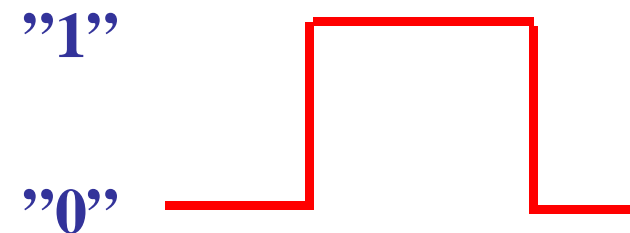

Diskretna modulacija sinusnog signala

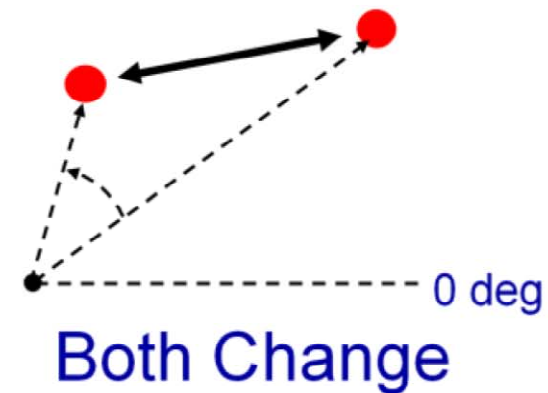
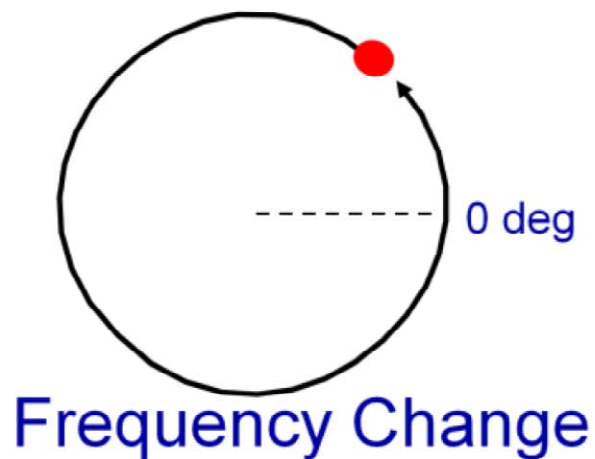
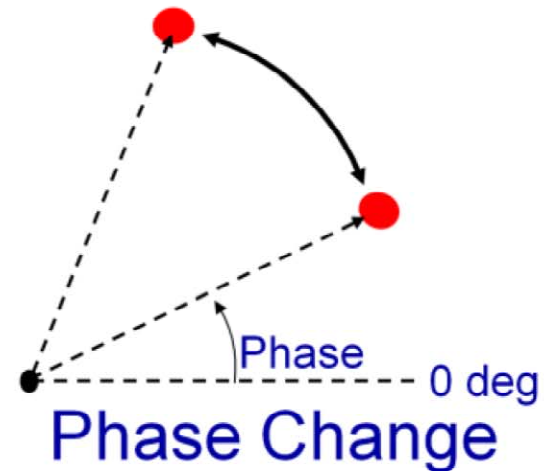
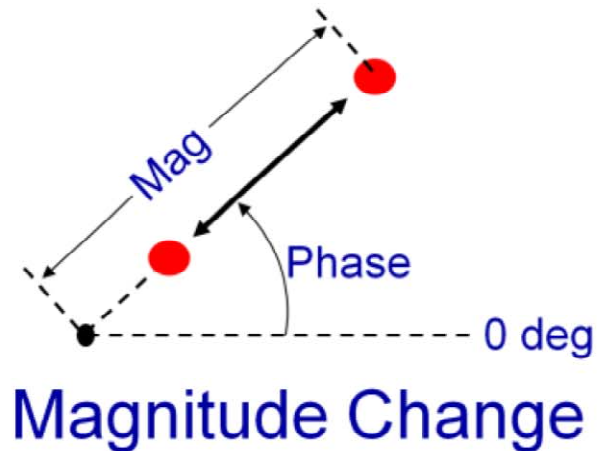
(temeljni pojmovi)

Diskretni signal i diskretne modulacije

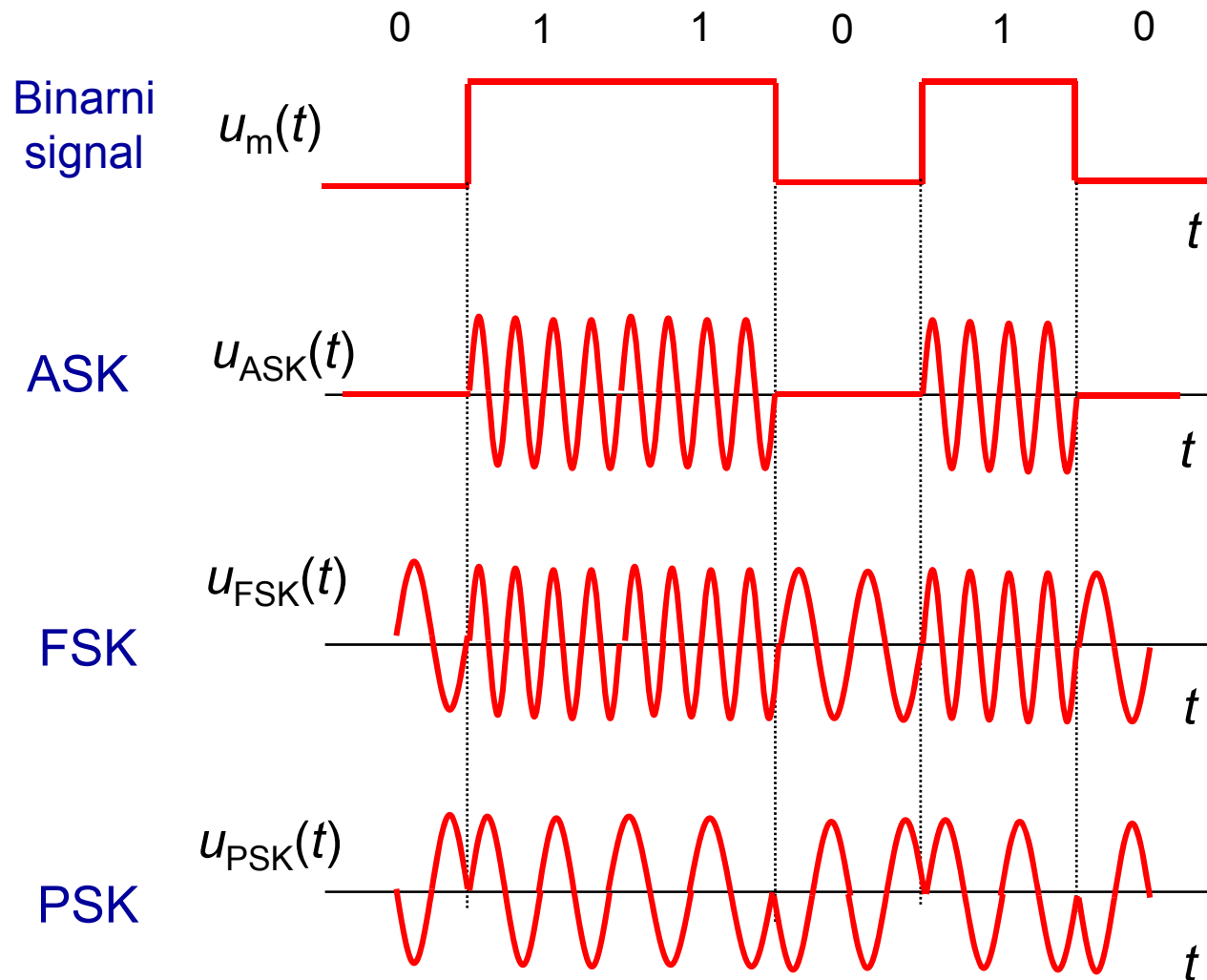
- Digitalna informacija opisana je konačnim brojem binarnih znakova.
- Digitalna informacija predočuje se diskretnim električnim signalom → *linijski kodovi*.
- Modulacijski signal poprima konačno mnogo diskretnih razina.
- Modulacijom se diskretno mijenja parametar sinusnoga prijenosnog signala.
- Temeljni modulacijski postupci osnivaju se na diskretnoj promjeni amplitude, frekvencije ili faze prijenosnog signala,
 - diskretna modulacija amplitude (ASK, *Amplitude–Shift Keying*),
 - diskretna modulacija frekvencije (FSK, *Frequency–Shift Keying*),
 - diskretna modulacija faze (PSK, *Phase–Shift Keying*).



Temeljni modulacijski postupci

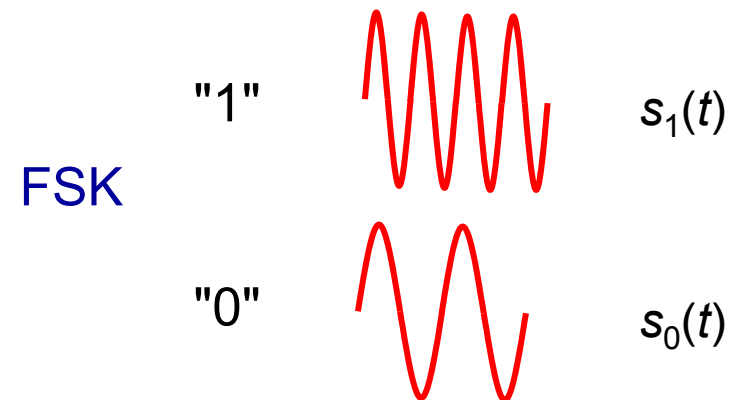
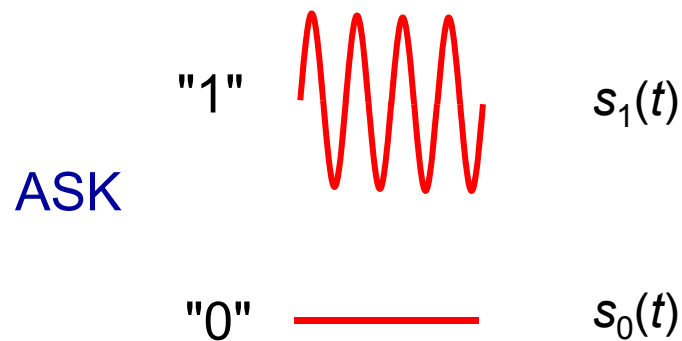


Temeljni modulacijski postupci



Simbol moduliranog signala

- *Hibridni modulacijski postupak* → modulacijski postupak kojim se mijenja dva parametra sinusnoga prijenosnog signala,
 - kvadratura diskretna modulacija amplitude (QAM, *Quadrature Amplitude Modulation*) — mijenjaju se amplituda i faza prijenosnog signala.
- Svakoj diskretnoj razini modulacijskog signala odgovara jedno diskretno stanje amplitude, frekvencije ili faze moduliranog signala ili pak neka njihova kombinacija.
- Dio moduliranog signala s jednim stanjem moduliranog parametra naziva se *elementarnim signalom* ili *simbolom*.



Brzine i djelotvornost prijenosa

- Binarni postupci rabe samo dva simbola $s_0(t)$ i $s_1(t)$. Svakom od njih pridružuje se jedan bit.
- Modulirani je signal predodčen slijedom elementarnih signala odnosno simbola.
- Djelotvornost prijenosa raste kad ima više simbola (njihov broj je neka potencija broja 2). Tad se svakom od njih pridružuje više od jednog bita.
- *Brzina prijenosa simbola* ili *brzina signaliziranja* jednaka je:

$$R_S = 1/T_S \text{ [Bd]}, \quad T_S - \text{trajanje simbola.}$$

- *Brzina prijenosa bita* jednaka je:

$$R_b = R_S \log_2 M \text{ [bit/s]}, \quad M - \text{broj simbola.}$$

- U binarnim je sustavima $M = 2$, što daje $R_S = R_b$.

Odabir modulacijskog postupka

- Kriteriji za odabir modulacijskog postupka:
 - učinkovitost snage,
 - spektralna učinkovitost,
 - stupanj kompleksnosti odgovarajućeg sustava.
- *Učinkovitost snage modulacijskog postupka* \rightarrow potrebni omjer energije bita i gustoće snage bijelog šuma (E_b/N_0) kojim se ostvaruje tražena kvaliteta prijenosa izražena vjerojatnošću pogreške prijenosa bita (BER).
- *Spektralna učinkovitost modulacijskog postupka* $R_b/B \rightarrow$ broj prenesenih bita u sekundi po jedinici širine pojasa, tj. po Hz. Mjeri se u jedinicama bit/s/Hz.
- Pod *kompleksnosti sustava* podrazumijeva se količina i složenost sklopovlja uključujući tehničku složenost sustava kao i njegovu cijenu.

Utjecaj šuma i vjerojatnost pogreške

- Rezultat demodulacije diskretno moduliranog signala je odluka da li je odaslan znak «0» ili znak «1».
- Ovaj, najčešće korišteni postupak, naziva se *Hard-decision*.
- U alternativnom *Soft-decision* postupku demodulator osim binarnog znaka daje i vjerojatnost ispravnosti donesene odluke.
- U analognim sustavima utjecaj šuma na ispravnost prijenosa određuje se u ovisnosti od omjera snage korisnog signala i snage šuma (S/N , *Signal/Noise*).
- U digitalnim sustavima utjecaj šuma na ispravnost prijenosa određuje se u ovisnosti od omjera snage nemoduliranoga prijenosnog signala i srednje snage šuma u pojasu frekvencija što ga utvrđuju Nyquistovi filtri s kosinusno zaobljenom karakteristikom (C/N , *Carrier/Noise*).
- Za sustave koji koriste modulacijske postupke s nekonstantnom ovojnicom valja nadopuniti izvornu definiciju omjera C/N .

Utjecaj šuma i vjerojatnost pogreške

- Kad se koristi modulacijski postupak nebinarne vrste ($M > 2$) valja razlikovati *vjerojatnost pogreške simbola* moduliranog signala p_{Es} ili SER (*Symbol Error Rate*) od *vjerojatnosti pogreške bita* p_{Eb} ili p_E odnosno BER.
- BER osim o SER ovisi i o zakonu pridruživanja skupine binarnih znakova simbolima moduliranog signala.
- Krivulje ovisnosti SER o omjeru C/N neprikladne su za usporedbu različitih sustava, jer ovise o obilježjima korištenih filtara.
- Sustavi s različitim modulacijskim postupcima rade u sasvim različitim uvjetima:
 - različite su širine zauzetoga pojasa frekvencija,
 - različit je broj simbola moduliranog signala,
 - različit je broj bitova pridruženih svakom simbolu.
- Takvi se sustavi uspoređuju na temelju energije moduliranog signala, potrebne za prijenos jednog bita E_b , i snage šuma po jedinici širine pojasa tj. u pojasu širine 1 Hz koja se naziva gustoćom snage šuma N_0 .

Utjecaj šuma i vjerojatnost pogreške

- Omjer E_b/N_0 predstavlja onda sposobnost sustava za prijenos informacija u danome šumnom okolišu.

- Ako je jednom bitu pridružen interval trajanja T_b ($T_b = T_s/\log_2 M$) onda je,

$$E_b = C \cdot T_b = \frac{C}{R_b}.$$

- Spektralna gustoća snage šuma iznosi,

$$N_0 = \frac{N}{B}, \text{ pa je onda,}$$

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{\frac{C}{R_b}}{\frac{N}{B}} = \frac{C}{N} \cdot \frac{B}{R_b}.$$

- Izravno praktično mjerenje omjera E_b/N_0 dosta je veliki tehnički problem. Zato se obično mjeri C/N , a izmjerena veličina korigira se za omjer B/R_b .

Diskretna modulacija amplitude

ASK

Simboli ASK-signala

- ASK je najstariji diskretni modulacijski postupak.
- U intervalu znaka «1» u_{ASK} je nazivne amplitude U_{pm} , dok je u intervalu znaka «0» razina moduliranog signala jednaka nuli.

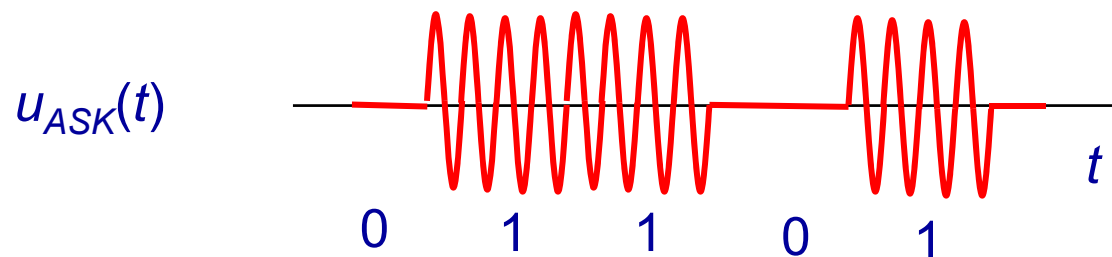
- Simboli ASK-signala su oblika,

$$s_0(t) = 0,$$

$$s_1(t) = U_{pm} \cos 2\pi f_p t, \quad \text{za } 0 \leq t < T_b,$$

$$s_1(t) = 0, \quad \text{izvan intervala binarnog znaka.}$$

- ASK se još označuje i kao OOK (*On–Off Keying*).



Spektar ASK-signala

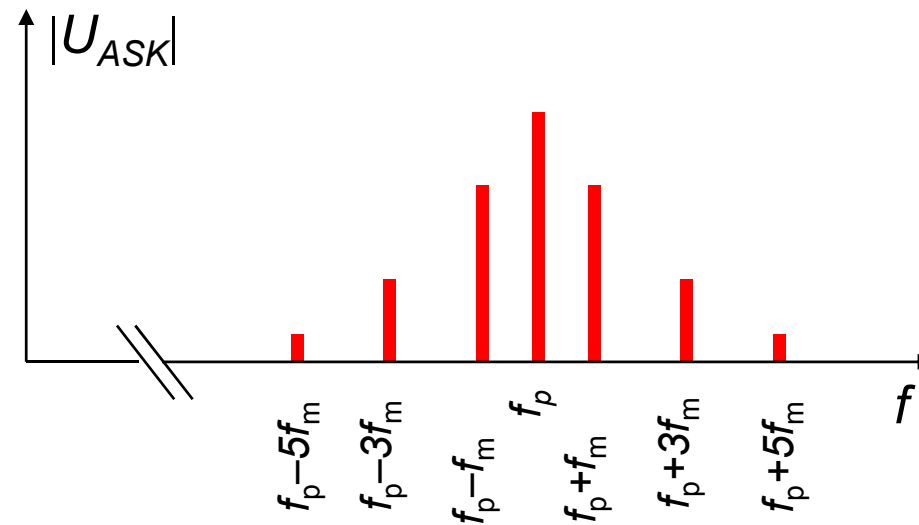
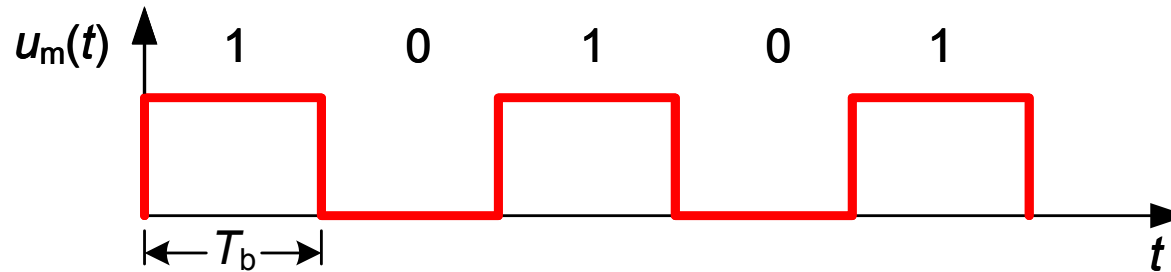
- Kad modulaciju obavlja periodični pravokutni signal, koji odgovara alternirajućim znakovima «0» i «1», tj. za slijed «... 01010101 ...», onda izlazi,

$$u_{\text{ASK}}(t) = U_{\text{pm}} \cos 2\pi f_p t \cdot \left[\frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \cos 2\pi f_m t - \frac{2}{3\pi} \cos 3 \cdot 2\pi f_m t + \dots \right],$$

$$f_m = \frac{1}{2T_b}$$

$$\begin{aligned} u_{\text{ASK}}(t) = & \frac{U_{\text{pm}}}{2} \cos 2\pi f_p t + \\ & + \frac{U_{\text{pm}}}{\pi} \left[\cos 2\pi(f_p + f_m)t + \cos 2\pi(f_p - f_m)t \right] - \\ & - \frac{U_{\text{pm}}}{3\pi} \left[\cos 2\pi(f_p + 3f_m)t + \cos 2\pi(f_p - 3f_m)t \right] + \dots, \end{aligned}$$

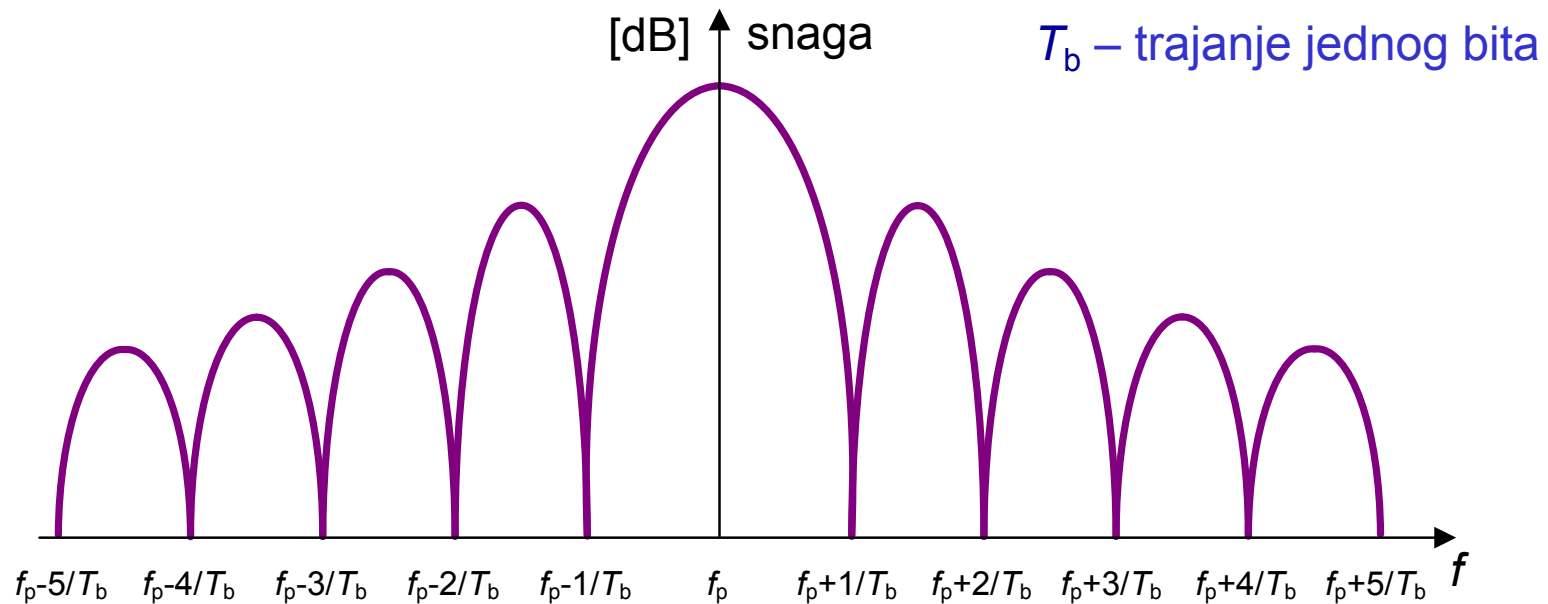
Spektar ASK-signala



$$f_m = \frac{1}{2T_b}$$

Spektar ASK-signal

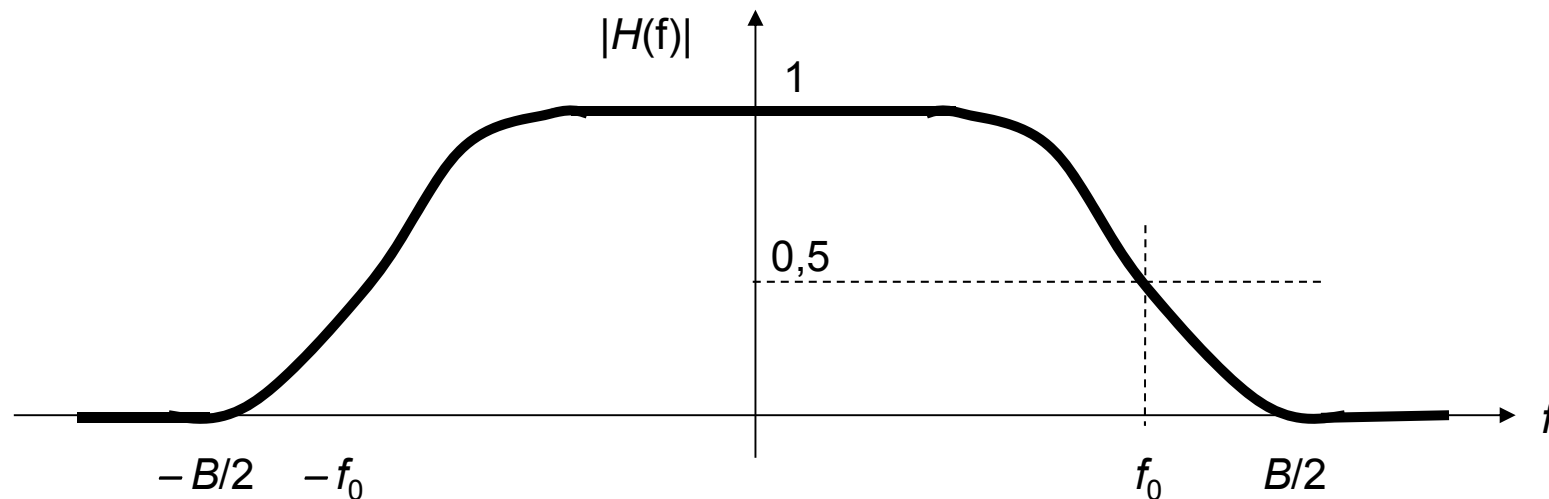
Ovojnica spektra snage ASK-signal



- U realnim situacijama prijenosa podataka diskretni modulacijski signal je neperiodičan. Ovojnica spektra snage ASK-signal sastoji se od dva zrcalno simetrična dijela, svaki u obliku funkcije $[(\sin x)/x]^2$, s osi simetrije na f_p .

Širina pojasa, spektralna učinkovitost

- Idealni ASK-signal zauzima beskonačno širok pojas frekvencija.
- Radi smanjenja širine zauzetog pojasa frekvencija filtriranjem se oblikuju impulsi digitalnoga modulacijskog signala. Koriste se pojasnopropusni filtri:
 - filtri s kosinusno zaobljenom frekvencijskom karakteristikom.



Širina pojasa, spektralna učinkovitost

- Kad je modulacijski signal konačne širine pojasa (oblikovani impulsi) onda je i B_{ASK} konačan.
- U tehničkoj se primjeni za ASK uzima obično,

$$B_{\text{ASK}} = 2 \cdot 1,6 f_m = 1,6/T_b .$$

- Spektralna učinkovitost ASK iznosi $1/1,6 = 0,6$ bit/s/Hz. Kad bi se koristila koherentna demodulacija moglo bi se raditi i s manjom širinom pojasa što bi povećalo spektralnu učinkovitost na oko 0,8 bit/s/Hz.
- Srednja snaga ASK-signalu približno je jednaka polovici snage prijenosnog signalu,

$$P_{\text{ASK}} \approx \frac{P_{p0}}{2} = \frac{U_{pm}^2}{4R} .$$

Pretpostavljena je jednaka vjerojatnost pojavljivanja svakog od dva simbola.

Demodulacija ASK-signala

- Demodulacija ASK-signala obavlja se postupkom **detekcije ovojnice** kao i kod kontinuirane modulacije amplitude AM. Nakon detektora ovojnice koristi se sklop za donošenje odluke radi li se o znaku «0» ili o znaku «1».
- Moguća je i primjena koherentnog postupka demodulacije.
- **Koherentni** (sinkroni) **postupak demodulacije** osniva se na množenju ASK-signala s pomoćnim signalom nosioca. Ako je $u_m(t)$ digitalni signal unipolarne vrste,

$$u_{\text{ASK}}(t) = u_m(t) \cos(\omega_p t + \varphi),$$

$$u_p'(t) = U_{\text{pm}}' \cos(\omega_p' t + \psi).$$

- Ako se pretpostavi jednakost frekvencija, tj. $\omega_p = \omega_p'$, onda množenjem nastaje (k_{ASK} — osjetljivost demodulatora),

$$\begin{aligned} u_1(t) &= k_{\text{ASK}} u_m(t) \cos(\omega_p t + \varphi) \cdot \cos(\omega_p t + \psi), \\ &= \frac{1}{2} k_{\text{ASK}} u_m(t) [\cos(2\omega_p t + \varphi + \psi) + \cos(\varphi - \psi)]. \end{aligned}$$

Demodulacija ASK-signalu

- Niskopropusnim filtrom prigušuje se komponenta frekvencije $2\omega_p$ pa ostaje signal,

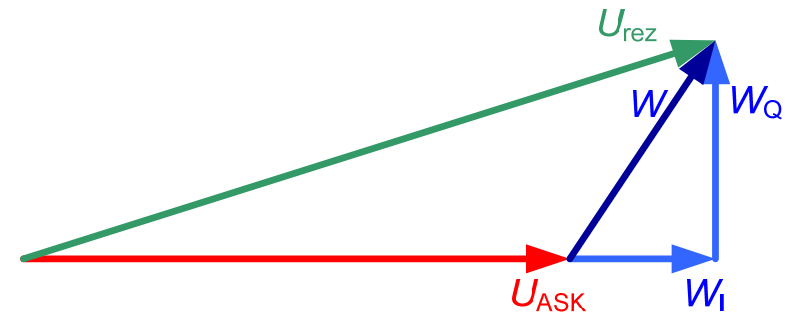
$$u_2(t) = \frac{1}{2} k_{\text{ASK}} u_m(t) \cos(\varphi - \psi),$$

koji je razmjernan modulacijskom signalu $u_m(t)$ odnosno izvornome digitalnom signalu podataka.

- Važno je donekle ispravno regenerirati i fazu lokalnog signala za sinkronu odnosno koherentnu demodulaciju.

Utjecaj šuma na ASK-signal

- Na ASK-signal superponirani šum $w(t)$ rastavlja se na dvije ortogonalne komponente:
 - komponentu koja je u fazi s moduliranim signalom – kofaznu komponentu $w_I(t)$ (I – *In-phase*),
 - komponentu koja je u kvadraturnom odnosu (ortogonalna) s moduliranim signalom – kvadraturnu komponentu $w_Q(t)$ (Q – *Quadrature*).
- Svaku od ortogonalnih komponenti šuma obilježava Gaussova razdioba gustoće vjerojatnosti i među njima nema korelacije.
- Na koherentnu demodulaciju ASK-signala utječe samo kofazna komponenta šuma.
- Pogreška nastaje ako je u intervalu znaka «1» $w_I(t)$ protufazan moduliranom signalu ili ako je on u fazi s moduliranim signalom tijekom znaka «0».



Utjecaj šuma na ASK-signal

- Postupkom, koji je istovjetan postupku provedenom za digitalne signale u osnovnom pojasu frekvencija, dobiva se vjerojatnost pogreške binarnog znaka,

$$p_E = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b}{2N_0}} \right).$$

- Pri nekoherentnoj demodulaciji ASK-signala detekcijom ovojnice valja odrediti raspodjelu gustoće vjerojatnosti ovojnice oba simbola moduliranog signala sa superponiranim šumom.
- Ovojnica je tad u intervalu znaka «0» jednaka ovojnici šuma, tj. $O_0 = W$, dok je u intervalu znaka «1»,

$$O_1 = \sqrt{[U_{\text{ASK}} + W_I]^2 + W_Q^2}.$$

- Određivanje ove raspodjele gustoće vjerojatnosti ovojnice ASK-signala sa superponiranim šumom dosta je složeni postupak.

Utjecaj šuma na ASK-signal

- Može se pokazati da je vjerojatnost pogreške bita pri nekoherentnoj demodulaciji ASK-signala jednaka,

$$p_E = \frac{1}{2} e^{-E_b/2N_0}.$$

Primjena modulacijskog postupka ASK

- Sustavi za prijenos digitalnih signala male brzine,
 - prijenos u području govornih frekvencija:
 - frekvencijsko područje rada: 0,3 – 3,4 kHz (govorni pojas),
 - brzina prijenosa: 50 Bd,
 - broj kanala: 24
 - širina pojasa moduliranog signala: 80 Hz ($= 2 \times 1,6 \cdot 25$ Hz),
 - frekvencije prijenosnih signala u kanalima: 420 – 3 180 Hz,
na razmaku od 120 Hz,
 - prijenos u području UHF i SHF:
 - prijenos jednostavnim uređajima malih zahtjeva.

Diskretna modulacija frekvencije

FSK

Binarni FSK — BFSK

- Simboli FSK-signalu odgovaraju sinusnim titrajima različitih diskretnih frekvencija.
- Modulirani signal \rightarrow FSK-signal je u idealnim uvjetima stalne amplitude.
- Binarna diskretna modulacija frekvencije (BFSK, *Binary Frequency Shift Keying*) rabi dva simbola odnosno dvije frekvencije.

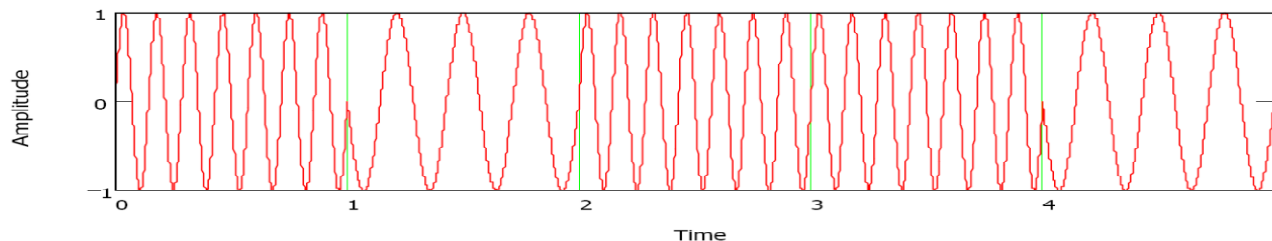
$$\text{«0»} \rightarrow f_0 = f_p - \Delta f,$$

$$\text{«1»} \rightarrow f_1 = f_p + \Delta f.$$

- Simboli moduliranog signala su onda,

$$s_0(t) = \begin{cases} U_{\text{pm}} \cos 2\pi f_0 t, & \text{za } 0 \leq t < T_b, \\ 0, & \text{izvan intervala binarnog znaka.} \end{cases}$$

$$s_1(t) = \begin{cases} U_{\text{pm}} \cos 2\pi f_1 t, & \text{za } 0 \leq t < T_b, \\ 0, & \text{izvan intervala binarnog znaka.} \end{cases}$$



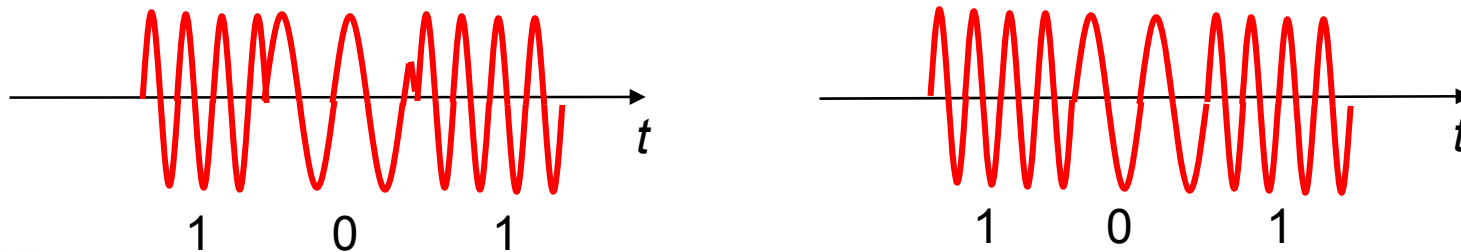
Binarni FSK — BFSK

- Indeks modulacije jednak je omjeru devijacije frekvencije Δf i najveće frekvencije (repeticije) digitalnoga modulacijskog signala f_m ,

$$m_F = \frac{\Delta f}{f_m} = \Delta f \cdot T_m = \underbrace{2 \cdot \Delta f}_{\text{razmak diskretnih frekvencija}} \cdot T_b.$$

Indeks modulacije nije jednak najvećoj promjeni faze moduliranog signala.

- Diskontinuiteti faze u prijelaznim stanjima jako proširuju zauzeti pojas frekvencija.
- FSK s kontinuiranom fazom \rightarrow CPFSK (*Continuous Phase FSK*).



Binarni FSK — BFSK

- Kontinuiranost faze osigurana je za cjelobrojne indekse modulacije, tj. kad je razmak frekvencija,

$$2 \cdot \Delta f = k \cdot \frac{1}{T_b}, \quad k = 1, 2, \dots$$

- Razina bipolarnoga digitalnog signala u intervalu k -tog bita iznosi $u_{m,k}$,

$$\text{«0»} \rightarrow u_{m,k} = -1, \quad \text{«1»} \rightarrow u_{m,k} = +1.$$

- U tom je intervalu frekvencija FSK-signal $f_p + u_{m,k} \cdot \Delta f$ ili,

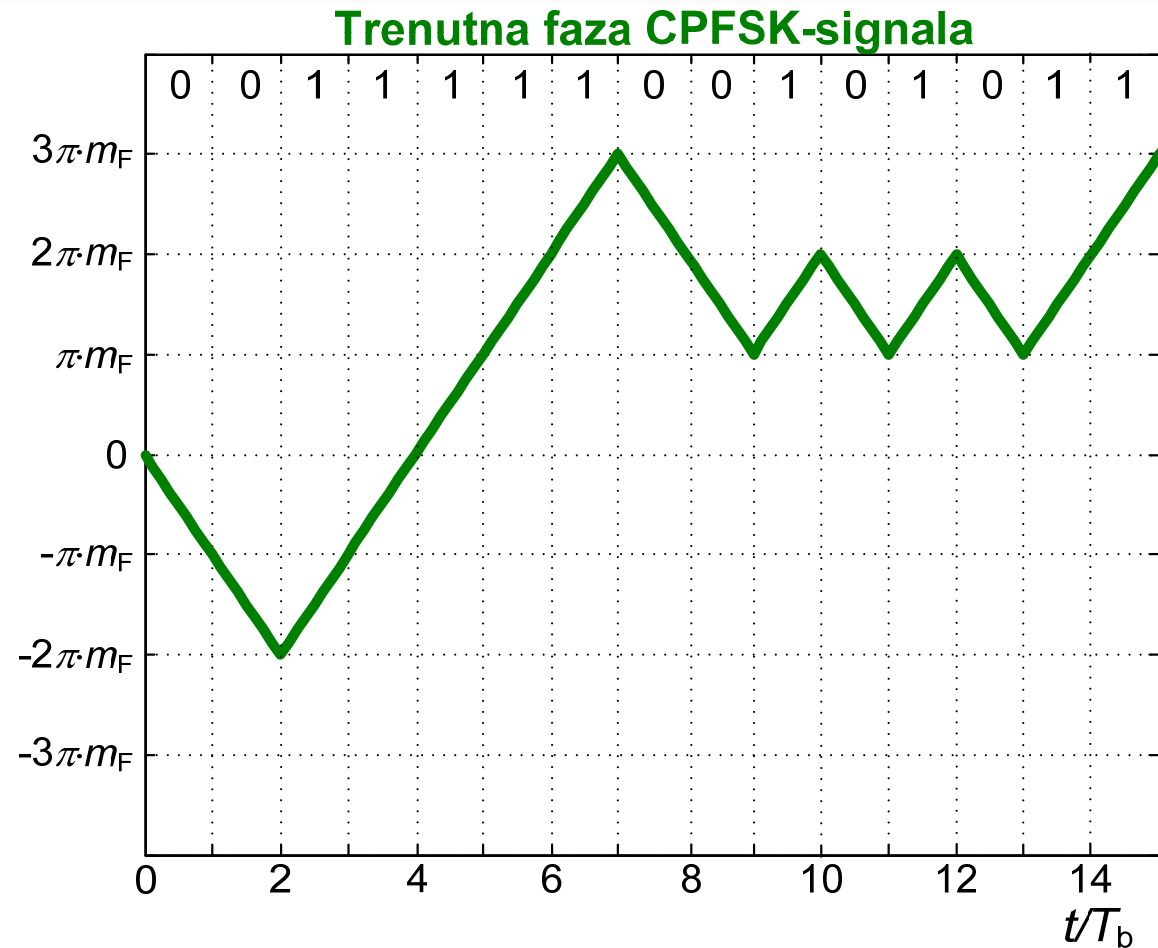
$$\omega_p + u_{m,k} \cdot \Delta\omega = \omega_p + u_{m,k} \cdot \frac{\pi m_F}{T_b} = 2\pi f_p + u_{m,k} \cdot \frac{\pi m_F}{T_b}.$$

- Trenutna je faza CPFSK-signal u intervalu k -tog bita, tj. za $(k-1)T_b < t \leq kT_b$,

$$\Phi(t) = 2\pi f_p t + u_{m,k} \frac{\pi m_F}{T_b} [t - (k-1)T_b] + \pi m_F \sum_{j=1}^{k-1} u_{m,j} + \varphi_0.$$

Binarni FSK — BFSK

- Unutar intervala jednog bita trenutna se faza mijenja linearno i tijekom tog intervala promijeni se za iznos $\pm\pi m_F$.



$$\Phi(t) = 2\pi f_p t + u_{m,k} \frac{\pi m_F}{T_b} [t - (k-1)T_b] + \pi m_F \sum_{j=1}^{k-1} u_{m,j} + \varphi_0.$$

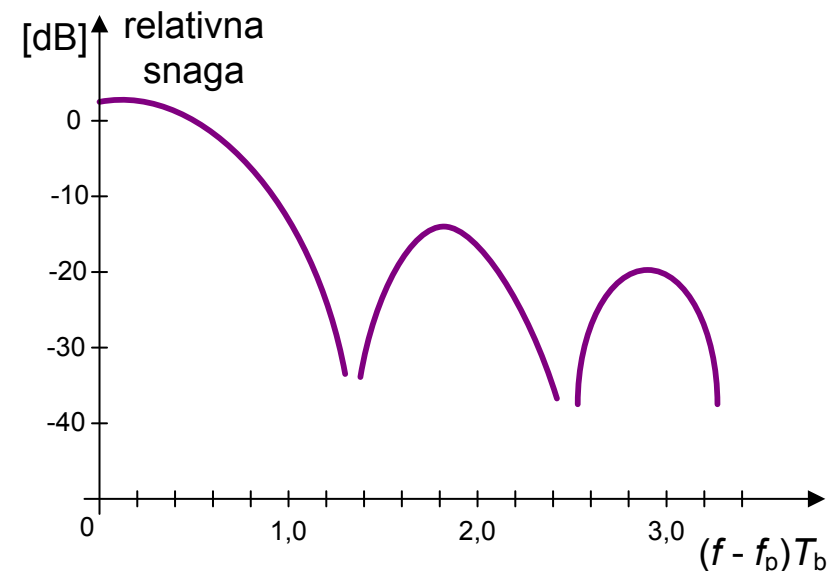
Binarni FSK — BFSK

- FSK-signal u intervalu $(k-1)T_b < t \leq kT_b$, $k = 1, 2, \dots$ je oblika,

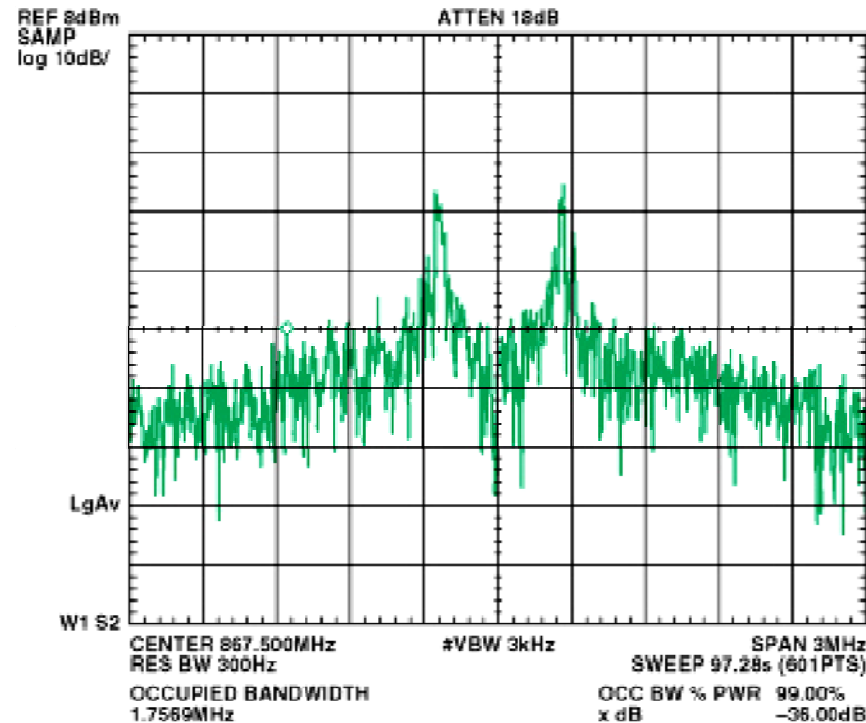
$$u_{\text{FSK}}(t) = U_{\text{pm}} \cos \left\{ 2\pi f_p t + u_{m,k} \frac{\pi m_F}{T_b} [t - (k-1)T_b] + \pi m_F \sum_{j=1}^{k-1} u_{m,j} + \varphi_0 \right\}.$$

- Diskretna modulacija frekvencije je nelinearni modulacijski postupak* → spektar FSK-signala sastoji se od velikog broja komponenata. Analitički postupak spektralne analize jako je kompliciran.

Ovojnica spektra snage BFSK-signala za $m_F = 0,25$



Binarni FSK — BFSK

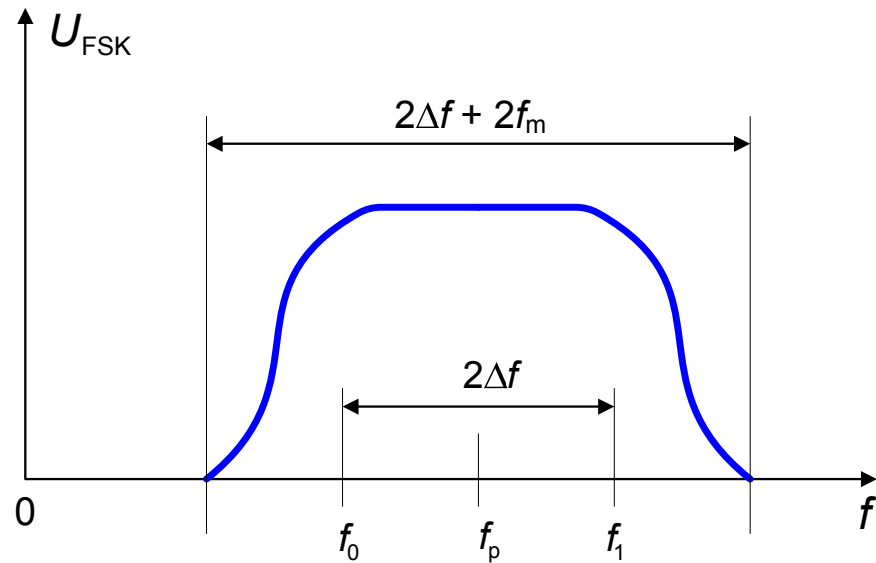


- Za određivanje približne širine pojasa može poslužiti *Carsonovo pravilo* iz FM-postupka,

$$B_{\text{FSK}} \approx 2(\Delta f + f_m) = 2\Delta f + \frac{1}{T_b}.$$

Binarni FSK — BFSK

- Minimalno FSK-signal zauzima dvostruko širi pojas od pojasa digitalnoga modulacijskog signala.
- Radi smanjenja širine zauzetog pojasa frekvencija filtriranjem se oblikuju impulsi diskretnoga modulacijskog signala.
- Koriste se niskopropusni filtri:
 - filtri s kosinusno zaobljenom frekvencijskom karakteristikom,
 - Gaussovi filtri u kojih impulsni odziv filtra odgovara Gaussovoj funkciji.



Gaussova FSK — GFSK

- Gaussova diskretna modulacija frekvencije (GFSK, *Gaussian FSK*) primjenjuje Gaussov niskopropusni filter za oblikovanje impulsa modulacijskog signala.
- Nakon filtriranja modulacijski signal gubi svoja diskretna obilježja i on postaje kontinuirana funkcija vremena pa je stoga kontinuirana i promjena frekvencije moduliranog signala.
- Kod jedne vrste WLAN-a i u Bluetooth sustavima za GFSK koriste se filteri s $B \cdot T_s = 0,5$.

FSK s više frekvencija — M -FSK

- Modulacijski postupci M -FSK (M -ary FSK) koriste M simbola, odnosno M frekvencija.
- Svakom simbolu pridružuje se $(\log_2 M)$ bita.
- U svakom intervalu signaliziranja trajanja T_S ($T_S = T_b \cdot \log_2 M$) trenutna frekvencija M -FSK-signala poprima jednu od M mogućih vrijednosti.
- Ako su diskretne frekvencije jednoliko razmaknute za $2 \cdot \Delta f$, onda je indeks modulacije,

$$m_F = 2 \cdot \Delta f \cdot T_S.$$

- Modulirani signal s kontinuiranom fazom u k -tom intervalu signaliziranja jednak je,

$$u_{\text{MFSK}}(t) = U_{\text{pm}} \cos \left\{ 2\pi f_p t + u_{m,k} \frac{\pi m_F}{T_S} [t - (k-1)T_S] + \pi m_F \sum_{j=1}^{k-1} u_{m,j} + \varphi_0 \right\},$$

$$(k-1)T_S < t \leq kT_S,$$

gdje je $u_{m,k} = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \dots \pm (M-1)$.

FSK s više frekvencija — M-FSK

- Ako su diskretna stanja frekvencije M-FSK-signala višekratnici od $1/T_S$, odnosno diskretne frekvencije su na razmaku $1/T_S$, tj.

$$f_i = \frac{k_i}{T_S}, \quad \Rightarrow \quad 2 \cdot \Delta f = \frac{1}{T_S},$$

tad su simboli M-FSK-signala *ortogonalni*.

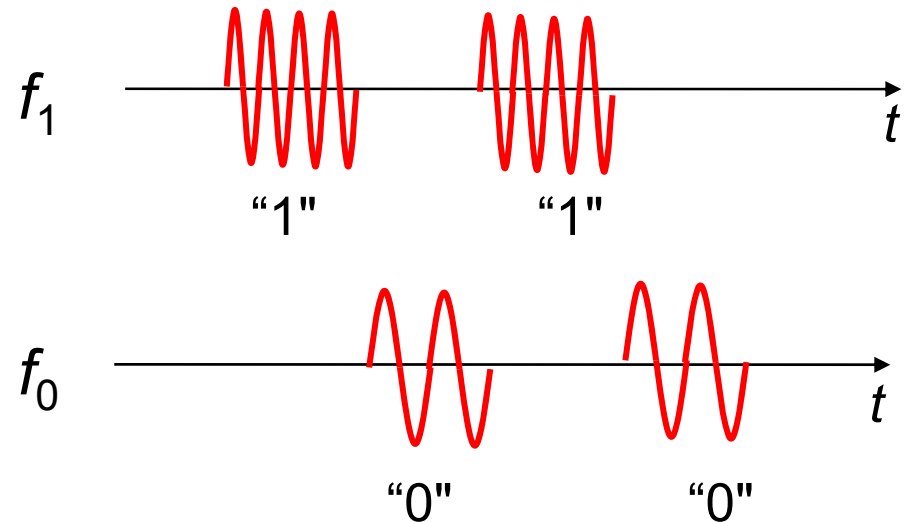
- Ako se funkcije tih simbola označe sa $s_i(t)$, $i = 1, 2, 3, \dots, M$ onda se svojstvo ortogonalnosti tih funkcija na vremenskom intervalu trajanja T_S može izraziti kao,

$$\int_0^{T_S} s_i(t) \cdot s_j(t) dt = \begin{cases} c, & \text{za } i = j, \\ 0, & \text{za } i \neq j. \end{cases}$$

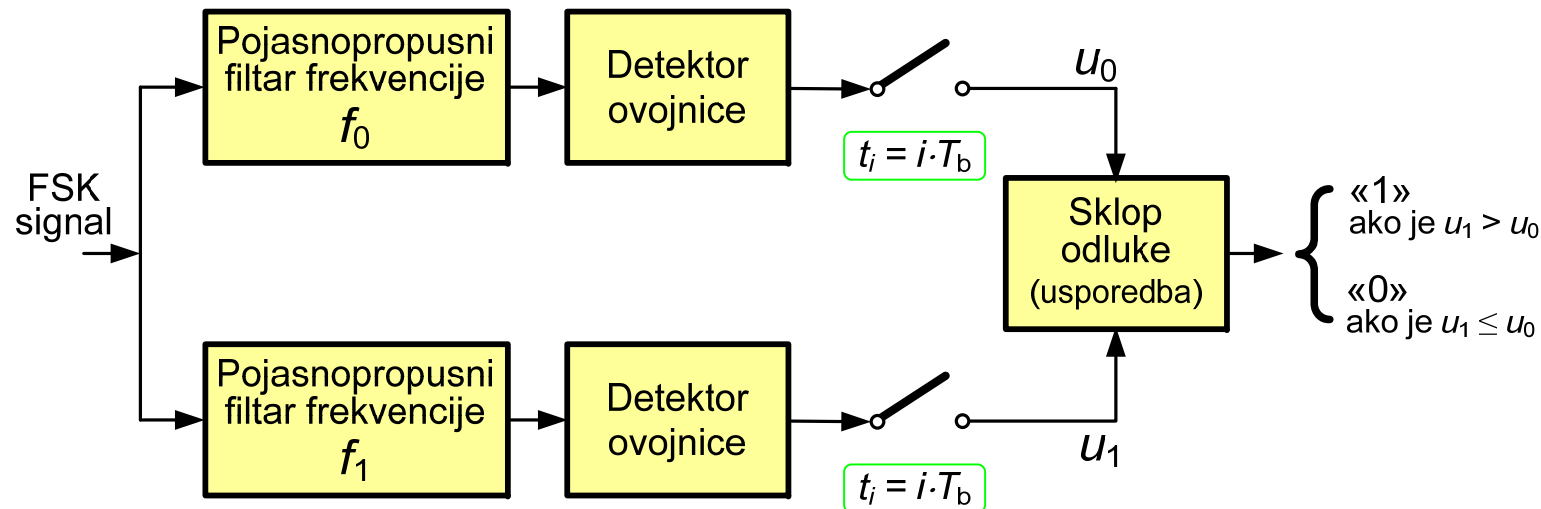
- Kad simboli $s_i(t)$ odgovaraju kosinusnim titrajima jedinične amplitude onda je konstanta c jednaka T_S .
- Primjer:* Kvaternarna FSK (4-FSK) sadrži četiri simbola odnosno frekvencije. Svakom simbolu (frekvenciji) pridružuju se dva bita.

Demodulacija FSK-signala

- **Nekoherentni postupak** demodulacije BFSK-signala osniva se na povezanosti FSK i ASK postupaka. FSK-signal može se prikazati kao zbroj dva ASK-signala prijenosnih frekvencija f_0 i f_1 .
- ASK-signal frekvencije f_1 dobiva se izravnom modulacijom digitalnim slijedom podataka, a ASK-signal frekvencije f_0 nastaje kad modulaciju obavlja invertirani digitalni slijed istih podataka.
- Nekoherentna se demodulacija osniva na detekciji ovojnice ovih dvaju ASK-signala i usporedbom dobivenih rezultata.



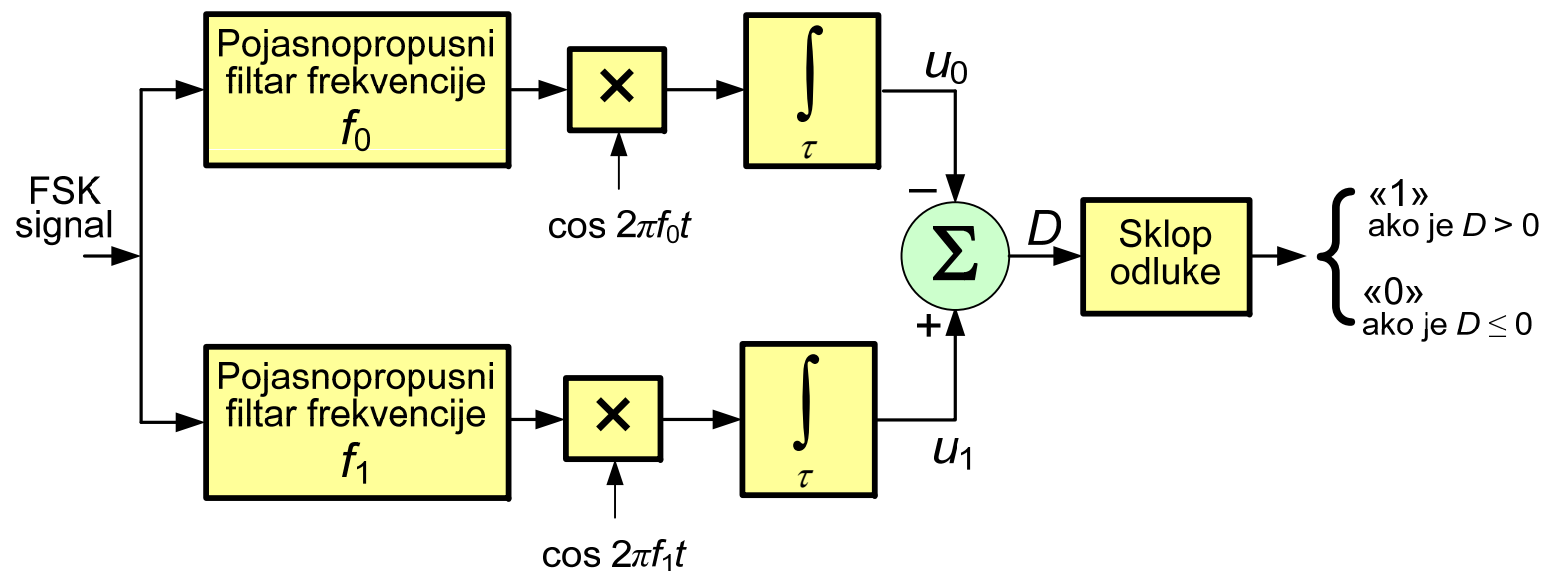
Demodulacija FSK-signala



- Pojasnopropusni filtri usklađeni su na diskretne frekvencije FSK-signala f_0 i f_1 i uske su širine pojasa propuštanja tako da se mogu zanemariti smetnje među simbolima. Na izlazu svakog filtra javlja se ASK-signal odgovarajuće frekvencije.
- Signali u_0 i u_1 odgovaraju uzorcima signala nastalih detekcijom ovojnice odnosno nekoherentnom demodulacijom odgovarajućeg ASK-signala na kraju intervala svakog bita.

Demodulacija FSK-signala

- **Koherentni postupak** demoduliranja FSK-signala vrlo se rijetko koristi. Blok shema postupka demodulacije dobiva se ako se jedinica za detekciju amplitude nadomjesti jedinicom za množenje (sinkrona demodulacija) i jedinicom za integriranje (prijenosna karakteristika niskog propusta).
- Kad su simboli FSK-signala ortogonalni mogu se izostaviti ulazni filtri u svakoj od grana sinkronog demodulatora.



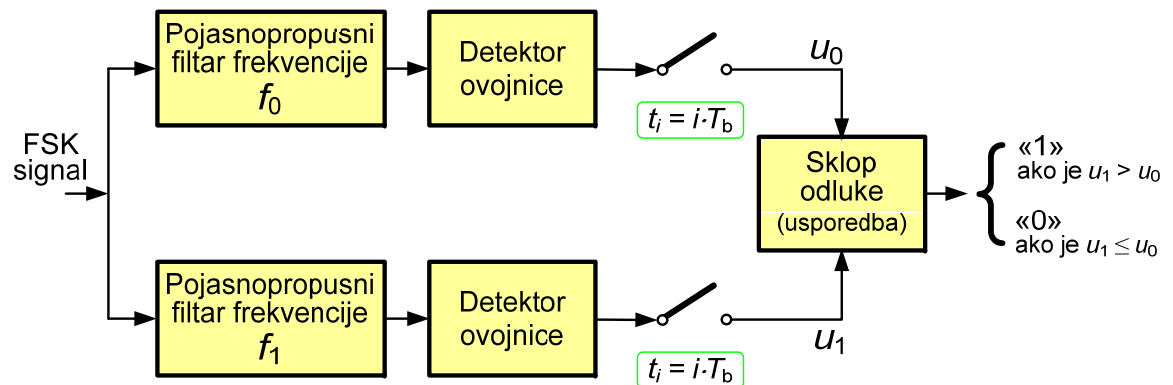
Demodulacija FSK-signalala

- Množenje primljenog signala s referentnim signalima ekvivalentno je filtriranju signala filtrom koji ima inverzni impulsni odziv — *prilagođeni filter* u postupku optimalnog prijama.

Utjecaj šuma na FSK-signal

- U postupku *nekoherentne demodulacije* FSK-signala na izlazu filtra za frekvenciju koja se upravo prima javlja se sinusni signal sa superponiranim šumom, dok se na izlazu drugog filtra javlja samo šum.
- Pogreška nastaje kad je ovojnica izlaznog signala filtra, koji propušta sinusni signal i šum, niže razine od ovojnice izlaznog signala filtra koji propušta samo šum odnosno kad je negativna razlika tih signala.
- Vjerojatnost da je razina ovojnice tih signala negativna jednaka je vjerojatnosti pogrešne demodulacije binarnog znaka,

$$p_E = \frac{1}{2} e^{-E_b/2N_0}.$$



Utjecaj šuma na FSK-signal

- I kod *koherentne demodulacije* pogreška nastaje kad je negativna razlika razina odgovarajućih izlaznih signala sinkronih demodulatora.
- Vjerojatnost da je ta razlika negativna daje vjerojatnost pogreške bita,

$$p_E = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b}{2N_0}} \right).$$

Ona odgovara vjerojatnosti pogreške bita kod ASK na temelju uočene povezanosti FSK i ASK-postupaka.

Primjena modulacijskog postupka FSK

- Sustavi za prijenos digitalnih signala male i srednje brzine,
 - prijenos u području govornih frekvencija (modem po normi V.23):
 - frekvencijsko područje rada: 0,3 – 3,4 kHz (govorni pojas),
 - brzina prijenosa: do 1200 Bd,
 - broj kanala: 1,
 - frekvencija za znak "0": 1300 Hz,
 - frekvencija za znak "1": 2100 Hz,
 - nadomjesna prijenosna frekvencija $\frac{1}{2}(f_0 + f_1)$: 1700 Hz,
 - širina pojasa $2 \cdot (400 + 1200/2)$: 2000 Hz,
 - zauzeti pojas frekvencija: 700 – 2700 Hz,
 - prijenos u području HF (kratki val):
 - razmak diskretnih frekvencija $(f_1 - f_0)$: 125; 200; 250; 300; 400; 500; 800; 1000 Hz npr.

Primjena modulacijskog postupka FSK

- Gaussova FSK (GFSK) koristi se u,
 - radijskoj tehnologiji DECT (*Digital Enhanced Cordless Telephone*):
 - frekvencijsko područje rada: 1880 – 1900 MHz,
 - brzina prijenosa: 32 kbit/s po kanalu,
 - broj kanala: 10,
 - radijskoj tehnologiji Bluetooth:
 - frekvencijsko područje rada: 2402 – 2480 MHz,
 - brzina prijenosa: do 720 kbit/s,
 - broj kanala: 79,
 - tehnologiji radijskih lokalnih mreža WLAN po normi IEEE 802.11 FHSS:
 - frekvencijsko područje rada: 2400 – 2483,5 MHz,
 - inačica modulacijskog postupka: 2-GFSK za brzinu 1 Mbit/s,
4-GFSK za brzinu 2 Mbit/s.

Diskretna modulacija faze

PSK

Simboli PSK-signal

- Simboli PSK-signal odgovaraju sinusnim titrajima jednake frekvencije, a različitih relativnih faza. Referentna je faza prijenosnog signal.
- Skup mogućih diskretnih vrijednosti faze φ_m od M elemenata dobiva se kako slijedi,

$$\varphi_m = \left\{ \pi \frac{2n + c}{M}, \quad n = 0; 1; 2; \dots M - 1 \right\}, \quad c = 0; 1.$$

- Za svaku vrijednost M mogu se formirati dva skupa mogućih diskretnih stanja faze moduliranog signal.
- Kad je $c = 0$ onda taj skup uključuje stanje faze 0, a kad je $c = 1$ onda skup ne sadrži element sa stanjem faze 0.
- Modulirani signal \rightarrow PSK-signal je u idealnim uvjetima stalne amplitude.

Simboli PSK-signala

- Simbol moduliranog signala odgovara segmentu sinusnog signala s jednom od M mogućih diskretnih stanja relativne faze φ_k .

$$s_k(t) = U_{\text{pm}} \cos(2\pi f_p t + \varphi_k), \quad k = 0; 1; 2; \dots M-1, \quad (k-1)T_s < t \leq kT_s.$$

- Modulirani signal predložen je slijedom ovakvih simbola pa se rastavljanjem ovog izraza može prikazati u obliku,

$$u_{\text{PSK}}(t) = U_{\text{pm}} \left[\cos \varphi_k \cdot \cos 2\pi f_p t - \sin \varphi_k \cdot \sin 2\pi f_p t \right].$$

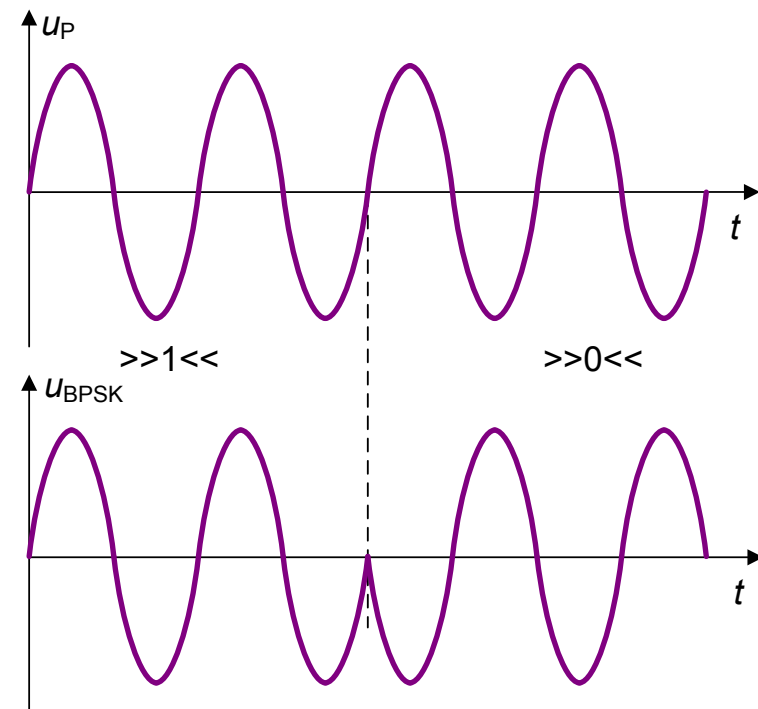
- Ovaj izraz pokazuje da PSK-signal nastaje zbrajanjem dvaju ASK-signala prijenosni signali kojih su u kvadraturnom odnosu (zakrenuti u fazi za $\pi/2$).
- Za razliku od kontinuirane modulacije faze PM, koja je nelinearni postupak, njezina diskretna inačica PSK *linearni je modulacijski postupak* zbog veze s ASK.

Binarna PSK — BPSK

- Kod *binarne diskretne modulacije faze* (BPSK, *Binary Phase Shift Keying*) dva su moguća stanja relativne faze moduliranog signala.
- Alternativni naziv → *dvofazna PSK* ili 2-PSK.
- Diskretna stanja faze BPSK-signal,

$$\varphi_m = \{0, \pi\}.$$

- Druga varijanta skupa φ_m , koja sadrži elemente $\{\pi/2, 3\pi/2\}$, se ne koristi.
- Svakom stanju faze pridružuje se jedan binarni znak, a uobičajeno je pravilo pridruživanja:
«1» \leftrightarrow 0° i «0» \leftrightarrow 180° .



Binarna PSK — BPSK

- Simboli moduliranog signala su onda,

$$s_0(t) = U_{\text{pm}} \cos(2\pi f_p t + \pi) = -U_{\text{pm}} \cos 2\pi f_p t ,$$

$$s_1(t) = U_{\text{pm}} \cos(2\pi f_p t + 0) = U_{\text{pm}} \cos 2\pi f_p t .$$

- Kad je digitalni signal podataka predodčen bipolarnim signalom, npr. NRZ vrste, onda se modulirani signal može predočiti produktom,

$$u_{\text{BPSK}}(t) = u_{\text{m}}(t) \cdot \cos 2\pi f_p t ,$$

što je istovjetno prikazu ASK-signalu koji bi nastao modulacijom bipolarnim impulsima.

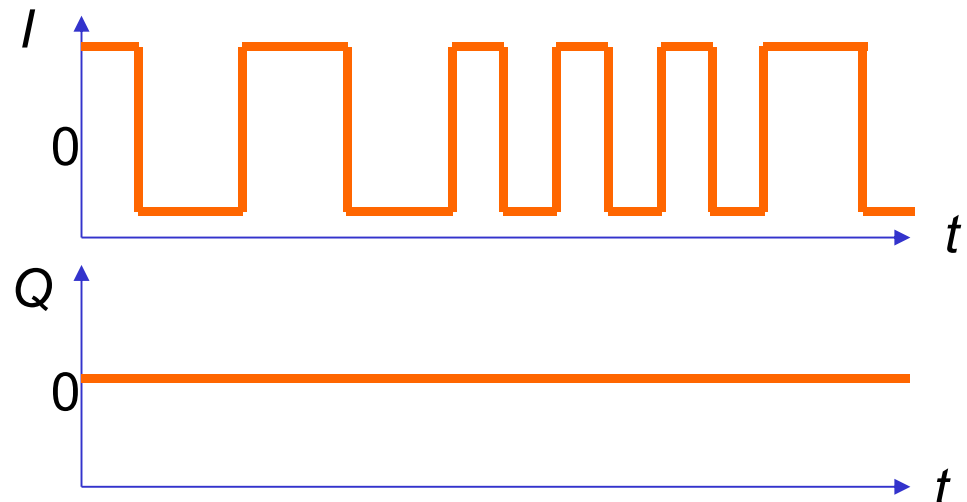
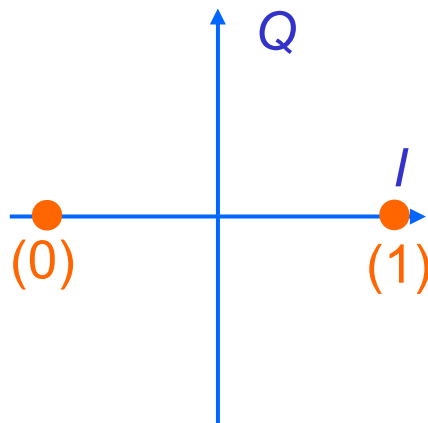
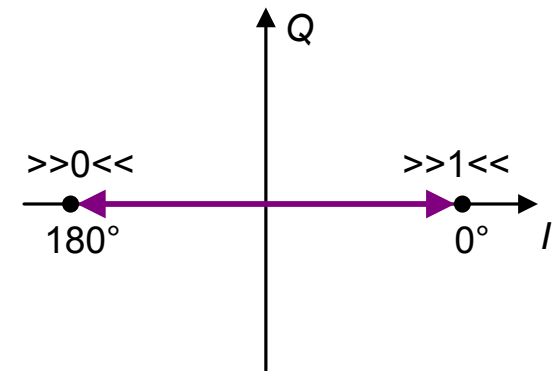
- Ovaj se rezultat dobiva i ako se u općeniti prikaz PSK-signalu,

$$u_{\text{PSK}}(t) = U_{\text{pm}} \left[\cos \varphi_k \cdot \cos 2\pi f_p t - \sin \varphi_k \cdot \sin 2\pi f_p t \right] .$$

stavi $\varphi_k = 0$ ili π .

Binarna PSK — BPSK

- Simboli BPSK-signalâ prikazuju se u kompleksnoj ravnini s dva moguća diskretna stanja verzora moduliranog signala.
- Osi kompleksne ravnine preimenovane su u *I*-os, odnosno u kofaznu (*In-phase*), i u *Q*-os odnosno kvadraturnu (*Quadrature*) os.
- Takav prikaz naziva se *dijagramom stanja* (*constellation diagram*) moduliranog signala.



Binarna PSK — BPSK

- Spektralna obilježja BPSK-signalu jednaka su obilježjima ASK-signalu.
- Ovojnica spektra snage bipolarnih NRZ-impulsa jednaka je,

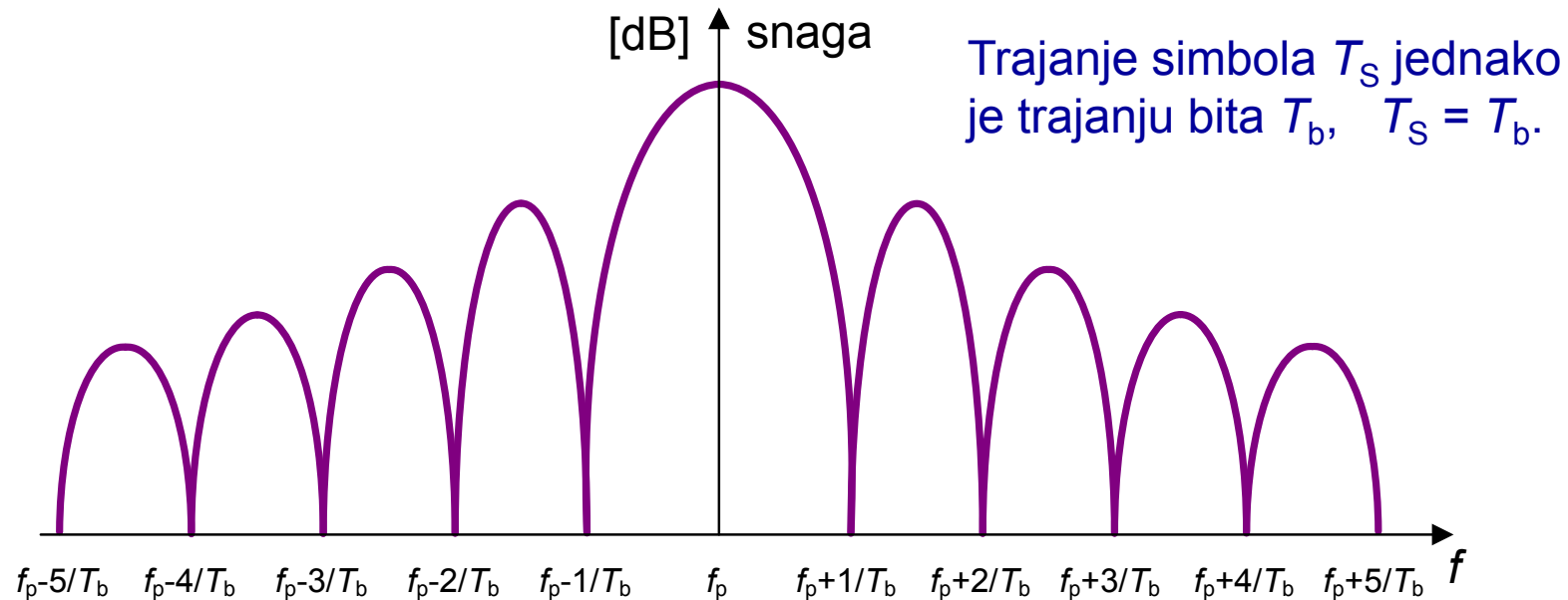
$$S_m(f) = 2A^2T_b \left[\frac{\sin \pi f T_b}{\pi f T_b} \right]^2,$$

što daje ovojnicu spektra snage BPSK-signalu u obliku,

$$S_{\text{BPSK}}(f) = k_B T_b \left[\frac{\sin \pi (f - f_p) T_b}{\pi (f - f_p) T_b} \right]^2, k_B - \text{osjetljivost modulatora.}$$

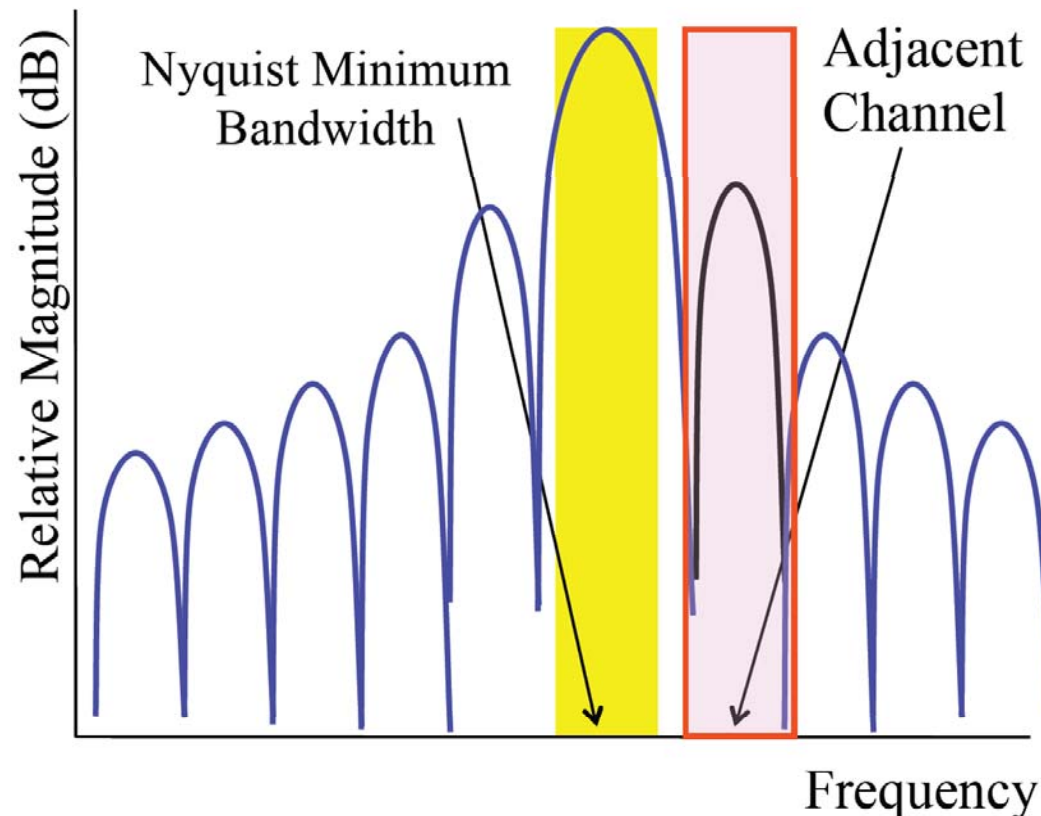
Binarna PSK — BPSK

Ovojnica spektra snage BPSK-signalala



Binarna PSK — BPSK

- Teorijski najviša moguća spektralna učinkovitost R_b/B ostvarila bi se uporabom idealna Nyquistova pojasnopropusnoga filtra pravokutne frekvencijske karakteristike i širine pojasa propuštanja jednake $1/T_b$. Ona bi tad iznosila 1 bit/s/Hz.



Binarna PSK — BPSK

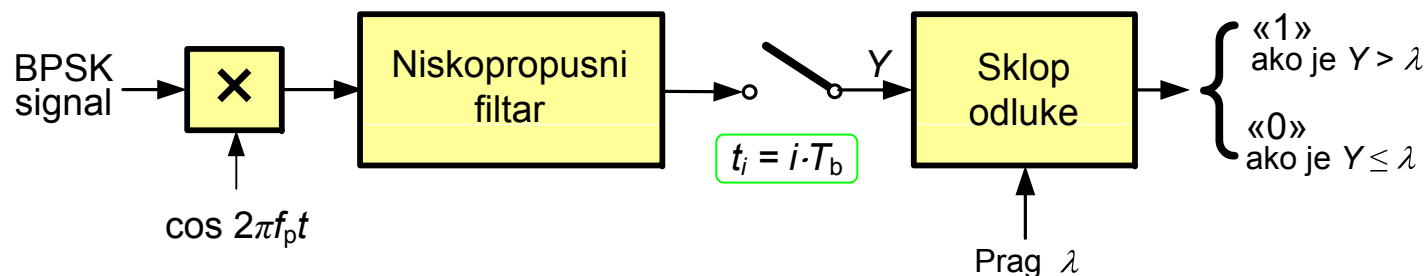
- Uporabom filtra sa kosinusno zaobljenom karakteristikom uz $\alpha = 0,3$ npr. izlazi spektralna učinkovitost od oko $1/1,3 = 0,77$ bit/s/Hz.
- U digitalnim radiovezama koristi se $\alpha = 0,5$ što daje spektralnu učinkovitost u iznosu od 0,67 bit/s/Hz.
- BPSK je skromne spektralne učinkovitosti, ali je jako otporan na smetnje što će se pokazati kasnije.

Koherentna demodulacija BPSK-signala

- Koherentna demodulacija BPSK-signala u potpunosti je jednaka odgovarajućem postupku za demodulaciju ASK-signala na temelju pokazane sličnosti ova dva postupka.

$$u_{\text{BPSK}}(t) = u_m(t) \cdot \cos 2\pi f_p t.$$

- Primljeni BPSK-signal množi se s lokalno regeneriranim nosiocem.
- Niskopropusni filter uklanja komponente oko dvostruke prijenosne frekvencije $2f_p$ i propušta samo komponente u osnovnom pojasu frekvencija.



Koherentna demodulacija BPSK-signal

- Za prepoznavanje valnog oblika izlaznog signala filtra nužno je da širina pojasa propuštanja filtra B bude,

$$B \geq \frac{1}{T_b}.$$

- U intervalu svakog znaka uzima se uzorak izlaznog signala filtra i njegova se razina uspoređuje s nekim pragom λ . Ovisno o rezultatu te usporedbe donosi se odluka u korist znaka «0» ili u korist znaka «1».
- **BPSK se ne može demodulirati nekoherentnim postupkom.**

Kvaternarna PSK — QPSK

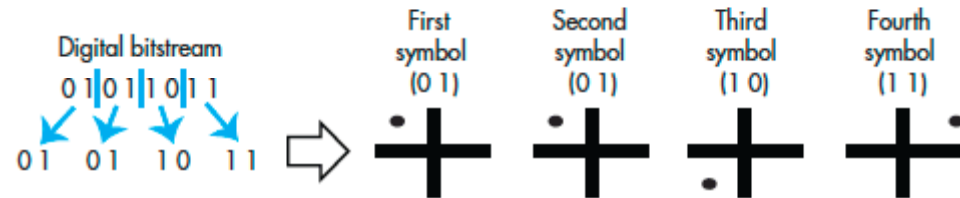
- Diskretna modulacija faze s četiri diskretna stanja faze naziva se *kvaternarnom diskretnom modulacijom faze* i ona se označuje s QPSK (*Quaternary Phase Shift Keying* ili *Quadriphase PSK*). Susreće se i naziv *četverofazna PSK* i oznaka 4-PSK.
- Četiri su simbola QPSK-signal a i oni odgovaraju sinusnim titrajima s fazama,

$$\varphi_m = \left\{ 0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2} \right\}, \quad \text{u jednoj inačici (za } c = 0) \text{ i,}$$

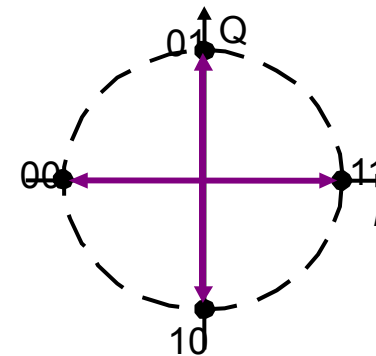
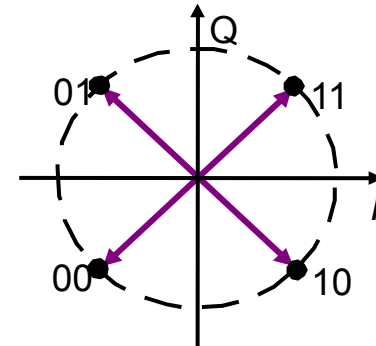
$$\varphi_m = \left\{ \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4} \right\} = \left\{ \pm \frac{\pi}{4}, \pm \frac{3\pi}{4} \right\}, \quad \text{u drugoj inačici (za } c = 1) \text{.}$$

- Ova dva skupa rezultiraju dvjema inačicama QPSK-signal a.

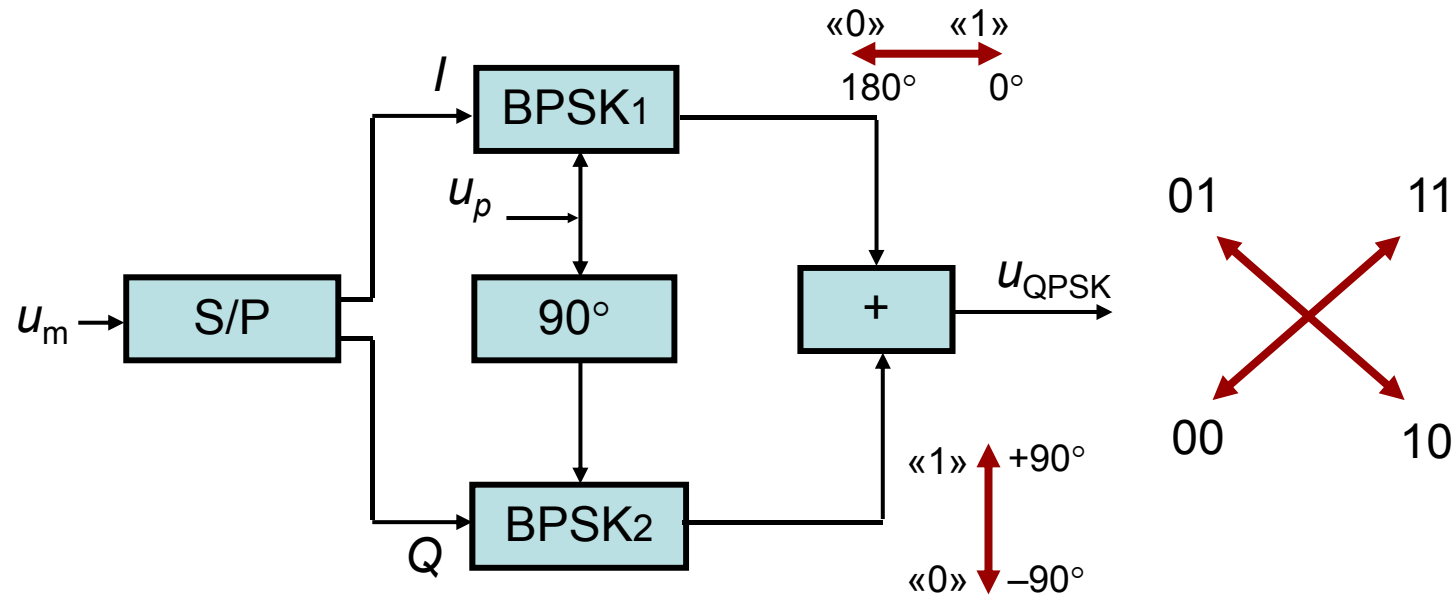
Kvaternarna PSK — QPSK



- Broj simbola iznosi $M = 4$. Svakom simbolu (stanju faze) pridružuju se dva bita odnosno *dibit*.
- Zakon pridruživanja slijedi pravilo Grayeva koda. Susjednim stanjima faze u I – Q ravnini pridružuju se tada parovi koji se razlikuju u samo jednome binarnom znaku.
- Ovakvim pridruživanjem smanjuje se vjerojatnost pogreške binarnog znaka (pokazat će se kasnije).



Kvaternarna PSK — QPSK



- Dva binarna znaka, koji određuju relativnu fazu QPSK-signalu, istodobno valja privesti modulatoru.
- Serijski slijed binarnih znakova, predloženih digitalnim signalom $u_m(t)$, pretvara se u dva paralelna slijeda koji odgovaraju binarnima digitalnim signalima $I(t)$ i $Q(t)$. Svakome binarnom znaku u $I(t)$ i u $Q(t)$ pridružuje se dvostruko duži vremenski interval $T_S = 2T_b$.

Kvaternarna PSK — QPSK

Valni oblik modulacijskih signala za BPSK modulatora,



Kvaternarna PSK — QPSK

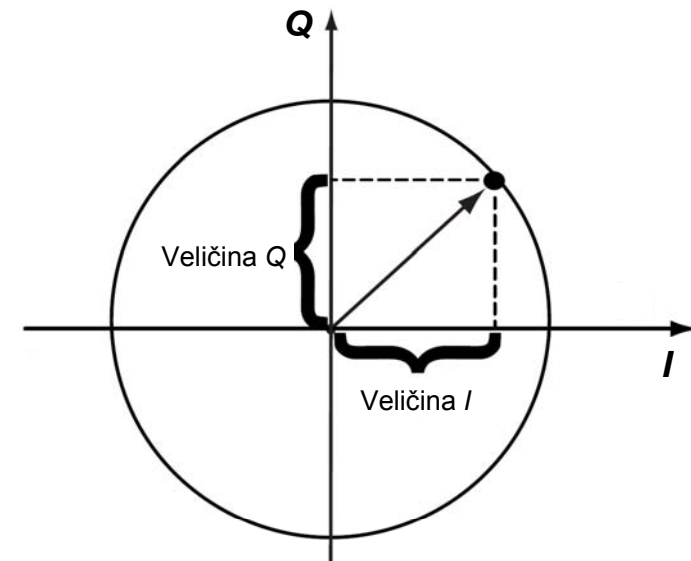
- Pomoću ranije dobivenog izraza,

$$u_{\text{PSK}}(t) = U_{\text{pm}} [\cos \varphi_k \cdot \cos 2\pi f_p t - \sin \varphi_k \cdot \sin 2\pi f_p t],$$

dobiva se onda,

$$u_{\text{QPSK}}(t) = I(t) \cos 2\pi f_p t - Q(t) \sin 2\pi f_p t.$$

- QPSK-signal, sa stanjima faze $\{\pm\pi/4, \pm3\pi/4\}$, nastaje, dakle, zbrajanjem dvaju BPSK-signalâ. Jedan od njih nastaje modulacijom signalom $I(t)$ i ima stanja faze 0° i 180° , dok drugi nastaje modulacijom signalom $Q(t)$ i ima stanja faze $+90^\circ$ i -90° .

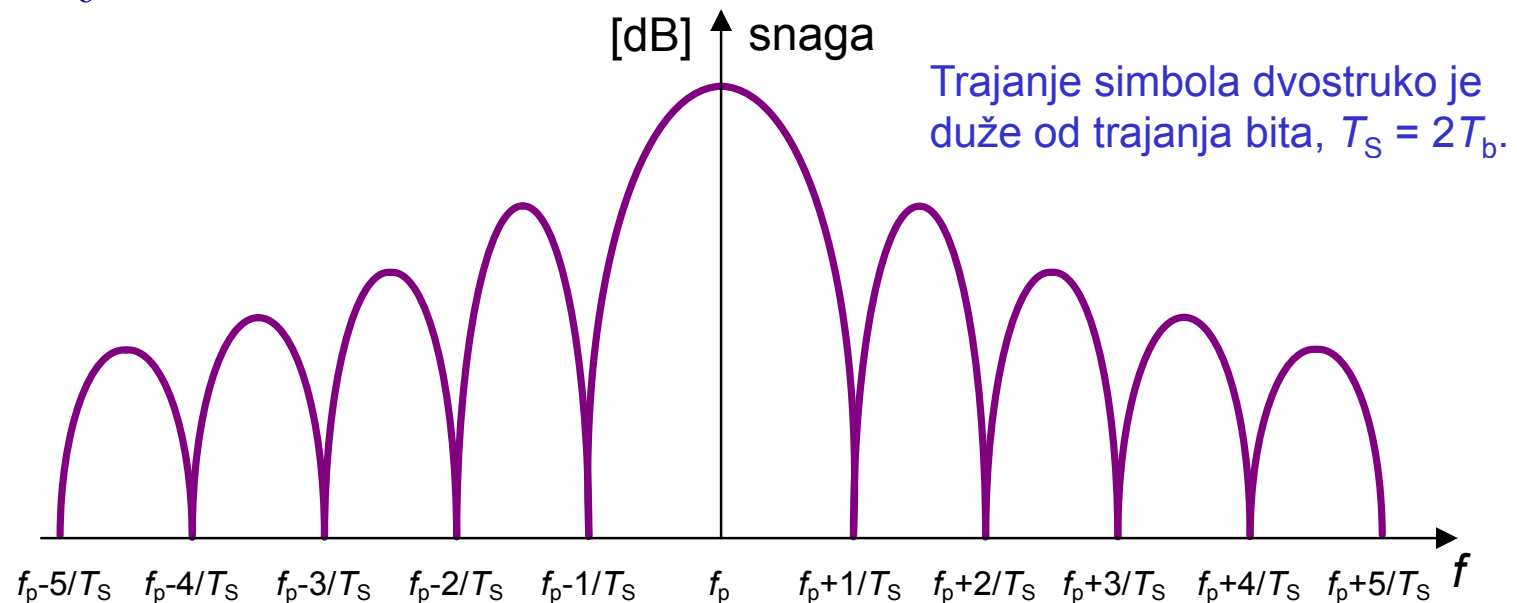


Kvaternarna PSK — QPSK

- Spektar QPSK-signalu dobiva se kao zbroj spektara dvaju neovisnih BPSK-signalu koji ga sastavljaju.
- Ovojnica spektra snage QPSK-signalu je onda,

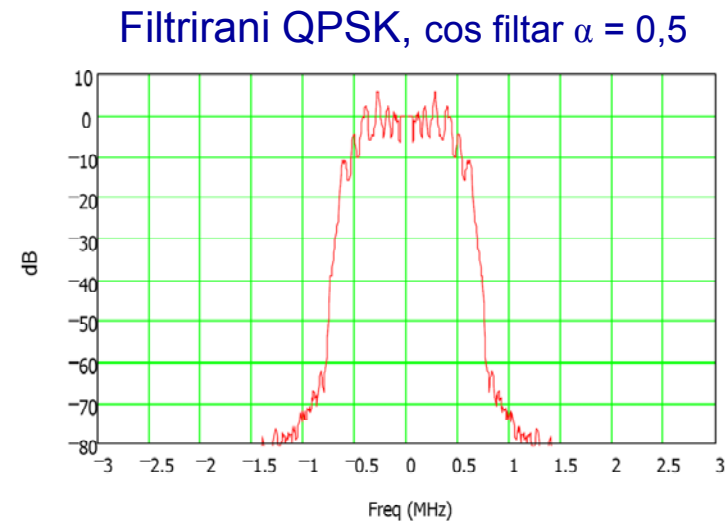
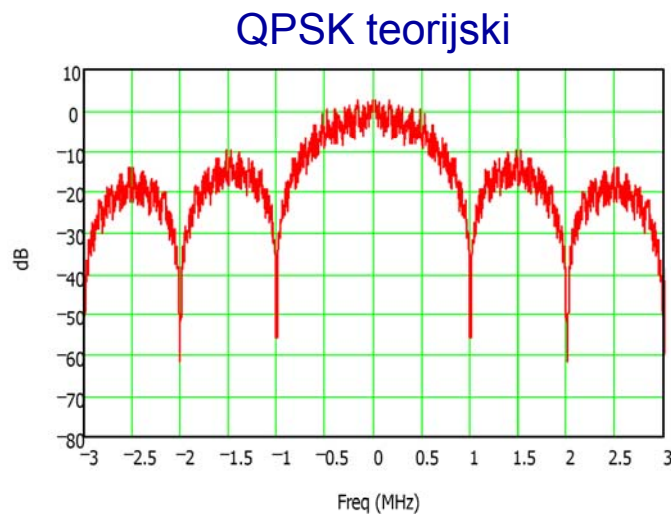
$$S_{\text{QPSK}}(f) = k_Q T_S \left[\frac{\sin \pi(f - f_p)T_S}{\pi(f - f_p)T_S} \right]^2,$$

$$T_S = 2T_b.$$



Kvaternarna PSK — QPSK

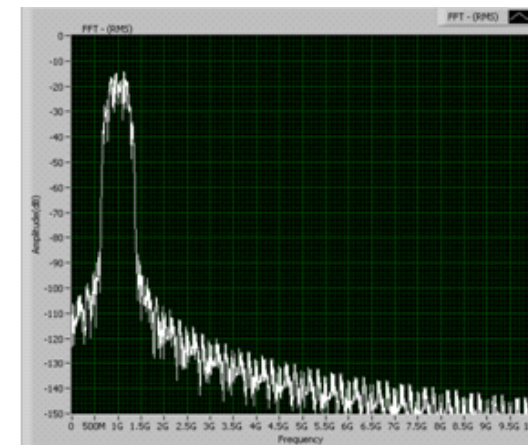
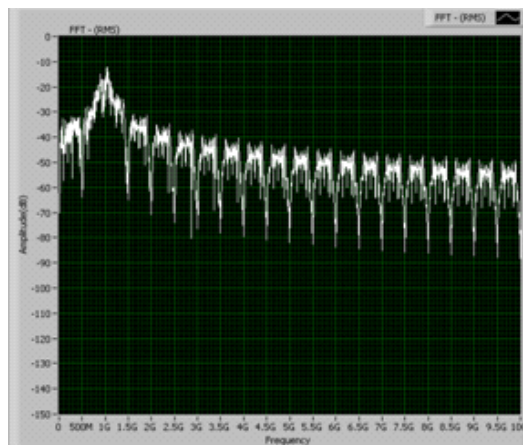
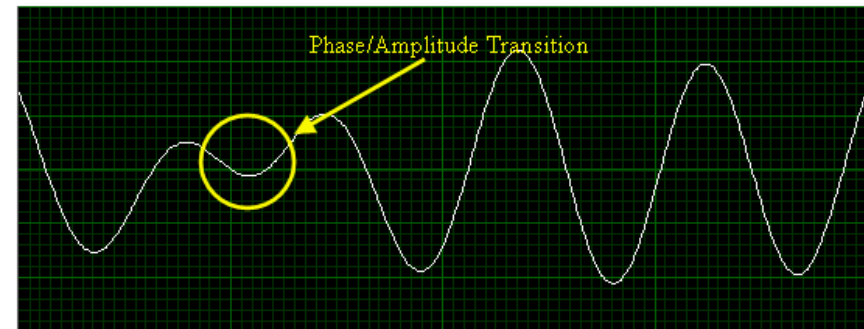
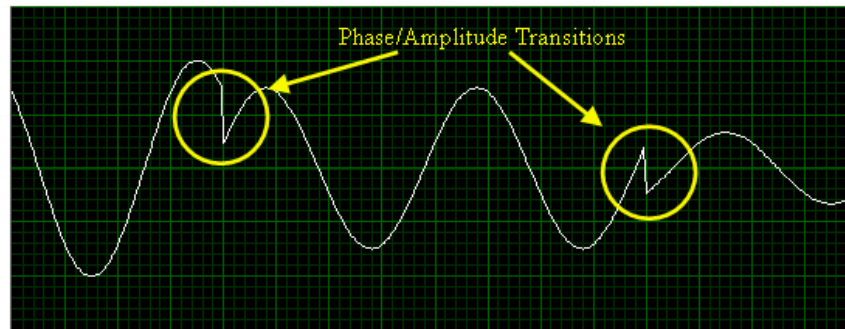
- Teorijski najviša moguća spektralna učinkovitost iznosi 2 bit/s/Hz. U praksi se može računati s učinkovitosti do oko 1,9 bit/s/Hz.
- QPSK je još uvijek dovoljno otporan na smetnje, iako nešto manje nego BPSK, ali se odlikuje višom spektralnom učinkovitosti.



- Teorijski gledano, QPSK-signal je konstantne amplitude, no on zahtijeva beskonačnu širinu pojasa frekvencija. U realnim situacijama širina spektra je konačna zbog filtriranja signala podataka i moduliranog signala.

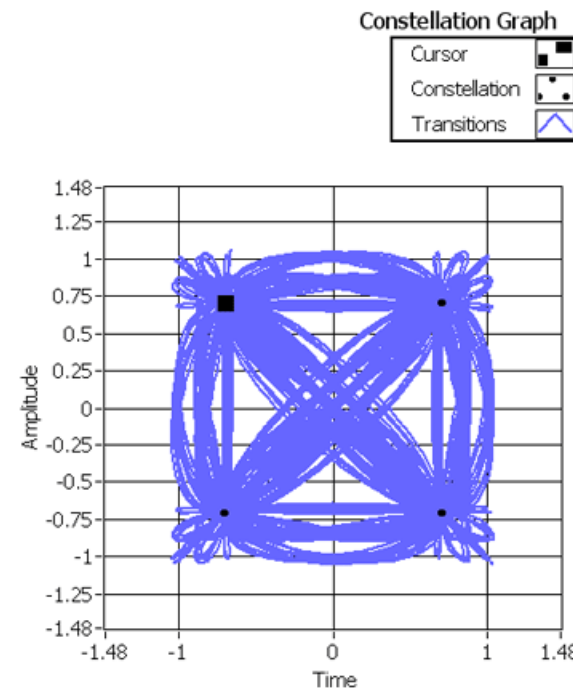
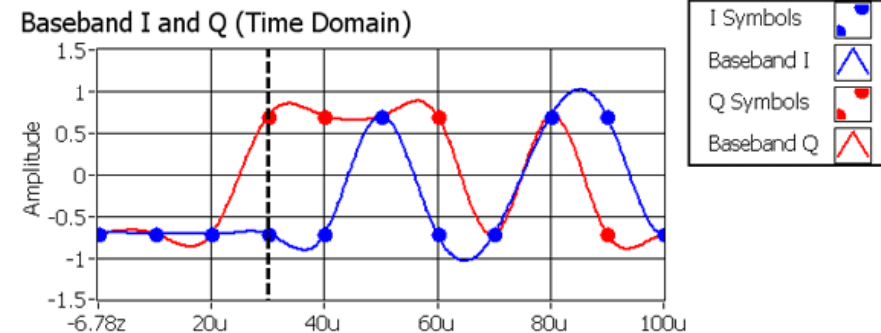
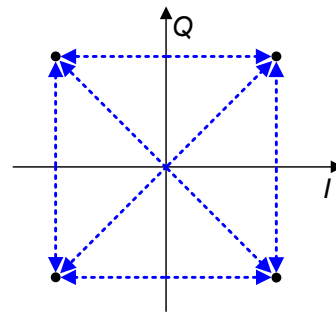
Kvaternarna PSK — QPSK

- Ograničavanjem širine pojasa moduliranog signala na konačnu vrijednost nastaju promjene amplitude QPSK-signal. One su naročito izražene u intervalima promjene stanja faze. Promjena faze tad se ne obavlja trenutno, već se faza mijenja kontinuirano u vremenskom intervalu konačnog trajanja.

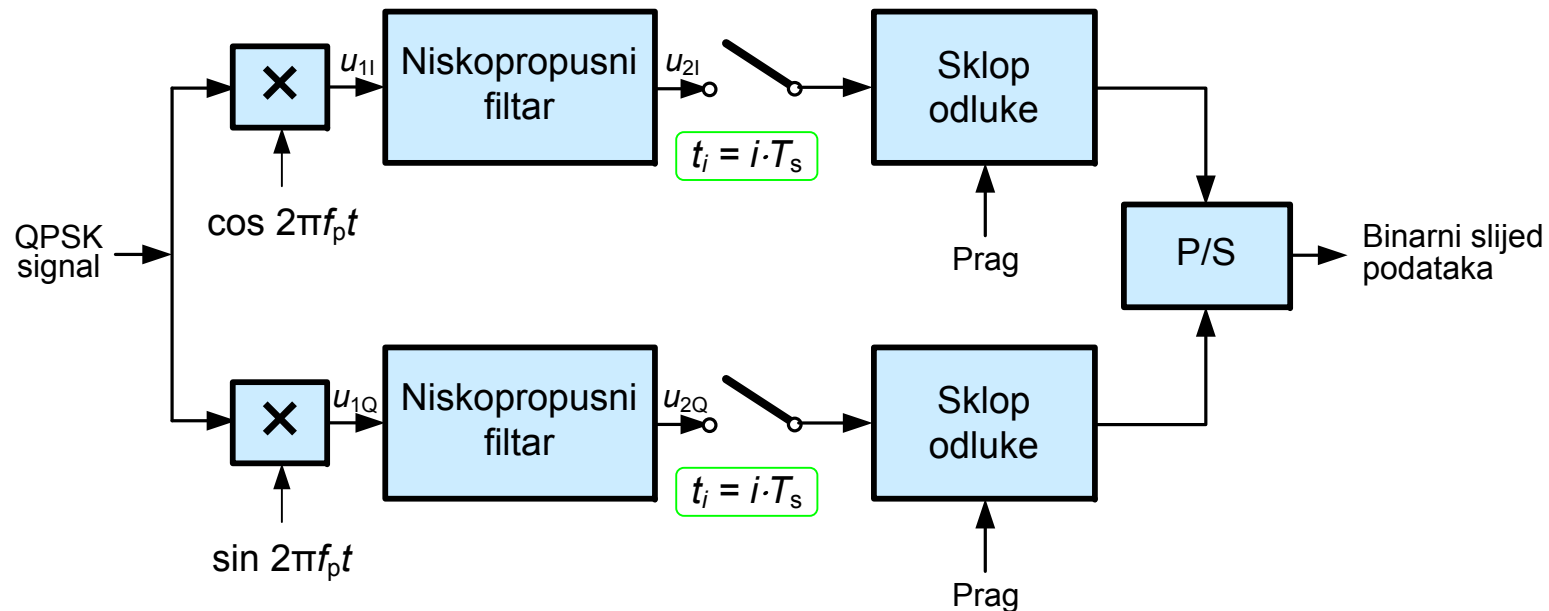


Kvaternarna PSK — QPSK

- Promjene amplitude su male kad modulirani signal prelazi u neko od susjednih stanja faze, tj. kad se mijenja samo jedan binarni znak u pridruženim dabitima. Promjena oba binarna znaka u paru koji određuje novu fazu moduliranog signala («00» u «11» ili obratno ili pak «01» u «10» ili obratno) zahtijeva prijelaz verzora moduliranog signala u dijametralno suprotno stanje. Tad nastaju znatne promjene amplitude, čak može doći do pojave nulte točke ovojnice moduliranog signala.



Koherentna demodulacija QPSK-signala



- Koherentna demodulacija QPSK-signala sastoji se od zasebne demodulacije kofazne komponente i zasebne demodulacije kvadrature komponente.

Koherentna demodulacija QPSK-signala

- QPSK-signal je oblika,

$$\begin{aligned} u_{\text{QPSK}}(t) &= I(t) \cos 2\pi f_p t - Q(t) \sin 2\pi f_p t, \\ &= I(t) \cos 2\pi f_p t - Q(t) \cos(2\pi f_p t - \pi/2), \end{aligned}$$

- Nakon množenja primljenog signala s lokalno generiranim nosiocem za kofaznu se komponentu dobiva,

$$\begin{aligned} u_{1I}(t) &= k_{\text{QPSK}} I(t) \cos(2\pi f_p t + \varphi) \cdot \cos(2\pi f_p t + \psi) - \\ &\quad - k_{\text{QPSK}} Q(t) \cos(2\pi f_p t + \varphi - \pi/2) \cdot \cos(2\pi f_p t + \psi), \\ u_{1I}(t) &= \frac{1}{2} k_{\text{QPSK}} I(t) [\cos(\varphi - \psi) + \cos(2\omega_p t + \varphi + \psi)] - \\ &\quad - \frac{1}{2} k_{\text{QPSK}} Q(t) [\cos(\varphi - \psi - \pi/2) + \cos(2\omega_p t + \varphi + \psi - \pi/2)], \end{aligned}$$

k_{QPSK} — osjetljivost demodulatora.

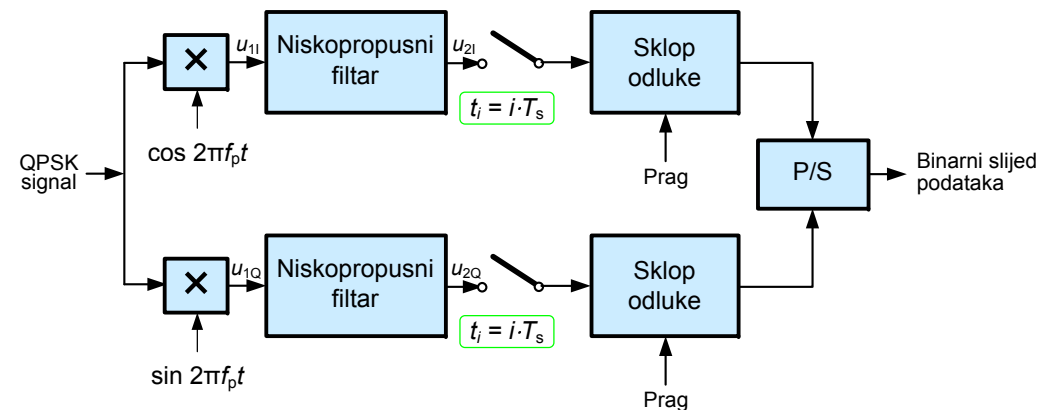
Koherentna demodulacija QPSK-signala

- Niskopropusnim filtrom uklanja se komponenta frekvencije $2\omega_p$ i u slučaju ispravno regenerirane faze lokalnog signala ($\psi = \varphi$) na izlazu niskopropusnog filtra nastaje signal,

$$u_{2I}(t) = \frac{1}{2} k_{\text{QPSK}} I(t),$$

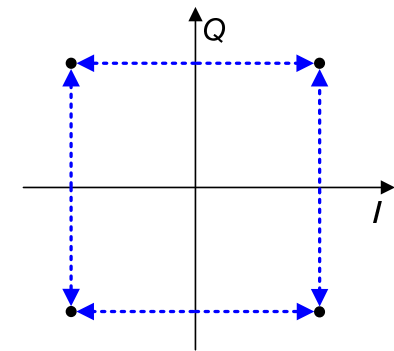
na temelju kojeg se određuju neparni bitovi konačnoga serijskog slijeda podataka.

- Na jednaki se način demodulira $Q(t)$ koji daje parne bitove konačnoga serijskog slijeda podataka.
- Multiplekserom, koji je u ovom slučaju izveden kao paralelno/serijski pretvornik, obnavlja se izvorni slijed digitalnih podataka.



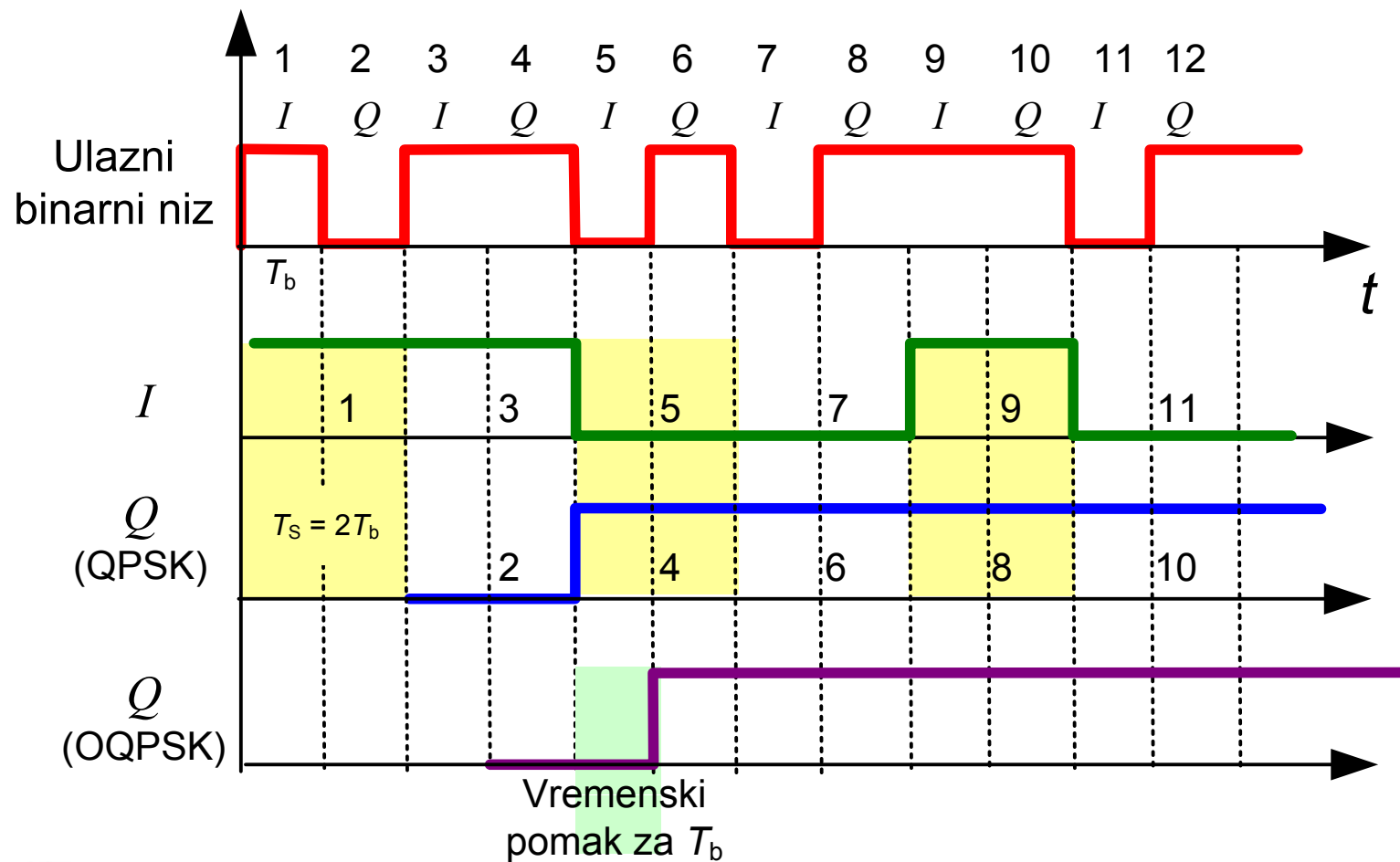
Modulacijski postupak OQPSK

- Modulacijski postupak QPSK preinačuje se tako da se izbjegne pojava istodobne promjene razina signala $I(t)$ i $Q(t)$, a koja nastaje kad se mijenjaju oba binarna znaka u paru.
- Postupak prijelaza u dijametralno suprotno stanje u dijagramu stanja (promjena faze za 180°) realizira se u dva koraka:
 1. korak: u prvoj polovici intervala signaliziranja T_S modulirani signal prelazi u jedno od susjednih stanja faze (faza se promijeni za $+90^\circ$ ili za -90°),
 2. korak: u drugoj polovici intervala signaliziranja signal prelazi u konačno stanje faze, dijametralno suprotno početnom stanju u dijagramu stanja (faza se promijeni za daljnjih $+90^\circ$ ili za -90°).
- Takva se procedura ostvaruje pomicanjem signala $Q(t)$ na vremenskoj osi za iznos polovice intervala jednog simbola.
- U liniju prijenosa signala $Q(t)$ unosi se kašnjenje u iznosu $T_S/2 = T_b$.

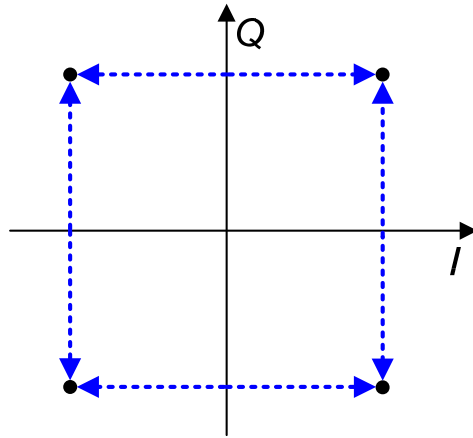


Modulacijski postupak OQPSK

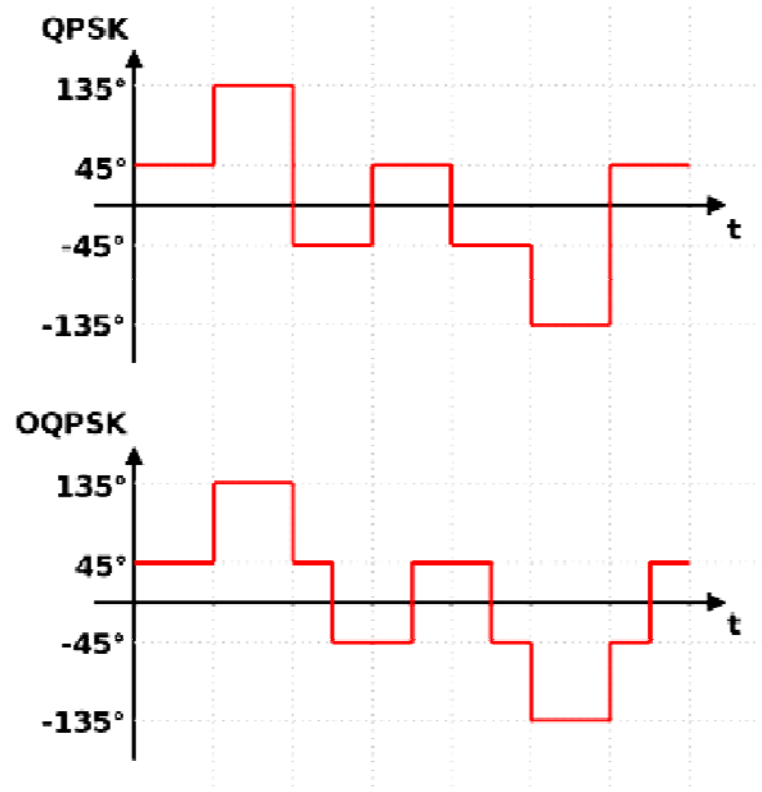
Modulacijski signali $I(t)$ i $Q(t)$



Modulacijski postupak OQPSK



- Ovako preinačeni QPSK-postupak naziva se *diskretna modulacija faze s vremenskim pomakom jednog znaka* i označuje s OK-QPSK (*Offset Keyed QPSK*) ili samo OQPSK (*Offset QPSK*).
- Postupkom mijenjanja faze u dva koraka smanjene su promjene amplitude realnih moduliranih signala.

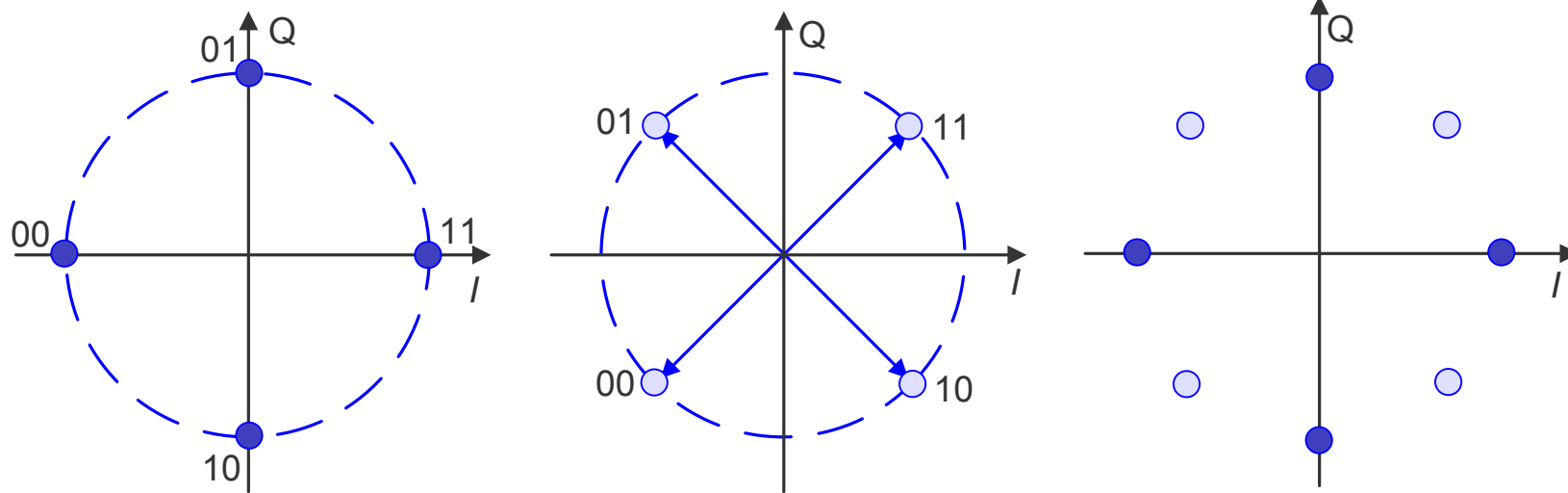


Modulacijski postupak OQPSK

- Spektralna obilježja OQPSK-signalâ odgovaraju obilježjima standardnog QPSK-signalâ.
- **OQPSK-signal može se demodulirati samo koherentnim postupkom** koji se osniva na odgovarajućem postupku za QPSK.
- Demodulirani signal u_{2I} pomiče se na vremenskoj osi za iznos T_b čime se on vremenski izjednačuje s demoduliranim signalom u_{2Q} , a što je potrebno zbog odgovarajućega vremenskog pomaka modulacijskog signalâ $Q(t)$ u modulatoru.

Modulacijski postupak $\pi/4$ -QPSK

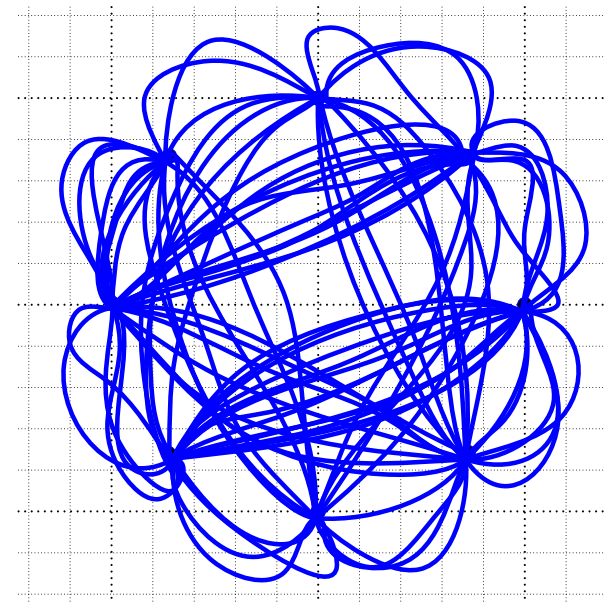
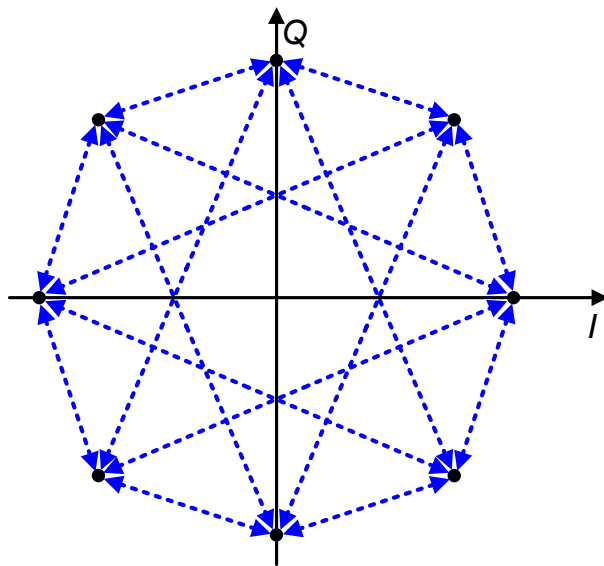
- Drugo rješenje je tzv. modulacijski postupak $\pi/4$ -QPSK koji nastaje kad se preklope dvije inačice stanja kod QPSK odnosno kad se dijagram stanja QPSK-signal zakrene za $\pi/4$ nakon svakog simbola moduliranog signala odnosno nakon svakog para binarnih znakova.



- Faza moduliranog signala tad se mijenja nakon svakog simbola, ali su veličine promjena faze ograničene na iznose: $\pm \pi/4$ i $\pm 3\pi/4$.

Modulacijski postupak $\pi/4$ -QPSK

- Osm je mogućih stanja moduliranog signala (simbola) i oni svi leže na jednoj kružnici \Rightarrow teorijski je konstantna amplituda moduliranog signala.
- Zbog konačne širine pojasa mijenja se amplituda moduliranog signala u tranzijentnim intervalima.
- Dijagrami trajektorija verzora moduliranog signala u dinamičkim uvjetima upućuju na smanjenu dinamiku promjena amplitude $\pi/4$ -QPSK-signalu u odnosu na QPSK-signal. Ona je, međutim, veća nego kod OQPSK-signalu.



Modulacijski postupak $\pi/4$ -QPSK

- Modulacijski postupak $\pi/4$ -QPSK pripada skupini koherentnih postupaka i on se ne koristi kao takav.
- Primjenu nalazi isključivo odgovarajući modulacijski postupak u zajednici s diferencijalnim kodiranjem. Zato nema smisla razmatrati postupak demodulacije koji bi morao biti koherentne vrste.

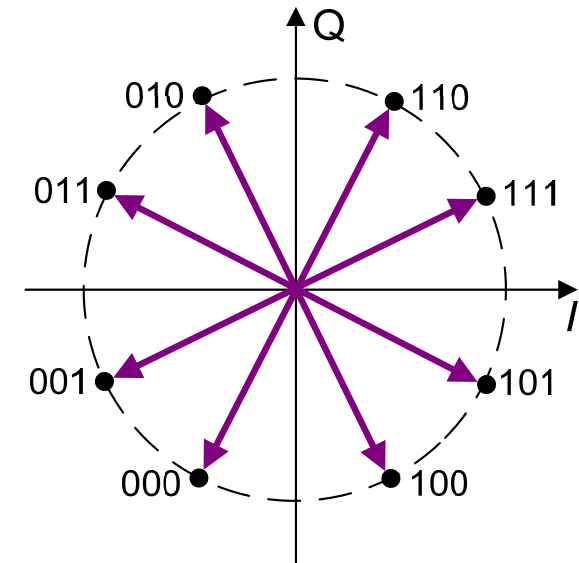
PSK s osam stanja faze — 8-PSK

- Modulacijski postupak s osam diskretnih stanja faze označuje se s 8-PSK.
- Svakom stanju faze pridružuje se po tri bita, *tribit*.
- 8-PSK- signal ima osam simbola ($M = 8$) koji odgovaraju sinusnim titrajima s fazama:

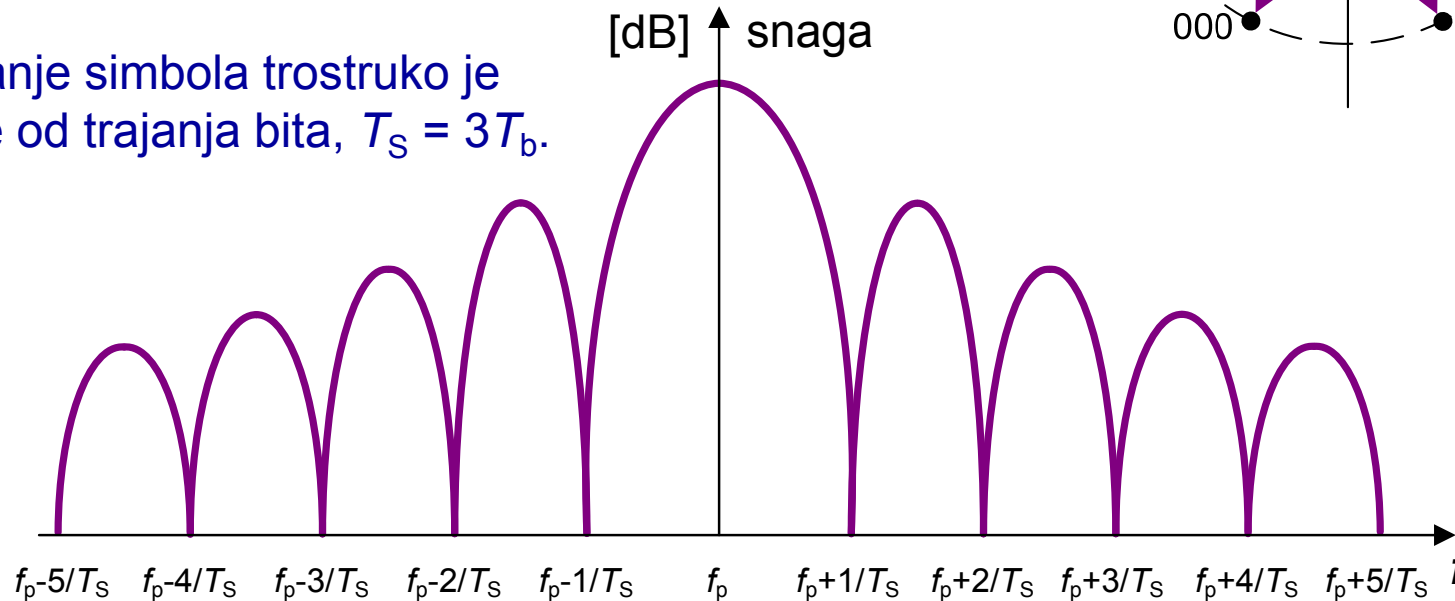
$$\begin{aligned}\varphi_m &= \left\{ 0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}, \pi, \frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{4} \right\}, \\ &= \left\{ 0, \pm \frac{\pi}{4}, \pm \frac{\pi}{2}, \pm \frac{3\pi}{4}, \pi \right\}, \text{ u jednoj inačici (za } c = 0) \text{ i,} \\ \varphi_m &= \left\{ \frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{8}, \frac{5\pi}{8}, \frac{7\pi}{8}, \frac{9\pi}{8}, \frac{11\pi}{8}, \frac{13\pi}{8}, \frac{15\pi}{8} \right\}, \\ &= \left\{ \pm \frac{\pi}{8}, \pm \frac{3\pi}{8}, \pm \frac{5\pi}{8}, \pm \frac{7\pi}{8} \right\}, \text{ u drugoj inačici (za } c = 1).\end{aligned}$$

PSK s osam stanja faze — 8-PSK

- Dva skupa mogućih faza rezultiraju dvjema inačicama 8-PSK-signalâ.
- Susjednim se stanjima faze pridružuju *tribiti* koji se razlikuju u samo jednome binarnom znaku (Grayev kod).

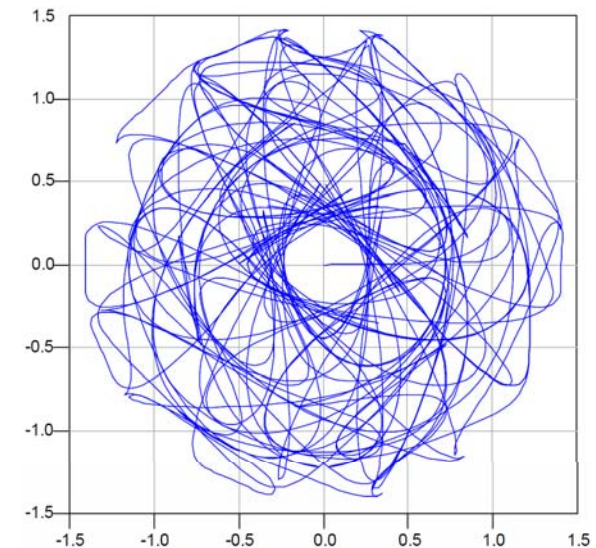


Trajanje simbola trostruko je duže od trajanja bita, $T_S = 3T_b$.



PSK s osam stanja faze — 8-PSK

- Teorijski najviša spektralna učinkovitost ovog postupka iznosi onda 3 bit/s/Hz.
- 8-PSK obilježava viša spektralna učinkovitost, no on je osjetljiviji na smetnje od dva ranije razmatrana modulacijska postupka.
- Demodulacija 8-PSK-signalu u osnovi odgovara demodulaciji QPSK-signalu s tim da su demodulirani signali u_{2I} i u_{2Q} diskretni signali kvaternarne vrste.
- Za obnovu digitalnog slijeda podataka koristi se sklop nešto složenije vrste od P/S-pretvornika, koji je bio dovoljan za obavljanje te zadaće u QPSK-sustavu. Tu je potrebna jedna vrsta procesora.



Koherentni i diferencijalni postupci PSK

- U PSK-signalu informacija se nalazi u relativnoj fazi moduliranog signala. On se zato može demodulirati samo koherentnim postupkom, tj. izravnom usporedbom faza moduliranoga i referentnog signala koji pak mora odgovarati prijenosnom signalu u odašiljaču.
- Takvi se postupci onda nazivaju *koherentnim PSK-postupcima* i označuju s CBPSK, CQPSK (*Coherent BPSK*, *Coherent QPSK*) i sl.
- Zahtjev za poznavanjem faze prijenosnog signala iz odašiljača do neke mjere komplicira tehničko rješenje sustava, a taj je zahtjev posebno teško ispuniti u uvjetima mobilnog odašiljača i/ili prijamnika.
- U tim se uvjetima pribjegava korištenju diferencijalnih postupaka koji se temelje na *diferencijalnom kodiranju PSK-signalu*. Informacija se tad nalazi u promjeni faze moduliranog signala.
- Pri demodulaciji se faza simbola moduliranog signala može se usporediti s fazom prethodnog simbola, drugim riječima utvrđuje se diferencijalna faza. Odgovarajući se postupci onda nazivaju *diferencijalnom diskretnom modulacijom faze* (DPSK, *Differential Phase Shift Keying*).

Koherentni i diferencijalni postupci PSK

Pravilo pridruživanja promjena faze simbola binarnim znakovima

| Modulacijski postupak | Binarni znakovi | Promjena faze |
|-----------------------|-----------------|---------------|
| DBPSK | 0 | π |
| | 1 | 0 |
| DQPSK | 00 | π |
| | 01 | $\pi/2$ |
| | 11 | 0 |
| | 10 | $3\pi/2$ |

- Kvantitativne promjene faze diferencijalnih postupaka uzimaju se jednakima apsolutnim vrijednostima faze kod koherentnih postupaka.
- Spektralna učinkovitost diferencijalnih postupaka približno je jednaka učinkovitosti odgovarajućega koherentnog postupka.

Diferencijalno kodiranje PSK-signala

- Modulacija diferencijalne faze nastaje diferencijalnim kodiranjem digitalnoga modulacijskog signala. Ako se radi o binarnoj modulaciji onda se dobiva diferencijalno kodirani BPSK-signal (DE-BPSK, *Differentially Encoded BPSK*).
- Znak «0» izvornoga slijeda treba onda pridružiti promjenu faze moduliranog signala za π radijana, dok kod znaka «1» faza ostaje nepromijenjena odnosno mijenja se za 0 radijana.
- Takva obilježja moduliranog signala dobivaju se diferencijalnim kodiranjem znaka «0» u slijedu znakova digitalnoga signala podataka.
- Pravilo kodiranja je kako slijedi:
 - Znak d_k diferencijalno kodiranoga binarnog slijeda u k -tom intervalu trajanja T_b jednak je prethodnome znaku diferencijalno kodiranog slijeda d_{k-1} kad u tome k -tom intervalu znak a_k izvornoga slijeda odgovara «1».
 - Kad a_k odgovara «0» onda se d_k razlikuje od d_{k-1} .

Diferencijalno kodiranje PSK-signala

- Tako definirano diferencijalno kodiranje opisuje izraz,

$$d_k = \overline{a_k \oplus d_{k-1}}.$$

- Slijed znakova d_k određuje modulacijski signal koji se privodi BPSK-modulatoru na izlazu kojeg nastaje DE-BPSK-signal opisanih osobina.
- U sljedećoj tablici nalaze se podaci o fazama simbola DE-BPSK-signala (φ_{Dk}) i koherentnog, tj. CBPSK-signala (φ_{Ck}).

| a_k | φ_{Ck} | d_{k-1} | φ_{Dk-1} | d_k | φ_{Dk} |
|-------|----------------|-----------|------------------|-------|----------------|
| 0 | π | 0 | π | 1 | 0 |
| 0 | π | 1 | 0 | 0 | π |
| 1 | 0 | 0 | π | 0 | π |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |

- Ova tablica poslužit će za izračunavanje primjera koji slijedi.

Diferencijalno kodiranje PSK-signalâ

Faze simbola koherentnoga i diferencijalno kodiranog BPSK-signalâ za jedan primjer niza binarnih znakova

| | | | | | | | | | | | |
|----------------------|---|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|---|-------|-------|
| Niz binarnih znakova | | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| Faza CBPSK-signalâ | | 0 | π | 0 | 0 | π | π | π | 0 | π | π |
| Faza DE-BPSK-signalâ | 0 | 0 | π | π | π | 0 | π | 0 | 0 | π | 0 |

- Iz tablice izlazi da je,

$$\varphi_{Dk} = \varphi_{Ck} + \varphi_{Dk-1},$$

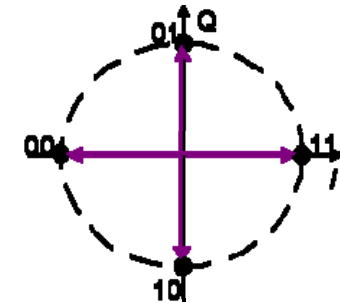
a to dokazuje ispunjavanje postavljenog zahtjeva o jednakosti kvantitativnih promjena faze diferencijalnog postupka s apsolutnim vrijednostima faze kod koherentnog postupka.

- Odgovarajući primjer parametara DE-QPSK-signalâ je u sljedećoj tablici.

Diferencijalno kodiranje PSK-signal

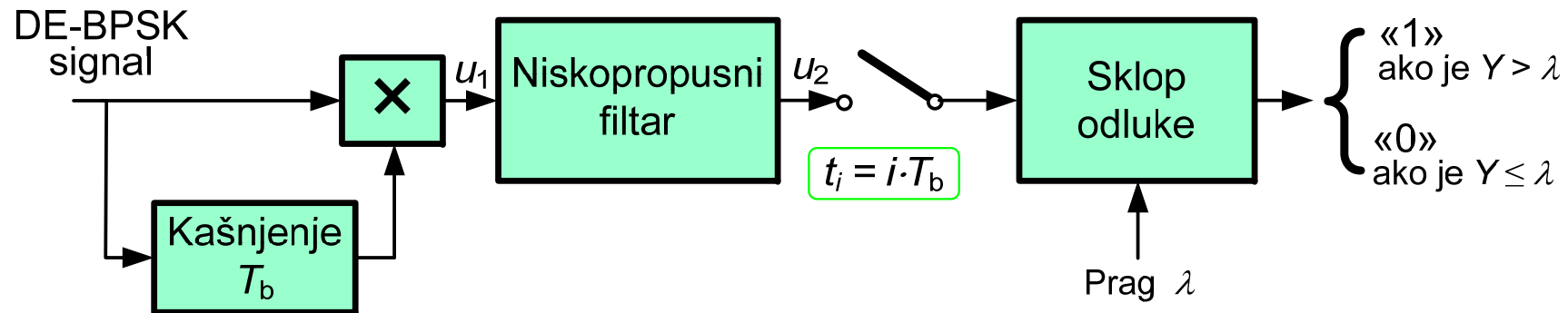
Faze simbola koherentnoga i diferencijalno kodiranog QPSK-signal
za isti primjer niza binarnih znakova

| | | | | | |
|----------------------|----------|----------|----------|---------|-------|
| Niz binarnih znakova | 10 | 11 | 00 | 01 | 00 |
| Faza CQPSK-signal | $3\pi/2$ | 0 | π | $\pi/2$ | π |
| Faza DE-QPSK-signal | 0 | $3\pi/2$ | $3\pi/2$ | $\pi/2$ | π |



- Svrha diferencijalnog kodiranja PSK-signal je u stvaranju mogućnosti za korištenje nekoherentnog postupka demodulacije, a u ovom slučaju to je *diferencijalna demodulacija*.

Diferencijalna demodulacija PSK-signala



- DPSK postupak demodulacije osniva se na odgovarajućemu koherentnom postupku s tim da se koherentna osnova (nosilac identičan onome u modulatoru) nadomjesti osnovom koja odgovara simbolu moduliranog signala u prethodnom intervalu T_s .
- U primjeru DBPSK osnova s kojom se uspoređuje primljeni signal odgovara primljenom signalu koji kasni za T_b .
- Ako je modulirani signal u k -tom intervalu signaliziranja faze φ , a u prethodnom ili $(k-1)$ -vom intervalu signaliziranja je imao fazu ψ onda na izlazu sklopa za množenje nastaje signal,

Diferencijalna demodulacija PSK-signala

$$\begin{aligned} u_1 &= k_{\text{BPSK}} U_m \cos(2\pi f_p t + \varphi) \cdot \cos(2\pi f_p t + \psi), \\ &= \frac{1}{2} k_{\text{BPSK}} U_m [\cos(2 \cdot 2\pi f_p t + \varphi + \psi) + \cos(\varphi - \psi)], \end{aligned}$$

- Niskopropusnim filtrom uklanja se komponenta frekvencije $2f_p$,

$$u_2 = \frac{1}{2} k_{\text{BPSK}} U_m \cos(\varphi - \psi).$$

- Kad se radi o znaku «1» onda je diferencijalna faza jednaka 0, tj $\varphi - \psi = 0$. Uzorak signala u_2 je tad pozitivne razine i sklop odluke prepoznaje znak «1».
- Kod znaka «0» diferencijalna je faza jednaka π , tj $\varphi - \psi = \pi$ i uzorak signala u_2 je tad negativne razine pa sklop odluke prepoznaje znak «0».

Modulacijski postupak $\pi/4$ -DQPSK

Promjene faze $\pi/4$ -DQPSK- simbola

| Dibit | Promjena faze $\pi/4$ -DQPSK-signal |
|-------|-------------------------------------|
| 00 | $\pi/4$ |
| 01 | $7\pi/4 = -\pi/4$ |
| 11 | $5\pi/4 = -3\pi/4$ |
| 10 | $3\pi/4$ |

- U modulacijskom postupku $\pi/4$ -DQPSK pomiče faza RF nosioca za $\pm\pi/4$ ili $\pm3\pi/4$ ovisno o prenošenim podacima.
- Nakon svake promjene faze prenosi se jedan simbol koji sadrži dva bita ($T_s = 2T_b$).

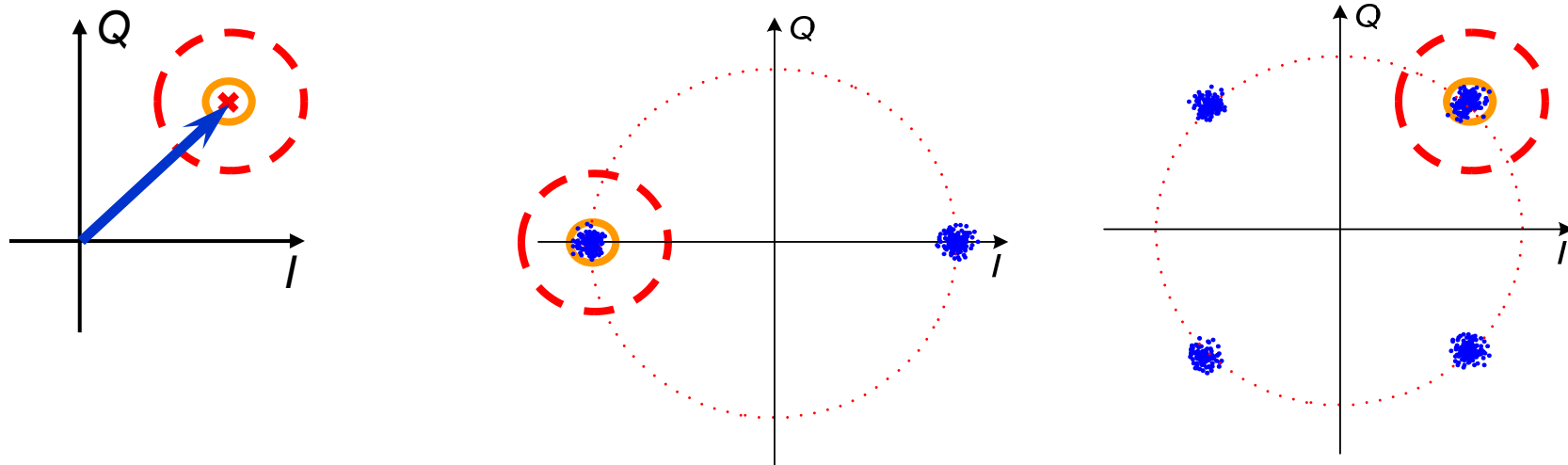
Modulacijski postupak $\pi/4$ -DQPSK

Faza moduliranog signala za primjer niza podataka

| | | | | | | |
|-------------------------------------|----------|----------|---------|---------|----------|---------|
| Niz binarnih znakova | 10 | 11 | 00 | 00 | 01 | 00 |
| Promjena faze $\pi/4$ -DQPSK-signal | $3\pi/4$ | $5\pi/4$ | $\pi/4$ | $\pi/4$ | $7\pi/4$ | $\pi/4$ |
| Faza $\pi/4$ -DQPSK-signal | 0 | $3\pi/4$ | 0 | $\pi/4$ | $\pi/2$ | $\pi/4$ |

- Osam je mogućih stanja moduliranog signala (simbola) i oni svi leže na jednoj kružnici \Rightarrow teorijski je konstantna amplituda moduliranog signala.
- Zbog konačne širine pojasa mijenja se amplituda moduliranog signala u tranzijentnim intervalima.

Utjecaj šuma na PSK-signale



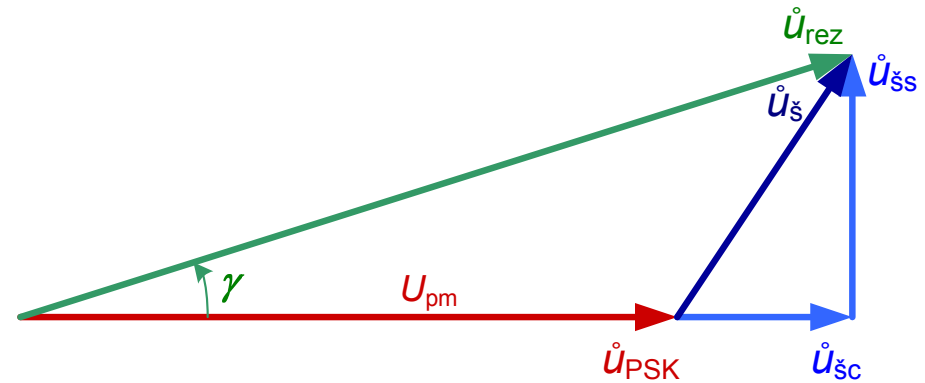
- Superponiranjem šuma na PSK-signal mijenja se položaj vrha odgovarajućeg verzora u ravnini I – Q .
- Prijamnik će ispravno detektirati simbol BPSK-signala ako se vrh rezultante korisnoga signala i šuma nalazi u simbolu pridruženoj poluravnini.
- U primjeru QPSK-postupka svakom je simbolu pridružen jedan kvadrant ravnine I – Q . Za QPSK-signal koordinatne osi dijagrama stanja granice su tzv. *područja odluke*.

Utjecaj šuma na PSK-signale

- Općenito, ispravno će se detektirati simbol M -PSK signala ako je zbog šuma nastala promjena faze moduliranog signala manja od $|\pi/M|$.
- Za potrebe kvantitativne analize signal šuma $u_{\text{š}}(t)$ rastavlja se na dvije ortogonalne komponente: $u_{\text{šc}}(t)$ koja je u fazi s moduliranim signalom i $u_{\text{šs}}(t)$ koja je u kvadraturnom odnosu.
- Signal šuma mijenja fazu moduliranog signala za iznos γ koji je jednak,

$$\gamma(t) = \tan^{-1} \frac{u_{\text{šs}}(t)}{U_{\text{pm}} + u_{\text{šc}}(t)}.$$

- Pogreška neće nastati ako je $-\pi/M < \gamma < \pi/M$.



Utjecaj šuma na PSK-signale

- Na temelju statističkih osobina signala šuma, odnosno njegovih ortogonalnih komponenata, potrebno je odrediti funkciju razdiobe vjerojatnosti odstupanja faze $p(\gamma)$.
- Pogreška nastaje kad je vrijednost γ izvan intervala $(-\pi/M, \pi/M)$.
- Vjerojatnost nastanka pogreške u detektiranju simbola M -PSK-signala je onda,

$$p_{\text{Es}} = 1 - \int_{-\pi/M}^{\pi/M} p(\gamma) d\gamma.$$

- Za *koherentni BPSK* izlazi vjerojatnost pogreške simbola, a koja je jednaka vjerojatnosti pogreške bita, u iznosu,

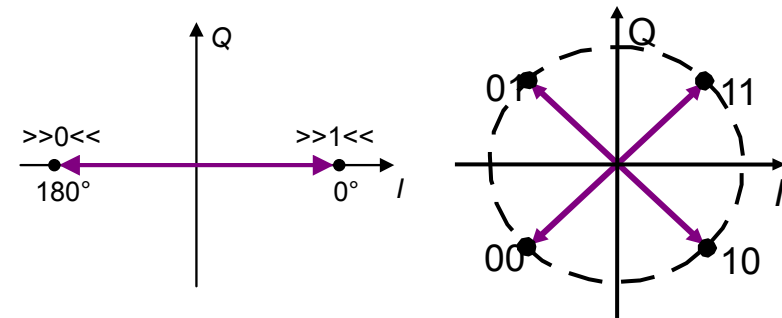
$$p_{\text{Es}} = p_{\text{Eb}} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right).$$

- Do ovog se rezultata može doći kao i kod ASK koristeći se sličnošću BPSK i ASK. Diskretna stanja BPSK-signala nalaze se, međutim, na dvostruko većoj udaljenosti u dijagramu stanja u odnosu na stanja ASK-signala.

Utjecaj šuma na PSK-signale

- Pri diferencijalnoj demodulaciji DE-PSK-signala referentna je faza također izložena djelovanju šuma. To se manifestira kao djelovanje udvostručene efektivne vrijednosti napona šuma.
- Vjerojatnost pogreške bita u DBPSK-sustavu je onda,

$$p_{Eb} = \frac{1}{2} e^{-E_b/N_0}.$$



- Pri jednakim amplitudama moduliranih signala diskretna stanja BPSK-signala nalaze se na $\sqrt{2}$ puta većoj geometrijskoj udaljenosti u I - Q -ravnini u odnosu na odgovarajuća stanja QPSK-signala. To ukazuje na činjenicu da niža razina smetnje može uzrokovati pogrešku detekcije simbola u QPSK-sustavu.
- Iz ovoga izlazi zaključak da je QPSK osjetljiviji na smetnje od BPSK.

Utjecaj šuma na PSK-signale

- *QPSK-signal* sastoji se od dva BPSK-signala u kvadraturnom odnosu. Vjerojatnost pogreške u prijemu tih BPSK-signala je p_{EI} i p_{EQ} .
- Simbol QPSK-signala ispravno će se detektirati samo ako se ispravno detektiraju simboli obaju BPSK-signala koji ga sastavljaju. Vjerojatnosti ispravne detekcije simbola tih BPSK-signala iznose $(1 - p_{EI})$ odnosno $(1 - p_{EQ})$.

- Vjerojatnost ispravne detekcije simbola QPSK-signala je onda,

$$1 - p_{Es} = (1 - p_{EI}) \cdot (1 - p_{EQ}).$$

- Vjerojatnost pogreške u detekciji simbola QPSK-signala dobiva se kao,

$$p_{Es} = 1 - (1 - p_{EI}) \cdot (1 - p_{EQ}),$$

$$p_{Es} = p_{EI} + p_{EQ} - p_{EI} \cdot p_{EQ}.$$

- Zbog malih vrijednosti vjerojatnosti pogreške zadnji se član gornjeg izraza može zanemariti.

Utjecaj šuma na PSK-signale

- Kako su vjerojatnosti pogreške dvaju BPSK-signala međusobno jednake, tj. $p_{EI} = p_{EQ}$, izlazi,

$$p_{Es} = 2 p_{EI} = 2 p_{EQ} ,$$

ili,

$$p_{Es(QPSK)} = 2 p_{Es(BPSK)} .$$

- Vjerojatnost pogreške simbola *koherentnog QPSK* iznosi onda,

$$p_{Es} = \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right) .$$

- Kad nastane pogreška u prepoznavanju QPSK-simbola, velika je vjerojatnost da je detektiran simbol s jednim od susjednih stanja faze u dijagramu stanja.

Utjecaj šuma na PSK-signale

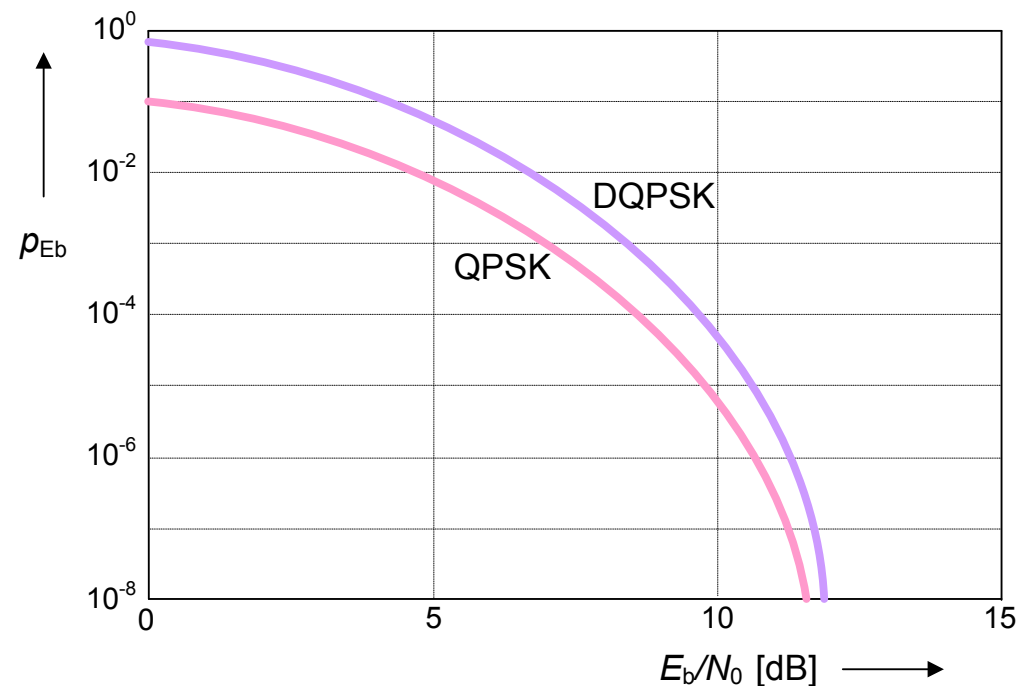
- Ako se u pridruživanju parova binarnih znakova stanjima faze koristio Grayev kod onda pogrešna detekcija simbola QPSK-signala izaziva pogrešku samo jednog od simbolu pridruženih binarnih znakova.
- Vjerojatnost pogreške bita je tad,

$$p_{Eb} = \frac{1}{2} p_{Es} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right).$$

- To pokazuje jednakost vjerojatnosti pogreške bita u koherentnih BPSK i QPSK-sustava.
- Ovi rezultati mogu se primijeniti i na koherentne sustave vrste OQPSK i $\pi/4$ -QPSK.

Utjecaj šuma na PSK-signale

- Za sustave koji se koriste diferencijalnom demodulacijom (DQPSK-sustavi) potreban je viši omjer E_b/N_0 kako bi se postigla jednaka vjerojatnost pogreške kao u binarne modulacije.
- Za $\pi/4$ -DQPSK može se naći podatak da je potrebno povećanje tog omjera za oko 3 dB.



Utjecaj šuma na PSK-signale

- Na slični se način dobiva približna vjerojatnost pogrešne detekcije simbola u koherentnom M -PSK-sustavu,

$$p_{\text{Es}} \approx \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0} \log_2 M} \cdot \sin \frac{\pi}{M} \right).$$

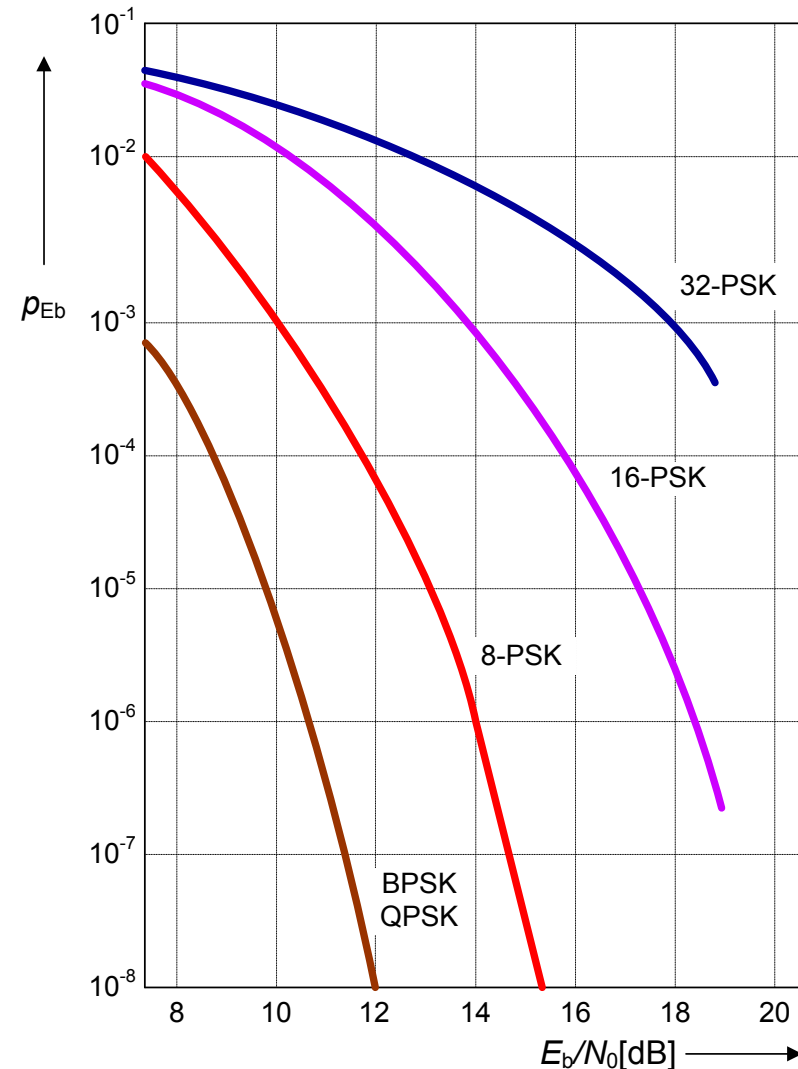
- Kad je upotrijebljen Grayev kod, pretpostavljajući da smetnje nisu jako visokih razina tako da se u slučaju pogreške prepoznaje jedno od susjednih stanja, vjerojatnost pogreške bita u koherentnom M -PSK-sustavu može se procijeniti iz izraza,

$$p_{\text{Eb}} \approx \frac{p_{\text{Es}}}{\log_2 M}.$$

Utjecaj šuma na PSK-signale

Vjerojatnost pogreške bita različitih PSK-signala

- Povećanjem broja diskretnih stanja faze smanjuje se geometrijska udaljenost tih stanja u dijagramu stanja što je uzrokom povećane osjetljivosti odgovarajućeg sustava na djelovanje smetnji i šuma.



Primjena raznih inačica PSK

- Modemi u području govornih frekvencija 0,3 – 3,4 kHz,

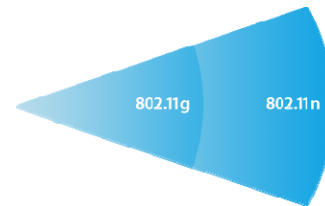
| Modem | R_b , bit/s | R_s , Bd | Modulacijski postupak | Frekvencija nosioca, Hz |
|---------|---------------|------------|-----------------------|-------------------------|
| V.22 | 1200 | 600 | DQPSK | 1200/2400 |
| V.27ter | 2400 | 1200 | DQPSK | 1800 |
| | 4800 | 1600 | 8-PSK | 1800 |
| V.29 | 4800 | 2400 | DQPSK | 1700 |
| V.32 | 4800 | 2400 | DQPSK | 1800 |

Primjena raznih inačica PSK

- Razne radijske tehnologije,
 - radijska lokalna mreža (WLAN) po normama IEEE 802.11a i HiperLAN:
 - koristi postupke BPSK, QPSK i druge u zajednici s tehnologijom OFDM,
 - frekvencijsko područje rada: 5150 – 5350 MHz,
5470 – 5725 MHz,
 - najveća brzina prijenosa: 54 Mbit/s,
 - radijska lokalna mreža po normi IEEE 802.11b:
 - koristi postupke DBPSK, DQPSK i druge u zajednici s tehnologijom DSSS,
 - frekvencijsko područje rada: 2400 – 2483,5 MHz,
 - najveća brzina prijenosa: 11 Mbit/s,

Primjena raznih inačica PSK

- Razne radijske tehnologije (nastavak),
 - radijska lokalna mreža po normi IEEE 802.11g:
 - koristi postupke DBPSK, DQPSK i druge u zajednici s tehnologijama DSSS i OFDM,
 - frekvencijsko područje rada: 2400 – 2483,5 MHz,
 - najveća brzina prijenosa: 54 Mbit/s,
 - radijska lokalna mreža po normi IEEE 802.11n:
 - koristi postupke DBPSK, DQPSK i druge u zajednici s tehnologijama DSSS, OFDM i MIMO,
 - frekvencijsko područje rada: 2400 – 2483,5 MHz,
5150 – 5350 MHz,
5470 – 5725 MHz,
 - najveća brzina prijenosa: 130 Mbit/s (kanal 20 MHz),
300 Mbit/s (kanal 40 MHz),



Primjena raznih inačica PSK

- Razne radijske tehnologije (nastavak),
 - radijska mreža gradskih područja (WMAN, *Wireless Metropolitan Area Network*), tehnologija WiMAX (*Worldwide Interoperability for Microwave Access*), (IEEE 802.16):
 - koristi postupke BPSK, QPSK i druge u zajednici s tehnologijom OFDMA,
 - frekvencijsko područje rada: 3400 – 3600 MHz,
 - najveća brzina prijenosa: 70 Mbit/s,
 - tehnologija EDGE (*Enhanced Data Rates for GSM Evolution*), (2,75G):
 - ugrađuje se u GSM mrežu,
 - koristi postupak: 8-PSK,
 - najveća brzina prijenosa: 384 kbit/s,
 - tehnologija HSDPA (*High-Speed Downlink Packet Access*), (3,5G):
 - ugrađuje se u UMTS mrežu,
 - koristi postupak: QPSK/OQPSK,
 - najveća brzina prijenosa: 14 Mbit/s (HSDPA),
21 Mbit/s (HSDPA+).

Primjena raznih inačica PSK

- Razne radijske tehnologije (nastavak),
 - tehnologija TETRA (*TErrestrial Trunked Radio*):
 - tehnologija za profesionalne (privatne) pokretne mreže,
 - koristi postupak: $\pi/4$ -DQPSK,
 - frekvencijsko područje rada: 380 – 400; 410 – 430 MHz,
 - najveća brzina prijenosa: 36 kbit/s,
 - tehnologije digitalne televizije DVB-T i DVB-H (*Digital Video Broadcasting – Terrestrial, - Handheld*):
 - koristi postupak QPSK i druge u zajednici s tehnologijom OFDM,
 - frekvencijsko područje rada: uglavnom samo UHF, 470 – (790) 862 MHz,
 - brzine prijenosa: 5 – 9 Mbit/s,
- Usmjerene radijske veze srednjih brzina,
 - modulacijski postupak QPSK za brzine do 34 Mbit/s,
 - modulacijski postupak 8-PSK za brzine 68 Mbit/s i 140 Mbit/s.