

Modulacijski postupak s minimalnim razmakom frekvencija

MSK

Temeljna obilježja moduliranog signala

- Kad je indeks modulacije FSK-signala jednak $m_F = 0,5$ onda je razmak diskretnih frekvencija $2\Delta f$ jednak repeticiji digitalnoga modulacijskog signala,

$$f_1 - f_0 = 2\Delta f = \frac{1}{2T_b} = \frac{R_b}{2},$$

odnosno polovici brzine digitalnoga signala podataka.

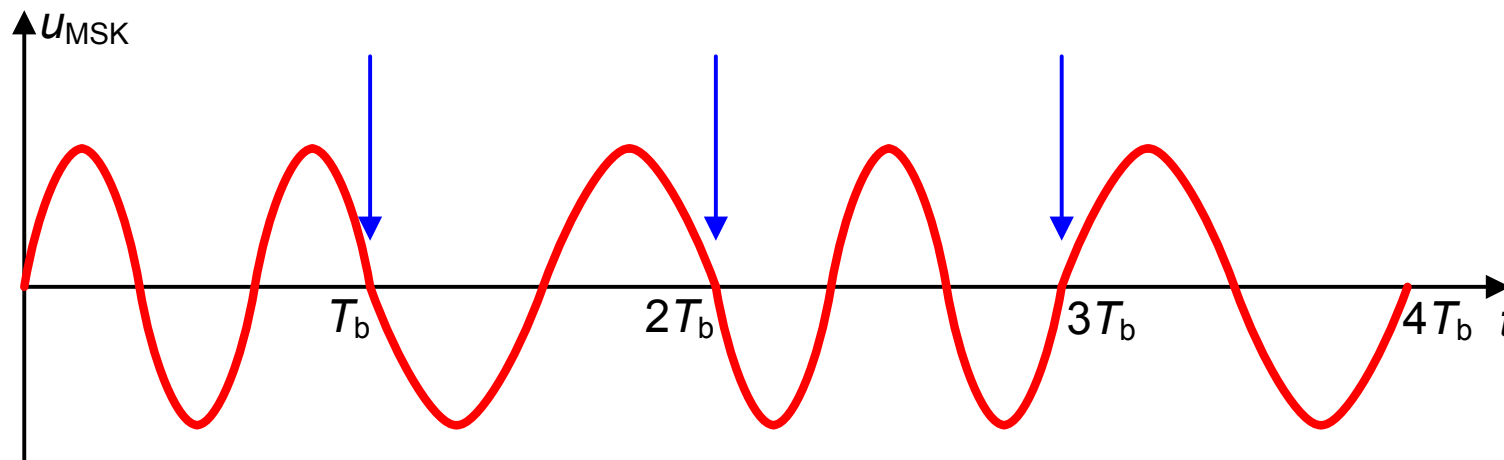
- Ovaj se modulacijski postupak, za razliku od ostalih FSK-postupaka, odlikuje dobrom spektralnom učinkovitošću (idealno 2 bit/s/Hz) kad se ostvari sinkronost simbola moduliranog signala s digitalnim modulacijskim signalom.
- On se koristi i pri većim brzinama digitalnih signala pa je zato dobio i naziv *brza diskretna modulacija frekvencije* (FFSK, *Fast FSK*).
- Radi ostvarivanja zahtijevanog sinkronizma odabiru se vrijednosti diskretnih frekvencija f_0 i f_1 kao višekratnici od $1/(2T_b)$. Prijenosna frekvencija f_p mora dakle biti neparni višekratnik od $1/(4T_b)$.

Temeljna obilježja moduliranog signala

- Diskretne frekvencije moduliranog signala su onda,

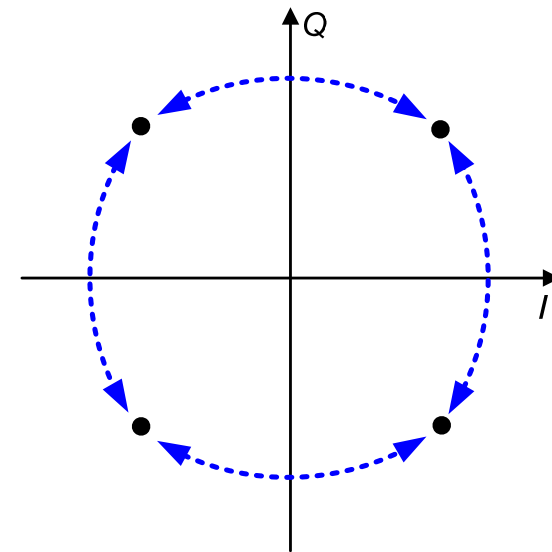
$$f_0 = f_p - \frac{1}{4T_b}, \quad f_1 = f_p + \frac{1}{4T_b}.$$

- Ovim uvjetom postiže se da promjene razine digitalnog signala odnosno diskretne promjene frekvencije moduliranog signala nastupaju samo u nultočkama moduliranog signala čime je osigurana kontinuiranost faze moduliranog signala.



Temeljna obilježja moduliranog signala

- U intervalu jednog simbola nalazi se cijeli broj poluvalova sinusnih titraja, a dva simbola moduliranog signala razlikuju se za jedan polual sinusnih titraja.
- Simboli FFSK-signala nalaze se na minimalnoj frekvencijskoj udaljenosti na kojoj se još može postići ortogonalnost odgovarajućih sinusnih signala. Zato se taj modulacijski postupak naziva i *modulacijom s minimalnim razmakom frekvencija* (MSK, *Minimum Shift Keying*).
- Unutar intervala jednog bita trenutna se faza MSK-signala mijenja linearno kao i kod svakog FSK-signala. Tijekom tog intervala faza se promijeni se za iznos $\pm\pi m_F$ što u ovome konkretnom slučaju znači da se ona promijeni se za $-\pi/2$ ili $+\pi/2$ ovisno o binarnom znaku.



Povezanost postupaka MSK i OQPSK

- Simboli MSK-signalâ mogâ se napisati u obliku,

$$u_{\text{MSK}}(t) = U_{\text{pm}} \cos \left[2\pi \left(f_p \pm \frac{1}{4T_b} \right) t \right].$$

- Rastavljanjem ovog izraza dobiva se izraz,

$$u_{\text{MSK}}(t) = U_{\text{pm}} \cos \left(\pm \frac{\pi t}{2T_b} \right) \cdot \cos 2\pi f_p t - U_{\text{pm}} \sin \left(\pm \frac{\pi t}{2T_b} \right) \cdot \sin 2\pi f_p t,$$

koji pokazuje da se MSK-signal moÅe dobiti kao zbroj dvaju amplitudno-moduliranih komponenti prijenosni signali kojih su u kvadraturnom odnosu.

- Usporedba s analitiÄkim prikazom QPSK-signalâ,

$$u_{\text{QPSK}}(t) = I(t) \cos 2\pi f_p t - Q(t) \sin 2\pi f_p t,$$

pokazuje da se MSK moÅe dobiti kao i QPSK ako se pravokutni modulacijski signali $I(t)$ i $Q(t)$ nadomjeste modulacijskim signalima kosinusnoga odnosno sinusnog oblika.

Povezanost postupaka MSK i OQPSK

- Ako se još iskoristi svojstvo,

$$\sin\left(\pm \frac{\pi t}{2T_b}\right) = \cos\left[\pm \frac{\pi(t-T_b)}{2T_b}\right],$$

dobiva se,

$$u_{\text{MSK}}(t) = U_{\text{pm}} \cos\left(\pm \frac{\pi t}{2T_b}\right) \cdot \cos 2\pi f_p t - U_{\text{pm}} \cos\left[\pm \frac{\pi(t-T_b)}{2T_b}\right] \cdot \sin 2\pi f_p t.$$

- To znači da MSK-signal u potpunosti odgovara jednome OQPSK-signalu koji je nastao modulacijom kosinusno oblikovanim impulsima $I(t)$ i $Q(t)$.
- MSK je samo specijalni slučaj OQPSK-postupka.**

Dobivanje MSK-signala

- Ako se primijeni postupak dobivanja MSK koji odgovara onome za OQPSK onda su modulacijski signali,

$$I(t) = u_{m1} \cdot \cos\left(\frac{\pi t}{2T_b}\right),$$

$$Q(t) = u_{m2} \cdot \cos\left(\frac{\pi(t-T_b)}{2T_b}\right).$$

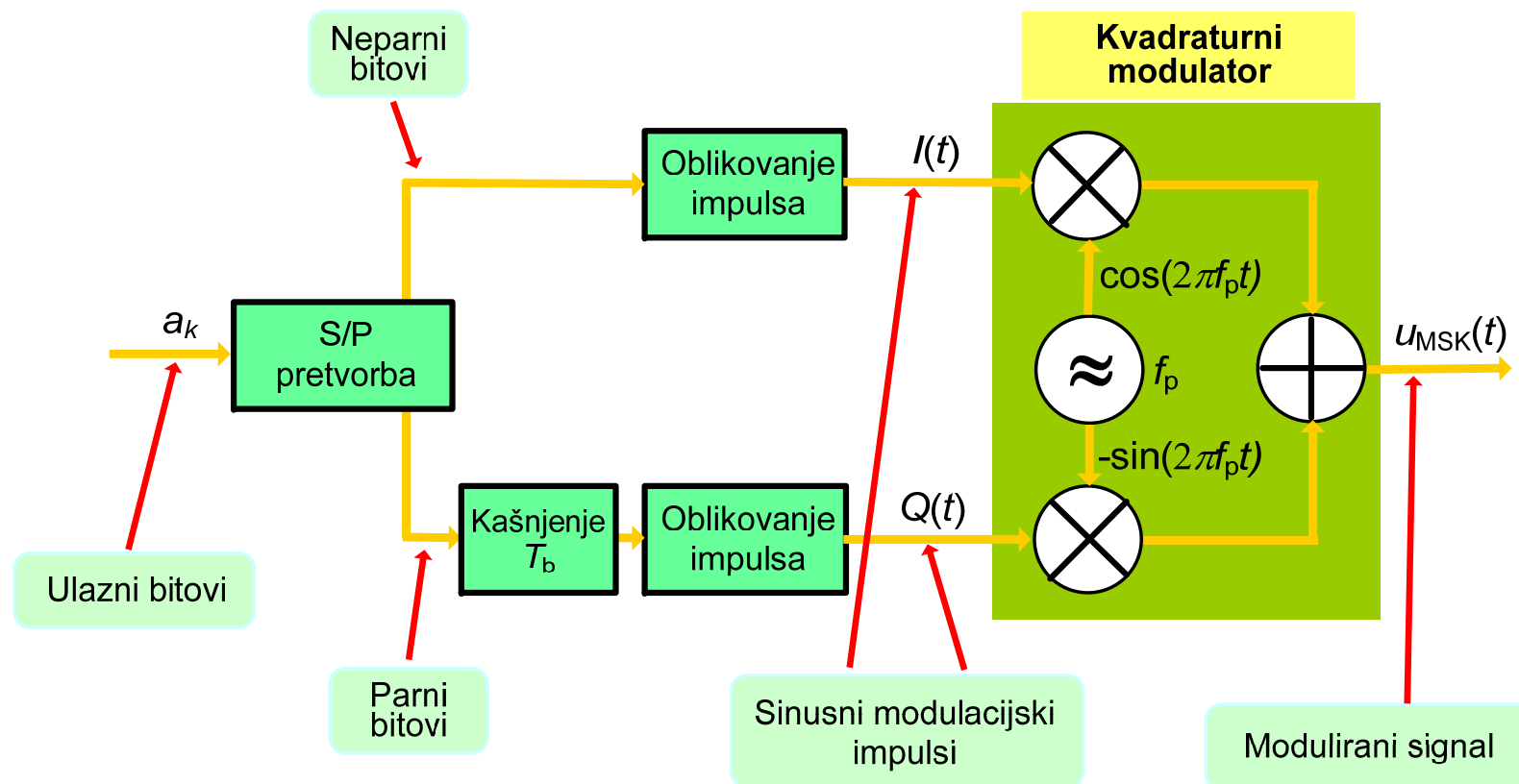
Sa u_{m1} i u_{m2} označeni su linijski kodovi bipolarne vrste, a koji odgovaraju neparnima odnosno parnim znakovima digitalnog slijeda podataka.

- Modulirani je signal onda,

$$u_{\text{MSK}}(t) = U_{\text{pm}} \left\{ u_{m1} \cos\left(\frac{\pi t}{2T_b}\right) \cdot \cos 2\pi f_p t - u_{m2} \cos\left[\frac{\pi(t-T_b)}{2T_b}\right] \cdot \sin 2\pi f_p t \right\}.$$

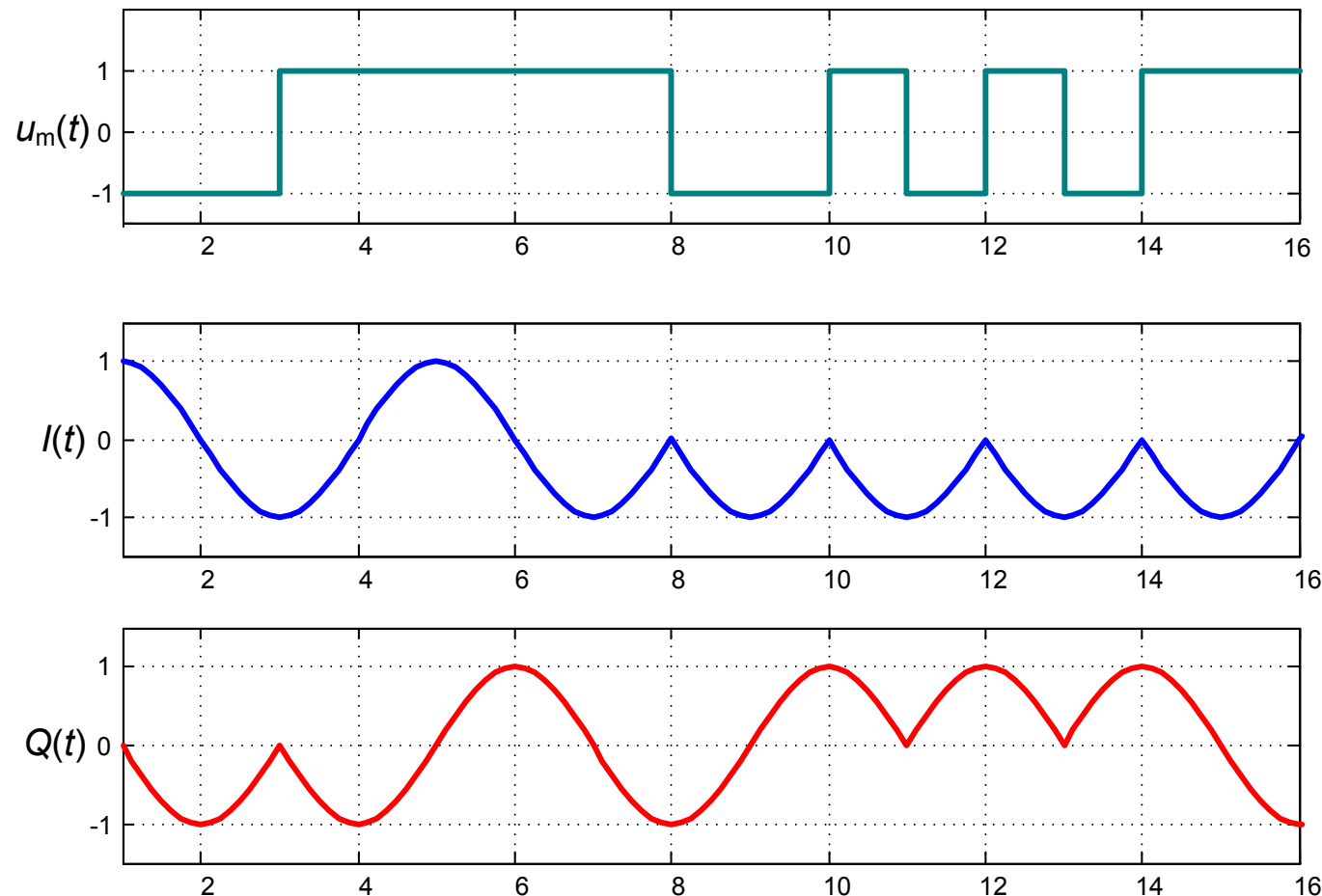
Dobivanje MSK-signala

Postupak dobivanja MSK-signala osniva se na kvadraturnom modulatoru kao i postupak dobivanja OQPSK

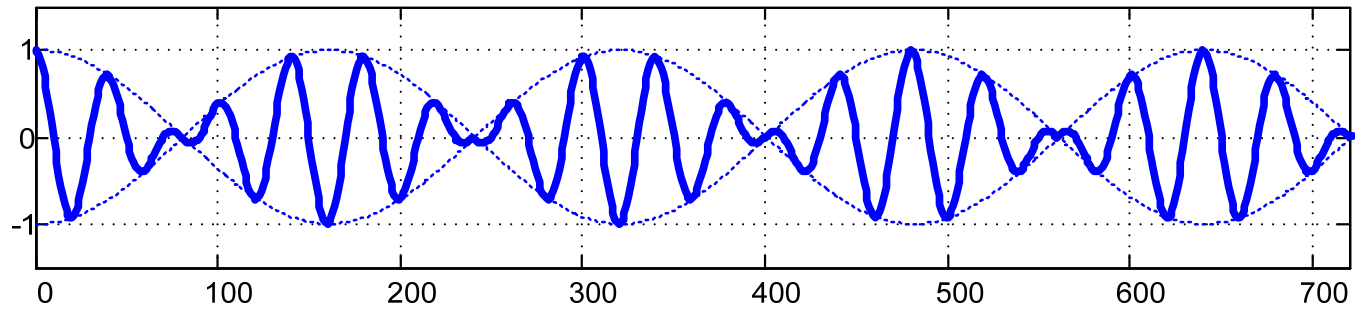


Dobivanje MSK-signala

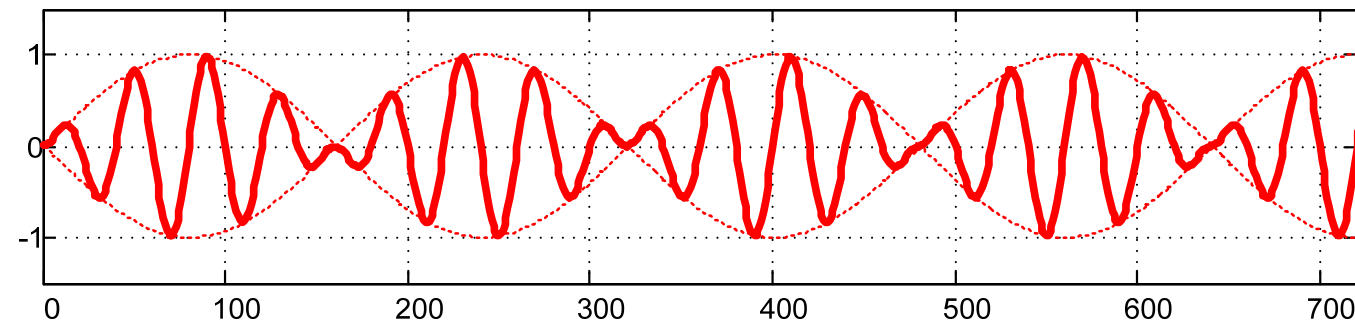
Modulacijski signali kofazne i kvadraturene komponente



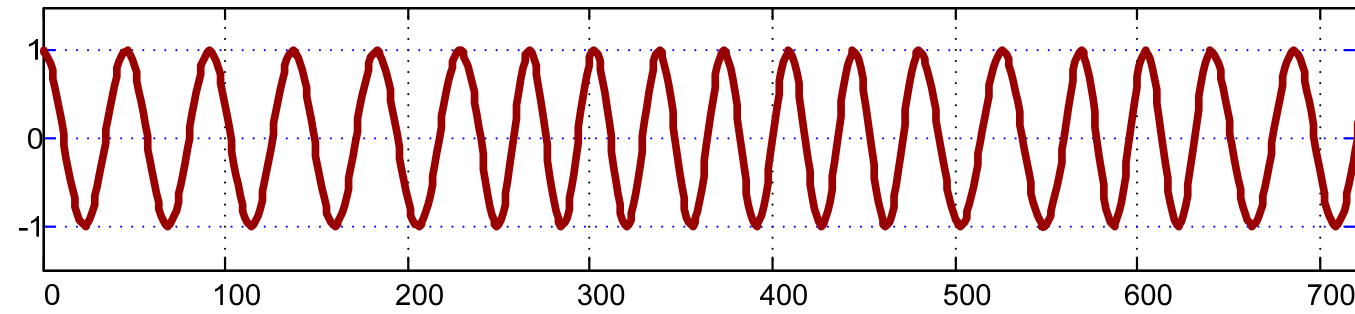
$$I(t) \cdot \cos 2\pi f_p t$$



$$Q(t) \cdot \sin 2\pi f_p t$$



MSK-signal



Uvod u spektralna obilježja MSK-signala

- Niz binarnih znakova u_m pretvara se dva paralelna slijeda znakova u_{m1} i u_{m2} koji zauzimaju vremenske intervale dvostrukog trajanja ($2T_b$) u odnosu na znakove niza u_m .
- Znakovi niza u_{m2} dodatno su pomaknuti na vremenskoj osi za iznos T_b .
- U izvođenju izraza za u_{MSK} pretpostavljeno je da $u_{m1}(t)$ i $u_{m2}(t)$ odgovaraju bipolarnim NRZ-signalima s razinama +1 ili -1.
- Iako je FSK nelinearni modulacijski postupak, njegova inačica s $m_F = 0,5$, t.j. MSK, je *linearni postupak* zbog uočene sličnosti s OQPSK.
- Svojstvo linearnosti poslužit će za određivanje spektralnih obilježja MSK signala kao zrcalnih slika spektra sinusnih impulsa $I(t)$ i $Q(t)$ koji su trajanja $T_S = 2T_b$.

Spektar MSK-signala

- Ovojnica spektra snage modulacijskih signala $I(t)$ i $Q(t)$ jedinične amplitude je oblika,

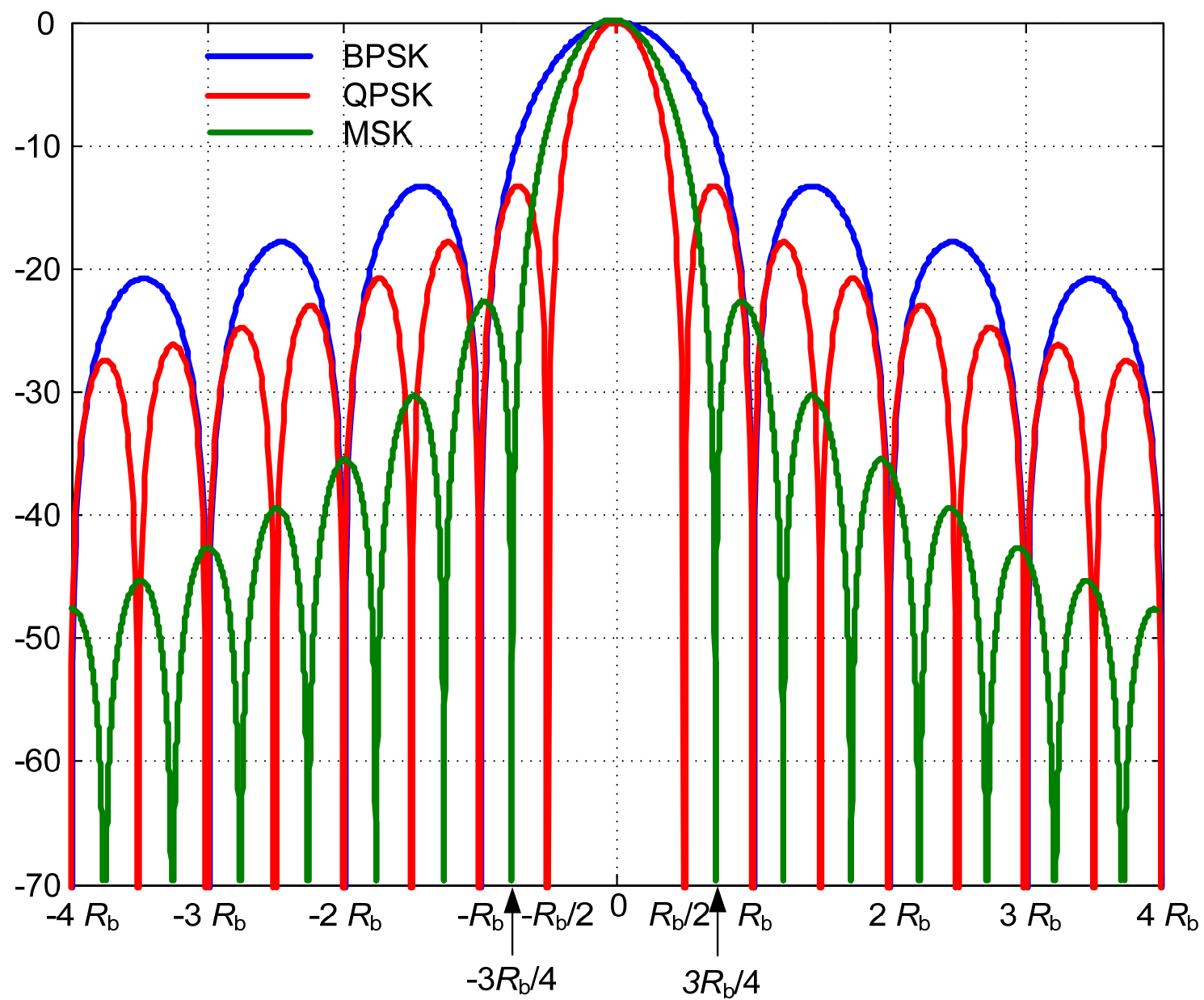
$$S_{IQ}(f) = \frac{4T_s}{\pi^2} \frac{1 + \cos 2\pi f T_s}{(1 - 4f^2 T_s^2)^2},$$

i pomoću nje dobiva se ovojnica spektra snage MSK-signala,

$$S_{MSK}(f) = k_M T_s \frac{1 + \cos 2\pi(f - f_p)T_s}{[1 - 4(f - f_p)^2 T_s^2]^2},$$

k_M – osjetljivost modulatora.

- Dijagram spektra MSK-signala pokazuje da je glavnina snage koncentrirana u pojasu frekvencija širine $1,5 \cdot R_b = 1,5/T_b$.



Još neke osobine MSK-signal

- Razina spektra snage MSK-signal brže opada nego kod QPSK-signal.
- Primjena idealnoga Nyquistova filtra daje idealnu spektralnu učinkovitost od 2 bit/s/Hz. Praktične se vrijednosti kreću oko 1,9 bit/s/Hz.
- Konstantnost amplitude i dobra spektralna obilježja osobitosti su MSK-signal.
- Oblikovanjem impulsa modulacijskih signal za kvadraturene modulatore i njihovim pretvaranjem u sinusni oblik postigla se veća koncentracija snage u pojas oko prijenosne frekvencije.

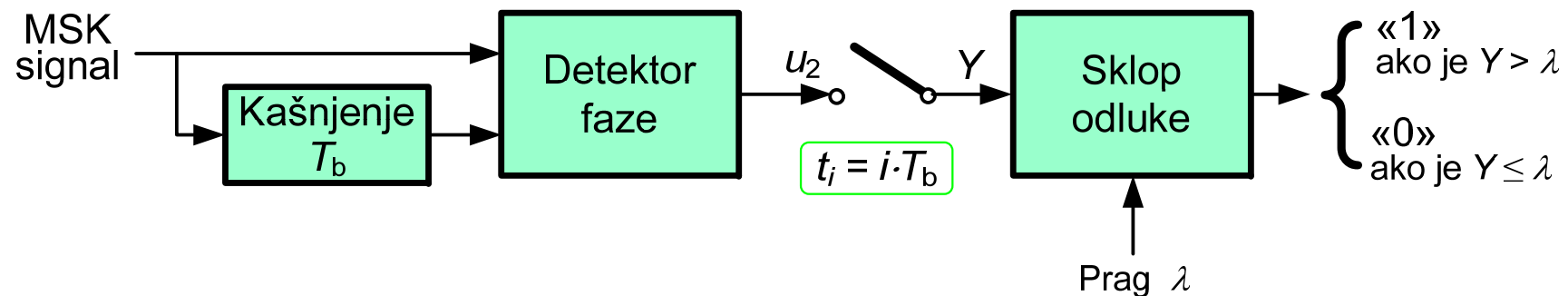
Demodulacija MSK-signal

- **Koherentni postupak demodulacije** MSK-signal odgovara postupku demodulacije QPSK-signal na temelju pokazane povezanosti tih dvaju postupaka.
- MSK se, međutim, može demodulirati i **nekoherentnim**, preciznije **diferencijalnim postupkom**. On se osniva na detektiranju promjene faze MSK-signal, koja nastaje unutar intervala jednoga binarnog znaka.
- Potrebno je, dakle odrediti razliku faza moduliranog signal na kraju intervala binarnog znaka i na početku tog intervala imajući u vidu činjenicu da se u intervalu znaka «0» trenutna faza MSK signal promijeni za $-\pi/2$, a u intervalu znaka «1» za $+\pi/2$.
- Većina analognih detektora faze je sinusne karakteristike odnosno izlazni je signal detektora jednak,

$$u_2(t) = U_M \sin[\Phi(t) - \Phi(t - T_b)],$$

Demodulacija MSK-signalala

Diferencijalna demodulacija MSK-signalala



- Razina uzorka izlaznog signala detektora faze jednaka je,

$$Y = \begin{cases} +U_M, & \text{kad je } \Phi(t) - \Phi(t - T_b) = +\pi/2 \Leftarrow \text{znak "1"}, \\ -U_M, & \text{kad je } \Phi(t) - \Phi(t - T_b) = -\pi/2 \Leftarrow \text{znak "0"}. \end{cases}$$

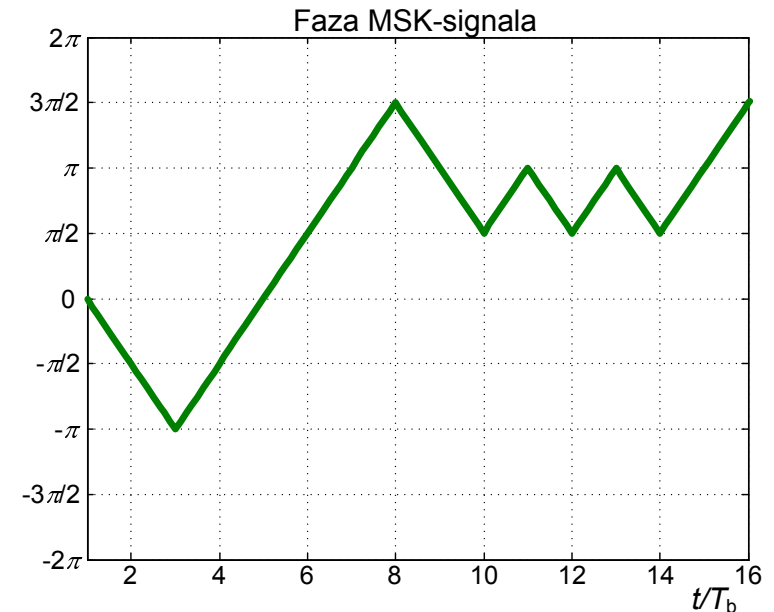
- Sklop odluke mora samo prepoznati predznak razine uzorka Y .

Gaussova MSK — GMSK

- Radi dodatnog smanjenja širine pojasa frekvencija oblikuju se modulationski signali u osnovnom pojasu frekvencija obično uz pomoć Gaussova filtra.
- Tako nastaje postupak koji se naziva *Gaussovom MSK* (GMSK, *Gaussian MSK*).
- Promjene faze MSK-signalu linearne su unutar cijelog intervala bita, tj. one

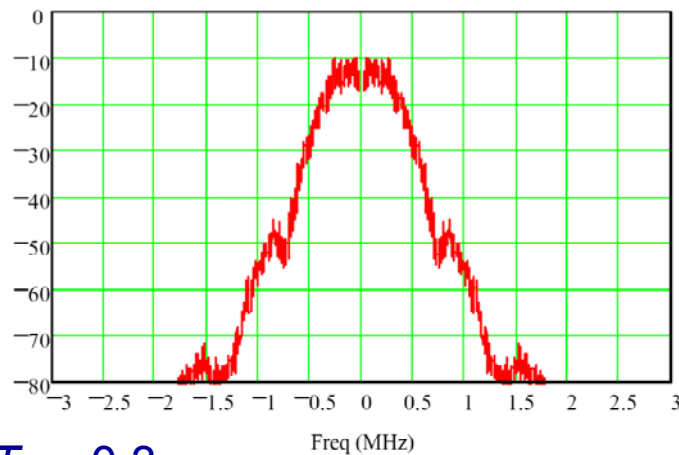
su oblika $\left(\pm \frac{\pi t}{2T_b} \right)$ i to je razlogom diskontinuiteta derivacije funkcije faze u trenucima kad se mijenja binarni znak, jer tad se trenutno mijenja frekvencija.

- Filtriranjem nestaju ti diskontinuiteti faze i promjene frekvencije odvijaju se kontinuirano pa je zato manja širina zauzetog pojasa frekvencija.

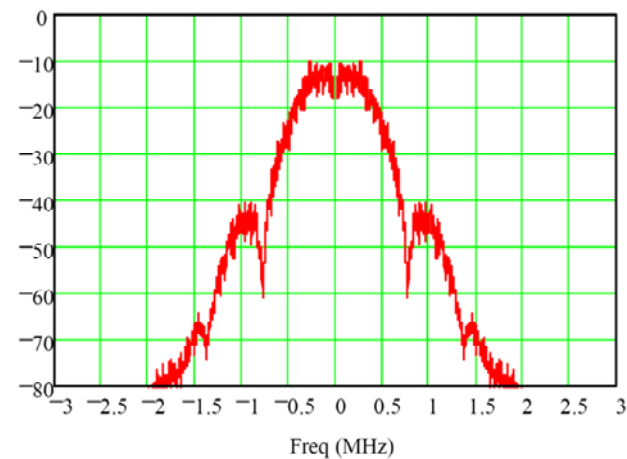


Gaussova MSK — GMSK

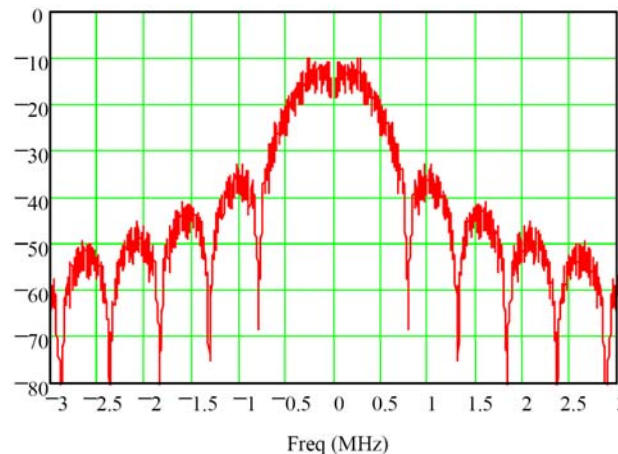
Ovojnica spektra snage GMSK-signalu ovisi o normiranoj širini pojasa Gaussovog filtra



$BT_b = 0,3$



$BT_b = 0,5$

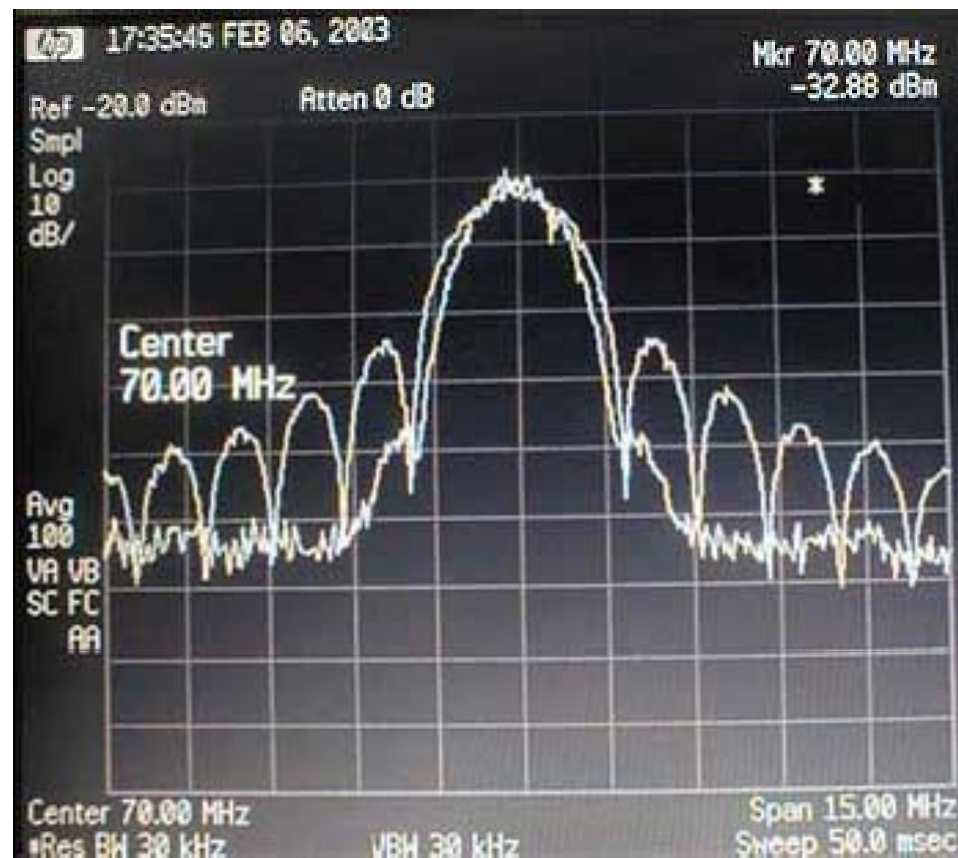


MSK

Elektroničke komunikacije

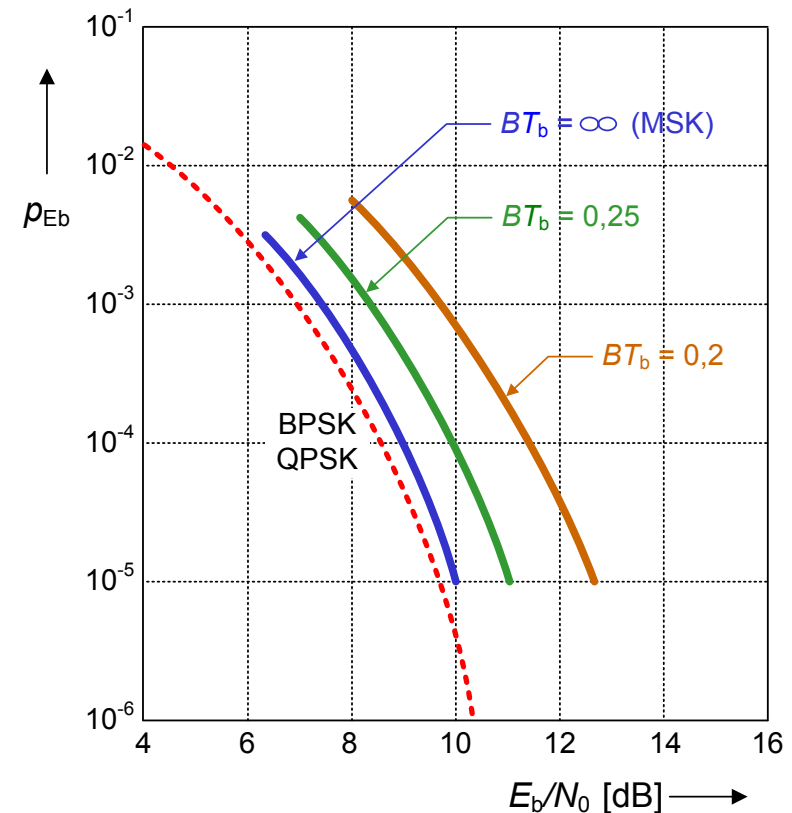
Gaussova MSK — GMSK

Izmjereni spektar MSK i GMSK na 70 MHz uz $BT_b = 0,3$




Utjecaj šuma na MSK-signale

- Za GMSK ne postoji jednostavni proračun vjerojatnosti pogreške bita. Razlog tome je dijelom u činjenici da Gaussov filter unosi smetnje među simbolima (ISI) što jako usložnjava proračun.
- Krivulje na slici rezultat su simulacijskih postupaka.
- Gaussov filter manje normirane širine pojasa znatno smanjuje širinu spektra GMSK-signala, a tek neznatno kvari otpornost sustava na smetnje.
- Ovaj nedostatak filtriranja može se kompenzirati povećanjem energije po bitu E_b za oko 1 dB.



Primjena modulacijskog postupka GMSK

- Tehnologije za pokretne mreže druge generacije,
 - GSM (*Global System for Mobile Communications*), (2G): 
 - koristi postupak GMSK s normiranom širinom Gaussova filtra $B \cdot T_s = 0,3$;
 - najveća brzina prijenosa: 14,4 kbit/s,
 - radijska tehnologija GPRS (*General Packet Radio Service*), (2,5G):
 - koristi postupak GMSK s normiranom širinom Gaussova filtra $B \cdot T_s = 0,3$;
 - najveća brzina prijenosa: 171 kbit/s.

Kvadratura diskretna modulacija amplitude QAM

Kako nastaje QAM-signal?

- *Kvadratura diskretna modulacija amplitude (QAM, Quadrature Amplitude Modulation)* nastaje kad dva diskretna signala $I(t)$ i $Q(t)$ moduliraju amplitude dviju kvadrature komponenti sinusnoga prijenosnog signala.
- QAM- signal je analitički predložen poznatim izrazom,

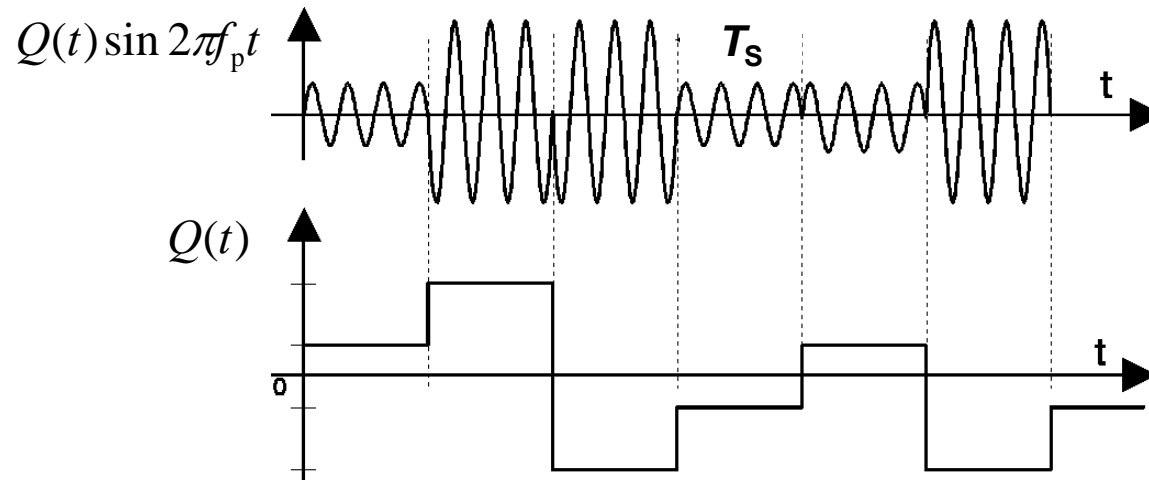
$$u_{\text{QAM}}(t) = I(t) \cos 2\pi f_p t - Q(t) \sin 2\pi f_p t .$$

- On pokazuje da QAM-signal nastaje zbrajanjem dva L -ASK-signala pa se može zaključiti da je *QAM linearni modulacijski postupak*.
- Kad su modulacijski signali $I(t)$ i $Q(t)$ međusobno neovisni i predloženi diskretnim signalima s L razina (L -arni digitalni signal) onda nastaje QAM-signal s L^2 različitih simbola. Veličina L neka je potencija od 2 pa je stoga i broj simbola QAM-signala jednak nekoj parnoj potenciji od 2.
- QAM pripada skupini tzv. hibridnih modulacijskih postupaka kod kojih se modulacijom mijenjaju dva parametra sinusnoga prijenosnog signala, amplituda i faza → vidi dijagram stanja pojedinih inačica QAM.

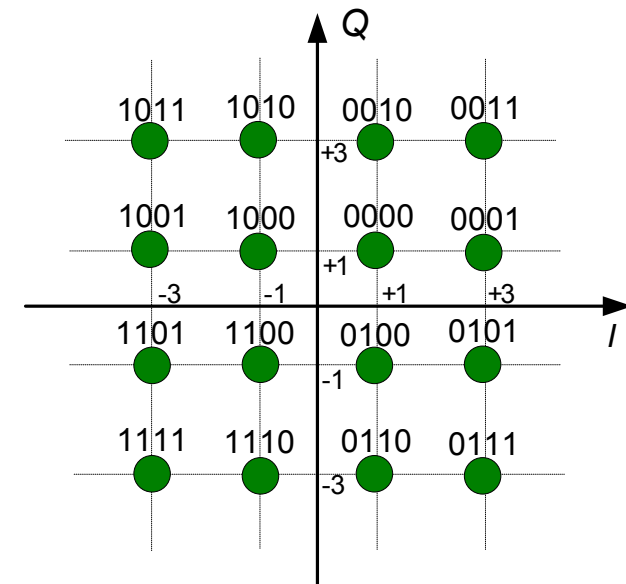
Još o QAM-signalu

- Simboli QAM-signalu također se mogu dobiti množenjem kompleksnog broja, koji odgovara pojedinom položaju vrha verzora QAM-signalu u dijagramu stanja, s funkcijom prijenosnog signalu oblika $e^{j2\pi f_p t}$.
- Na temelju zaključka o mogućnosti sinteze QAM-signalu kao zbroya dvaju ASK-signalu s više razina izlazi da je i ovojnica spektra snage QAM-signalu kvalitativno jednaka kao i kod ostalih linearnih postupaka modulacije u više razina.
- Modulacijom binarnim signalima $I(t)$ i $Q(t)$ nastaje 4-QAM signal. On je istovjetan QPSK-signalu.

Modulacijski postupak 16-QAM



- 16-QAM-signal nastaje kad dva kvaternarna modulacijska signala, normiranih razina: -3, -1, +1 i +3, moduliraju kvadrature komponente sinusnog nosioca.
- Nastali se modulirani signal sastoji od šesnaest simbola. Ti su simboli raznih amplituda i raznih faza.
- Svakom od 16 stanja pridružuju se četiri bita.

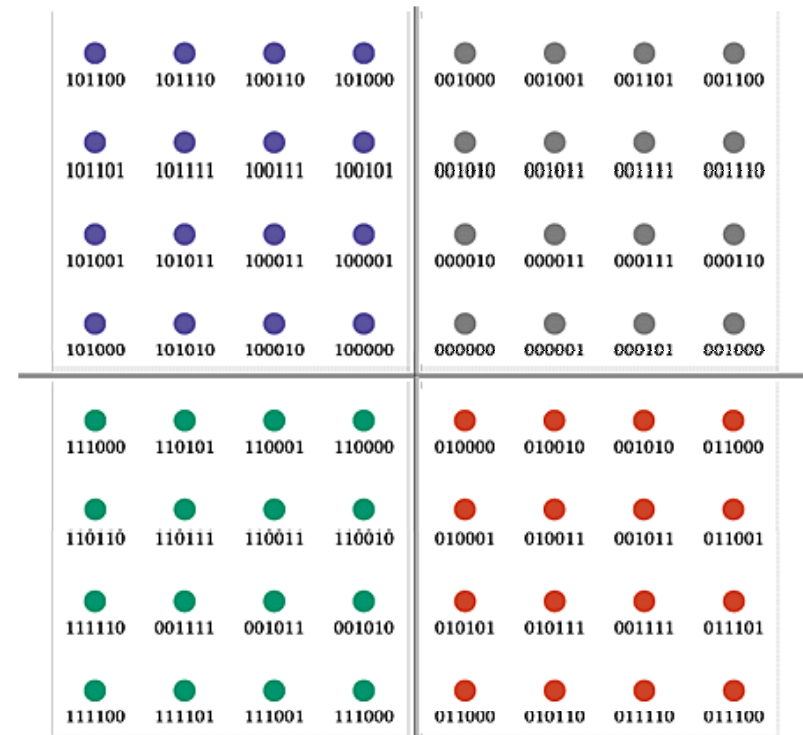


Modulacijski postupak 16-QAM

- Radi smanjivanja vjerojatnosti pogreške bita u tom se pridruživanju koristi Grayev kod. Uočite da su susjednim položajima u ravnini I–Q pridružene «četvorke» binarnih znakova koji se razlikuju u samo jednom znaku.
- Dijagram stanja na slici pokazuje da se diskretna stanja 16-QAM-signala nalaze unutar jednog kvadrata. Zato su simboli QAM različitih amplituda i različitih faza.
- Spektralna učinkovitost 16-QAM idealno bi bila 4 bit/s/Hz, dok se praktično ostvaruju iznosi oko 3,7 bit/s/Hz.
- 16-QAM pripada skupini spektralno visoko učinkovitih postupaka, ali odgovarajući je modulirani signal nestalne amplitude.

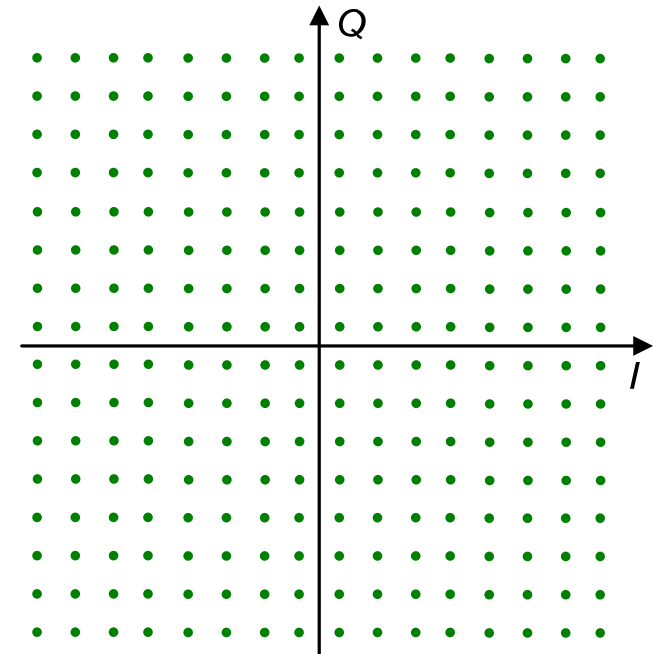
Modulacijski postupak 64-QAM

- Još se veća spektralna učinkovitost postiže pridruživanjem po šest bitova svakom simbolu QAM-signala što bi idealno dalo 6 bit/s/Hz.
- Za ostvarenje toga potreban je modulacijski postupak s 64 različita simbola. 64-QAM jedan je od takvih postupaka.
- Iz dijagrama stanja izlazi da je za dodatno pridruživanje po dva bita svakom simbolu QAM-signala potrebno snagu moduliranog signala povećati za 6 dB.



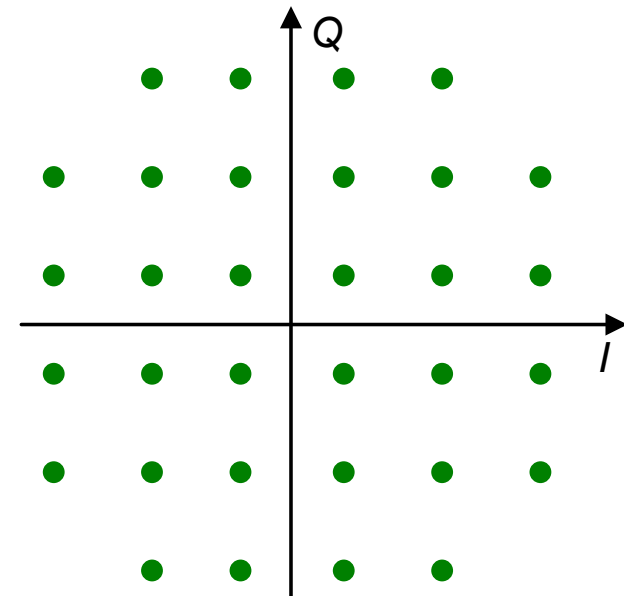
Modulacijski postupak 256-QAM

- Pri daljnjem povećanju broja simbola moduliranog signala (postupak 256-QAM npr.) raste spektralna učinkovitost, ali i osjetljivost na smetnje.
- Povećani zahtjevi na odnos signala i šuma ograničuju najveći upotrebljivi broj stanja QAM-signal.
- U upotrebi su već i postupci 1024-QAM



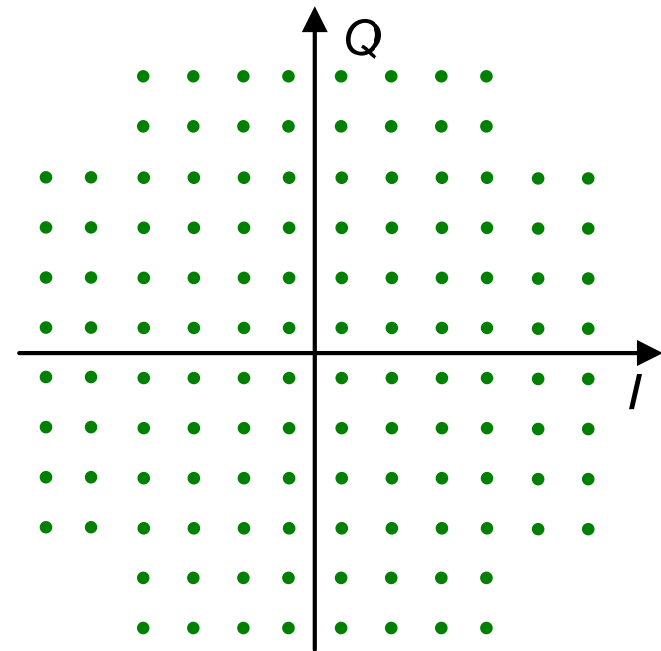
Modulacijski postupak 32-QAM

- Kvadratni oblik dijagrama stanja dobiva se samo kad je broj diskretnih stanja moduliranog signala parna potencija od dva. Svakom stanju pridružuje se tad parni broj bita, a razine modulacijskih signala $I(t)$ i $Q(t)$ su međusobno neovisne.
- U 32-QAM-signalu svakom se simbolu pridružuje po pet binarnih znakova.
- Idealna je spektralna učinkovitost 32-QAM jednaka 5 bit/s/Hz.
- Dijagram stanja na slici pokazuje postojanje međuovisnosti razina modulacijskih signala $I(t)$ i $Q(t)$.



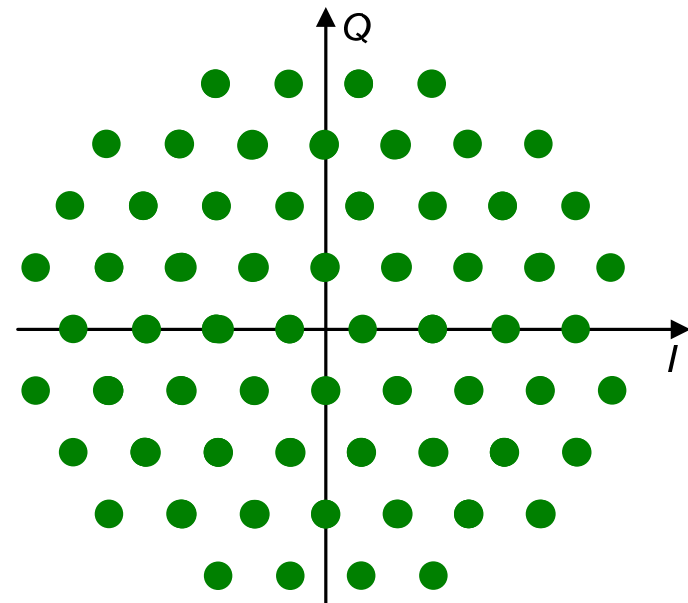
Modulacijski postupak 128-QAM

- U 128-QAM-signalu svakom se simbolu pridružuje po sedam binarnih znakova.
- Idealna je spektralna učinkovitost 128-QAM jednaka 7 bit/s/Hz.
- I ovaj dijagram stanja na slici pokazuje postojanje međuovisnosti razina modulacijskih signala $I(t)$ i $Q(t)$.



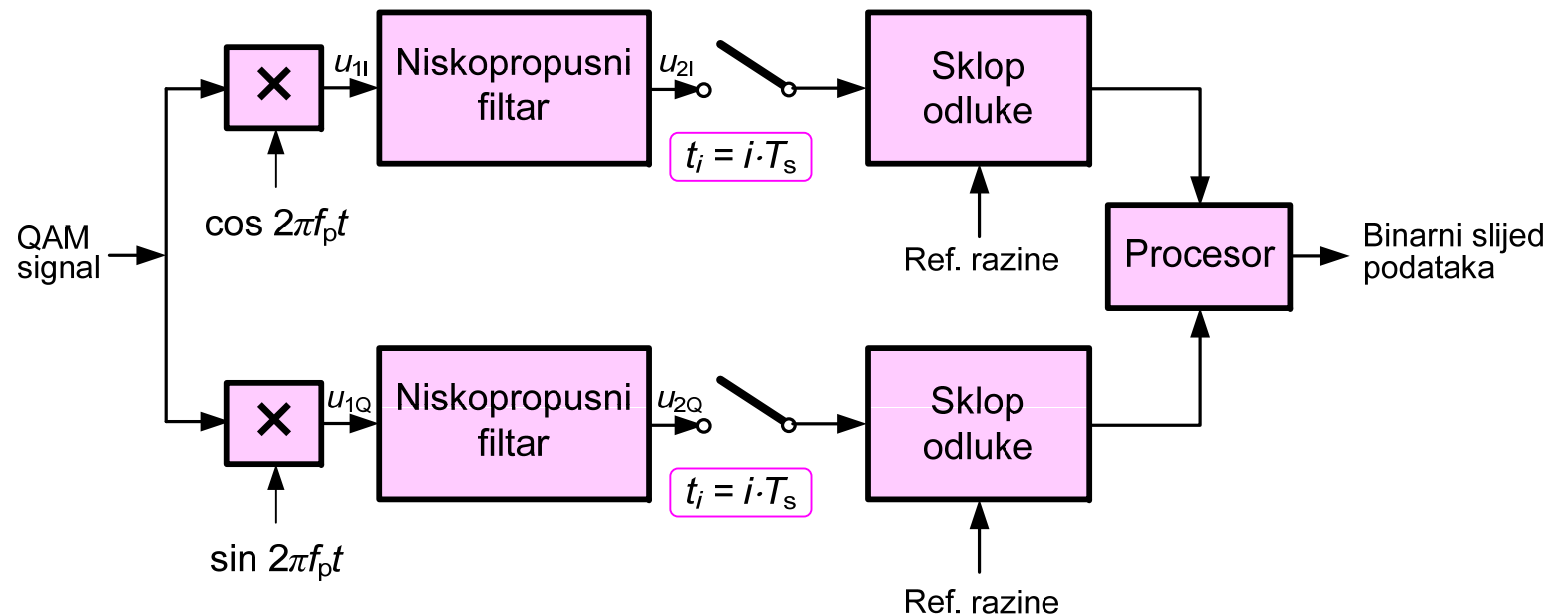
Posebne strukture dijagrama stanja

- Radi poboljšanja osobina moduliranog signala u pogledu šuma valja ostvariti što veći međusobni razmak točaka dijagrama stanja.
- Heksagonalnom strukturom dijagrama stanja može se ostvariti veći međusobni razmak pojedinih točaka dijagrama unutar neke površine nego kod kvadratne strukture.
- Time je smanjena potrebna snaga moduliranog signala za ostvarivanje jednake otpornosti na šum. Mjera te otpornosti je minimalna geometrijska udaljenost susjednih točaka dijagrama.
- Na slici je primjer postupka sa 64 stanja.



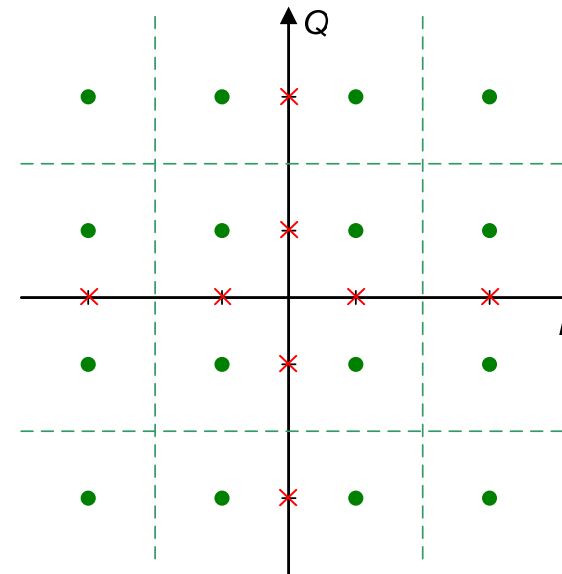
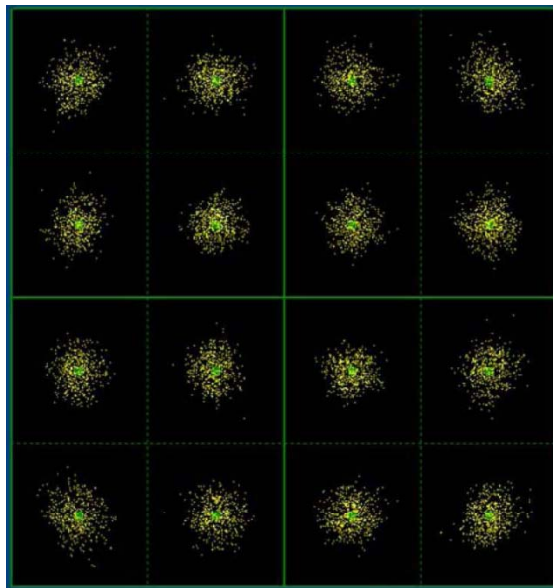
Demodulacija QAM-signala

- QAM se demodulira isključivo *sinkronim postupkom*. On se osniva na zasebnoj demodulaciji kofazne komponente i kvadraturene komponente kao kod QPSK.
- u_{2I} i u_{2Q} su signali u osnovnom pojasu frekvencija sa po \sqrt{M} razina na temelju kojih procesor obnavlja polazni slijed binarnih podataka.



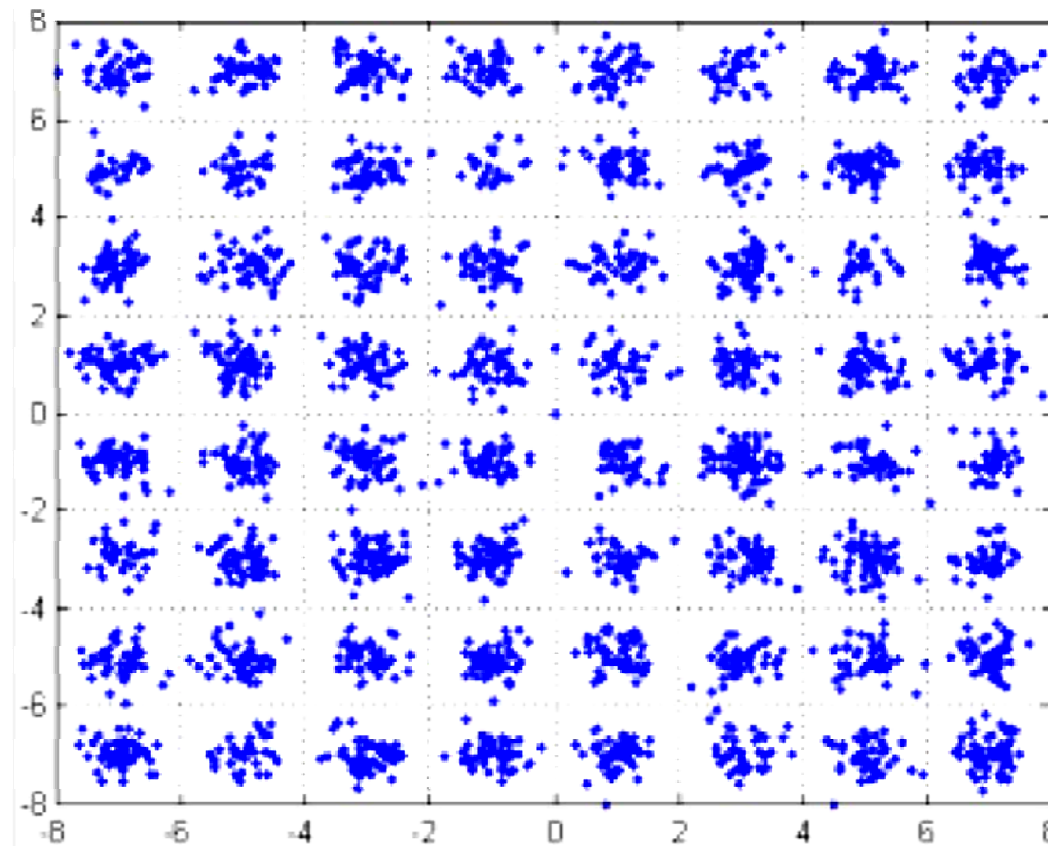
Utjecaj šuma na QAM-signale

- Kod hibridnih modulacijskih postupaka *otpornost na šum* uvelike ovisi o geometrijskom obliku područja odluke.
- Ono je određeno područjem u ravnini I – Q u kojem se može nalaziti vrh verzora primljenoga moduliranog signala, a da pri tome ne nastane pogreška u detekciji simbola.
- U standardnim QAM-sustavima područja odluke su obično kvadratičnog oblika kao na slici.



Utjecaj šuma na QAM-signale

- Zbog učinka šuma dolazi do rasipanja položaja vrha verzora moduliranog signala (primjer 64-QAM- signala na slici nastao je simulacijom).



Utjecaj šuma na QAM-signale

- Kvantitativna analiza vjerojatnosti pogreške simbola i bita osniva se na postupku koji je primijenjen kod QPSK.
- M -QAM- signal nastaje kao zbroj dvaju ortogonalnih L -ASK-signala ($L = \sqrt{M}$) s potisnutim prijenosnim signalom (bipolarna vrsta modulacijskog signala).
- U primjeru 16-QAM modulirani se signal sastoji od dva ortogonalna ASK-signala sa po četiri razine amplitude, dvije pozitivne i dvije negativne. Diskretna stanja simbola tih 4-ASK-signala označena su znakom \times na prethodnoj slici. Ona se nalaze na koordinatnim osima.
- Neka je sa p_{EA} označena vjerojatnost pogreške simbola L -ASK-signala.
- Simbol QAM-signala će se ispravno detektirati samo ako se ispravno detektiraju simboli obaju kvadrature ASK-signala.
- Vjerojatnost pogreške simbola M -QAM-signala ($M = L^2$) je onda,

$$p_{Es} = 1 - (1 - p_{EA})^2 \approx 2 p_{EA} .$$

Utjecaj šuma na QAM-signale

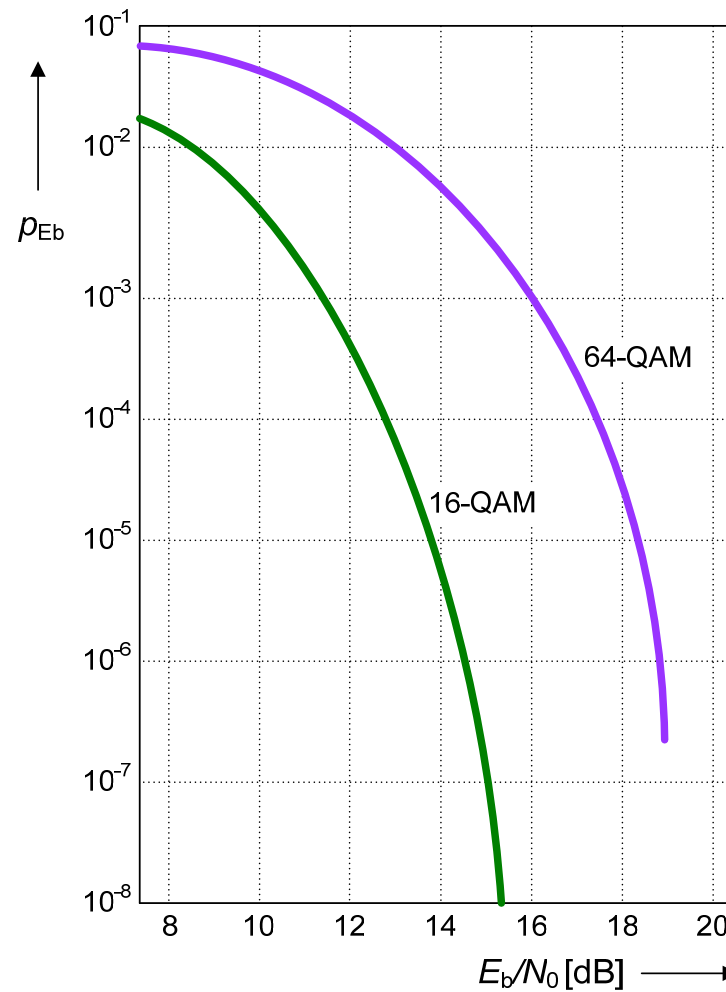
- Iz literature je poznata vjerojatnost pogreške simbola L -ASK-signala p_{EA} pa to u konačnici daje odgovarajuću veličinu za QAM-sustav,

$$p_{Es} = 2 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}} \right) \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{3E_b}{(M-1)N_0}}, \quad \text{za } M \geq 4.$$

- Kad se koristi Grayev kod pridruživanja binarnih znakova simbolima moduliranog signala najveća je vjerojatnost da će pogrešna detekcija simbola QAM-signala izazvati pogrešnu demodulaciju samo jednog bita.
- U sustavima koji rade s velikim brojem simbola (M je velik) nije zanemariva vjerojatnost pogrešne detekcije simbola koji nije susjedan ispravnom simbolu.

Utjecaj šuma na QAM-signale

QAM-signali s više simbola
osjetljiviji su na šum



Primjena raznih inačica QAM

- Modemi u području govornih frekvencija 0,3 – 3,4 kHz,

Modem	R_b , bit/s	R_s , Bd	Modulacijski postupak	Frekvencija nosioca, Hz
V.22bis	2400	600	16-QAM	1200/2400
V.29	7200	2400	8-QAM	1700
	9600	2400	16-QAM	1700
V.32bis	14400	2400	128-QAM*	
V.34	28800	3200	512-QAM	
V.34bis	33600	3200	1024-QAM†	

* Dodatni sedmi bit koristi se za ispravljanje pogrešaka ($14400/2400 = 6$ bita, $128 = 2^7$).

† Za podatke se koristi samo 768 od ukupno 1024 stanja. Ostalo služi za zaštitu od pogrešaka.

Primjena raznih inačica QAM

- Razne radijske tehnologije,
 - radijske lokalne mreže po normama IEEE 802.11a/g/n i HiperLAN:
 - koriste postupke 16-QAM, 64-QAM i druge u zajednici s tehnologijom OFDM,
 - radijska mreža gradskih područja, tehnologija WiMAX (IEEE 802.16):
 - koristi postupke 16-QAM, 64-QAM , 256-QAM i druge u zajednici s tehnologijom OFDMA,
 - tehnologije digitalne televizije DVB-T i DVB-H:
 - koristi postupak 16-QAM, 64-QAM i druge u zajednici s tehnologijom OFDM,
 - brzine prijenosa: 10 – 30 Mbit/s.



Primjena raznih inačica QAM

- Digitalna televizija u kabelskim mrežama, DVB-C, (*Digital Video Broadcasting – Cable*):
 - pet je modulacijskih tehnika u uporabi:
16-QAM, 32-QAM, 64-QAM, 128-QAM i 256-QAM,
 - ostvarive brzine prijenosa u Mbit/s u ovisnosti o širini pojasa, koja stoji na raspolaganju, nalaze se u tablici.

Modulation	Bandwidth (MHz)				
	2	4	6	8	10
16QAM	6,41	12,82	19,23	25,64	32,05
32QAM	8,01	16,03	24,04	32,05	40,07
64QAM	9,62	19,23	28,85	38,47	48,08
128QAM	11,22	22,44	33,66	44,88	56,10
256QAM	12,82	25,64	38,47	51,29	64,11

Primjena raznih inačica QAM

- Usmjerene radijske veze velikih brzina,
 - modulacijski postupak 16-QAM, 64-QAM i 256-QAM za brzine do 140 Mbit/s,
 - modulacijski postupak 1024-QAM za brzine veće od 140 Mbit/s.

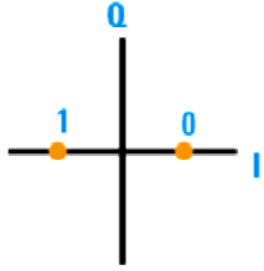
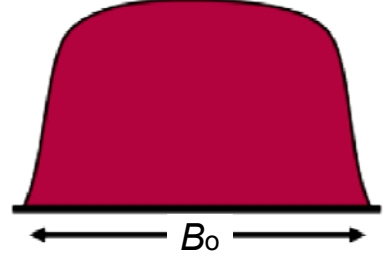
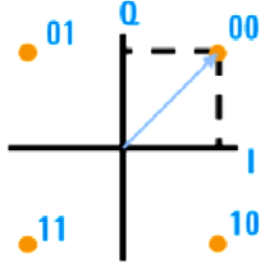
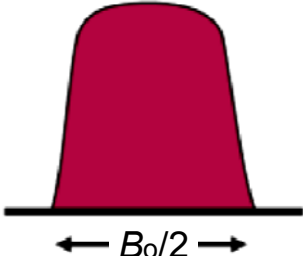
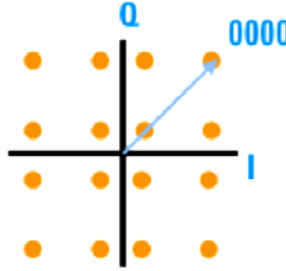
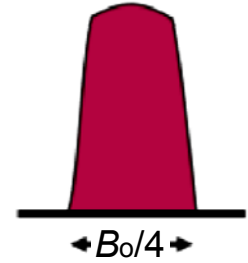


Učinkovitost snage i spektralna učinkovitost modulacijskih postupaka

Kriteriji odabira modulacijskog postupka

- Pri odabiru modulacijskog postupka koriste se dva kriterija,
 - kriterij koji se osniva na spektralnoj učinkovitosti,
 - kriterij koji se osniva na učinkovitosti snage.
- Najveća ostvariva spektralna učinkovitost ograničena je Nyquistovim teoremom minimalne širine pojasa i Shannonovim teoremom o kapacitetu kanala.
- Prema Nyquistovom teoremu niskopropusnim kanalom širine B (kanal u osnovnom pojasu frekvencija) može se prenijeti najviše $2B$ simbola u sekundi (uključeni su M -arni signali u osnovnom pojasu frekvencija).
- To znači da se primjenom linearnoga modulacijskog postupka u pojasnopropusnom kanalu širine B može prenijeti najviše B simbola u sekundi (pretpostavka: kanal je bez šuma).

Spektralna učinkovitost – usporedba

Modulacija	Broj bita po simbolu	Dijagram stanja	Širina pojasa
BPSK	1		
QPSK	2		
16 QAM	4		

Primjer analognoga telefonskog kanala

- Primjer:

Analogni telefonski kanal zauzima pojas od 300 do 3400 Hz. Širina pojasa je, dakle, $B = 3100$ Hz.

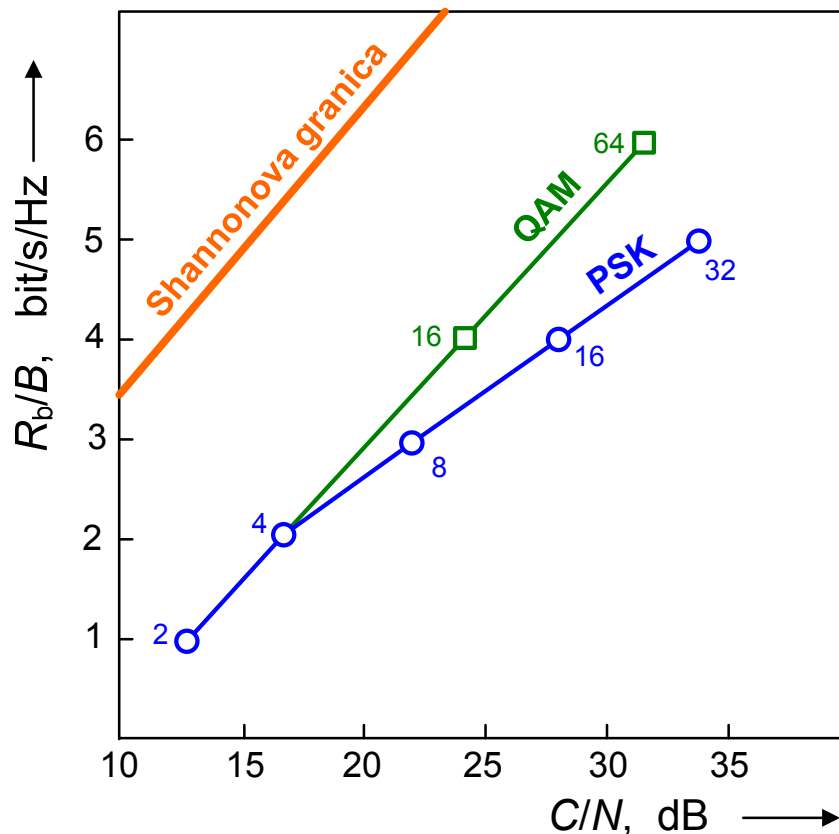
To znači da bi se tim kanalom moglo u idealnim uvjetima prenijeti najviše 3100 simbola u sekundi (3100 Bd).

Zbog primjene realnih filtara veće širine pojasa propuštanja od minimalne Nyquistove širine realna se brzina prijenosa simbola snižava na najviše 2400 Bd.

Modemi za brzine prijenosa od 14400 bit/s moraju koristiti modulacijski postupak s barem $14400/2400 = 6$ bita po simbolu (64-QAM uz 2400 Bd ili 256-QAM uz 1800 Bd npr.) kako bi se uklopili u ograničenje $R_s \leq 2400$ Bd.

Spektralna učinkovitost

Idealna spektralna učinkovitost i potrební omjer C/N u pojasu frekvencija dvostruke Nyquistove širine za vjerojatnost pogreške simbola $p_{Es} = 10^{-8}$



- Teorijski najviša ostvariva spektralna učinkovitost (naznačena na slici) iznosi onda, $\frac{C}{B} = \log_2 \left(1 + \frac{C}{N} \right)$,
- Shannon nije odredio kako izvesti postupke modulacije i kodiranja kojima bi se postigla brzina \mathcal{C} .
- Slika pokazuje da smo, u praktično realiziranim sustavima, još daleko od ove teorijski najveće brzine odnosno da je ostvareni $R_b < \mathcal{C}$.

Granična vrijednost omjera E_b/N_0

- Najveća ostvariva brzina prijenosa može se povezati s omjerom E_b/N_0 ,

$$R_b < B \cdot \log_2 \left(1 + \frac{E_b \cdot R_b}{N_0 \cdot B} \right),$$

a to daje minimalno potrebni E_b/N_0 u iznosu,

$$\frac{E_b}{N_0} > \frac{B}{R_b} \left(2^{\frac{R_b}{B}} - 1 \right).$$

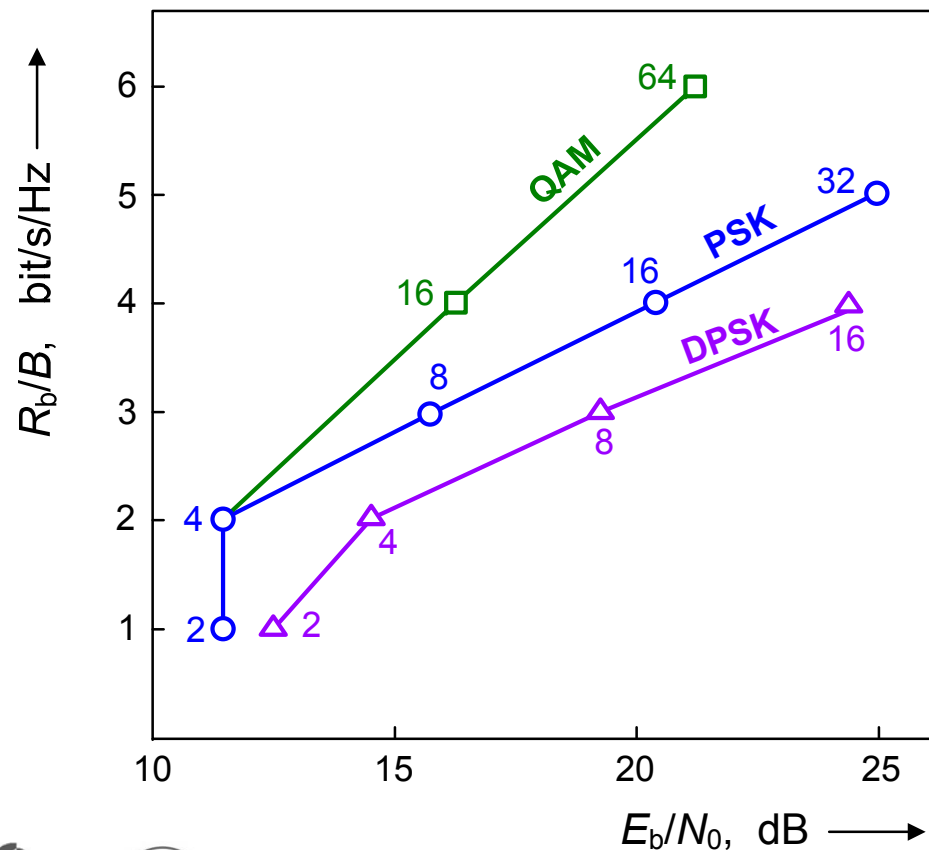
- Shannonova granična (minimalna) vrijednost omjera E_b/N_0 dobiva se kad širina pojasa kanala teži beskonačnosti (odnosno $R_b/B \rightarrow 0$),

$$\lim_{R_b/B \rightarrow 0} \frac{E_b}{N_0} = \ln 2 = 0,693;$$

$$\lim_{R_b/B \rightarrow 0} \frac{E_b}{N_0} \stackrel{\wedge}{=} -1,59 \text{ dB}.$$

Obilježja M -PSK i QAM-postupaka

Idealna spektralna učinkovitost i potrebni omjer E_b/N_0 u pojasu frekvencija dvostruke Nyquistove širine za vjerojatnost pogreške bita $p_{Eb} = 10^{-8}$



- U sustavima koji koriste M -PSK povećanje broja simbola M povećava spektralnu učinkovitost.
- QPSK je dvostruke spektralne učinkovitosti u odnosu na BPSK, ali QPSK zahtijeva 3 dB veću snagu odnosno za 3 dB viši omjer C/N . Rezultat toga je jednaki omjer E_b/N_0 za oba modulaćijska postupka.

Obilježja M-PSK i QAM-postupaka

- QAM dopušta rad s manjim omjerom E_b/N_0 nego PSK kad je veći broj simbola M .
- QAM obilježava veća učinkovitost snage.
- Kod M -FSK-postupaka povećanjem M smanjuje se spektralna učinkovitost, ali se smanjuje i zahtjev na E_b/N_0 .
- Granični slučaj nastupa kad $M \rightarrow \infty$ (to znači da i $B \rightarrow \infty$) i tad se E_b/N_0 približava Shannonovoj granici od -1,59 dB.

Usporedba osobina temeljnih modulacija

Tipične veličine za pojedine modulatorske postupke

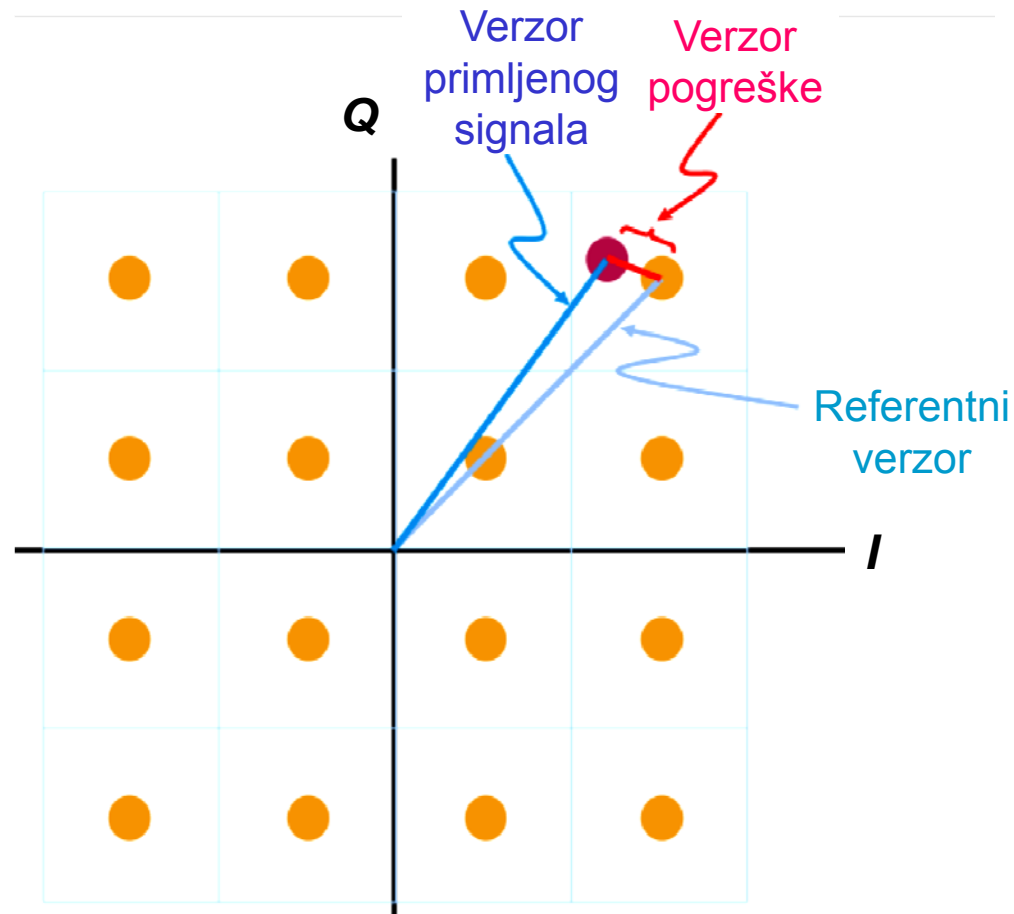
Mod. postupak	Broj simbola	Br. stanja amplitude	Br. stanja faze	Biti po simbolu	R_b/B , bit/s/Hz (idealna)	E_b/N_0 , dB (teorijski)	E_s/N_0 , dB (prakt.)
BFSK	2	1	—	1	1		13,5
BPSK	2	1	2	1	1	10,6	10,6
QPSK	4	1	4	2	2	10,6	13,6
8-PSK	8	1	8	3	3	13,8	18,6
16-PSK	16	1	16	4	4		25,5
16-QAM	16	3	12	4	4	14,5	20,5
32-QAM	32	5	28	5	5	17,3	24,0
64-QAM	64	10	52	6	6	18,8	27,0
256-QAM	256	34	84	8	8		33,0

Kvaliteta modulacije

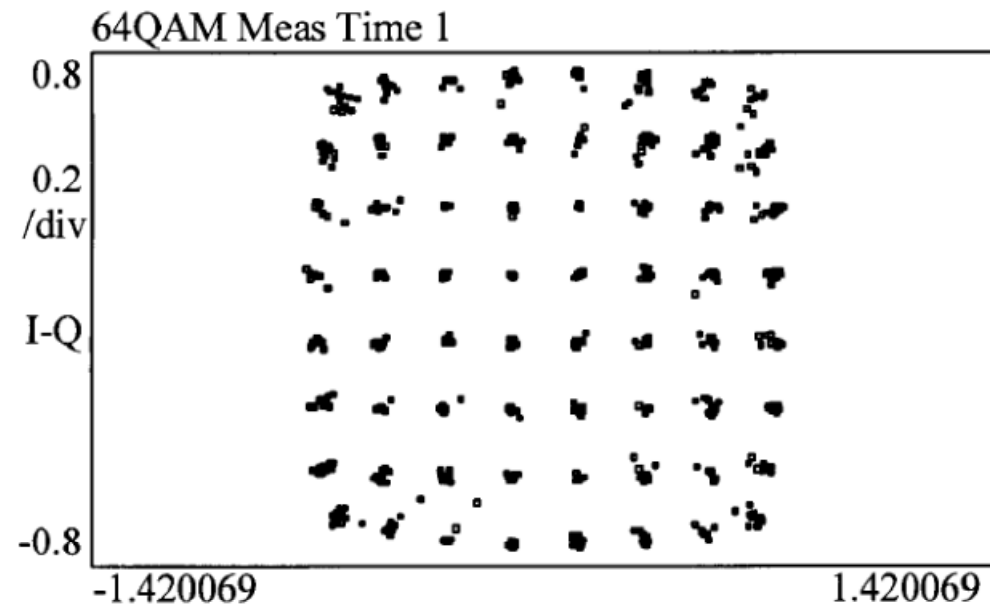
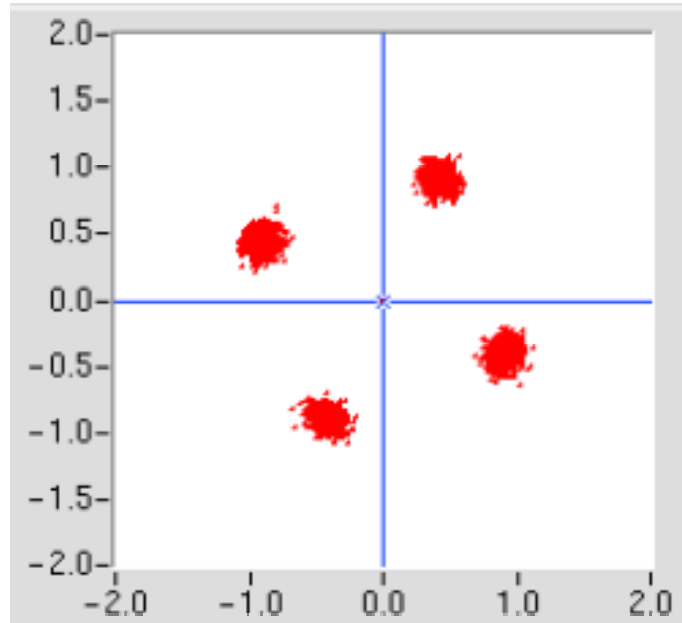
Veličina verzora pogreške — EVM

- Najšire prihvaćena mjera za kvalitetu modulacije je “*veličina verzora pogreške*“, EVM (*Error Vector Magnitude*). Ona kvantificira obilježja digitalnog odašiljača ili prijamnika pogledu pogrešaka amplitude i pogrešaka faze.
- Idealni odašiljač daje modulirani signal s točkama dijagrama stanja na idealnim lokacijama.
- Položaji točaka stvarnog dijagrama stanja odstupaju od idealnih lokacija zbog različitih nedostataka u izvedbi (aditivni šum, nelinearna izobličenja, linearna izobličenja, fazni šum, sporedne emisije, ostale pogreške modulacije).

Veličina verzora pogreške — EVM



Veličina verzora pogreške — EVM



- U primjerima na slici vidi se dijagram stanja QPSK-signal s izraženima faznim izobličenjima i 64-QAM-signal kod kojeg je zbog prepobude izlaznog pojačala došlo do kompresije signala.

Veličina verzora pogreške — EVM

- EVM se često koristi kao mjera kvalitete sustava umjesto tipične mjere, a to je učestalost pogreške BER.
- BER obilježava nekoliko ograničavajućih faktora kao što su: potreba za posebnom opremom, dugački intervali u kojima se mora provesti mjerenje i ograničena dijagnostička vrijednost rezultata.
- EVM omogućuje uvid u kvalitetu signala i u dijelu koji nije obuhvaćen BER-om ili dijagramom oka.
- EVM pokazuje koliko su stvarni položaji točaka udaljeni od njihovih idealnih položaja tj. on je jednak modulu verzora koji odgovara razlici verzora mjerenog signala i verzora idealnoga moduliranog signala.
- Uobičajeno je određivati odstupanje amplitude i faze simbola mjerenog signala u odnosu na referentnu vrijednost koja odgovara idealnom položaju vrha verzora moduliranog signala.

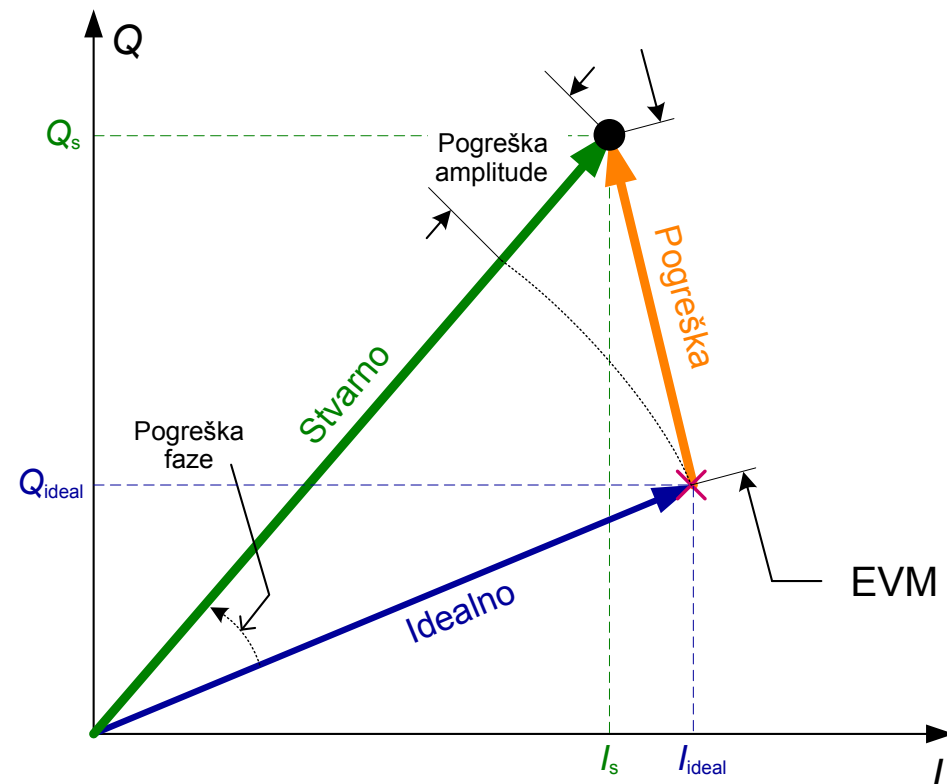
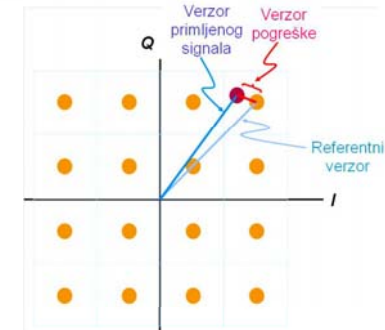
Veličina verzora pogreške — EVM

$$\text{Pogreška amplitude} = \sqrt{I_s^2 + Q_s^2} - \sqrt{I_{\text{ideal}}^2 + Q_{\text{ideal}}^2},$$

$$\text{Pogreška faze} = \tan^{-1} \frac{Q_s}{I_s} - \tan^{-1} \frac{Q_{\text{ideal}}}{I_{\text{ideal}}}.$$

Modul verzora pogreške jednog simbola je onda,

$$\begin{aligned} EVM &= \sqrt{(I_s - I_{\text{ideal}})^2 + (Q_s - Q_{\text{ideal}})^2}, \\ &= \sqrt{(\Delta I)^2 + (\Delta Q)^2}. \end{aligned}$$



Veličina verzora pogreške — EVM

- Za potrebe vrednovanja kvalitete modulacije EVM se uzima kao efektivna vrijednost preko većeg broja od N simbola (uobičajeno je uzimati 1000 simbola). On se onda izražava u %,

$$EVM_{\text{RMS}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} (\Delta I_k)^2 + (\Delta Q_k)^2}{S_{\text{maks}}^2}} \times 100\% ,$$

gdje su:

ΔI_k i ΔQ_k – odstupanja koordinata stanja mjerelog signala u odnosu na idealni položaj u ravnini I – Q ,

S_{maks} – najveća amplituda nekog simbola idealnoga moduliranog signala. To je amplituda simbola u uglu dijagrama stanja ako se radi o QAM. Kod M -PSK svi su simboli jednake amplitude.

Veličina verzora pogreške — EVM

- U literaturi se susreće i definicija u obliku,

$$EVM(\%) = \sqrt{\frac{P_{\text{error}}}{P_{\text{ref}}}} \times 100\% ,$$

$$EVM(\text{dB}) = 10 \log \frac{P_{\text{ref}}}{P_{\text{error}}} ,$$

gdje su:

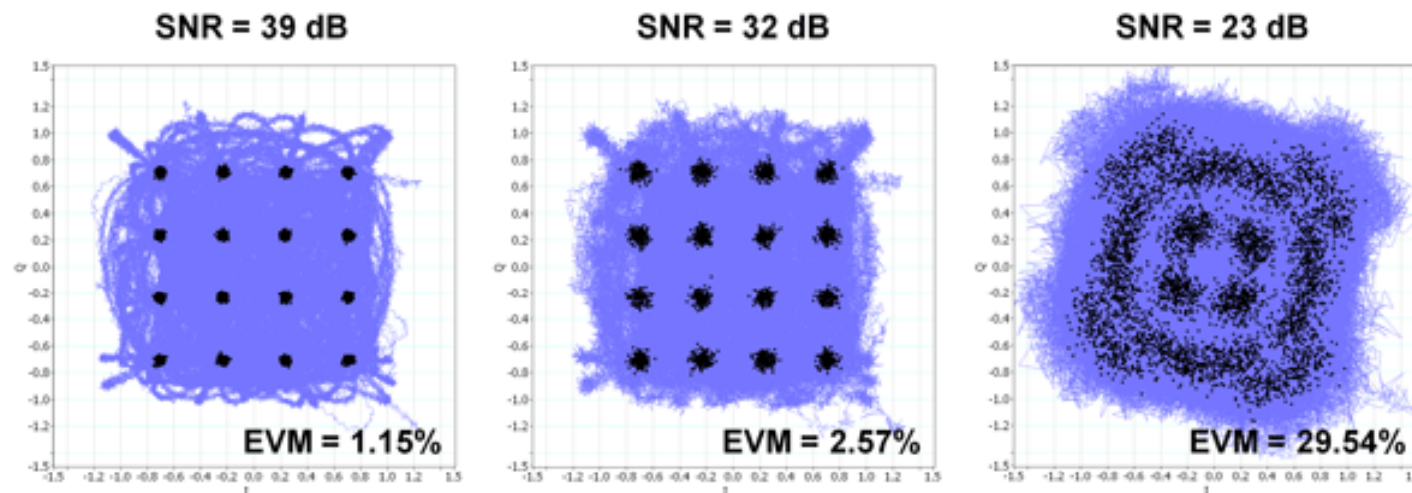
P_{error} — srednja snaga verzora pogreške,

P_{ref} — srednja snaga simbola idealnoga moduliranog signala koji je najveće amplitude.

- EVM specificira točnost valnog oblika moduliranog signala u trenucima uzimanja uzorka → utječe na BER i u stvari predstavlja faktor sudjelatnosti ili zajedničkog rada sustava.
- EVM je tijesno vezan uz BER i omjer signala i šuma.

Veličina verzora pogreške — EVM

Primjeri učinka šuma na dijagram stanja 16-QAM signala i veličinu EVM u kanalu širine 20 MHz



Pri omjeru $S/N \geq 44$ dB demodulira se 16-QAM signal bez pogreške bita, a za $S/N \leq 30$ dB nastaju značajne pogreške u demodulaciji bita (podaci za kanal širine 20 MHz).

- Jedna od prednosti korištenja EVM-a ogleda se u jednostavnijem mjerenju u odnosu na mjerenje BER-a, jer nije potreban cijeli komunikacijski sustav.
- EVM omogućuje zasebnu analizu svakog pojedinog mjesta, u kojem nastaju pogreške što olakšava rješavanje problema uzroka pogrešaka.



Primjer zaslona instrumenta kojim se mjeri EVM u 256-QAM-sustavu.

Omjer pogreške modulacije — MER

- Osim EVM za određivanje kvalitete modulacije (npr. u QAM sustavima) koristi se i mjera nazvana “*omjer pogreške modulacije*“, MER (*Modulation Error Ratio*).

$$\begin{aligned}
 MER(\text{dB}) &= 10 \log \frac{\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} [I_{sk}^2 + Q_{sk}^2]}{\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} [(\Delta I_k)^2 + (\Delta Q_k)^2]}, \\
 &= 10 \log \frac{P_s}{P_{\text{error}}},
 \end{aligned}$$

gdje su:

- I_{sk} i Q_{sk} — koordinate stanja jednog od N simbola mjenog signala,
 P_s — srednja snaga N simbola mjenoga moduliranog signala,
 P_{error} — srednja snaga verzora pogreške.

Omjer pogreške modulacije — MER

- EVM se češće izražava u % dok se MER obično iskazuje u dB, no susreće se i definicija,

$$MER(\%) = \sqrt{\frac{P_{\text{error}}}{P_s}} \times 100\% .$$

- MER je usko povezan s EVM kao što se vidi iz definicije.
- Ove se dvije veličine razlikuju samo kad se koristi modulacijski postupak u kojem nije stalna amplituda moduliranog signala, jer za EVM je referentni signal najveća amplituda simbola, dok je kod MER to efektivna vrijednost amplitude svih simbola.

Postupci sinkronizacije i obnove nosioca

Zašto je potrebna sinkronizacija?

- Za koherentni prijam diskretno moduliranog signala, bez obzira na primijenjenu vrstu modulacije, prijamnik mora biti sinkroniziran s odašiljačem.
- Dva slijeda događaja smatramo *sinkronima* kad se događaji u jednom slijedu odvijaju istodobno s odgovarajućim događajima u drugom slijedu.
- Postupcima *sinkronizacije* postiže se i održava istodobnost odgovarajućih događaja.

Vrste sinkroniziranja

- Sinkronizacija prijamnika s odašiljačem sastoji se od dviju komponenata:
 - Za potrebe koherentne demodulacije prijamniku je potreban referentni signal jednake frekvencije i jednake faze kao i prijenosni signal u modulatoru odašiljača.

Postupak procjene frekvencije i faze nosioca u prijamniku naziva se *obnovom nosioca (carrier recovery)* ili *sinkronizacijom nosioca (carrier synchronization)*.

- U svrhu demoduliranja prijamniku moraju biti poznati trenuci početka i kraja intervala jednog simbola moduliranog signala tj. trenuci kad je moguća promjena stanja moduliranog parametra. Uz pomoć toga prijamnik određuje trenutak za uzimanja uzorka signala na izlazu prilagođenog filtra (korelacijski sustav koji se sastoji od produktdemodulatora i niskopropusnog filtra odnosno integratora).

Postupak procjene ovih trenutaka naziva se *sinkronizacijom simbola (symbol synchronization)*. Ona će poslužiti i za *obnovu takta (clock recovery)* kao vremenske osnove binarnoga digitalnog sustava.

- Ove dvije komponente sinkronizacije mogu se odvijati istodobno ili u slijedu jedna iza druge.

Vrste sinkroniziranja

- U nekoherentnim sustavima ne provodi se obnova nosioca, ali je nužno ostvariti sinkronizaciju simbola i obnoviti taktni signal.
- Dvije su temeljne vrste postupaka sinkronizacije:
 - Poznati početni niz bitova periodično se šalje zajedno sa signalom koji nosi informaciju (podatke) u vremenskom multipleksu. Taj početni niz bitova sadrži podatke o nosiocu i o vremenskim parametrima simbola (*symbol timing*), a oni se u prijamniku izdvajaju odgovarajućom obradom signala. Ovaj postupak obilježava vrlo brza uspostava sinkronizma prijamnika s odašiljačem, a nedostaci su u,
 - smanjenoj učinkovitosti propusnosti sustava, jer se dio kapaciteta sustava troši na prijenos početnog niza bitova i,
 - smanjene učinkovitosti korištene snage, jer se dio te snage koristi za odašiljanje početnog niza bitova.
 - Prijamniku se daje zadatak da uspostavi sinkronizam uz pomoć podataka koje može izdvojiti iz primljenoga moduliranog signala. Ovaj postupak obilježava bolja učinkovitost propusnosti i snage, ali pod cijenu produženog vremena potrebnog za uspostavu sinkronizma.

Obnova nosioca

- Obnavljanje nosioca obavlja se iz primljenih simbola moduliranog signala.
- Kod nekih modulacijskih postupaka komponenta prijenosnog signala nije nazočna u spektru moduliranog signala (PSK, MSK npr.) pa se ne može izravno izdvojiti iz primljenog signala. Tad se modulirani signal podvrgava nelinearnoj obradi, a vrsta obrade ovisi o korištenome modulacijskom postupku.
- U primjeru BPSK-signal,

$$u_{\text{BPSK}}(t) = u_m(t) \cdot \cos(2\pi f_p t + \varphi_0),$$

modulirani se signal prvo kvadrira, što daje,

$$u_2(t) \cong [u_{\text{BPSK}}(t)]^2 = \frac{1}{2} u_m^2(t) \cdot [1 + \cos(4\pi f_p t + 2\varphi_0)].$$

Zatim se graničnikom amplitude uklanjaju promjene amplitude signala pa nakon filtriranja ostaje,

$$u_3(t) = U_{3m} \cos(4\pi f_p t + 2\varphi_0 + 2k\pi).$$

Obnova nosioca

- Nastali signal privodi se sad sklopu za dijeljenje frekvencije s faktorom dijeljenja $n = 2$ što daje lokalni referentni signal,

$$u_p'(t) = U_{pm}' \cos(2\pi f_p t + \varphi_0 + k\pi).$$

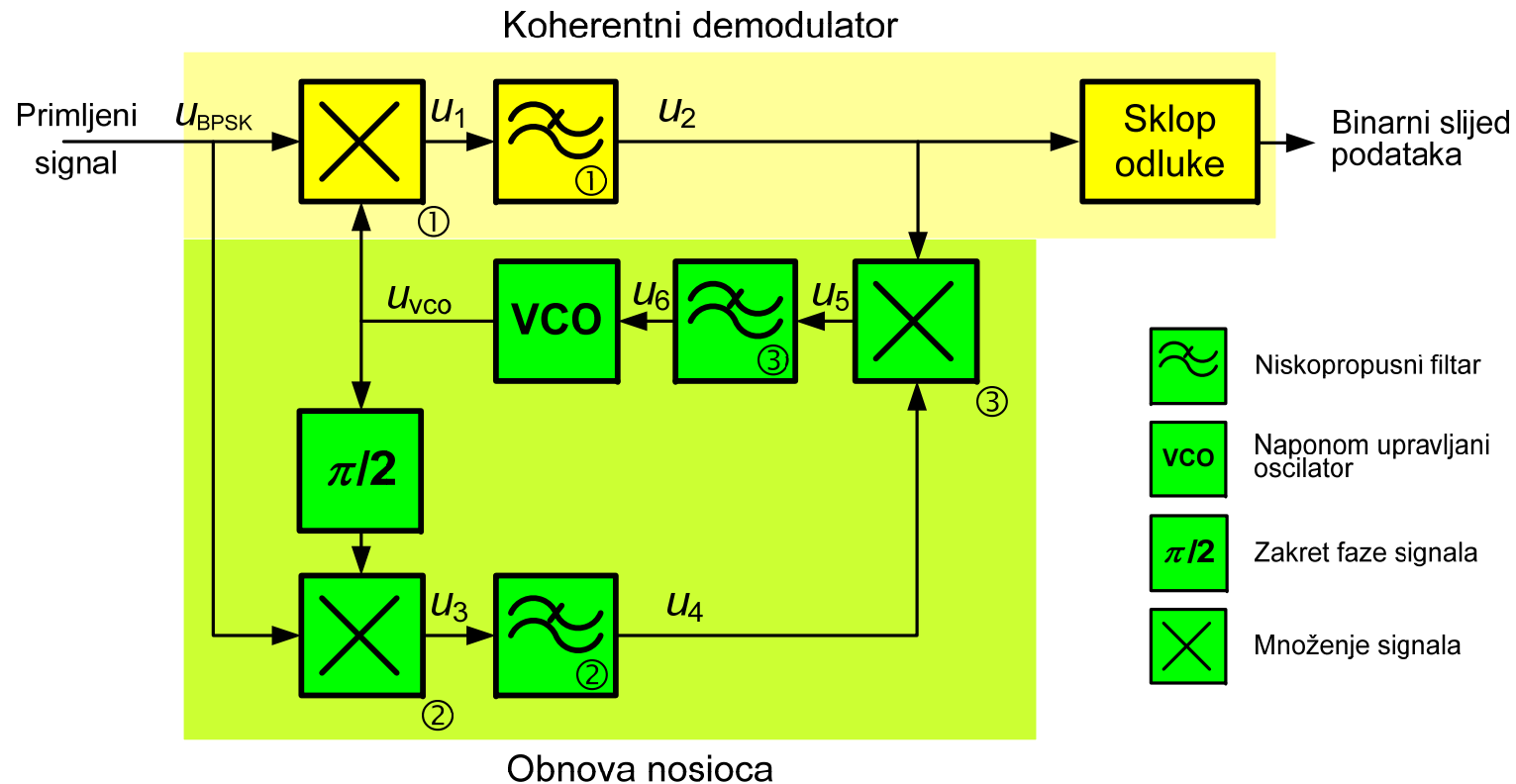
- Ovaj rezultat upućuje na neodređenost faze obnovljenog nosioca u iznosu od 180° , jer kako će se pokazati ovim se postupkom obnove nosioca obnavlja jedan od simbola moduliranog signala.
- Za obnovu nosioca u QPSK-sustavu koristi se nelinearnost 4-tog reda odnosno dvostruko kvadriranje moduliranog signala. Obnavlja se ponovno jedan od simbola moduliranog signala pa se javlja neodređenost faze od 90° .
- Zbog porasta potencije produljeno je trajanje postupka obnove (trajanje 10 do 30 simbola QPSK-signal).
- Primjena ovog postupka na M -PSK-signal vodi do neodređenosti faze obnovljenog nosioca u iznosu od $360^\circ/M$.

Obnova nosioca

- Neodređenost faze obnovljenog nosioca onemogućuje ispravno određivanje binarnog slijeda podataka u koherentnim sustavima.
- Problem se može riješiti slanjem tzv. «sinkronizirajućeg slijeda» (*training sequence*) od određenog broja unaprijed poznatih znakova. Usporedbom primljenih simbola moduliranog signala i poznatoga sinkronizirajućeg slijeda prijamnik može odrediti fazni odnos prijenosnog signala modulatora i obnovljenog nosioca.
- Slanje sinkronizirajućeg slijeda se povremeno ponavlja.
- Ova neodređenost faze nema utjecaja na sinkronu demodulaciju diferencijalno kodiranih PSK-signal.

Obnova nosioca

- Druga mogućnost obnove nosioca koristi se *Costasovom zamkom*. Na slici je primjer zamke za BPSK u zajednici s koherentnim demodulatorom.
- Zamka se osniva na dodanom kvadraturnom demodulatoru čiji se signal privodi sklopu za množenje signala (sklop za miješanje signala).



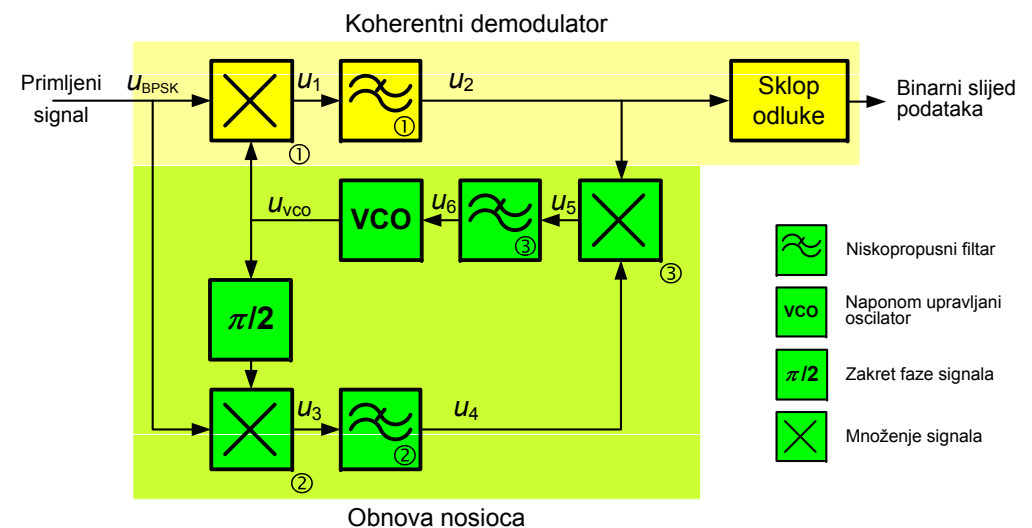
Obnova nosioca

$$u_{\text{BPSK}}(t) = u_d(t) \cos(2\pi f_p t + \varphi),$$

$$u_{\text{VCO}}(t) = U_{\text{VCO}} \cos(2\pi f_p t + \psi).$$

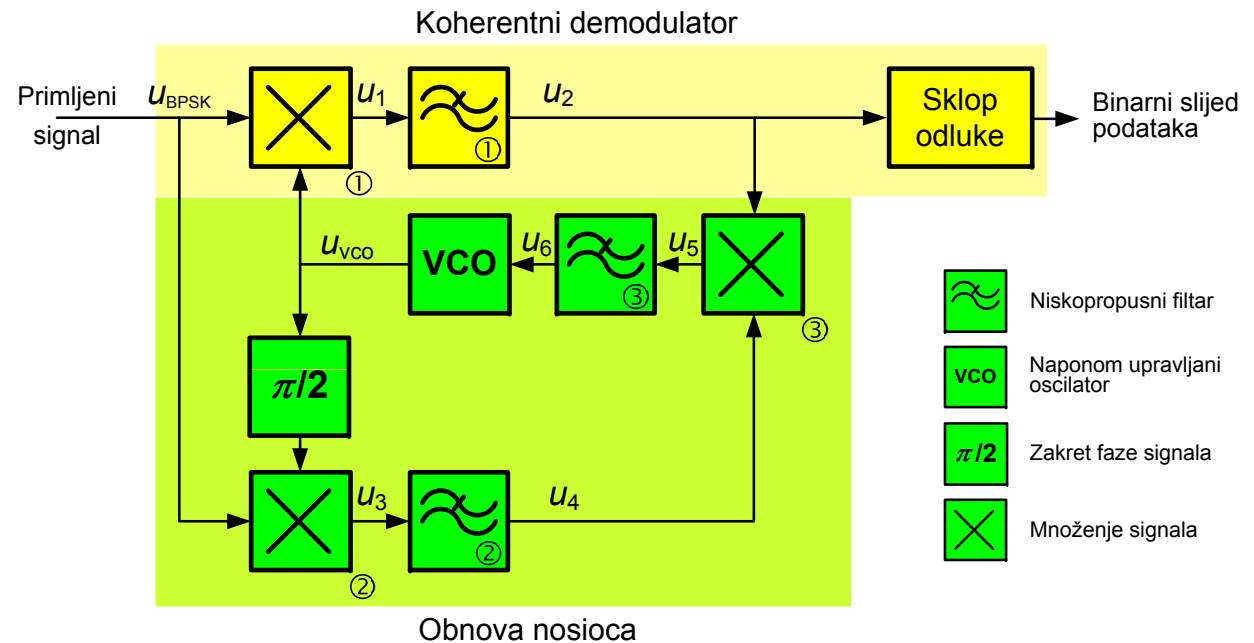
$$\begin{aligned} u_1(t) &= k_1 u_d(t) \cos(2\pi f_p t + \varphi) \times \cos(2\pi f_p t + \psi), \\ &= \frac{1}{2} k_1 u_d(t) [\cos(\varphi - \psi) + \cos(4\pi f_p t + \varphi + \psi)], \end{aligned}$$

$$u_2(t) = \frac{1}{2} k_1 u_d(t) \cos(\varphi - \psi).$$



Obnova nosioca

$$\begin{aligned}
 u_3(t) &= k_2 u_d(t) \cos(2\pi f_p t + \varphi) \times \sin(2\pi f_p t + \psi), \\
 &= \frac{1}{2} k_2 u_d(t) [\sin(\varphi - \psi) + \sin(4\pi f_p t + \varphi + \psi)], \\
 u_4(t) &= \frac{1}{2} k_2 u_d(t) \sin(\varphi - \psi).
 \end{aligned}$$



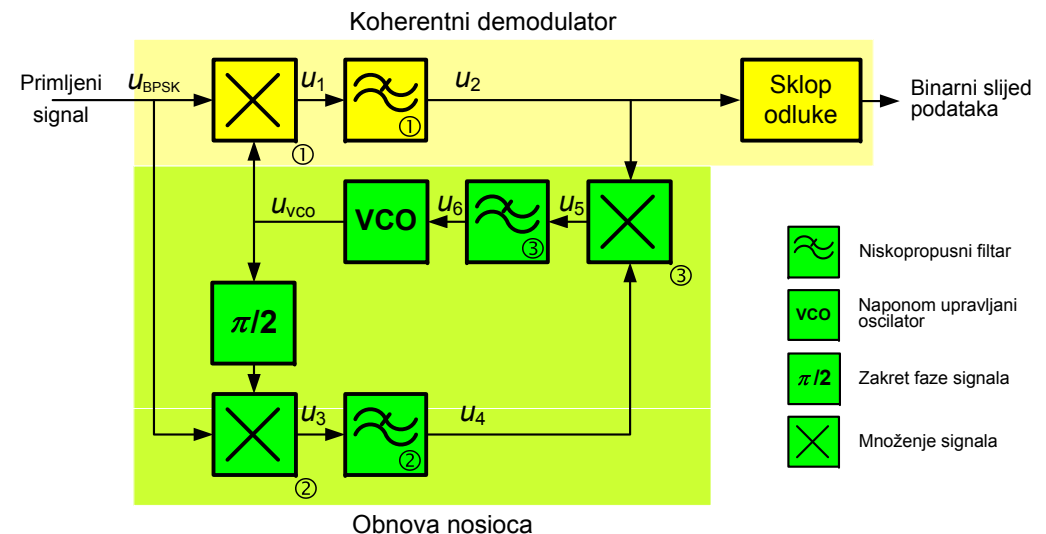
Obnova nosioca

$$u_5(t) = k_3 u_d^2(t) \cos(\varphi - \psi) \times \sin(\varphi - \psi),$$

$$= \frac{1}{2} k_3 u_d^2(t) [\sin(0) + \sin 2(\varphi - \psi)],$$

$$u_6(t) = \frac{1}{2} k_3 U_6 \sin 2(\varphi - \psi),$$

$$\approx k_{CL} U_6 (\varphi - \psi).$$



- DC komponenta izlaznog signala mješala, koju izdvaja niskopropusni filter ③, služi za upravljanje frekvencijom naponom upravljanih oscilatora (VCO, *Voltage-Controlled Oscillator*). Frekvencija ostaje promijenjena do postizanja ispravne trenutne faze odnosno uspostave sinkronizma.

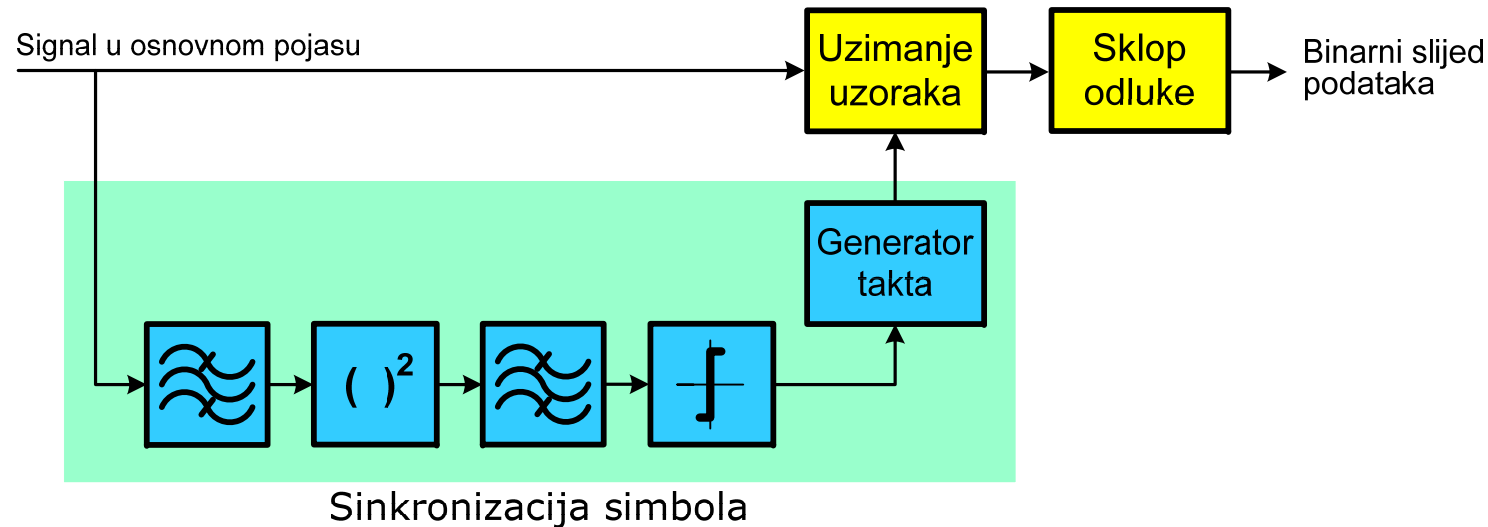
Sinkronizacija simbola

- Sinkronizacija simbola najniža je razina sinronizacije prijamnika na odašiljač. Iz nje slijede sinkronizacija riječi i sinkronizacija okvira kao dijelovi obnove takta.
- Problem sinkronizacije okvira mogao bi se riješiti prenošenjem sinkronizacijskog signala u posebnom kanalu. Taj se postupak, međutim, ne koristi u praksi zbog loše učinkovitosti i potrebe za postizanjem jednakog kašnjenja signala u kanalu za prijenos sinkronizacijskog signala s kašnjenjem u kanalu za podatke (kanal za prijenos moduliranog signala).
- Korišteni postupci koriste se podacima iz primljenoga moduliranog signala i primjenjuju pravilo procjene na temelju najveće podudarnosti (MLE, *Maximum Likelihood Estimation*).
- Postupci se osnivaju na poznavanju oblika odašiljačkih impulsa na prijamnoj strani.

Sinkronizacija simbola

- Primljeni se impuls uspoređuje s nizom vremenski pomaknutih prijamniku poznatih odašiljačkih impulsa.
- Usporedba se provodi korelacijskim postupkom.
- Utvrđivanjem s kojim od niza impulsa se maksimalno podudara primljeni impuls (maksimalna korelacija) određena je veličina pogreške sinkronizma prijamnika s odašiljačem koju valja ispraviti.
- Demodulirana komponenta signala, $I(t)$ npr., odgovara signalu u osnovnom pojasu frekvencija Nyquistove širine pojasa $1/(2T_s)$. Promjene razine tog signala ovise o prenošenim podacima.
- U postupku sinkronizacije simbola treba odrediti vremenske granice intervala jednog simbola kako bi se uzimanjem uzorka demoduliranog signala, npr. u sredini intervala, odredila razina signala za daljnju obradu.

Sinkronizacija simbola



- Ako se taj signal kvadrira nastat će između ostalog i komponenta dvostruke frekvencije ($\cos^2\omega t \sim 1 + \cos 2\omega t$) koja se izdvaja pojasnopropusnim filtrom.
- Nultočke tog signala dvostruke ulazne frekvencije su na razmaku T_S i one označuju vremenske granice pojedinih simbola.
- U najnovijim rješenjima MLE postupci se prikazuju u algoritamskom obliku koristeći se postupcima vremenski diskretne (digitalne) obrade signala.