

# ELEKTRANE

---

- *auditorne vježbe* –  
područje hidroelektrana

2009

**Prof.dr.sc.**  
**Doc.dr.sc.**  
**Doc.dr.sc.**

**Sejid Tešnjak**  
**Igor Kuzle**  
**Davor Grgić**  
**Hrvoje Pandžić**  
**Darjan Bošnjak**

# Vrste energije

---

Energija se najčešće dijeli na nagomilane (skupljene, pohranjene) i prijelazne oblike energije.

Nagomilani oblici energije mogu održati svoj oblik kroz dulje vremensko razdoblje, dok se prijelazni oblici javljaju kratkotrajno. Prijelazna energija pojavljuje se kada nagomilana energija mijenja svoj oblik ili kada prelazi s jednog sustava na drugi (s jednog tijela na drugo).

Nagomilani oblici energije dijele se na mehaničku i unutarnju energiju. U mehaničku energiju ubrajaju se potencijalna, kinetička, elastična i rotacijska energija. Unutarnja energija dijeli se na nuklearnu, kemijsku i unutarnju kaloričku energiju.

Prijelazni su oblici energije mehanički rad, toplinska energija i električna energija. Mehanički rad se javlja samo u trenucima kada mehanička i/ili unutarnja kalorička energija, posredstvom sile koja djeluje između sustava, prelazi s jednog sustava na drugi. Drugim riječima, mehanički rad je prijenos mehaničke i/ili unutarnje kaloričke energije s tijela na tijelo posredstvom svladavanja sile na putu.

Tijelo ne posjeduje toplinu, već je ona energija u prijelazu. Toplina je dio unutarnje kaloričke energije koja s tijela više temperature prelazi na tijelo niže temperature.

# Zadatak 1

---

Pribranska HE Sklope ima zahvat vode na nadmorskoj visini 500,5 m, a nazivni protok iznosi 45 m<sup>3</sup>/s. Voda se tlačnim cjevovodom dovodi iz akumulacijskog jezera Kruščice do strojarnice elektrane. Francis turbina nalazi se na nadmorskoj visini 483 m. Razina vode u kompenzacijskom bazenu nalazi se na 554 m, a razina donje vode na 474 m nadmorske visine.

Kolika je snaga jedne turbine promjera 6 m pri nazivnom protoku, a kolika je snaga nakon ugradnje difuzora promjera 9 m? Hidraulički gubici u privodu, osim gubitaka u difuzoru i turbini, se zanemaruju.

$$h_z = 500,5 \text{ m}$$

$$Q_n = 45 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$H_t = 483 \text{ m}$$

$$H_{gv} = 554 \text{ m}$$

$$H_{dv} = 474 \text{ m}$$

$$D_t = 6 \text{ m}$$

$$D_d = 9 \text{ m}$$

$$\text{Poprečni presjek turbine: } A_t = \left(\frac{D_t}{2}\right)^2 \pi = \left(\frac{6}{2}\right)^2 \pi = 28,274 \text{ m}^2$$

$$\text{Brzina vode na izlasku iz turbine: } c_t = \frac{Q_n}{A_t} = \frac{45}{28,274} = 1,592 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{Neto pad: } H_{n1} = H_{gv} - H_t - \frac{c_t^2}{2g} = 554 - 483 - \frac{1,592^2}{2 \cdot 9,81} = 70,871 \text{ m}$$

$$P = \frac{W}{t} = \frac{mgh}{t} = \frac{\rho Vgh}{t} = Qgh \text{ [kW]} - \text{snaga hidroelektrane}$$

$$\text{Snaga turbine pri nazivnom protoku: } P_{n1} = gQ_n H_{n1} = 9,81 \cdot 45 \cdot 70,871 = 31,286 \text{ MW}$$

$$A \cdot c = \text{konst} - \text{jednadžba kontinuiteta}$$

$$\text{Poprečni presjek difuzora: } A_d = \left(\frac{D_d}{2}\right)^2 \pi = \left(\frac{9}{2}\right)^2 \pi = 63,617 \text{ m}^2$$

$$\text{Brzina vode na izlasku iz difuzora: } c_d = \frac{Q_n}{A_d} = \frac{45}{63,617} = 0,707 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{Neto pad: } H_{n2} = H_{gv} - H_{dv} - \frac{c_d^2}{2g} = 554 - 474 - \frac{0,707^2}{2 \cdot 9,81} = 79,975 \text{ m}$$

$$\text{Snaga turbine pri nazivnom protoku: } P_{nd} = gQ_n H_{n2} = 9,81 \cdot 45 \cdot 79,975 = 35,305 \text{ MW}$$

## Zadatak 2

Reverzibilna HE ima dva pumpno-turbinska agregata nazivne snage u turbinskom (generatorskom) režimu rada od  $S_{gn} = 315$  MVA. Iz ekonomskih razloga u pumpnom (motorskom) režimu rada hidroagregati mogu raditi maksimalnom snagom  $P_p = 300$  MW. Da bi se izbjegla pojava kavitacije, dozvoljena minimalna snaga generatora u turbinskom režimu rada je  $P_{gm} = 100$  MW.

Razina vode u gornjem jezeru kreće se od  $H_{Gm} = 815$  m do  $H_{GM} = 880$  m, a u donjem jezeru  $H_{Dm} = 270$  m do  $H_{DM} = 290$  m. Ovisnost protoka o djelatnoj snazi za karakteristične vrijednosti pada, uz pretpostavku da nema gubitaka pada u dovodnim organima) dana je u tablici.

$H$ [m]	turbinski pogon $Q_t$ [m <sup>3</sup> /s]					pumpni pogon $Q_p$ [m <sup>3</sup> /s]
815 – 290 = 525	27	37	46	57	74	51
815 – 270 = 545	26	35	44	55	69	49
880 – 290 = 590	24	33	41	51	62	44
880 – 270 = 610	23	31	39	49	58	41
$P$ [MW]	100	150	200	250	300	300

- a) Izračunati koliko se električne energije može dobiti u turbinskom pogonu za uloženu energiju u pumpnom pogonu. Proračun izvesti za sve vrijednosti padova i snaga iz tablice uz pretpostavku da se pumpanje vode i turbinski rad provode pri konstantnom padu.

Za pad od 525 m (to je ujedno i neto pad  $H = H_n$ , jer se pretpostavlja da nema gubitaka u dovodnim organima HE) pri pumpanju vode iz donjeg u gornje jezero protok kroz pumpu je  $Q = 51$  m<sup>3</sup>/s. za jedinu moguću snagu pumpi  $P_p = 300$  MW potreban je specifični protok kroz pumpu:

$$\Delta V_p = \frac{Q_p}{P_p} = \frac{51}{300} = 0,17 \frac{\text{m}^3}{\text{MWs}}$$

Za turbinski pogon i snagu generatora 100 MW pri neto padu  $H = 525$  m protok iznosi  $Q_t = 27$  m<sup>3</sup>/s. Specifični protok kroz turbinu je:

$$\Delta V_t = \frac{Q_t}{P_g} = \frac{27}{100} = 0,27 \frac{\text{m}^3}{\text{MWs}}$$

Odnos dobivene i uložene energije je  $\frac{\Delta V_p}{\Delta V_t} = \frac{W_g}{W_p} = \frac{0,17}{0,27} = 0,63$ .

$H$ [m]	korisnost RHE				
815 – 290 = 525	0,630	0,689	0,739	0,745	0,689
815 – 270 = 545	0,628	0,700	0,742	0,742	0,710
880 – 290 = 590	0,611	0,666	0,715	0,719	0,710
880 – 270 = 610	0,594	0,611	0,700	0,697	0,706
$P$ [MW]	100	150	200	250	300

- b) Prethodni proračun provesti za slučaj kada se pumpanje vode provodi pri maksimalnoj razini donjeg jezera, a proizvodnja pri minimalnoj razini donjeg jezera. Zanimariti vlastitu potrošnju HE, odnosno pretpostaviti da je snaga na generatorima jednaka snazi na pragu elektrane.**

U ovom slučaju moguća su dva ekstrema, da razina vode u gornjem jezeru bude minimalna ili maksimalna.

Ako je razina vode u gornjem jezeru minimalna, specifični protok kroz pumpu za jediničnu snagu iznosi:

$$\Delta V_p = \frac{Q_p}{P_p} = \frac{51}{300} = 0,17 \frac{\text{m}^3}{\text{MWs}}$$

Za turbinski režim, uz minimalnu razinu gornjeg jezera i snagu 100 MW, pad iznosi

$$H = H_{Gm} - H_{Dm} = 815 - 270 = 545 \text{ m, a protok kroz turbinu } Q_t = 26 \text{ m}^3/\text{s}.$$

Potreban specifični protok kroz turbinu za dobivanje jedinične snage generatora je je:

$$\Delta V_t = \frac{Q_t}{P_g} = \frac{26}{100} = 0,26 \frac{\text{m}^3}{\text{MWs}}$$

Odnos dobivene i uložene energije je  $\frac{\Delta V_p}{\Delta V_t} = \frac{W_g}{W_p} = \frac{0,17}{0,26} = 0,654$ .

Rezultati proračuna za ostale padove i moguće snage generatora u turbinskom režimu rada dani su u tablici.

$H$ [m]	korisnost RHE				
$815 - 270 = 545$	0,654	0,728	0,772	0,772	0,739
$880 - 270 = 610$	0,638	0,710	0,752	0,748	0,759
$P$ [MW]	100	150	200	250	300

# Zadatak 3

Hidroelektrana ukupne instalirane snage  $P_{gi} = 96$  MW (zanemaruje se vlastita potrošnja elektrane, tj. pretpostavlja se da je snaga na generatorima jednaka snazi na pragu elektrane) i instaliranim protokom  $Q_i = 540$  m<sup>3</sup>/s ima korisnu zapremninu akumulacije  $V_k = 16 \cdot 10^6$  m<sup>3</sup> pri promjeni pada  $\Delta H = \Delta H_n = 2,0$  m (pretpostavlja se da nema gubitaka u dovodnim organima turbina).

- a) Izračunati vrijeme pražnjenja akumulacije (uz pretpostavku da nema dotoka vode) i klasificirati elektranu prema kriteriju vremena pražnjenja akumulacije.

$$T_{pr} = \frac{V_k}{3600 \cdot Q_i} = \frac{16 \cdot 10^6}{3600 \cdot 540} = 8,23 \text{ h}$$

S obzirom da je  $2 \text{ h} \leq T_{pr} \leq 400 \text{ h}$ , to je elektrana s dnevnom akumulacijom.

- b) Izračunati energetska vrijednost akumulacije uz zanemarenje promjene snage elektrane zbog promjene pada.

$$W_a = P_{gi} T_{pr} = 96 \cdot 8,23 = 790,1 \text{ MWh}$$

- c) Koliku količinu električne energije može proizvesti HE u periodu između 22 h i 6 h ako se predviđaju satni dotoci u prema tablici. Korisna akumulacija u 22h bila je u potpunosti prazna, a zahtjeva se da u 6 h ujutro bude puna. Pretpostavlja se linearna ovisnost između količine vode u akumulaciji i promjene korisnog pada.

$t_j$	22-23	23-24	0-1	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6
$Q_{dj} \text{ [m}^3/\text{s]}$	750	800	750	700	600	550	600	650

Ukupni dotok u akumulaciju između 22 i 6 h je:

$$\begin{aligned} V_{du} &= \sum_j Q_{dj} T_j = 3600 \sum_{j=1}^8 Q_{dj} = 3600(750 + 800 + 750 + 700 + 600 + 550 + 600 + 650) \\ &= 19,44 \cdot 10^6 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

Kako je akumulacija u 22 h bila prazna, a u 6 h mora biti puna, samo dio vode iz dotoka se smije trošiti:

$$\Delta V = V_{du} - V_k = 19,44 \cdot 10^6 - 16 \cdot 10^6 = 3,44 \cdot 10^6 \text{ m}^3$$

Električna energija koju iz ovog volumena HE može proizvesti:

$$\frac{W_a}{V_k} = \frac{W_g}{\Delta V} \Rightarrow W_g = \frac{\Delta V}{V_k} W_a = \frac{3,44}{16} 790,1 = 169,87 \text{ MWh}$$

- d) Potrebno je izraditi program pogona HE u periodu između 22 i 6 h uz uvjet da ne smije biti preljeva vode i da se akumulacija napuni za najkraće moguće vrijeme. Biološki minimum je  $P_{gm} = 8$  MW. Nacrtati dijagram punjenja akumulacije (povećanje volumena vode i pada) kao i kumulativni dijagram proizvedene električne energije iz HE za planirani program rada elektrane u periodu između 22 i 6 h.

Svakog sata turbina biološkog minimuma mora raditi s minimalno 8 MW, što znači da je minimalni satni protok kroz elektranu:

$$\Delta Q_m^h = \frac{P_{gm}}{P_{gi}} 3600 Q_i = \frac{8}{96} 3600 \cdot 540 = 0,162 \cdot 10^6 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

Volumen vode koji se mora propustiti kroz turbinu biološkog minimuma u svakom satu iznosi:

$$\Delta V_h = \Delta Q_m^h \cdot T = 0,162 \cdot 10^6 \cdot 1 = 0,162 \cdot 10^6 \text{ m}^3$$

Satni dotoci vode, bez vode propuštene zbog održavanja biološkog minimuma, računaju se prema:

$$V_{dj} = 3600 \cdot Q_{dj} - \Delta V_h$$

$t_j$	22-23	23-24	0-1	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6
$V_{dj} [\text{m}^3/\text{s}]$	2,538	2,718	2,538	2,358	1,998	1,818	1,998	2,178
$\Delta V_{dj,uk} [\text{m}^3/\text{s}]$	2,538	5,256	7,794	10,152	12,150	13,968	15,966	18,144

Sve do 5 h je količina vode u akumulacijskom bazenu manja od njegovog kapaciteta, što znači da turbina ostaje izvan pogona sve do nakon 5 h. U zadnjem satu kroz turbinu treba proći  $18,144 - 16 + 0,162 = 2,306 \text{ m}^3/\text{s}$  vode. Pri nazivnoj snazi kroz turbinu može proći volumen vode:

$$\Delta V_{hM} = 3600 \cdot Q_i = 3600 \cdot 540 = 1,944 \cdot 10^6 \text{ m}^3$$

S obzirom da u zadnjem satu kroz turbinu ne može proći svih  $2,306 \text{ m}^3/\text{s}$  vode, turbina mora početi raditi sat ranije u kojem kroz turbinu mora proći volumen vode:

$$\Delta V_{h4-5} = 2,306 - 1,944 + 0,162 = 0,524 \cdot 10^6 \text{ m}^3$$

Iznos proizvedene električne energije u predzadnjem satu je:

$$W_{g4-5} = \frac{\Delta V_{4-5}}{\Delta V_{hM}} \cdot P_{gi} \cdot T = \frac{0,524}{1,944} \cdot 96 \cdot 1 = 25,9 \text{ MWh}$$

Snaga elektrane u predzadnjem satu iznosi  $P_{g4-5} = 25,9$  MW.

Za svaki cm korisnog pada količina vode u akumulaciji je:

$$\Delta q_h = \frac{V_k}{\Delta H} = \frac{16 \cdot 10^6}{200} = 8 \cdot 10^4 \frac{\text{m}^3}{\text{cm}}$$

Na temelju ovih rezultata može se izraditi program rada HE za razdoblje između 22 i 6 h.

$t_j$	22-23	23-24	0-1	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	Ukupno
$Q_{dj}$ [m <sup>3</sup> /s]	750	800	750	700	600	550	600	650	
$P_{gj}$ [MW]	8	8	8	8	8	8	25,9	96	
$W_{gj}$ [MWh]	8	8	8	8	8	8	25,9	96	169,9
$W_{g,uk}$ [MWh]	8	16	24	32	40	48	73,9	169,9	
$V_{dj}$ [m <sup>3</sup> /s]	2,538	2,718	2,538	2,358	1,998	1,818	1,636	0,396	16
$\Delta V_{dj,uk}$ [m <sup>3</sup> /s]	2,538	5,256	7,794	10,152	12,150	13,968	15,604	16	
$\Delta H_j$ [cm]	31,73	33,98	31,73	29,48	24,98	22,73	20,42	4,95	200
$H_{uk}$ [cm]	31,73	65,71	97,44	126,92	151,90	174,63	195,05	200,00	



# Zadatak 4

---

Hidroelektrana izgrađena za pad  $H = 8$  m opremljena je Kaplan turbinom sa specifičnim brojem okretaja  $n_s = 850$  o/min. Koliki će biti broj okretaja vodne turbine ako je snaga turbine  $P = 3089,1$  kW?

Zbog nemogućnosti točnog proračuna strujanja i gubitaka koji su posljedica strujanja, u većini slučajeva je potrebno upotrijebiti modele turbina. Na tom modelu se provode ispitivanja s padom vode koji se redovito razlikuje od pada s kojim će raditi izvedena turbina.

Među linearnim dimenzijama geometrijski sličnih turbina postoji omjer  $\lambda = \frac{D''}{D'}$ .

Za omjer površina vrijedi  $\lambda^2 = \frac{A''}{A'}$ .

Za obodne brzine vrijedi:

$$u' = 2\pi f' R' = \frac{2\pi n'}{60} \cdot \frac{D'}{2}$$
$$u'' = 2\pi f'' R'' = \frac{2\pi n''}{60} \cdot \frac{D''}{2}$$

Omjer kinematičke sličnosti:

$$\frac{u''}{u'} = \frac{n''}{n'} \cdot \frac{D''}{D'} = \frac{n''}{n'} \cdot \lambda = k$$

Gubici su proporcionalni s kvadratom brzine pa je  $k^2 = \frac{H_n''}{H_n'}$ .

$$\frac{n''}{n'} = \frac{k}{\lambda} = \sqrt{\frac{H_n''}{H_n'}} \cdot \frac{D'}{D''}$$

Omjer protoka kroz turbinu iznosi:

$$\frac{Q''}{Q'} = \frac{A'' c''}{A' c'} = \lambda^2 k = \left(\frac{D''}{D'}\right)^2 \sqrt{\frac{H_n''}{H_n'}}$$

Omjer snaga iznosi:

$$\frac{P''}{P'} = \frac{Q'' H_n''}{Q' H_n'} = \lambda^2 k^3 = \left(\frac{D''}{D'}\right)^2 \sqrt{\left(\frac{H_n''}{H_n'}\right)^3}$$

Model koji je prilikom ispitivanja dao dobre rezultate može poslužiti kao uzorak za izvedbu niza turbina jer je dovoljno promijeniti omjer geometrijske sličnosti  $\lambda$ . Takve turbine, koje se razlikuju po dimenzijama, radit će uz različite padove, imat će različite snage i brzine vrtnje. Budući da će se padovi, snage i brzine vrtnje međusobno znatno razlikovati, na temelju tih podataka se ne može

zaključiti da su te turbine geometrijski slične. Zbog toga je uvedena karakteristika nazvana specifičnom brzinom vrtnje.

Specifična brzina vrtnje je brzina vrtnje modelne turbine koja ima toliki promjer da uz pad od 1 m iskorištava protok od 1 m<sup>3</sup>/s. Ako turbinu  $T'$  smatramo modelnom turbinom vrijede sljedeće zamjene:

$$\begin{array}{ll} T': & n' = n_s \\ & D' = D_m \\ & H'_n = 1 \text{ m} \\ & Q' = 1 \text{ m}^3/\text{s} \end{array} \quad \begin{array}{ll} T'': & n'' = n \\ & D'' = D \\ & H''_n = H_n \\ & Q'' = Q \end{array}$$

Nakon zamjene vrijede sljedeći izrazi:

$$n_s = n \frac{D}{D_m} \sqrt{\left(\frac{H_n}{1}\right)}$$

$$\frac{P}{1} = \left(\frac{D}{D_m}\right)^2 \sqrt{\left(\frac{H_n}{1}\right)^3}$$

Uvrštavanjem se dobiva konačni izraz:

$$n_s = n \sqrt{\frac{P}{1}} \cdot \frac{\sqrt{\frac{1}{H_n}}}{\sqrt[4]{\left(\frac{H_n}{1}\right)^3}} = n \sqrt{P} \cdot \frac{1}{H_n^{\frac{1}{2}} \cdot H_n^{\frac{3}{4}}} = n \frac{\sqrt{P}}{H_n^{\frac{4}{4}} \sqrt{H_n}}$$

Snaga se mora uvrstiti u KS: 1 KS = 0,7355 kW

Rješenje zadatka:

$$n = n_s \frac{H_n^{\frac{4}{4}} \sqrt{H_n}}{\sqrt{P}} = 850 \frac{8^{\frac{4}{4}} \sqrt{8}}{\sqrt{4200}} = 176,46 \text{ min}^{-1}$$

# Zadatak 5

Dvije protočne HE bez međudotoka imaju značajke iz tablice.

		HE 1	HE 2
Instalirana snaga	$P_{gi}$ [MW]	$12 \times 171 = 2052$	$16 \times 27 = 432$
Instalirani protok	$Q_i$ [m <sup>3</sup> /s]	$12 \times 800 = 9600$	$16 \times 425 = 6800$
Konstruktivski pad	$H_k$ [m]	27,16	7,45
Korisni volumen akumulacije (pri $H=H_k$ )	$V_k$ [10 <sup>6</sup> m <sup>3</sup> ]	150	80
Maksimalni pad	$H_M$ [m]	28,40	12,75
Minimalni pad	$H_m$ [m]	17,50	2,50
Potrošnja vode za jedno provođenje brodova kroz prevodnicu (pri $H=H_k$ )	$V_{prev}$ [m <sup>3</sup> ]	153 000	41 800

- a) Naći matematičku ovisnost korisnog volumena akumulacije o padu svake HE, uz pretpostavku da je ta ovisnost linearna.

Iz poznatih volumena akumulacije, konstrukcijskih i minimalnih padova mogu se izračunati specifični volumeni po cm korisnog pada akumulacije:

$$\Delta q_{h1} = \frac{V_{k1}}{H_{k1} - H_{m1}} = \frac{150}{27,16 - 17,50} = 155\,279,503 \frac{\text{m}^3}{\text{cm}}$$

$$\Delta q_{h2} = \frac{V_{2k}}{H_{k2} - H_{m2}} = \frac{80}{7,45 - 2,50} = 161\,616,162 \frac{\text{m}^3}{\text{cm}}$$

Volumeni akumulacija u funkciji pada mogu se izraziti kao:

$$V_1(H_1) = \Delta q_{h1}(H_1 - H_{m1}) = 15,5279503(H_1 - 17,5) \cdot 10^6 \text{ m}^3$$

$$V_2(H_2) = \Delta q_{h2}(H_2 - H_{m2}) = 16,1616162(H_2 - 2,5) \cdot 10^6 \text{ m}^3$$

pri čemu su  $H_1$  i  $H_2$  u metrima.

- b) Izračunati dnevne gubitke uzrokovane prolaskom 16 brodova kroz provodnice u proizvodnji energije svake elektrane te sumarno.

Ukupna izgubljena količina vode za proizvodnju električne energije je:

$$\Delta V_{prev1} = 16 \cdot V_{prev1} = 16 \cdot 153\,000 = 2\,448\,000 \text{ m}^3$$

$$\Delta V_{prev2} = 16 \cdot V_{prev2} = 16 \cdot 41\,800 = 668\,800 \text{ m}^3$$

Specifična potrošnja vode za proizvodnju 1 kWh električne energije u svakoj elektrani je:

$$w_1 = \frac{3600 \cdot Q_{i1}}{P_{gi1}} = \frac{3600 \cdot 9600}{2052} = 16,8421 \frac{\text{m}^3}{\text{kWh}}$$

$$w_2 = \frac{3600 \cdot Q_{i2}}{P_{gi2}} = \frac{3600 \cdot 6800}{432} = 56,6667 \frac{\text{m}^3}{\text{kWh}}$$

Izgubljena električna energije uzrokovana potrošnjom vode zbog prolaska brodova je:

$$\Delta W_{prev1} = \frac{\Delta V_{prev1}}{w_1} = \frac{2\,448\,000}{16,8421} = 145\,035,04 \text{ kWh}$$

$$\Delta W_{prev2} = \frac{\Delta V_{prev2}}{w_2} = \frac{668\,800}{56,4447} = 11\,802,35 \text{ kWh}$$

$$\Delta W_{prev} = \Delta W_{prev1} + \Delta W_{prev2} = 145\,035,04 + 11\,802,35 = 157\,152,39 \text{ kWh}$$

- c) Ako je prosječan dotok rijeke tijekom 24 sata  $Q_d = 7500 \text{ m}^3/\text{s}$ , a razine akumulacijskih jezera obiju elektrana su na kotama koje odgovaraju konstrukcijskom padu, izračunati dnevnu proizvodnju elektrana zasebno i sumarno, uz uvjet da se tijekom tog 24-satnog perioda napuni akumulacija HE 1, a da se akumulacija HE 2 puni tako da ne dođe do preljeva uz 16 prevođenja brodova kroz svaku od provodnica.  
U proračunu zanemariti vlastite potrošnje hidroelektrana (jednaka snaga na generatorima i na pragovima elektrana).

S prosječnim dotokom  $Q_d = 7500 \text{ m}^3/\text{s}$  u 24 sata u akumulaciju HE 1 doteče količina vode:

$$V_{du1} = 24 \cdot 3600 \cdot Q_d = 24 \cdot 3600 \cdot 7500 = 648 \cdot 10^6 \text{ m}^3$$

S obzirom da je na početku razmatranog dnevnog perioda na akumulacijama konstrukcijski pad, količine vode u akumulacijama jednake su korisnim volumenima akumulacija:

$$V_1 = V_{k1} = 150 \cdot 10^6 \text{ m}^3$$

$$V_2 = V_{k2} = 80 \cdot 10^6 \text{ m}^3$$

Maksimalni korisni volumeni akumulacija javljaju se kada je pad jednak maksimalnom i iznose:

$$V_{k1M} = \Delta q_{h1}(H_{1M} - H_{1m}) = 15,5279503 \cdot 10^6 (28,4 - 17,5) = 169,26 \cdot 10^6 \text{ m}^3$$

$$V_{k2M} = \Delta q_{h2}(H_{2M} - H_{2m}) = 16,1616162 \cdot 10^6 (12,75 - 2,5) = 161,62 \cdot 10^6 \text{ m}^3$$

Da bi se u akumulaciji HE 1 postigao maksimalni korisni volumen od količine ukupno dotekle vode treba zadržati  $V_{k1M} - V_{k1} = 19,26 \cdot 10^6 \text{ m}^3$ , iz čega slijedi da se kroz turbine HE 1 propušta količina vode:

$$\begin{aligned} V_1 &= V_{du1} - (V_{k1M} - V_{k1}) - \Delta V_{prev1} = 648 \cdot 10^6 - (169,26 \cdot 10^6 - 150 \cdot 10^6) - 2,448 \cdot 10^6 \\ &= 626,292 \cdot 10^6 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

S ovom količinom vode HE 1 će proizvesti električne energije:

$$W_{g1} = \frac{V_1}{w_1} = \frac{626,292 \cdot 10^6}{16,842} = 37\,186,320 \text{ MWh}$$

S druge strane, u akumulaciju HE 2 tijekom 24-satnog perioda doteče voda koja se propusti kroz turbine HE 1 i voda koja se propusti kroz brodsku provodnicu HE 1 pa je:

$$V_{du2} = V_1 + \Delta V_{prev1} = 626,292 \cdot 10^6 + 2,448 \cdot 10^6 = 628,74 \cdot 10^6 \text{ m}^3$$

Da bi se u akumulaciji HE 2 na kraju 24-satnog perioda dobio maksimalni pad, kojem odgovara maksimalni volumen akumulacije, uz uvjet da je na početku 24-satnog perioda eksploatacije volumen akumulacije HE2 bio  $V_{k2}$ , treba propustiti količinu vode:

$$\begin{aligned} V_2 &= V_{du2} - (V_{k2M} - V_{k2}) - \Delta V_{prev2} = 628,74 \cdot 10^6 - (161,62 \cdot 10^6 - 80 \cdot 10^6) - 0,6688 \cdot 10^6 \\ &= 546,451 \cdot 10^6 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

Ovoj količini vode odgovara srednji protok:

$$Q_{sr2} = \frac{V_2}{24 \cdot 3600} = \frac{546,451 \cdot 10^6}{24 \cdot 3600} = 6\,324,667 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$Q_{sr2}$  je manji od  $Q_{i2}$ , što znači da se ova količina vode može propustiti kroz turbine. S ovom količinom vode HE 2 će proizvesti električne energije:

$$W_{g2} = \frac{V_2}{w_2} = \frac{546,451 \cdot 10^6}{56,667} = 9\,643,196 \text{ MWh}$$

Ukupna proizvodnja električne energije tijekom razmatranog 24-satnog perioda u obje HE je:

$$W_g = W_{g1} + W_{g2} = 37\,186,320 + 9\,643,196 = 46\,829,516 \text{ MWh}$$

**d) Koju energetska vrijednost uz uvjete prema točki c) imaju akumulacije svake HE i sumarno? Zanimariti utjecaj promjene pada.**

Kako su korisni volumeni vode u akumulacijama obiju HE maksimalni, pojedinačne energetske vrijednosti akumulacija su:

$$W_{a1}^{(1)} = \frac{V_{k1M}}{w_1} = \frac{169,26 \cdot 10^6}{16,842} = 10\,049,875 \text{ MWh}$$

$$W_{a1}^{(2)} = \frac{V_{k1M}}{w_2} = \frac{169,26 \cdot 10^6}{56,667} = 2\,986,924 \text{ MWh}$$

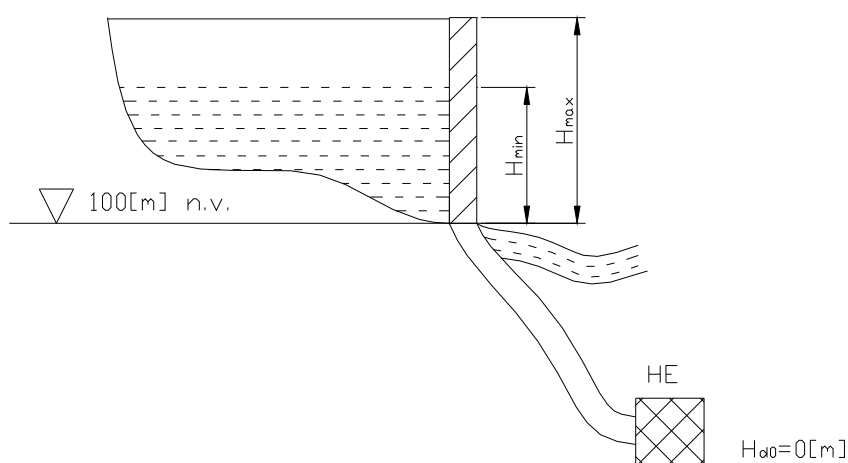
$$W_{a2} = \frac{V_{k2M}}{w_2} = \frac{161,62 \cdot 10^6}{56,667} = 2\,852,101 \text{ MWh}$$

Sumarna energetska vrijednost akumulacija HE 1 i HE 2 je:

$$W_a = W_{a1}^{(1)} + W_{a1}^{(2)} + W_{a2} = 10\,049,875 + 2\,986,924 + 2\,852,101 = 15\,888,9 \text{ MWh}$$

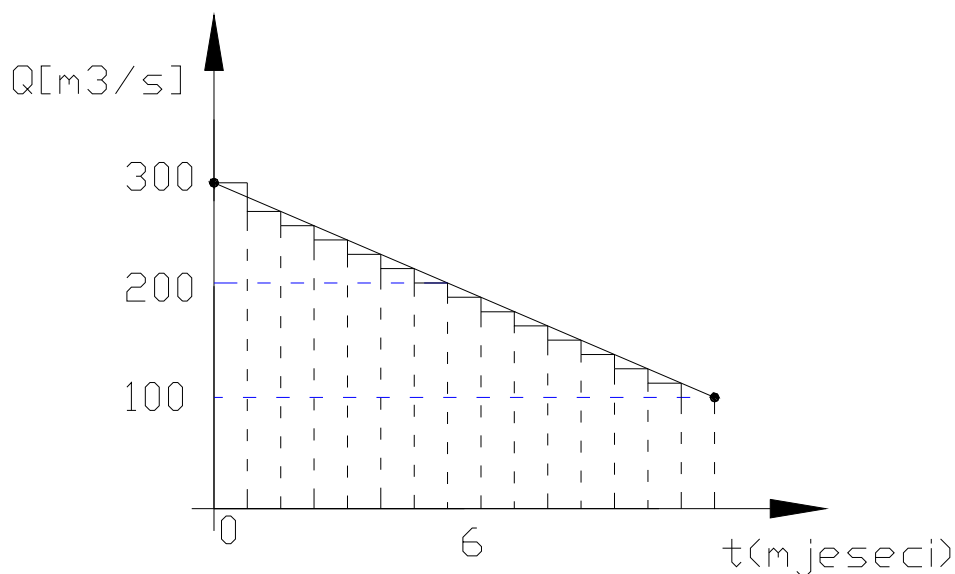
# Zadatak 6

Odredite moguću godišnju proizvodnju derivacijske hidroelektrane izgrađene na vodotoku s godišnjom krivuljom trajanja protoka  $Q = 300 - \frac{200t}{12}$  ( $t$  [mjeseci],  $Q$  [ $\text{m}^3/\text{s}$ ]) i  $Q$ - $H$  dijagramom  $H = 400 - \frac{3Q}{2}$  ( $Q$  [ $\text{m}^3/\text{s}$ ],  $H$  [m]). Zahvat se ostvaruje na 100 m n. v. a veličina izgradnje jednaka je očekivanom srednjem godišnjem protoku na tom mjestu. Postrojenje HE izrađeno je na morskoj obali. Konsumpciona krivulja na zahvatu zadana je izrazom  $H_z = \frac{Q}{20} + 40$  ( $Q$  [ $\text{m}^3/\text{s}$ ],  $H$  [m]). Brana je visine 55 m s ugrađenim zapornicama koje se reguliraju tako da propuštaju višak vode. Utjecaj veličina koje nisu zadane zanemariti.



$$t = 0 \rightarrow Q_{max} = 300 - \frac{200 \cdot 0}{12} = 300 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$t = 12 \rightarrow Q_{max} = 300 - \frac{200 \cdot 12}{12} = 100 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

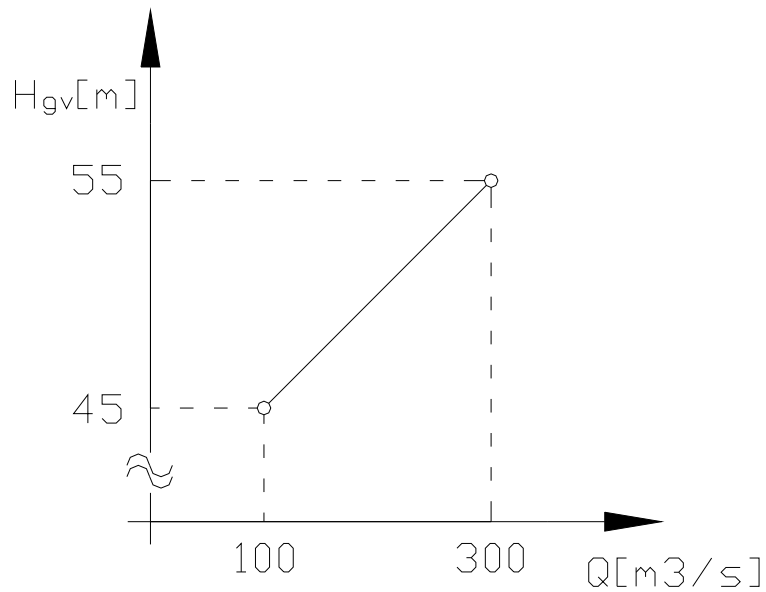


$$Q_{inst} = 200 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$Q_{min} = 100 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \rightarrow H_{gv,min} = \frac{100}{20} + 40 = 45 \text{ m}$$

$$Q_{max} = 300 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \rightarrow H_{gv,max} = \frac{300}{20} + 40 = 55 \text{ m}$$

Konsumpciona krivulja na zahvat:



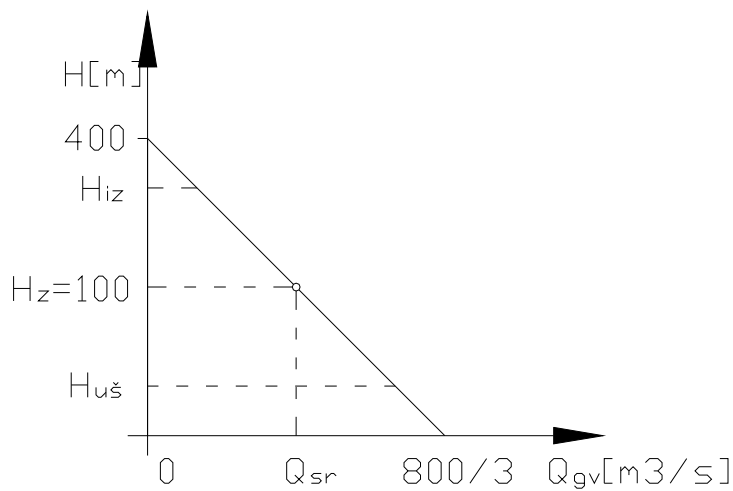
Konsumpciona krivulja dakle predstavlja visinu vode na mjestu zahvata u ovisnosti o protoku. Ona se mjeri na mjestima na vodotoku gdje je korito stabilno i nije izvrgnuto promjenama jer ovisi o obliku korita na mjestu mjerenja. Slično bi se mogla zadati i konsumpciona krivulja donje vode, odnosno na mjestu odvoda.

Q-H dijagram prikazuje ovisnost promjene srednjeg protoka s visinskom kotom vodotoka.

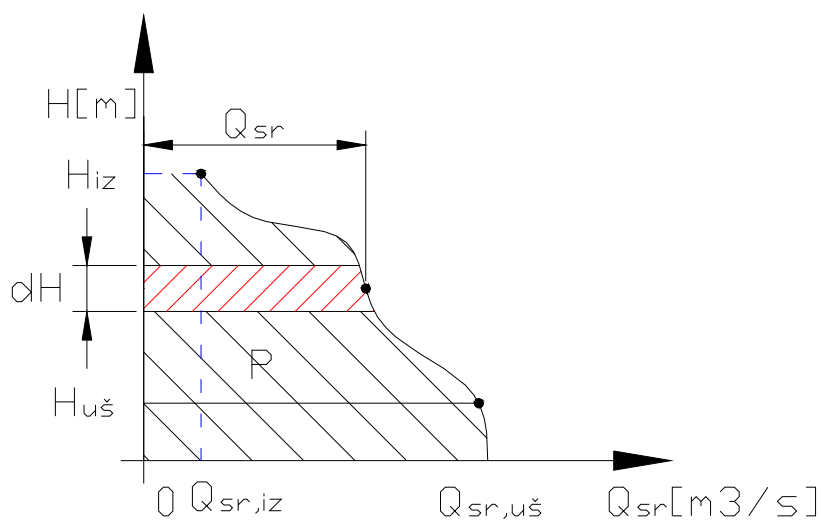
$$H = 400 - \frac{3Q}{2}$$

$$Q_{sr} = 0 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \rightarrow H = 400 \text{ m}$$

$$H = 0 \text{ m} \rightarrow Q_{sr} = \frac{2 \cdot 400}{3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$



Svakoj visinskoj koti  $H$  odgovara srednji protok  $Q_{sr}$ .



$$P = 9,81 \cdot Q \cdot H \text{ [kW]}$$

$$dP = 9,81 \cdot Q \cdot dH$$

$$P_{sr} = 9,81 \int_{H_{uš}}^{H_{iz}} Q_{sr} \cdot dH$$

$$W = 24 \cdot 365 \cdot P_{sr} \text{ [kWh]}$$

Za  $Q < Q_{inst}$  hidroelektrana ne radi:

$$t = 6; \quad Q > Q_i; \quad W_1 = k \int_0^6 Q \cdot H(t) dt; \quad k = \frac{24 \cdot 365}{12} \text{ [mjeseci]}$$

$$W_1 = 730 \cdot 9,81 \cdot \int_0^6 Q_i \cdot H(t) \cdot dt = 7161,3 \cdot \int_0^6 200 \cdot \left(155 - \frac{5}{6}t\right) \cdot dt$$

$$W_1 = 1,432 \cdot 10^6 \left(155 \cdot t - \frac{5}{6} \cdot \frac{t^2}{2}\right) \Big|_0^6 = 1,432 \cdot 10^6 \left(155 \cdot 6 - \frac{5}{6} \cdot \frac{6^2}{2}\right)$$

$$W_1 = 1,432 \cdot 10^6 (930 - 15) = 1,31 \cdot 10^9 \text{ kWh}$$



# Zadatak 7

Izgradnjom pribranske hidroelektrane na nadmorskoj visini 200 m rijeke koja ima srednji godišnji protok  $Q_{sr} = 300 - H/2$  [ $\text{m}^3/\text{s}$ ] želi se omogućiti rad agregata 80 MVA nazivnog faktora snage 0,8 i stupnja iskorištenja 0,93 punom snagom. Koliko visoka pregrada se mora izgraditi?

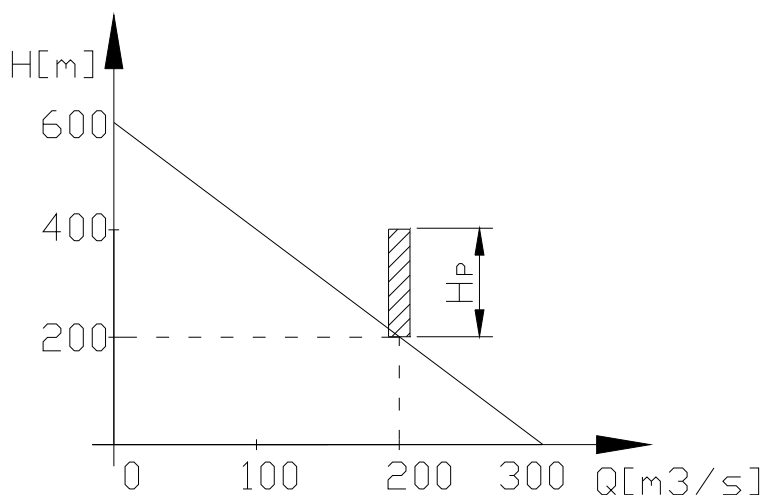
$$H_z = 200 \text{ m}$$

$$H = 2 \cdot (300 - Q_{sr})$$

$$H = 0 \text{ m} \rightarrow Q_{sr} = 300 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$H = 600 \text{ m} \rightarrow Q_{sr} = 0 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$H_z = 200 \text{ m} \rightarrow Q_{sr} = 200 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$



Hidroelektrana je pribranska pa vrijedi:

$$Q_i = Q_{sr}(H_z) = 300 - \frac{200}{2} = 200 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$P = S_n \cdot \cos \varphi_n = \rho \cdot g \cdot Q_{sr} \cdot H_p \cdot \eta$$

$$H_p = \frac{S_n \cdot \cos \varphi_n}{\rho \cdot g \cdot Q_{sr} \cdot \eta} = \frac{80 \cdot 10^6 \cdot 0,8}{1000 \cdot 9,81 \cdot 200 \cdot 0,93} = 35 \text{ m}$$