_{1n} \cdot \frac{U_{1n}}{U_{2n}} = \frac{S_n}{U_{2n}} = \frac{5000}{0,6} = 8333,3 \text{ A}$$

$$u_{r25} = \frac{P_{k25}}{S_n} \cdot 100 = \frac{68}{5000} \cdot 100 = 1,36 \%$$

$$u_{\sigma 25} = u_{\sigma 75} = u_\sigma = \sqrt{u_{k25}^2 - u_{r25}^2} = \sqrt{9^2 - 1,36^2} = \boxed{8,90 \%}$$

Faktor za preračunavanje na temperaturu 75°C (za bakar):

$$\frac{235 + 75}{235 + 25} = 1,1923$$

Teretni gubici:

$$P_t = P_{Cu} + P_{dod} = (R_1 + R_2') \cdot I_1^2 + P_{dod}$$

$$P_{tn25} = P_{k25}$$

Nazivni gubici u bakru:

$$P_{Cun25} = I_{1n}^2 R_{1,25} + I_{2n}^2 R_{2,25} = 250^2 \cdot 0,4 + 8333,3^2 \cdot 0,5 \cdot 10^{-3} = 59722 \text{ W}$$

$$P_{dod25} = P_{k25} - P_{Cun25} = 68000 - 59722 = 8278 \text{ W}$$

$$P_{Cun75} = P_{Cun25} \cdot 1,1923 = 71207 \text{ W}$$

$$P_{dod75} = \frac{P_{dod25}}{1,1923} = 6943 \text{ W}$$

$$P_{k75} = P_{Cun75} + P_{dod75} = 71207 + 6943 = 78150 \text{ W}$$

$$u_{r75} = \frac{P_{k75}}{S_n} \cdot 100 = \frac{78,150}{5000} \cdot 100 = \boxed{1,56 \%}$$

$$u_{k75} = \sqrt{u_{r75}^2 + u_\sigma^2} = \sqrt{1,56^2 + 8,9^2} = \boxed{9,03 \%}$$

Naponi u_r , u_σ , u_k jednaki su postotnim vrijednostima odgovarajućih otpora: R_k , X_k , Z_k .

$$R_k = \frac{R_k}{Z_b} = \frac{\frac{P_k}{I_{1n}^2}}{\frac{U_{1n}^2}{S_n}} = \frac{P_k}{S_n} = u_r \quad Z_k = \frac{Z_k}{Z_b} = \frac{\frac{U_k}{I_{1n}}}{\frac{U_{1n}^2}{S_n}} = \frac{U_k}{U_{1n}} = u_k$$

$$X_k = \sqrt{Z_k^2 - R_k^2} = \sqrt{u_k^2 - u_r^2} = u_\sigma$$

$$\text{Dakle: } \boxed{R_{k75} = 1,56 \%} \quad \boxed{X_k = 8,90 \%}$$

Na poprečnoj grani je nazivni primarni napon (100 %):

$$R_0 = \frac{U_n}{I_{0r}} = \frac{1}{0,001} \cdot 100 = \boxed{100000 \%}$$

$$X_0 = \frac{U_n}{I_\mu} = \frac{1}{0,01} \cdot 100 = \boxed{10000 \%}$$

- 2.4. Pri pokusu kratkog spoja trofaznog transformatora nazivnih podataka: 750 kVA, 10/0,4 kV, 50 Hz, Yd5 struja je iznosila 35 A pri naponu 500 V. Koliki je nazivni u_k u postocima?

$$S_n = 750 \text{ kVA}$$

$$10/0,4 \text{ kV } f = 50 \text{ Hz}$$

Yd5

$$I_k = 35 \text{ A } U_k = 500 \text{ V}$$

Rješenje:

$$I_n = \frac{S_n}{\sqrt{3}U_n} = \frac{750 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 10^4} = 43,3 \text{ A}$$

$$\frac{I_k}{I_n} = \frac{U_k}{U_{kn}} \Rightarrow U_{kn} = U_k \frac{I_n}{I_k} = 500 \frac{43,3}{35} = 618,57 \text{ V}$$

$$u_k = \frac{U_{kn}}{U_n} \cdot 100 = \frac{618,57}{10000} 100 = \boxed{6,19 \%}$$

- 2.5. Trofazni transformator 20 MVA, 33/11,5 kV, Dyn11, ima pri 75 °C podatke: $P_k = 72,89$ kW, $P_0 = 12,57$ kW, $u_k = 12,03$ %, $I_0 = 0,07$ % I_n i pri 23 °C: $R_{st1} = 0,155$ Ω , $R_{st2} = 0,0158$ m Ω . Treba izračunati elemente nadomjesne sheme u % i nacrtati T nadomjesnu shemu za 75 °C.

$$S_n = 20 \text{ MVA}$$

$$33/11,5 \text{ kV Dyn11}$$

$$\left. \begin{array}{l} P_{tn75} = 72,89 \text{ kW} \\ P_0 = 12,57 \text{ kW} \\ u_k = 12,03 \% \\ I_0 = 0,07 \% I_n \end{array} \right\} 75^\circ\text{C}$$

$$\left. \begin{array}{l} R_{st1} = 0,155 \Omega \\ R_{st2} = 0,0157 \Omega \end{array} \right\} 23^\circ\text{C}$$

Rješenje:

$$\text{TROFAZNI TRANSFORMATOR} \rightarrow I_{ln} = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_{ln}} = \frac{20 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 33 \cdot 10^3} = 349,9 \text{ A}$$

$$I_{2n} = I_{ln} \cdot \frac{U_{ln}}{U_{2n}} = \frac{S_n}{U_{2n}} = \frac{20 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 11,5 \cdot 10^3} = 1004,1 \text{ A}$$

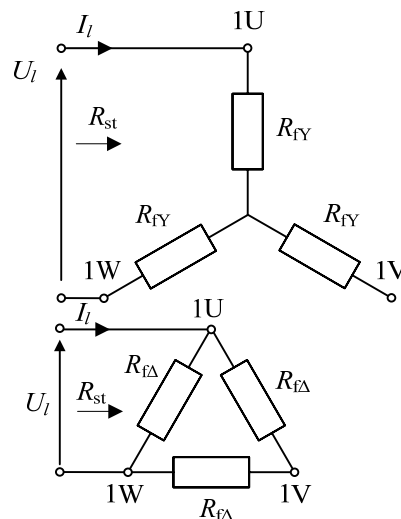
R_{st1} je otpor mjeren između stezaljki (npr. 1U-1V). Otpor R_l u T-shemi, predstavlja otpor jedne faze nadomjesne zvijezde (R_{fY}), neovisno o tome kako je namot transformatora spojen.

Ako se mjeri otpor između stezaljki kod namota spojenog u zvijezdu (Y):

$$R_{st} = 2 \cdot R_{fY} \Rightarrow R_{fY} = \frac{R_{st}}{2}$$

Ako se mjeri otpor između stezaljki kod namota spojenog u trokut (Δ):

$$R_{st} = \frac{R_{f\Delta} \cdot 2R_{f\Delta}}{(R_{f\Delta} + 2R_{f\Delta})} = \frac{2}{3} R_{f\Delta} \Rightarrow R_{f\Delta} = \frac{3}{2} R_{st}$$



Transformacijom trokuta u zvijezdu, otpor se reducira s faktorom 1/3:

$$R_{fY} = \frac{1}{3} \cdot R_{f\Delta} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2} R_{st} \Rightarrow R_{fY} = \frac{R_{st}}{2}$$

Neovisno o spoju transformatora, otpor u T-shemi se iz mjenjenog podatka (otpora između dvije stezaljke) uvijek dobije na isti način, upola je manji.

Analogno razmišljanje vrijedi i za sekundar, osim što je otporu R'_2 osim preračunatog otpora R'_{2Cu} , sadržan i R_{dod} , dodatni otpor kojim se modeliraju dodatni gubici u transformatoru.

$$\text{Faktor promjene otpora s temperaturom: } b = \frac{235 + 75}{235 + 23} = 1,20155$$

$$P_{\text{tn}75} = P_{\text{Cu}175} + P_{\text{dod}75} = P_{\text{Cu}1\text{n}75} + P_{\text{Cu}2\text{n}75} + P_{\text{dod}75}$$

$$P_{\text{dod}75} = P_{\text{tn}75} - 3 \cdot I_{1\text{n}}^2 \cdot \frac{R_{\text{st}1}}{2} \cdot b - 3 \cdot I_{2\text{n}}^2 \cdot \frac{R_{\text{st}2}}{2} \cdot b = P_{\text{tn}75} - \frac{3}{2} \cdot b \cdot I_{1\text{n}}^2 \cdot R_{\text{st}1} - \frac{3}{2} \cdot b \cdot I_{2\text{n}}^2 \cdot R_{\text{st}2}$$

$$P_{\text{dod}75} = 72890 - \frac{3}{2} \cdot 1,20155 \cdot 349,9^2 \cdot 0,155 - \frac{3}{2} \cdot 1,20155 \cdot 1004,1^2 \cdot 0,0157$$

$$P_{\text{dod}75} = 72890 - \boxed{34202} - \boxed{28529} = \boxed{10159 \text{ W}}$$

$$Z_b = \frac{U_{1\text{n}}^2}{S_n} = \frac{33^2}{20} = \boxed{54,45 \Omega}$$

Otpori na temperaturi 75°C:

$$R_1 = R_{1\text{Cu}} = \frac{R_{\text{st}1}}{2} \cdot b = \frac{0,155}{2} \cdot 1,20155 = 0,09312 \Omega = \boxed{0,171 \%}$$

$$R'_{2\text{Cu}} = \frac{R_{\text{st}2}}{2} \cdot b \cdot a = \frac{R_{\text{st}2}}{2} \cdot b \cdot \left(\frac{U_{1\text{n}}}{U_{2\text{n}}} \right)^2 = \frac{0,01570}{2} \cdot 1,20155 \cdot \left(\frac{33}{11,5} \right)^2 = 0,07767 \Omega$$

$$R_{\text{dod}} = \frac{\frac{P_{\text{dod}75}}{3}}{I_{1\text{n}}^2} = \frac{10159}{3 \cdot 349,9^2} = 0,02766 \Omega$$

$$R'_2 = R'_{2\text{Cu}} + R_{\text{dod}} = 0,07767 + 0,02766 = 0,10533 \Omega = \boxed{0,193 \%}$$

$$R_k = R_1 + R'_2 = 0,171 + 0,193 = \boxed{0,364 \%} = u_{r75}$$

$$u_{\sigma 75} = \sqrt{u_{k75}^2 - u_{r75}^2} = \sqrt{12,03^2 - 0,364^2} = \boxed{12,02 \%} = X_k$$

$$\text{Može se uzeti: } X_{1\sigma} = X'_{2\sigma} = \frac{X_k}{2} = \boxed{6,01 \%}$$

$$\text{Gubitke u željezu predstavlja: } R_0 = \frac{U_{1\text{n}}^2}{P_0} = \frac{33000^2}{12570} = 86635 \Omega = \boxed{159109 \%}$$

$$I_{0r} = \frac{U_{1\text{fn}}}{R_0} = \frac{\frac{33000}{\sqrt{3}}}{86635} = 0,212 \text{ A} = 0,06285 \%$$

$$I_{\mu} = \sqrt{I_0^2 - I_{0r}^2} = \sqrt{0,07^2 - 0,06^2} = 0,03082 \%$$

$$\text{Glavni magnetski tok predstavlja: } X_0 = \frac{U_{1\text{fn}}}{I_{\mu}} = \frac{\frac{33000}{\sqrt{3}}}{0,0003082 \cdot 349,9} = 176671 \Omega = \boxed{324464 \%}$$

Bilanca gubitaka:

$$P_0 = 12,57 \text{ kW} \rightarrow 14,7 \%$$

$$P_{\text{Cu}1} = 34,20 \text{ kW} \rightarrow 40,0 \%$$

$$P_{\text{Cu}2} = 28,53 \text{ kW} \rightarrow 33,4 \%$$

$$P_{\text{dod}} = 10,16 \text{ kW} \rightarrow 11,9 \%$$

$$P_g = 85,46 \text{ kW} \rightarrow 100 \%$$

- 2.6. Transformator ima podatke $U_{1n}/U_{2n} = 380/220$ V, 50 Hz, $u_r = 2,50$ %, $u_k = 4,55$ %. Koliki je pad napona u transformatoru ΔU , a koliki je iznos (U_2' u V i u %) za sljedeće pogonske slučajeve:

a) $\cos \varphi_T = 0,8$ ind; $I_2 = I_{2n}$?

b) $\cos \varphi_T = 0,6$ kap; $I_2 = 0,5 I_{2n}$?

$$U_{1n} / U_{2n} = 380 / 220 \text{ V}$$

$$f = 50 \text{ Hz}$$

$$u_r = 2,50 \%$$

$$u_k = 4,55 \%$$

Rješenje:

$$u_\sigma = \sqrt{u_k^2 - u_r^2} = \sqrt{4,55^2 - 2,50^2} = 3,80 \%$$

$$\Delta u = \alpha \left[u_r \cos \varphi_T + u_\sigma \sin \varphi_T + 0,005 \alpha (u_\sigma \cos \varphi_T - u_r \sin \varphi_T)^2 \right]$$

a) $I_2 = I_{2n}$; $\cos \varphi_T = 0,8$ ind. $\rightarrow \sin \varphi_T = 0,6$

$$\alpha = \frac{S}{S_n} = \frac{I_2}{I_{2n}} \rightarrow \alpha = 1$$

$$\Delta u = \alpha \left[u_r \cos \varphi_T + u_\sigma \sin \varphi_T + 0,005 \alpha (u_\sigma \cos \varphi_T - u_r \sin \varphi_T)^2 \right]$$

$$\Delta u = 1 \cdot \left[2,50 \cdot 0,8 + 3,80 \cdot 0,6 + 0,005 \cdot \alpha \cdot (3,80 \cdot 0,8 - 2,50 \cdot 0,6)^2 \right]$$

$$\Delta u = 4,28 + 0,02 = \boxed{4,30 \%}$$

Budući da je $u_\sigma < 4\%$, vrijedi približna relacija:

$$\Delta u = \alpha [u_r \cos \varphi_T + u_\sigma \sin \varphi_T] = 2,50 \cdot 0,8 + 3,80 \cdot 0,6 = \boxed{4,28 \%}$$

Pokazuje se da je približna relacija dovoljno točna.

Gledano sa primara: $\Delta U = \Delta u \cdot U_{1n} = 0,0428 \cdot 380 = \boxed{16,26 \text{ V}}$

$$U_2' = 380 - 16,26 = 363,74 = \boxed{95,72 \%}$$

Gledano sa sekundara: $\Delta U = \Delta u \cdot U_{2n} = 0,0428 \cdot 220 = \boxed{9,42 \text{ V}}$

$$U_2 = 220 - 9,42 = 210,58 = \boxed{95,72 \%}$$

b) $I_2 = 0,5 \cdot I_{2n}$; $\cos \varphi_T = 0,6$ kap. $\rightarrow \sin \varphi_T = -0,8$

$$\alpha = \frac{S}{S_n} = \frac{I_2}{I_{2n}} \rightarrow \alpha = 0,5$$

$$\Delta u = 0,5 \cdot \left[2,50 \cdot 0,6 - 3,80 \cdot 0,8 + 0,005 \cdot 0,5 \cdot (3,80 \cdot 0,6 + 2,50 \cdot 0,8)^2 \right]$$

$$\Delta u = 0,5 \cdot [-1,54 + 0,05] = \boxed{-0,75 \%}$$

Približna relacija:

$$\Delta u = \alpha [u_{r\%} \cos \varphi_T + u_{\sigma\%} \sin \varphi_T] = 0,5 \cdot (-1,54) = \boxed{-0,77 \%}$$

Gledano sa primara: $\Delta U = \Delta u \cdot U_{1n} = -0,0077 \cdot 380 = \boxed{-2,93 \text{ V}}$

$$U'_2 = 380 + 2,93 = 382,93 = \boxed{100,77 \%}$$

Gledano sa sekundara: $\Delta U = \Delta u \cdot U_{2n} = -0,0077 \cdot 220 = \boxed{-1,69 \text{ V}}$

$$U_2 = 220 + 1,69 = 221,69 = \boxed{101,77 \%}$$

- 2.7. Trofazni transformator 400 kVA, 10/0,4 kV, Dyn5, ima pri 75 °C podatke: $P_k = 3767 \text{ W}$, $P_0 = 445 \text{ W}$, $u_k = 3,88 \%$, $I_0 = 0,13 \% I_n$ i pri 22 °C: $R_{st1} = 2,19 \Omega$, $R_{st2} = 0,0023 \Omega$. Treba izračunati elemente nadomjesne sheme u % i nacrtati T nadomjesnu shemu za 75 °C.

$$\boxed{R_1 = 0,53 \%}$$

$$\boxed{R'_2 = 0,41 \%}$$

$$\boxed{X_{1\sigma} = X'_{2\sigma} = 1,88 \%}$$

$$\boxed{R_0 = 89888 \%}$$

$$\boxed{X_0 = 148685 \%}$$

Bilanca gubitaka:	
$P_0 = 445 \text{ W}$	$\rightarrow 10,6 \%$
$P_{Cu1} = 2114,4 \text{ W}$	$\rightarrow 50,2 \%$
$P_{Cu2} = 1387,4 \text{ W}$	$\rightarrow 32,9 \%$
$P_{\text{dod}} = 265,2 \text{ W}$	$\rightarrow 6,3 \%$
$P_g = 4212 \text{ W}$	$\rightarrow 100 \%$

- 2.8. Pri pokusu kratkog spoja trofaznog transformatora nazivnih podataka: 630 kVA, 10/0,4 kV, 50 Hz, Yd5 struja je iznosila 25 A pri naponu 500 V. Koliki je nazivni u_k u postocima?

$$S_n = 630 \text{ kVA}$$

$$10/0,4 \text{ kV } f = 50 \text{ Hz}$$

$$Yd5$$

$$I_k = 25 \text{ A } U_k = 500 \text{ V}$$

Rješenje:

$$I_n = \frac{S_n}{\sqrt{3}U_n} = \frac{630 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 10^4} = 36,4 \text{ A}$$

$$\frac{I_k}{I_n} = \frac{U_k}{U_{kn}} \Rightarrow U_{kn} = U_k \frac{I_n}{I_k} = 500 \frac{36,4}{25} = 727,4 \text{ V}$$

$$u_k = \frac{U_{kn}}{U_n} \cdot 100 = \frac{727,4}{10000} 100 = \boxed{7,27\%}$$

3. SPOJEVI TRANSFORMATORA

- 3.1. Trofazni transformator snage $S = 250 \text{ kVA}$, $10000/400 \text{ V}$, Yz5 (prema slici) treba prespojiti na sekundaru tako da se dobije transformacija $10000/266 \text{ V}$. Nacrtajte shemu starog i novog spoja. Novi spoj napraviti tako da grupa spoja ostane 5.

Rješenje:

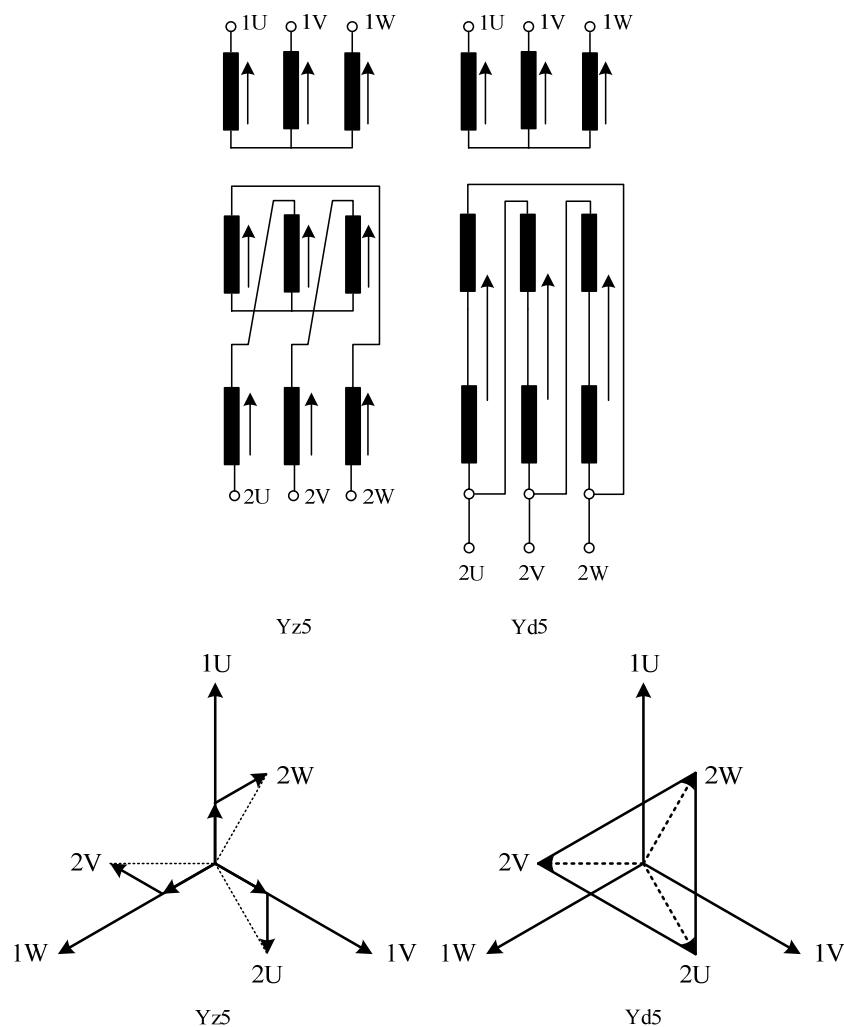
Sekundarni linijski napon:

$$U_2 = 400 \text{ V}$$

$$\text{Sekundarni fazni napon: } U_{2f} = \frac{400}{\sqrt{3}} = 231 \text{ V}$$

U jednoj polovini sekundarnog namota inducira se napon: $U_{z/2} = \frac{231}{\sqrt{3}} = 133 \text{ V}$

Budući da se traži sekundarni napon 266 V , treba dvije polovine namota sekundara koje su na istom stupu spojiti u seriju, a zatim faze spojiti u trokut, vodeći računa da se dobije grupa spoja Yd5.



Sl. 3-1 Shema grupe spoja i dijagram napona

- 3.2. Ako se transformatoru grupe spoja Ydll, 1000/400 V, kratko spoji primarna stezaljka 1U sa sekundarnom stezaljkom 2V i na primarnu stranu narine trofazni napon 500 V, koliki će biti napon između primarne stezaljke 1W i sekundarne 2U? Nacrtati dijagram napona.

Rješenje:

Ako se dvije stezaljke kratko spoje, dolaze na isti potencijal. Zato se na dijagramu napona crtaju kao jedna točka. Za spoj Yd11, prvo se crtaju naponi primara, spoj zvijezda, a nakon toga naponi sekundara, spoj trokut, počevši od stezaljke 2V, koja se poklapa sa 1U.

Da bi se dobio satni broj 11, linijski napon 2V-2W, mora biti pomaknut $11 \cdot 30 = 330^\circ$ u, negativnom smjeru, tj. 30° u pozitivnom smjeru.

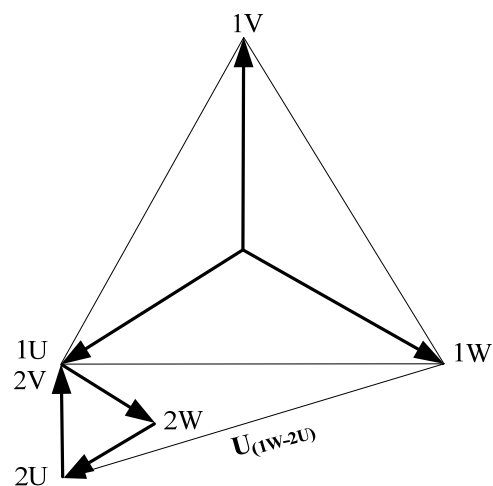
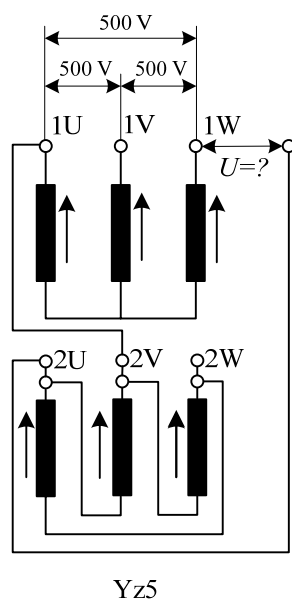
Nazivni sekundarni napon:

$$U_{2n} = U_{2fn} = 400 \text{ V}$$

Ako se narine $U_1 = 500 \text{ V}$:

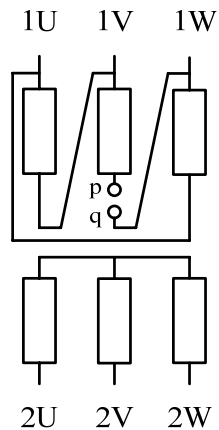
$$U_2 = 200 \text{ V}$$

$$U_{1W2U} = \sqrt{U_{1W1U}^2 + U_{2V2U}^2} = \sqrt{U_1^2 + U_2^2} = \sqrt{500^2 + 200^2} = \boxed{538 \text{ V}}$$



Sl. 3-2 Shema grupe spoja i dijagrama napona

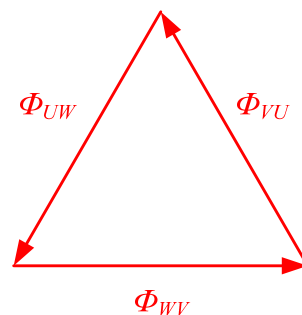
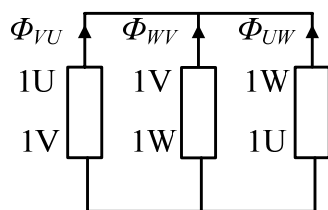
- 3.3. Trofazni trostupni transformator 10/0,4 kV, spoj Dy5, priključen je na trofaznu mrežu 10 kV. U namotu faze B došlo je do prekida prema slici. Koliki je napon U_{pq} u namotu prekinute faze? Koliki su naponi između stezaljki niženaponskog namota u praznom hodu U_{2U2V} , U_{2V2W} , U_{2W2U} ?



10/0,4 kV, Yd5

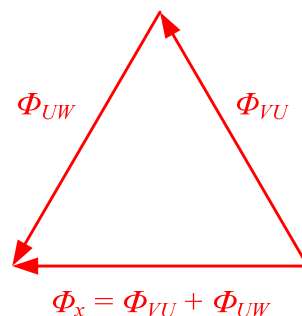
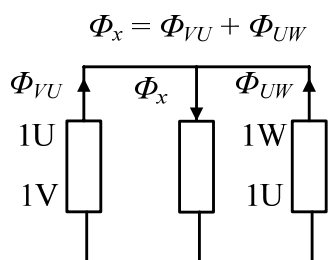
Rješenje:

Trostupni transformator s primarom u D spoju ima raspodjelu tokova po stupovima i u vektorsko-fazorskim dijagramima kao na slici:



Kad namot na srednjem stupu ostane bez napajanja zbog prekida u namotu, mijenja se raspodjela magnetskog toka po stupovima. Kroz srednji stup prolazi zbroj magnetskih tokova ostalih dvaju stupova i u njemu se inducira napon koji odgovara tom toku.

Tok je ustvari za pomaknut za 90° od odgovarajućeg napona, međutim ovdje se crtaju u istom smjeru jer je bitan samo položaj tokova međusobno.

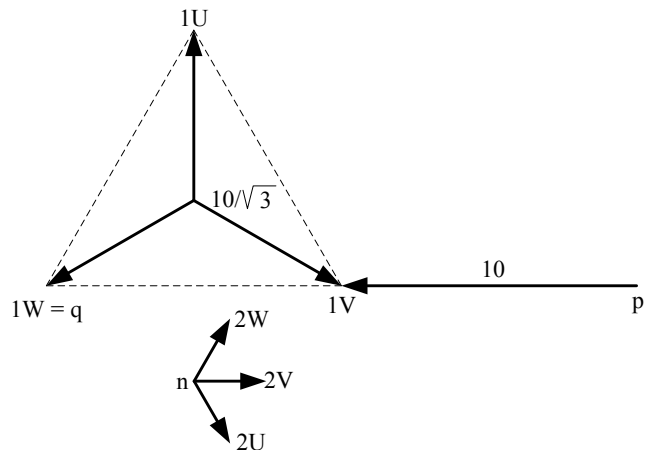


Konačni dijagram napona izgleda ovako:

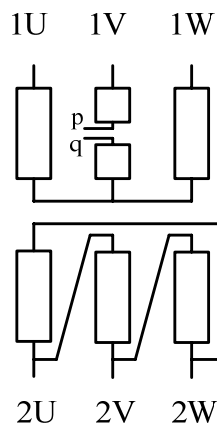
$$U_{pq} = 10 + 10 = \boxed{20 \text{ kV}}$$

$$U_{2U2V} = U_{2V2W} = \frac{400}{\sqrt{3}} = \boxed{231 \text{ V}}$$

$$U_{2W2U} = \boxed{400 \text{ V}}$$



- 3.4. Trofazni trostupni transformator 10/0,4 kV, spoj Yd5, priključen je na trofaznu mrežu 10 kV. U namotu faze B došlo je do prekida prema slici. Koliki je napon U_{pq} u namotu prekinute faze? Koliki su naponi između stezaljki niženaponskog namota u praznom hodu: U_{2U2V} , U_{2V2W} , U_{2W2U} ?



10/0,4 kV, Yd5

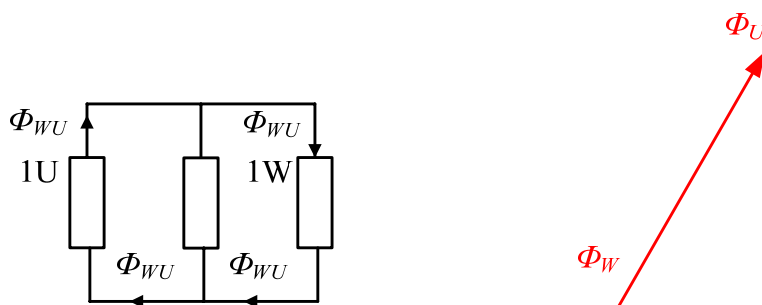
Rješenje:

Trostupni transformator s primarom u Y spoju ima raspodjelu tokova po stupovima i u vektorsko-fazorskim dijagramima kao na slici:



Kad namot na srednjem stupu ostane bez napajanja zbog prekida u namotu, mijenja se raspodjela magnetskog toka po stupovima. Namoti na prvom i trećem stupu serijski su spojeni na linijski napon U_{WU} .

Kroz srednji stup ne prolazi magnetski tok te se u njemu ne inducira napon.



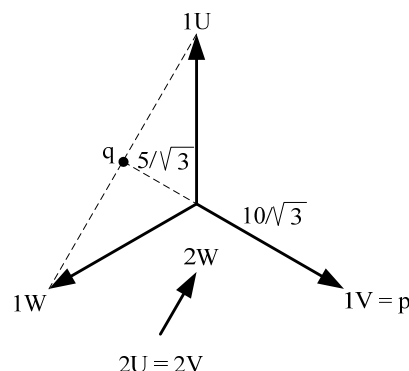
Konačni dijagram napona izgleda ovako:

$$U_{pq} = \frac{10}{\sqrt{3}} + \frac{5}{\sqrt{3}} = \frac{15}{\sqrt{3}} = \boxed{8,66 \text{ kV}}$$

$$U_{1Uq} = U_{1Wq} = \frac{10}{2} = \boxed{5 \text{ kV}}$$

$$U_{2U2V} = \boxed{0}$$

$$U_{2W2U} = U_{2W2V} = \frac{0,4}{\sqrt{3}} \cdot U_{1Uq} = \frac{0,4}{\sqrt{3}} \cdot 5000 = \boxed{115,47 \text{ V}}$$



- 3.5. Trofazni transformator ima presjek jezgre 270 cm^2 (čisto željezo), a indukcija u jezgri iznosi $B_m = 1,5 \text{ T}$. Frekvencija mreže iznosi 50 Hz , a naponi za koje transformator treba namotati su $10000/400 \text{ V}$. Izračunati brojeve zavoja transformatora na strani visokog i niskog napona za slučajeve da je spoj transformatora:

- zvijezda - cik-cak Yz
- zvijezda - zvijezda Yy
- zvijezda - trokut Yd
- trokut - zvijezda Dy

a) $\boxed{N_1 = 642} \parallel \boxed{N_2 = 30}$

b) $\boxed{N_1 = 642} \parallel \boxed{N_2 = 26}$

c) $\boxed{N_1 = 642} \parallel \boxed{N_2 = 45}$

c) $\boxed{N_1 = 1112} \parallel \boxed{N_2 = 26}$

- 3.6. Primarna struja koju uzima trofazni transformator iz mreže iznosi 12 A , a napon na koji je transformator priključen iznosi 10 kV . Izračunajte linijski napon i struju na sekundaru transformatora za slučajeve da je transformator spojen:

- zvijezda-zvijezda Yy
- zvijezda-trokut Yd
- trokut-zvijezda Dy
- zvijezda-cik-cak Yz

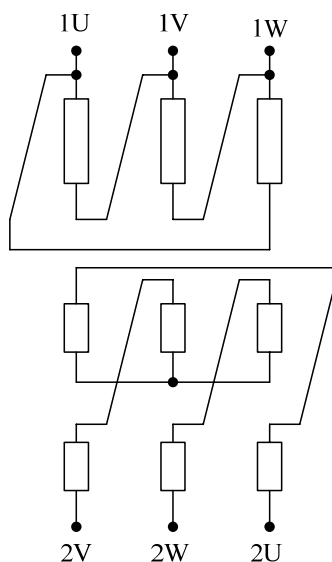
Odnos broja zavoja primara i sekundara: $N_1/N_2 = 50$. (Struja praznog hoda se zanemaruje).

- a) $U_2 = 200 \text{ V} \parallel I_2 = 600 \text{ A}$
 b) $U_2 = 115,47 \text{ V} \parallel I_2 = 1039 \text{ A}$
 c) $U_2 = 346 \text{ V} \parallel I_2 = 347 \text{ A}$
 d) $U_2 = 173 \text{ V} \parallel I_2 = 693 \text{ A}$

- 3.7. Koliki napon se dobije između stezaljki 1V-2U trofaznog transformatora grupe spoja Yz11, ako se primarna stezaljka 1U kratko spoji sa sekundarnom stezaljkom 2W? Transformator je građen za 1000/400 V, a na njegove primarne stezaljke narinut je trofazni napon 1000 V. Zadatak riješiti analitički i grafički.

$$U_{1V2U} = 1360 \text{ V}$$

- 3.8. Nacrtajte shemu spoja transformatora Dz0 i označite stezaljke transformatora.



4. KORISNOST TRANSFORMATORA

4.1. Na jednofaznom transformatoru nazivne snage 200 kVA napravljeni su pokus praznog hoda i pokus kratkog spoja pri temperaturi 25° C. Rezultati pokusa su:

- Pokus praznog hoda: $U_{10} = U_{1n} = 10 \text{ kV}$, $I_0 = 1\% I_n$, $P_0 = 600 \text{ W}$,
 - Pokus kratkog spoja: $I_{1k} = I_{1n}$, $U_{1k} = 400 \text{ V}$, $P_k = 4000 \text{ W}$.
- a) Koliki je $\cos \varphi_2$ pri kojem u nazivno opterećenom transformatoru nema pada napona? Računati za temperaturu 75°C.
- b) Kolika je korisnost transformatora opterećenog teretom koji ima upravo izračunati $\cos \varphi_2$ pri čemu je radna komponenta transformirane snage jednaka po iznosu polovici nazivne snage transformatora?

$$S_n = 200 \text{ kVA}$$

$$\left. \begin{array}{l} U_0 = U_{1n} = 10 \text{ kV} \\ I_0 = 1\% I_n \\ P_0 = 600 \text{ W} \\ I_k = I_{1n} = 100 \text{ A} \\ U_k = 400 \text{ V} \\ P_k = 4000 \text{ W} \end{array} \right\} 25^\circ \text{C}$$

Rješenje:

$$u_{r25} = \frac{P_{k25}}{S_n} = \frac{4}{200} = 2,00\%$$

$$u_{k25} = \frac{U_k}{U_n} \cdot 100 = \frac{400}{10000} \cdot 100 = 4,00\%$$

$$u_{\sigma 25} = u_{\sigma 75} = \sqrt{u_{k25}^2 - u_{r25}^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 3,46\%$$

Uz zanemarenje dodatnog otpora:

$$u_{r75} = \frac{235 + 75}{235 + 25} u_{r25} = \frac{310}{260} \cdot 2,00 = 2,38\% \rightarrow P_{k75} = 0,0238 \cdot 200000 = 4760 \text{ W}$$

$$u_{k75} = \sqrt{u_{r25}^2 + u_{\sigma 25}^2} = \sqrt{2,38^2 + 3,46^2} = 4,20\%$$

$$a) \Delta u_{75} = \alpha \cdot [u_{r75} \cos \varphi_2 + u_{\sigma 25} \sin \varphi_2] = 0$$

$$u_{r75} \cos \varphi_2 = -u_{\sigma 25} \sin \varphi_2$$

$$\tan \varphi_2 = -\frac{u_{r75}}{-u_{\sigma 25}} = -\frac{2,38}{3,46} = 0,68786$$

$$\varphi_2 = -34,52^\circ \rightarrow \boxed{\cos \varphi_2 = 0,824 \text{ kap.}}$$

$$b) \cos \varphi_2 = 0,824 \text{ kap.}; P = 0,5 S_n = 100 \text{ kW}$$

$$S = \frac{P}{\cos \varphi_2} = \frac{0,5 S_n}{0,824} = 0,607 S_n \rightarrow \alpha = 0,607$$

$$\eta = 1 - \frac{P_0 + \alpha^2 P_{k75}}{P} = 1 - \frac{600 + 0,607^2 \cdot 4760}{100000} = \boxed{97,646\%}$$

- 4.2. Trofazni transformator nazivne snage 100 kVA ima gubitke praznog hoda $P_0 = 350$ W i gubitke zbog tereta $P_{\text{tn}} = 1950$ W. Transformator je opterećen teretom čiji je $\cos\varphi_2 = 0,8$. Odredite koeficijent korisnog djelovanja η za:

c) $\alpha = 0,6$

d) $\alpha = 1$

Pri kojem opterećenju α će transformator imati maksimalnu korisnost? Kolika je nazivna korisnost?

$$S_n = 100 \text{ kVA}$$

$$P_0 = 350 \text{ W}$$

$$P_{\text{tn}} = 1950 \text{ W}$$

$$\cos\varphi_2 = 0,8$$

Rješenje:

$$\eta = 1 - \frac{P_0 + \alpha^2 P_{\text{tn}}}{\alpha S_n \cos\varphi_2}$$

a) $\alpha_1 = 0,6$

$$\eta_1 = 1 - \frac{P_0 + \alpha_1^2 P_{\text{tn}}}{S \cos\varphi_2} = 1 - \frac{350 + 0,6^2 \cdot 1950}{0,6 \cdot 100000 \cdot 0,8} = \boxed{97,808 \%}$$

b) $\alpha_2 = 1$

$$\eta_2 = 1 - \frac{P_0 + \alpha_2^2 P_{\text{tn}}}{S \cos\varphi_2} = 1 - \frac{350 + 1^2 \cdot 1950}{1 \cdot 100000 \cdot 0,8} = \boxed{97,125 \%}$$

Da bi se odredilo opterećenje α pri kojem transformator ima maksimalnu korisnost treba derivirati izraz za η po α i izjednačiti s nulom.

$$\frac{d\eta}{d\alpha} = \frac{d}{d\alpha} \left(1 - \frac{P_0 + \alpha^2 P_{\text{tn}}}{\alpha S_n \cos\varphi_2} \right) = 0$$

$$-\frac{(\alpha S_n \cos\varphi_2) \cdot 2\alpha P_{\text{tn}} - (P_0 + \alpha^2 P_{\text{tn}}) \cdot (S_n \cos\varphi_2)}{(\alpha S_n \cos\varphi_2)^2} = 0$$

$$-\frac{S_n \cos\varphi_2 \cdot (2\alpha^2 P_{\text{tn}} - \alpha^2 P_{\text{tn}} - P_0)}{(\alpha S_n \cos\varphi_2)^2} = 0$$

$$-\frac{\alpha^2 P_{\text{tn}} - P_0}{\alpha^2 S_n \cos\varphi_2} = 0$$

$$\alpha^2 P_{\text{tn}} - P_0 = 0$$

$$\alpha^2 = \frac{P_0}{P_{\text{tn}}}$$

$$\boxed{\alpha_{\text{maks}} = \sqrt{\frac{P_0}{P_{\text{tn}}}}} \text{ za } \eta = \eta_{\text{maks}}$$

$$\alpha_{\text{maks}} = \sqrt{\frac{P_0}{P_{\text{tn}}}} = \sqrt{\frac{350}{1950}} = 0,4237$$

Maksimalna korisnost pri $\cos\varphi_2 = 0,8$

$$\eta_{\text{maks}} = 1 - \frac{P_0 + \alpha_{\text{maks}}^2 P_{\text{tn}}}{\alpha_{\text{maks}} S_n \cos\varphi_2} = 1 - \frac{350 + 0,4237^2 \cdot 1950}{0,4237 \cdot 100000 \cdot 0,8} = \boxed{97,935 \%}$$

Nazivna korisnost je korisnost pri nazivnom opterećenju i $\cos\varphi_2 = 1$

$$\eta_n = 1 - \frac{P_{\text{gn}}}{S_n} = 1 - \frac{P_{0n} + P_{\text{tn}}}{S_n} = 1 - \frac{350 + 1950}{100000} = \boxed{97,700 \%}$$

4.3. Dio podataka iz ispitnih protokola dvaju transformatora je sljedeći:

T1: 20 MVA, 110/36,75 kV, $u_k = 12,1 \%$, $P_0 = 21 \text{ kW}$, $P_k = 140 \text{ kW}$, $I_0 = 0,06 \% I_n$

T2: 25 MVA, 110/20,8 kV, $u_k = 13,5 \%$, $P_0 = 14 \text{ kW}$, $P_k = 90 \text{ kW}$, $I_0 = 1,1 \% I_n$

Izračunajte stupnjeve korisnosti pri nazivnom opterećenju za faktore snage 1 i 0,8.

Komentirajte razlike u navedenim podacima.

$$\boxed{\eta_{1,1} = 99,195 \%}$$

$$\boxed{\eta_{1,0,8} = 98,994 \%}$$

$$\boxed{\eta_{2,1} = 99,584 \%}$$

$$\boxed{\eta_{2,0,8} = 99,480 \%}$$

5. AUTOTRANSFORMATOR I TIPSKA SNAGA

5.1. Jednofazni transformator 10 kVA, 220/110 V, 50 Hz, ispitan je u kratkom spoju i praznom hodu. Rezultati ispitivanja su sljedeći:

- Pokus praznog hoda: $U_1 = 220$ V, 50 Hz, $P_0 = 250$ W,
- Pokus kratkog spoja: $U_{1k} = 27$ V, $I_{1k} = 45,4$ A, $P_k = 450$ W.

Transformator se prespoji u autotransformator **330/220 V**. Skicirajte spoj autotransformatora i označite nazivne napone i struje. Uz zanemarenje struje magnetiziranja i pretpostavku da su ukupni gubici u bakru podjednako raspodijeljeni na primarni i sekundarni namot izračunajte:

- prolaznu snagu S_a autotransformatora uzimajući u obzir da struja u pojedinim namotima ne smije prijeći nazivnu vrijednost određenu za dvonamotni transformator,
- napon kratkog spoja $u_{ka}\%$ autotransformatora,
- korisnost autotransformatora kod opterećenja sekundara nazivnom strujom uz $\cos \varphi_2 = 0,8$.

$$S_n = 10 \text{ kVA}$$

$$U_{1n} = 220 \text{ V}$$

$$U_{2n} = 110 \text{ V}$$

$$f = 50 \text{ Hz}$$

$$P_0 = 250 \text{ W}$$

$$U_{1k} = 27 \text{ V}$$

$$I_{1n} = 45,4 \text{ A}$$

$$P_k = 450 \text{ W}$$

$$U_{1a} / U_{2a} = 320 / 220 \text{ V}$$

Rješenje:

$$a) U_{1a} = 330 \text{ V}$$

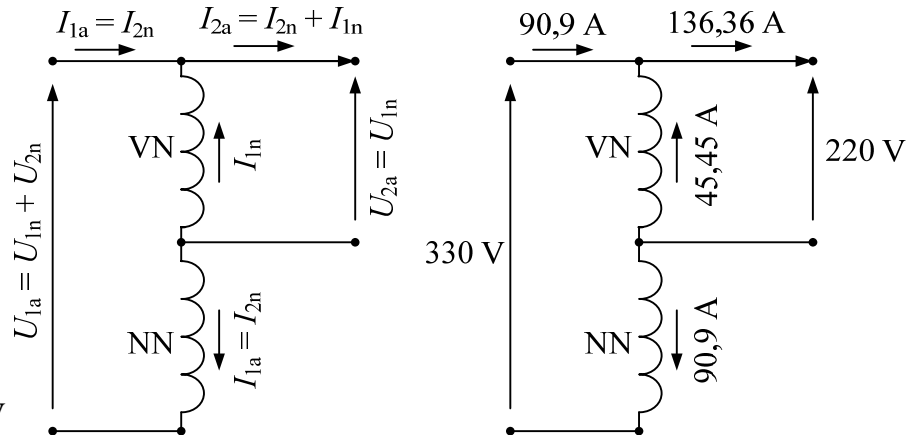
$$I_{1a} = \frac{S_n}{U_{2n}} = \frac{10^4}{110} = 90,91 \text{ A}$$

$$S_a = U_{1a} I_{1a} = 330 \cdot 90,91 = 30 \text{ kVA} \quad \text{ILI} \quad S_a = S_n \frac{U_{1a}}{U_{1a} - U_{2a}} = 10 \frac{330}{330 - 220} = \boxed{30 \text{ kVA}}$$

$$b) u_k = \frac{U_{1k}}{U_n} 100 = \frac{27}{220} 100 = 12,27 \%$$

$$u_{ka} = u_k \frac{U_{1a} - U_{2a}}{U_{1a}} = 12,27 \frac{330 - 220}{330} = \boxed{4,09 \%}$$

$$c) \eta_a = \frac{S_a \cos \varphi_2 - P_0 + P_k}{S_a \cos \varphi_2} = \frac{30 \cdot 10^3 \cdot 0,8 - (250 + 450)}{30 \cdot 10^3 \cdot 0,8} = \boxed{0,9708}$$



- 5.2. Trofazni transformator 8 MVA, 35/10,5 kV, Yd5, $P_0 = 9,4$ kW, $P_t = 54$ kW, $u_k = 7\%$, treba prespojiti u autotransformator u spoju Ya0. Izračunajte odgovarajuće podatke (S_a , U_{1a}/U_{2a} , η , u_{ka}). Pretpostavite da namoti mogu izdržati naponska naprezanja autotransformatora, a izvodi namota strujna opterećenja autotransformatora.

$$S_n = 8 \text{ MVA}$$

$$35/10,5 \text{ kV}$$

$$P_0 = 9,4 \text{ kW}$$

$$P_k = 54 \text{ kW}$$

$$u_{k\%} = 7\%$$

$$Yd5 \rightarrow Ya$$

Rješenje:

•Dvonamotni transformator:

$$I_{1n} = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_{1n}} = \frac{8000}{\sqrt{3} \cdot 35} = 131,97 \text{ A}$$

$$I_{2n} = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_{2n}} = \frac{8000}{\sqrt{3} \cdot 10,5} = 439,89 \text{ A}$$

$$I_{2f} = \frac{I_{2n}}{\sqrt{3}} = 253,97 \text{ A}$$

$$\eta = 1 - \frac{P_g}{S_n} = 1 - \frac{9,4 + 54}{8000} = 99,208\%$$

Za slučaj transformacije 35,2 kV / 18,2 kV:

•Autotransformator:

$$U_{1af} = \frac{35}{\sqrt{3}} + 10,5 = 30,71 \text{ kV}$$

$$U_{1a} = \sqrt{3} \cdot U_{1af} = \sqrt{3} \cdot 30,71 = 53,19 \text{ kV}$$

$$I_{1a} = I_{1n} = 131,97 \text{ A}$$

$$S_{1a} = \sqrt{3} \cdot U_{1a} I_{1a} = \sqrt{3} \cdot 53,19 \cdot 131,97 = 12,16 \text{ MVA}$$

$$U_{2af} = 10,5 \text{ kV}$$

$$U_{2a} = \sqrt{3} \cdot U_{2af} = \sqrt{3} \cdot 10,5 = 18,19 \text{ kV}$$

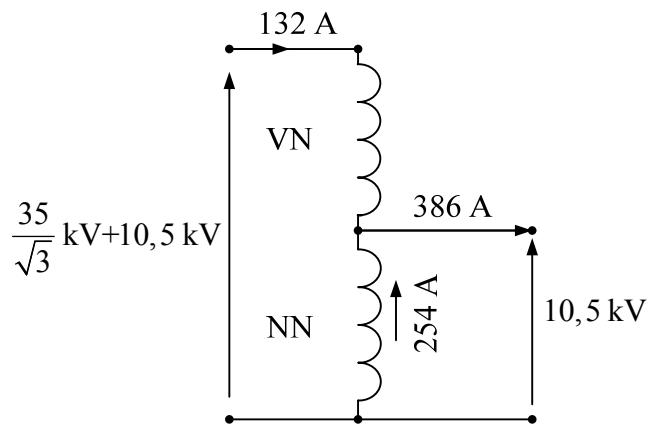
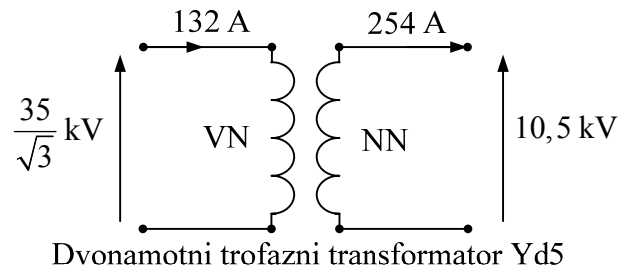
$$I_{2a} = I_{1n} + I_{2f} = 131,97 + 253,97 = 385,94 \text{ A}$$

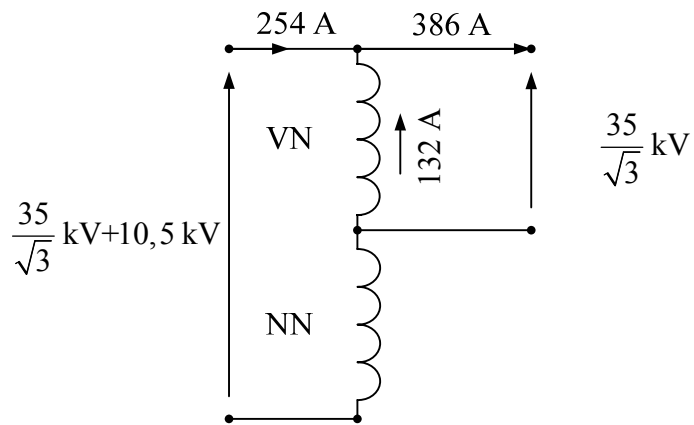
$$S_{2a} = \sqrt{3} \cdot U_{2a} I_{2a} = \sqrt{3} \cdot 18,19 \cdot 385,94 = 12,16 \text{ MVA}$$

$$S_a = S_T \cdot \frac{U_{1a}}{U_{1a} - U_{2a}} = 8 \cdot \frac{53,19}{53,19 - 18,19} = \boxed{12,16 \text{ MVA}}$$

$$u_{ka} = u_k \cdot \frac{U_{1a} - U_{2a}}{U_{1a}} = 7 \cdot \frac{53,19 - 18,19}{53,19} = \boxed{4,61\%}$$

$$\eta_a = 1 - \frac{P_g}{S_{na}} = 1 - \frac{P_0 + P_t}{S_{na}} = 1 - \frac{9,4 + 54}{12156,9} = \boxed{99,478\%}$$





Dvonamotni trofazni autotransformator Ya0

Za slučaj transformacije 53,2 kV / 35 kV:

•Autotransformator:

$$\left. \begin{aligned} U_{1af} &= \frac{35}{\sqrt{3}} + 10,5 = 30,71 \text{ kV} \\ U_{1a} &= \sqrt{3} \cdot U_{1af} = \sqrt{3} \cdot 30,71 = 53,19 \text{ kV} \\ I_{1a} &= I_{2f} = 253,97 \text{ A} \\ S_{1a} &= \sqrt{3} \cdot U_{1a} I_{1a} = \sqrt{3} \cdot 53,19 \cdot 253,97 = 23,40 \text{ MVA} \end{aligned} \right\} \text{gledano s primara}$$

$$\left. \begin{aligned} U_{2af} &= \frac{U_{1n}}{\sqrt{3}} = \frac{35}{\sqrt{3}} = 20,21 \text{ kV} \\ U_{2a} &= \sqrt{3} \cdot U_{2af} = \sqrt{3} \cdot 20,21 = 35 \text{ kV} \\ I_{2a} &= I_{1n} + I_{2f} = 131,97 + 253,97 = 385,94 \text{ A} \\ S_{2a} &= \sqrt{3} \cdot U_{2a} I_{2a} = \sqrt{3} \cdot 35 \cdot 385,94 = 23,40 \text{ MVA} \end{aligned} \right\} \text{gledano sa sekundara}$$

$$S_a = S_T \cdot \frac{U_{1a}}{U_{1a} - U_{2a}} = 8 \cdot \frac{53,19}{53,19 - 35} = \boxed{23,40 \text{ MVA}} \left\} \text{preko tipske i prolazne snage}$$

$$u_{ka} = u_k \cdot \frac{U_{1a} - U_{2a}}{U_{1a}} = 7 \cdot \frac{53,19 - 35}{53,19} = \boxed{2,39 \%}$$

$$\eta_a = 1 - \frac{P_g}{S_{na}} = 1 - \frac{P_0 + P_t}{S_{na}} = 1 - \frac{9,4 + 54}{23396,0} = \boxed{99,729 \%}$$

		Dvonamotni	Autotransformator	
Prijenosni omjer	$U_{1a} / U_{2a} [\text{kV}]$	35 / 10,5	53,2 / 18,2	53,2 / 35
Prolazna snaga	$S_a [\text{MVA}]$	8,00	12,16	23,40
Napon kratkog spoja	$u_{ka} [\%]$	7,00	4,61	2,39
Korisnost	$\eta_a [\%]$	99,208	99,478	99,729

- 5.3. Kolika je tipska snaga tronamotnog trofaznog transformatora 100 / 100 / 33 MVA, 123 / 36,5 / 21 kV s regulacijskim namotom na VN strani +7,5 %, -5 %?

$$S_n = 100/100/33 \text{ MVA}$$

$$123/36,5/21 \text{ kV}$$

$$a_{\%} = 7,5 \%$$

$$b_{\%} = 5 \%$$

Rješenje:

Ako postoji treći namot nazivne snage S_3 tipska snaga je:

$$S_T = S_n \left(1 + \frac{a_{\%} + b_{\%}}{200} + \frac{S_3}{2S_n} \right) = 100 \cdot \left(1 + \frac{7,5 + 5}{200} + \frac{33}{200} \right) = \boxed{122,75 \text{ MVA}}$$

- 5.4. Jednofazni transformator 10 kVA, 220/110 V, 50 Hz, ispitan je u kratkom spoju i praznom hodu. Rezultati ispitivanja su sljedeći:

- Pokus praznog hoda: $U_1 = 220 \text{ V}$, 50 Hz, $P_0 = 250 \text{ W}$,
- Pokus kratkog spoja: $U_{1k} = 27 \text{ V}$, $I_{1k} = 45,4 \text{ A}$, $P_k = 450 \text{ W}$.

Transformator se prespoji u autotransformator **330/110 V**. Skicirajte spoj autotransformatora i označite nazivne napone i struje. Uz zanemarenje struje magnetiziranja i pretpostavku da su ukupni gubici u bakru podjednako raspodijeljeni na primarni i sekundarni namot izračunajte:

- prolaznu snagu S_a autotransformatora uzimajući u obzir da struja u pojedinim namotima ne smije prijeći nazivnu vrijednost određenu za dvonamotni transformator,
- napon kratkog spoja $u_{ka\%}$ autotransformatora,
- korisnost autotransformatora kod opterećenja sekundara nazivnom strujom uz $\cos \varphi_2 = 0,9$.

$$\boxed{S_a = 15 \text{ kVA}}$$

$$\boxed{u_{ka} 8,18 \%$$

$$\boxed{\eta_a = 0,9481}$$

- 5.5. Kolika je tipska snaga trofaznog transformatora 100 MVA, 123 / 14,4 kV s regulacijskim namotom na VN strani $\pm 5\%$?

$$\boxed{S_T = 105 \text{ MVA}}$$

6. PARALELNI RAD

6.1. Transformatori T1, T2 i T3 su spojeni paralelno.

T1: 150 kVA, $u_k = 3,5 \%$, $P_0 = 450$ W, $P_t = 1600$ W, Yd7, 10/0,4 kV

T2: 125 kVA, $u_k = 4,0 \%$, $P_0 = 350$ W, $P_t = 1200$ W, Yd7, 10/0,4 kV

T3: 100 kVA, $u_k = 4,5 \%$, $P_0 = 280$ W, $P_t = 900$ W, Yd7, 10/0,4 kV

a) Ako su sva tri transformatora uključena, a jedan od transformatora je preopterećen za 10 % dok preostala dva nisu preopterećeni, koliku ukupnu snagu S prenose transformatori i koji transformator je preopterećen?

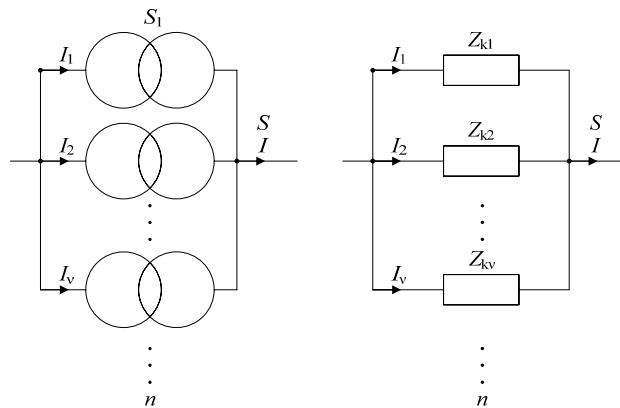
b) Koliko je dozvoljeno opterećenje te kolika je korisnost ove grupe transformatora pri dozvoljenom opterećenju i $\cos\varphi_2 = 1$?

T1: 150 kVA, $u_k = 3,5 \%$, $P_0 = 450$ W, $P_t = 1600$ W, Yd7, 10/0,4 kV

T2: 125 kVA, $u_k = 4,0 \%$, $P_0 = 350$ W, $P_t = 1200$ W, Yd7, 10/0,4 kV

T3: 100 kVA, $u_k = 4,5 \%$, $P_0 = 280$ W, $P_t = 900$ W, Yd7, 10/0,4 kV

Rješenje:



Pretpostavka: paralelno spojeni transformatori imaju isti omjer R_k i X_k .

Ako se n transformatora spoji paralelno, kao na gornjoj slici, vrijedi:

$$I_1 Z_{k1} = I_2 Z_{k2} = \dots = I_v Z_{kv} = \dots = I_n Z_{kn} = I Z_k$$

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_v + \dots + I_n$$

$$Z_{ki} = \frac{U_n^2 \cdot u_{ki}}{100 \cdot S_{ni}}$$

$$\frac{1}{Z_k} = \frac{1}{Z_{k1}} + \frac{1}{Z_{k2}} + \dots + \frac{1}{Z_{kv}} + \dots + \frac{1}{Z_{kn}} = \frac{100}{U_n^2} \left(\sum_{i=1}^n \frac{S_{ni}}{u_{ki}} \right)$$

$$\frac{I_v}{I} = \frac{\frac{1}{Z_{kv}}}{\frac{1}{Z_k}} = \frac{S_v}{S} = \frac{\frac{100}{U_n^2} \cdot \frac{S_{nv}}{u_{kv}}}{\frac{100}{U_n^2} \left(\sum_{i=1}^n \frac{S_{ni}}{u_{ki}} \right)} = \frac{S_{nv}}{u_{kv} \left(\sum_{i=1}^n \frac{S_{ni}}{u_{ki}} \right)} \Rightarrow \frac{S_v}{S_{nv}} = \alpha_v = \frac{S}{u_{kv} \left(\sum_{i=1}^n \frac{S_{ni}}{u_{ki}} \right)}$$

Dakle, transformator s najmanjim Z_k tj. u_k imat će najveće opterećenje.

$$a) S_v = S_{nv} \frac{S}{u_{kv} \sum_{i=1}^3 \frac{S_{ni}}{u_{ki}}} = \alpha_v$$

$$\sum_{i=1}^3 \frac{S_{ni}}{u_{ki}} = \frac{150}{3,5} + \frac{125}{4} + \frac{100}{4,5} = \boxed{96,33 \text{ kVA}}$$

Transformator T1 će biti preopterećen, jer ima najmanji u_k .

$$1,1 \cdot S_{n1} = S \frac{S_{n1}}{u_{k1} \sum_{i=1}^3 \frac{S_{ni}}{u_{ki}}} \Rightarrow S = 1,1 \cdot u_{k1} \sum_{i=1}^3 \frac{S_{ni}}{u_{ki}} = 1,1 \cdot 3,5 \cdot 96,33 = \boxed{370,87 \text{ kVA}}$$

$$S_2 = 370,87 \frac{125}{4 \cdot 96,33} = \boxed{120,31 \text{ kVA}}$$

$$S_3 = 370,87 \frac{100}{4,5 \cdot 96,33} = \boxed{85,56 \text{ kVA}}$$

$$b) \alpha = 1 \rightarrow S_d = u_{kmin} \sum_{i=1}^3 \frac{S_{ni}}{u_{ki}} = 3,5 \left(\frac{150}{3,5} + \frac{125}{4} + \frac{100}{4,5} \right) = 337,16 \text{ kVA}$$

$$\alpha_1 = \frac{S_1}{S_{n1}} = \frac{\alpha S_d}{u_{kv} \sum_{i=1}^3 \frac{S_{ni}}{u_{ki}}} = \frac{\alpha \cdot u_{kmin} \sum_{i=1}^3 \frac{S_{ni}}{u_{ki}}}{u_{kv} \sum_{i=1}^3 \frac{S_{ni}}{u_{ki}}} = \alpha \frac{u_{kmin}}{u_{k1}} = 1 \cdot \frac{3,5}{3,5} = 1$$

$$\alpha_2 = \frac{S_2}{S_{n2}} = \frac{u_{kmin}}{u_{k2}} = \frac{3,5}{4,0} = 0,875$$

$$\alpha_3 = \frac{S_3}{S_{n3}} = \frac{u_{kmin}}{u_{k3}} = \frac{3,5}{4,5} = 0,778$$

$$\eta = 1 - \frac{P_{01} + \alpha_1^2 P_{t1} + P_{02} + \alpha_2^2 P_{t2} + P_{03} + \alpha_3^2 P_{t3}}{S_d \cdot \cos \varphi_2}$$

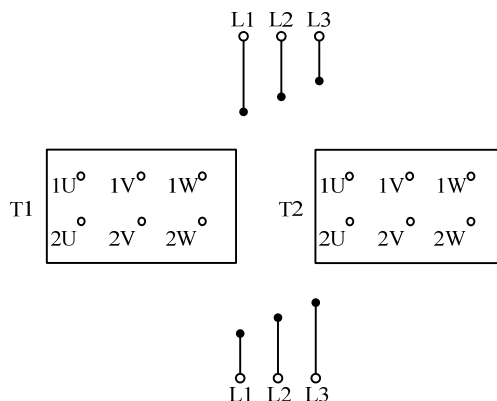
$$\eta = 1 - \frac{450 + 1^2 \cdot 1600 + 350 + 0,875^2 \cdot 1200 + 280 + 0,7778^2 \cdot 900}{337,16 \cdot 10^3 \cdot 1} = \boxed{0,9877}$$

6.2. Transformatore T1 i T2 treba spojiti paralelno na mrežu napona 10 kV:

T1: 75 kVA, $u_k = 4,0 \%$, $P_0 = 250 \text{ W}$, $P_t = 1100 \text{ W}$, Yd1, 10/0,4 kV

T2: 65 kVA, $u_k = 4,5 \%$, $P_0 = 200 \text{ W}$, $P_t = 900 \text{ W}$, Yd7, 10/0,4 kV

Skicirajte način na koji je potrebno spojiti stezaljke transformatora da bi u paralelnom radu oba transformatora radila ispravno bez prespajanja namota unutar samih transformatora? Spoj transformatora objasnite pomoću dijagrama napona. Kako će se među transformatorima podijeliti opterećenje od 130 kVA?



T1: 75 kVA, $u_k = 4,0 \%$, $P_0 = 250 \text{ W}$, $P_t = 1100 \text{ W}$, Yd1, 10/0,4 kV

T2: 65 kVA, $u_k = 4,5 \%$, $P_0 = 200 \text{ W}$, $P_t = 900 \text{ W}$, Yd7, 10/0,4 kV

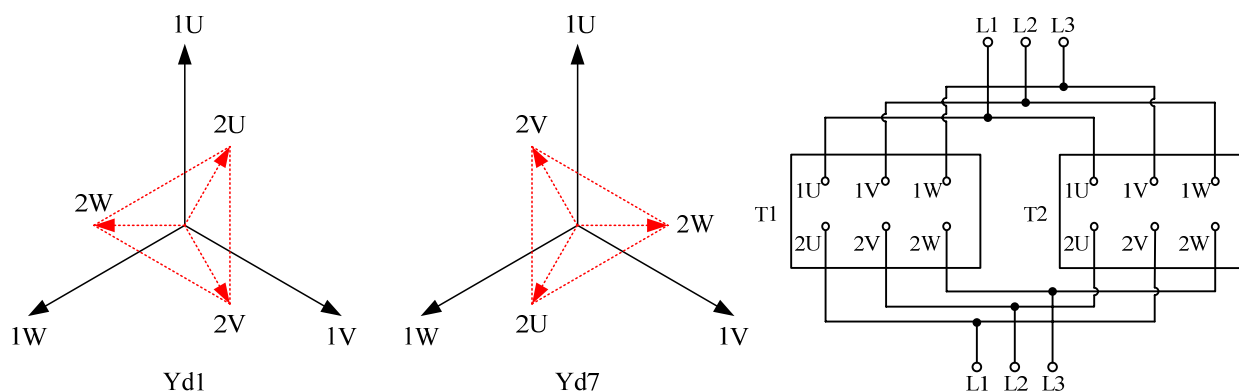
$S = 130 \text{ kVA}$

Rješenje:

$$S_1 = S \frac{S_{n1}}{u_{k1} \left(\frac{S_{n1}}{u_{k1}} + \frac{S_{n2}}{u_{k2}} \right)} = 130 \frac{75}{4 \left(\frac{75}{4} + \frac{65}{4,5} \right)} = \boxed{73,43 \text{ kVA}}$$

$$S_2 = S \frac{S_{n2}}{u_{k2} \left(\frac{S_{n1}}{u_{k1}} + \frac{S_{n2}}{u_{k2}} \right)} = 130 \frac{65}{4,5 \left(\frac{75}{4} + \frac{65}{4,5} \right)} = \boxed{56,57 \text{ kVA}}$$

Prilikom paralelnog spajanja, spoj i satni broj oba transformatora mora biti jednak. Spoj Yd7 se transformira u spoj Yd1 tako da se stezaljke 1V i 1W spoje tim redom sa stezaljkama 1W i 1V (zrcaljenje cijele slike oko osi 1U), a zatim i 2U i 2V spoje tim redom sa stezaljkama 2V i 2U (zrcaljenje slike sekundarnih napona oko osi 2W).



6.3. Transformatori T1, T2 i T3 su spojeni paralelno.

T1: 150 kVA, $u_k = 3,5 \%$, $P_0 = 450$ W, $P_t = 1600$ W, Yd7, 10/0,4 kV

T2: 125 kVA, $u_k = 4,0 \%$, $P_0 = 350$ W, $P_t = 1200$ W, Yd7, 10/0,4 kV

T3: 100 kVA, $u_k = 4,5 \%$, $P_0 = 280$ W, $P_t = 900$ W, Yd7, 10/0,4 kV

- a) Ako su sva tri transformatora uključena, a jedan od transformatora je opterećen sa 90 % dok su preostala dva preopterećeni, koliku ukupnu snagu S prenose transformatori i koji transformatori su preopterećeni?
- b) Koliko je dozvoljeno opterećenje te kolika je korisnost ove grupe transformatora pri 80% dozvoljenog opterećenja i $\cos\varphi_2 = 0,85$ kap.?

$$S = 390,14 \text{ kVA}$$

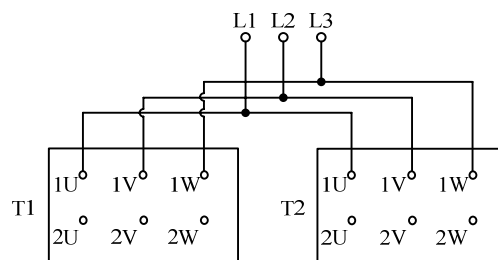
$$\eta = 0,9867$$

6.4. Transformatore T1 i T2 treba spojiti paralelno na mrežu napona 10 kV:

T1: 85 kVA, $u_k = 3,0 \%$, $P_0 = 280$ W, $P_t = 1000$ W, Yy2, 10/0,4 kV

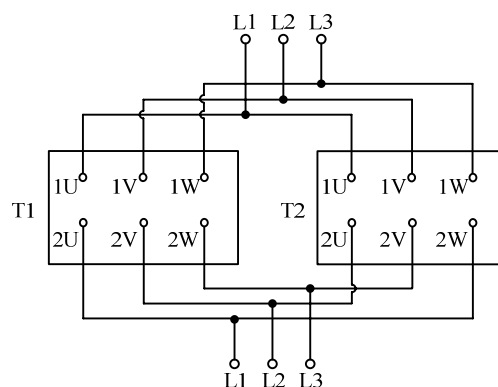
T2: 70 kVA, $u_k = 4,2 \%$, $P_0 = 210$ W, $P_t = 950$ W, Yy6, 10/0,4 kV

Skicirajte način na koji je potrebno spojiti sekundarne stezaljke transformatora da bi u paralelnom radu oba transformatora radila ispravno bez prespajanja namota unutar samih transformatora? Spoj transformatora objasnite pomoću dijagrama napona. Kako će se među transformatorima podijeliti opterećenje od 100 kVA?



$$S_1 = 62,96 \text{ kVA}$$

$$S_2 = 37,04 \text{ kVA}$$

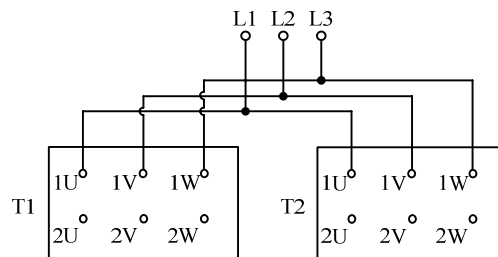


6.5. Transformatore T1 i T2 treba spojiti paralelno na mrežu napona 10 kV:

T1: 75 kVA, $u_k = 3,0 \%$, $P_0 = 200 \text{ W}$, $P_t = 900 \text{ W}$, Yd1, 10/0,4 kV

T2: 75 kVA, $u_k = 4,0 \%$, $P_0 = 200 \text{ W}$, $P_t = 1100 \text{ W}$, Yd5, 10/0,4 kV

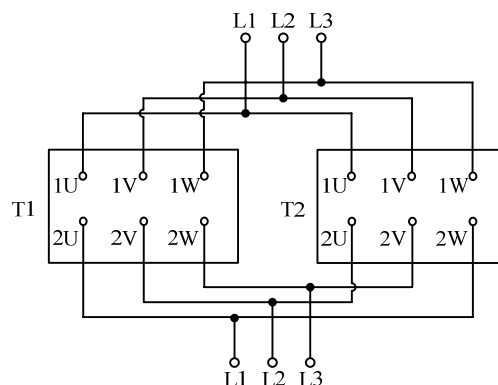
Skicirajte način na koji je potrebno spojiti stezaljke transformatora da bi u paralelnom radu oba transformatora radila ispravno bez prespajanja namota unutar samih transformatora? Spoj transformatora objasnite pomoću dijagrama napona. Odredite maksimalnu snagu koju mogu prenijeti ova dva transformatora u paralelnom radu, a da nijedan ne bude preopterećen i raspodjelu snaga po transformatorima u tom slučaju?



$$S_d = 131,25 \text{ kVA}$$

$$S_1 = 75 \text{ kVA}$$

$$S_2 = 56,25 \text{ kVA}$$



6.6. Transformatori T1, T2 i T3 su spojeni paralelno.

T1: 75 kVA, $u_k = 3,6 \%$, $P_0 = 250 \text{ W}$, $P_t = 1100 \text{ W}$, Yd7, 10/0,4 kV

T2: 65 kVA, $u_k = 4,5 \%$, $P_0 = 200 \text{ W}$, $P_t = 900 \text{ W}$, Yd7, 10/0,4 kV

T3: 60 kVA, $u_k = 4,8 \%$, $P_0 = 180 \text{ W}$, $P_t = 800 \text{ W}$, Yd7, 10/0,4 kV

Ako je potrebno prenijeti snagu od 123 kVA korištenjem samo dva transformatora, koja dva transformatora je potrebno priključiti da se postigne maksimalni η grupe transformatora pri traženom opterećenju uz $\cos \varphi_2 = 1$ i pri čemu nijedan transformator ne smije biti preopterećen? Koliko iznosi η za taj slučaj?

Mogu raditi samo T1 i T2, a da nijedan ne bude preopterećen.

$$\eta = 0,9836$$

7. ZAGRIJAVANJE I ŽIVOTNI VIJEK TRANSFORMATORA

7.1. Transformator je iz hladnog stanja opterećen konstantnim teretom. Nakon 1,4 sata izmjereno je zagrijanje transformatora od 30 K, a konačno zagrijanje kod tog tereta iznosi 60 K. Gubici transformatora su $P_0 = 2,6$ kW, $P_t = 9,1$ kW.

- Kolika je vremenska konstanta transformatora, ako se transformator promatra kao homogeno tijelo?
- Koliko bi bilo konačno zagrijanje transformatora kod 50 % većeg opterećenja u odnosu na ono kod kojeg konačno zagrijanje iznosi 60 K, ako dozvoljeno konačno zagrijanje namota pri nazivnom teretu iznosi 80 K?

$$t = 1,4 \text{ h}$$

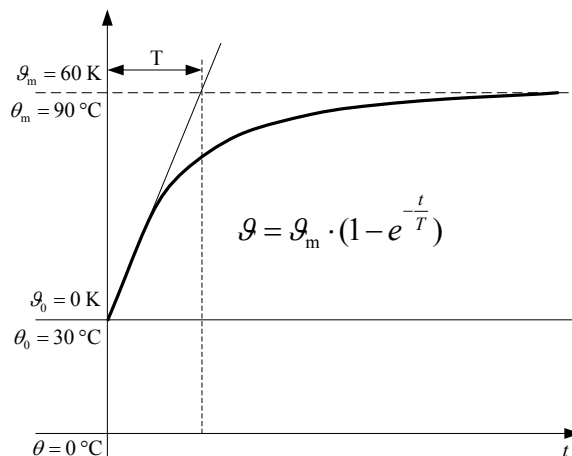
$$\left. \begin{array}{l} \vartheta_1 = 30 \text{ K} \\ \vartheta_{m1} = 60 \text{ K} \end{array} \right\} \alpha_1$$

$$\vartheta_{mn} = 80 \text{ K}$$

$$P_0 = 2,6 \text{ kW}$$

$$P_t = 9,1 \text{ kW}$$

Rješenje:



Općenita formula za zagrijavanje od neke početne nadtemperature ϑ_0 glasi:

$$\vartheta = \vartheta_0 + (\vartheta_m - \vartheta_0) \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right)$$

a) Za zagrijavanje iz hladnog stanja:

$$\vartheta_1 = \vartheta_{m1} \left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right) \Rightarrow T = -\frac{t}{\ln\left(1 - \frac{\vartheta_1}{\vartheta_{m1}}\right)} = -\frac{1,4}{\ln\left(1 - \frac{30}{60}\right)} = \boxed{2,02 \text{ h}}$$

b) Konačno zagrijanje (ϑ_m) proporcionalno je ukupnim gubicima u transformatoru. Kod zagrijanja ϑ_1 konačno zagrijanje iznosi ϑ_{m1} , što se događa pri opterećenju α_1 .

$$\frac{\vartheta_{m1}}{\vartheta_{mn}} = \frac{P_0 + \alpha_1^2 P_t}{P_0 + P_t} = \frac{\frac{P_0}{P_t} + \alpha_1^2}{1} \Rightarrow \alpha_1 = \sqrt{\frac{\vartheta_{m1}}{\vartheta_{mn}} \left(\frac{P_0}{P_t} + 1\right) - \frac{P_0}{P_t}} = \sqrt{\frac{60}{80} \left(\frac{2,6}{9,1} + 1\right) - \frac{2,6}{9,1}} = 0,8238$$

Kod zagrijanja ϑ_2 konačno zagrijanje iznosi ϑ_{m2} , što se događa pri opterećenju α_2 , 50% većem od opterećenja α_1 .

$$\frac{\vartheta_{m2}}{\vartheta_{m1}} = \frac{P_0 + (1,5\alpha_1)^2 P_t}{P_0 + \alpha_1^2 P_t} = \frac{1 + (1,5\alpha_1)^2 \frac{P_t}{P_0}}{1 + \alpha_1^2 \frac{P_t}{P_0}} = \frac{1 + (1,5 \cdot 0,8238)^2 \cdot \frac{9,1}{2,6}}{1 + 0,8238^2 \cdot \frac{9,1}{2,6}} = 1,88$$

$$\vartheta_{m2} = 1,88 \cdot \vartheta_{m1} = 1,88 \cdot 60 = \boxed{112,78 \text{ K}}$$

- 7.2. Trofazni uljni transformator 400 kVA, 10/0,4 kV, $u_k = 5\%$, $P_0 = 2250$ W, $P_h/P_v = 2/3$, $P_t = 5750$ W, 60 Hz se pri nazivnom opterećenju zagrijava za 105 K nadtemperature. Temperatura okoline je 40° C. Kolikom snagom se smije opteretiti ovaj transformator na mreži istog napona, ali frekvencije 50 Hz, ako je temperatura okoline 20° C? Pretpostavite da su gubici u željezu zbog histereze proporcionalni kvadratu indukcije.

$$S_n = 400 \text{ kVA}$$

$$10/0,4 \text{ kV}$$

$$P_{tn} = 5750 \text{ W}$$

$$P_{0n} = 2250 \text{ W}$$

$$u_k = 5\%$$

$$P_h / P_v = 2/3$$

$$\vartheta_{mn} = 105 \text{ K}$$

$$\theta_{okn} = 40^\circ \text{ C}$$

$$\theta_{okl} = 20^\circ \text{ C}$$

Rješenje:

Gubici zbog histereze i vrtložnih struja na nazivnom naponu, nazivne frekvencije 60 Hz:

$$P_h = k_h f B^2$$

$$P_v = k_v f^2 B^2$$

$$P_{hn} = \frac{2}{5} P_{0n} = \frac{2}{5} \cdot 2250 = 900 \text{ W}$$

$$P_{vn} = \frac{3}{5} P_{0n} = \frac{3}{5} \cdot 2250 = 1350 \text{ W}$$

Priključkom na nazivni napon, smanjene frekvencije, poveća se indukcija:

$$\left. \begin{aligned} U_{1n} &= k f_n B_n \\ U_{1n} &= k f B \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{B}{B_n} = \frac{f_n}{f} = \frac{60}{50} = \frac{6}{5}$$

Gubici zbog histereze i vrtložnih struja na nazivnom naponu, frekvencije 50 Hz:

$$P_h = \frac{f}{f_n} \left(\frac{B}{B_n} \right)^2 P_{hn} = \frac{50}{60} \left(\frac{6}{5} \right)^2 900 = 1080 \text{ W}$$

$$P_v = \left(\frac{f}{f_n} \frac{B}{B_n} \right)^2 P_{vn} = \left(\frac{50}{60} \frac{6}{5} \right)^2 1350 = 1350 \text{ W}$$

$$P_0 = P_h + P_v = 1080 + 1350 = 2430 \text{ W}$$

$$\vartheta_{mn} = 105 \text{ K}$$

Novo konačno zagrijanje:

$$\vartheta_{m1} = \vartheta_{mn} + \theta_{okn} - \theta_{okl} = 105 + 40 - 20 = 125 \text{ K}$$

$$\frac{\vartheta_{m1}}{\vartheta_{mn}} = \frac{P_0 + \alpha_1^2 P_{tn}}{P_{0n} + P_{tn}} \Rightarrow \alpha_1 = \sqrt{\frac{\vartheta_{m1}}{\vartheta_{mn}} \left(\frac{P_{0n}}{P_{tn}} + 1 \right) - \frac{P_0}{P_{tn}}} = \sqrt{\frac{125}{105} \left(\frac{2250}{5750} + 1 \right) - \frac{2430}{5750}} = 1,1107$$

$$S = \alpha_1 S_n = 1,1107 \cdot 400 = \boxed{444,3 \text{ kVA}}$$

7.3. Transformator ima sljedeće nazivne podatke:

$S_n = 4 \text{ MVA}$, $U_{1n} = 30 \text{ kV}$, $U_{2n} = 10 \text{ kV}$, $P_0 = 7 \text{ kW}$, $u_k = 6 \%$, $\eta = 0,9895$, $T = 2 \text{ sata}$.

Na hladnjake transformatora se ugrade ventilatori koji povećavaju efikasnost hlađenja za 50 %. Koji su novi nazivni podaci takvog transformatora (S'_n , P'_0 , P'_t , η' , u'_k , T') ako ga možemo promatrati kao homogeno tijelo?

$$S_n = 4 \text{ MVA}$$

$$30/10 \text{ kV}$$

$$P_0 = 7 \text{ kW}$$

$$u_k = 6 \%$$

$$\eta = 0,9895$$

$$T = 2 \text{ h}$$

Rješenje:

Maksimalna temperatura u transformatoru proporcionalna je gubicima, a obrnuto proporcionalna umnošku površine i efikasnosti hlađenja:

$$\left. \begin{aligned} \theta_{mn} &= \frac{P_g}{Ah} = \frac{P_0 + P_{tn}}{Ah} \\ \theta_{mn} &= \frac{P'_g}{Ah'} = \frac{P_0 + \alpha^2 P_{tn}}{A \cdot 1,5h} \end{aligned} \right\} \Rightarrow P_0 + \alpha^2 P_{tn} = 1,5(P_0 + P_{tn})$$

$$P_{gn} = (1 - \eta) S_n = (1 - 0,9895) \cdot 4 = 42 \text{ kW}$$

$$P_{tn} = P_{gn} - P_0 = 42 - 7 = 35 \text{ kW}$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{1,5(P_0 + P_{tn}) - P_0}{P_{tn}}} = \sqrt{\frac{1,5(7 + 35) - 7}{35}} = 1,2649$$

$$S' = \alpha S_n = 1,2649 \cdot 4 = \boxed{5,0596 \text{ MVA}}$$

$$P'_0 = P_0 = \boxed{7 \text{ kW}}$$

$$P'_t = \alpha^2 P_{tn} = 1,2649^2 \cdot 35 = \boxed{56 \text{ kW}}$$

$$\eta' = 1 - \frac{P'_g}{S'} = 1 - \frac{56 + 7}{5059,6} = \boxed{0,9875}$$

$$u'_k = \frac{I'Z'_k}{U'} 100 = \frac{\alpha IZ_k}{U} 100 = \alpha u_k = 1,2649 \cdot 6 = \boxed{7,589 \%}$$

$$T' = \frac{mc}{Sh'} = \frac{mc}{S \cdot 1,5h} = \frac{mc}{Sh} \frac{1}{1,5} = T \frac{1}{1,5} = 2 \cdot \frac{1}{1,5} = \boxed{1,333 \text{ h}}$$

- 7.4. Transformator s izolacijom papir u ulju ($\Delta_0 = 6^\circ\text{C}$, $\theta_0 = 98^\circ\text{C}$, $Z_0 = 10$ god.) radi 5 dana s takvim teretom da je $\theta = 92^\circ\text{C}$, a zatim 2 dana tako da je $\theta = 110^\circ\text{C}$ i taj ciklus se stalno ponavlja. Koliki je životni vijek i koliko iznosi godišnje iskorištenje životnog vijeka?

$$\Delta_0 = 6^\circ\text{C}$$

$$\theta_0 = 98^\circ\text{C}$$

$$Z_0 = 10 \text{ god.}$$

$$\theta_1 = 92^\circ\text{C}$$

$$\theta_2 = 110^\circ\text{C}$$

Rješenje:

θ_0 je temperatura, kod koje životni vijek iznosi Z_0 , Δ_0 je ono povišenje ili sniženje temperature θ u $^\circ\text{C}$ kod koje se životni vijek Z snizuje na pola, odnosno povisuje dvostruko. Prema tome, svaki izolacijski materijal ima dvije konstante (Δ_0, θ_0).

$$Z = Z_0 2^{\frac{\theta - \theta_0}{\Delta}}$$

$$Z_1 = Z_{92} = Z_0 2^{\frac{\theta_1 - \theta_0}{\Delta}} = 10 \cdot 2^{\frac{92 - 98}{6}} = 20 \text{ god.}$$

Transformator radi sa sniženom temperaturom te se životni vijek povećao.

$$Z_2 = Z_{110} = Z_0 2^{\frac{\theta_2 - \theta_0}{\Delta}} = 10 \cdot 2^{\frac{110 - 98}{6}} = 10 \cdot 2^{-2} = 2,5 \text{ god.}$$

Transformator radi sa povišenom temperaturom te se životni vijek smanjio.

Budući da se izmjena tih dvaju pogonskih stanja stalno ponavlja, životni vijek se računa iz godišnjeg iskorištenja životnog vijeka I_Z .

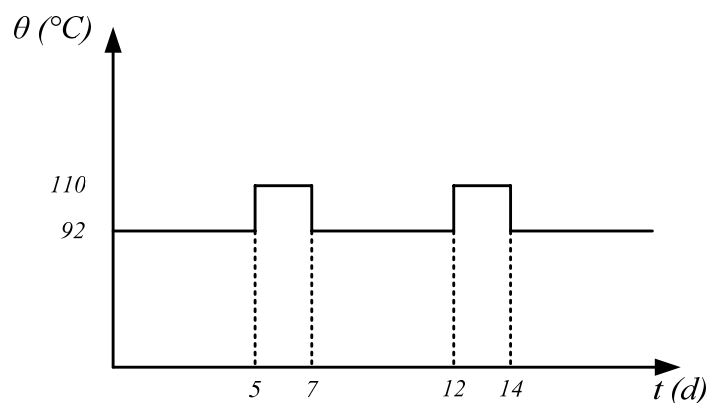
$$I_Z = \frac{1}{Z} \cdot 100 \%$$

$$I_Z = 100 \int_{t_1}^{t_2} \frac{dt}{Z} = 100 \int_{t_1}^{t_2} \frac{dt}{Z_0 2^{\frac{\theta - \theta_0}{\Delta}}}$$

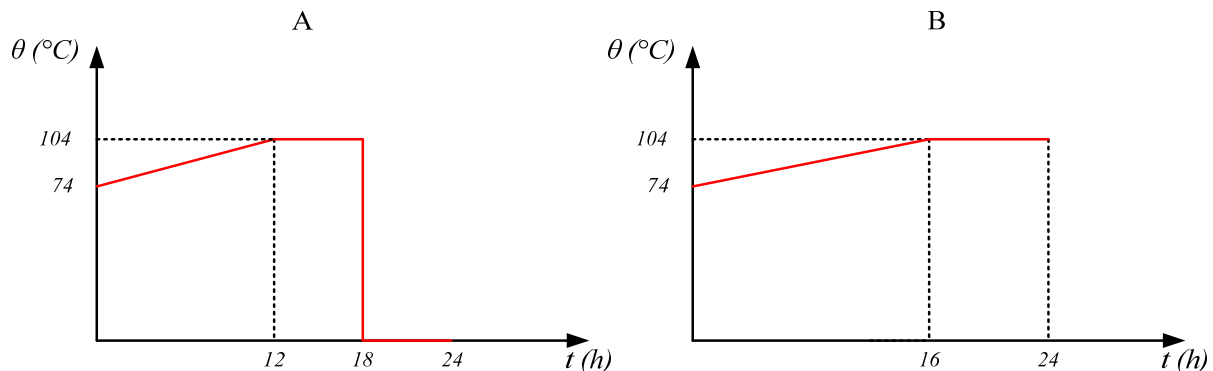
$$I_Z = \frac{5}{7} \cdot \frac{1}{Z_1} \cdot 100 + \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{Z_2} \cdot 100 = 0,15 =$$

$$I_Z = 15 \% \text{ godišnje}$$

$$Z = \frac{100}{I_Z} = \frac{100}{15} = 6,67 \text{ god.}$$



- 7.5. Uljni transformator ($\Delta_0 = 6^\circ\text{C}$, $\theta_0 = 98^\circ\text{C}$, $Z_0 = 10$ god.) radi neprekidno 10 godina pri čemu mu je termičko dnevno naprezanje izolacije kao na slici A. Koliko još vremena transformator može raditi u uvjetima prema slici B do 100% iskorištenja životnog vijeka?



$$\Delta_0 = 6^\circ\text{C}$$

$$\theta_0 = 98^\circ\text{C}$$

$$Z_0 = 10 \text{ god.}$$

$$\theta_1 = 78^\circ\text{C}$$

$$\theta_2 = 104^\circ\text{C}$$

Rješenje:

Za linearnu promjenu temperature s vremenom vrijedi:

$$\theta = \theta_1 + \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1}(t - t_1)$$

$$Z = Z_0 2^{\frac{\theta - \theta_0}{\Delta}}; \quad I_Z = 100 \int_{t_1}^{t_2} \frac{dt}{Z}$$

Nakon integriranja:

$$I_Z = \frac{100 \cdot (t_2 - t_1) \cdot \Delta_0}{\ln 2 \cdot (\theta_2 - \theta_1)} \cdot \left(\frac{1}{Z_2} - \frac{1}{Z_1} \right)$$

$$Z_1 = Z_0 2^{\frac{\theta_1 - \theta_0}{\Delta}} = 10 \cdot 2^{\frac{74 - 98}{6}} = 160 \text{ god.}$$

$$Z_2 = Z_0 2^{\frac{\theta_2 - \theta_0}{\Delta}} = 10 \cdot 2^{\frac{104 - 98}{6}} = 5 \text{ god.}$$

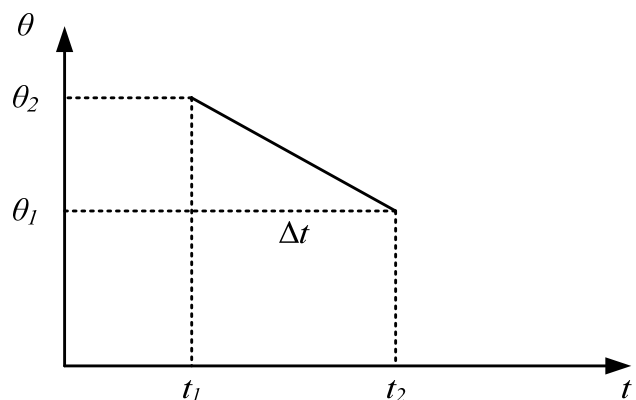
Za sliku A:

$$\Delta t_1 = \frac{12 \text{ h}}{24 \text{ h}} \cdot 10 \text{ god} = 5 \text{ god.}$$

$$\Delta t_2 = \frac{6 \text{ h}}{24 \text{ h}} \cdot 10 \text{ god} = 2,5 \text{ god.}$$

$$I_Z = \frac{100 \cdot \Delta t_1 \cdot \Delta_0}{\ln 2 (\theta_2 - \theta_1)} \cdot \left(\frac{1}{Z_2} - \frac{1}{Z_1} \right) + \frac{100 \cdot \Delta t_2}{Z_2}$$

$$I_Z = \frac{100 \cdot 5 \cdot 6}{\ln 2 \cdot (104 - 74)} \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{160} \right) + \frac{100 \cdot 2,5}{5} = 27,95 \% + 50 \% = 77,95 \% \text{ u 10 godina.}$$



Za sliku B:

Još se može iskoristiti $100\% - 77,95\% = 22,05\%$ u x godina.

$$\Delta t_1 = \frac{16 \text{ h}}{24 \text{ h}} \cdot x \text{ god} = \frac{2}{3} x$$

$$\Delta t_2 = \frac{8 \text{ h}}{24 \text{ h}} \cdot x \text{ god} = \frac{1}{3} x$$

$$I_z = \frac{100 \cdot \Delta t_1 \cdot \Delta_0}{\ln 2 (\theta_2 - \theta_1)} \cdot \left(\frac{1}{Z_2} - \frac{1}{Z_1} \right) + \frac{100 \cdot \Delta t_2}{Z_2}$$

$$\frac{100 \cdot \frac{2}{3} x \cdot 6}{\ln 2 \cdot (104 - 74)} \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{160} \right) + \frac{100 \cdot \frac{1}{3} x}{5} = 22,05$$

$$x(3,727 + 6,667) = 22,05$$

$$x = 2,12 \text{ god}$$

Transformator može raditi još 2,12 godina.

- 7.6. Trofazni uljni transformator 8 MVA, 35/10,5 kV, Yd5, $u_k = 7\%$, $P_{\text{tn}}/P_0 = 5,5$ nazivno opterećen pri temperaturi okoline 40°C ima temperaturu najtoplije točke 118°C . Pri opterećenju 5 MVA transformator se u roku 3 sata zagrije iz hladnog stanja za 28 K. Kolika je toplinska vremenska konstanta transformatora? Ako je temperatura okoline 25°C , koje opterećenje transformatora (u kVA) se smije dozvoliti u trajnom radu da mu temperatura najtoplije točke ne prijeđe 118°C ?

$$T = 2,22 \text{ h}$$

$$S = 8,864 \text{ MVA}$$

- 7.7. Trofazni uljni transformator zagrijava se kod 50 % nazivnog opterećenja za 30 K u odnosu na temperaturu okoline, a pri nazivnom opterećenju za 65 K. Kod kojeg opterećenja u odnosu na nazivno će se transformator zagrijati iz hladnog stanja za 40 K u roku od 3 sata ako vremenska konstanta zagrijanja iznosi 2 sata?

$$\alpha = 0,843$$