

ZADACI ZA PONAVLJANJE

Funkcije

1. Neka je $f(x) = \frac{x+1}{x^2+x+1} : \frac{1}{x^3-1}$. Izračunajte $f(\sqrt{2})$.
2. Za zadanu funkciju $f(x) = (x+1)(x-2)$, izračunajte $f\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$.
3. Je li funkcija $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ injekcija?
4. Ispitajte jesu li sljedeće funkcije parne ili neparne:
 - (a) $f(x) = \ln\left(\frac{e^x-1}{e^{-x}-1}\right)$;
 - (b) $f(x) = |x| + x^4$
 - (c) $f(x) = \frac{\cos x}{x^3}$
 - (d) $f(x) = x^5 - \sin x$.
5. Koje od sljedećih tvrdnji su istinite, a koje nisu:
 - (a) Ako su f i g neparne funkcije, neparna je i funkcija $f+g$.
 - (b) Ako su f i g neparne funkcije, neparna je i funkcija $f \cdot g$.
 - (c) Ako su f i g neparne funkcije, neparna je i funkcija $f \circ g$.
6. Odredite prirodnu domenu funkcije
 - (a) $f(x) = \sqrt{6 - 3\log(2x-3)}$
 - (b) $f(x) = \frac{\sqrt{2-x}}{\ln x}$
 - (c) $f(x) = \frac{\cos(\pi x)}{\sin(\pi x)}$
 - (d) $f(x) = \frac{\sqrt{x^3 - 3x^2 - x + 3}}{\sqrt{4x - x^2}}$
7. Skicirajte grafove sljedećih funkcija:
 - (a) $f(x) = x^2 + 2x + 3$
 - (b) $f(x) = 4 - x^2$
 - (c) $f(x) = x^3$
 - (d) $f(x) = \sqrt{x}$
8. Ako je $f(x) = x^3$ i $g(x) = x^5$, koliko je $f^{-1}(x \cdot g^{-1}(x))$?
9. Ako je $f(x) = 3x - 1$, $g(x) = x^3$ i $h(x) = \sqrt{x}$, izračunajte $f \circ (g \circ h)$ u točki $3^{-\frac{2}{3}}$.
10. Dane su funkcije $f(x) = 2x^2 + 4$ i $g(x) = x + h$. Koliko je $f(g(0)) - g(f(0))$?
11. Ako je $f(x) = x^3 - 1$, $g(x) = x(x+1) + 1$, izračunajte $(f^{-1} \circ g)(2)$.
12. Kolika je vrijednost parametra a ako je $[-1, 3]$ područje definicije funkcije $f(x) = \sqrt{-x^2 + ax + 3}$?
13. Ako je $f(x+1) = \frac{x+1}{x-1}$, za koje $x \in \mathbb{R}$ vrijedi $f(x-3) > 3$?

14. Odredite sve vrijednosti $m \in \mathbb{R}$ za koje je funkcija $f(x) = x^2 - (m - 1)x + 1$ pozitivna za svaku vrijednost $x \in \mathbb{R}$.
15. Za koju vrijednost parametra m funkcija $y = -2x^2 + (m + 2)x - (2m - 5)$ poprima maksimalnu vrijednost $y_{\max} = 1$?
16. Funkcija $f(x) = ax^2 + bx + c$ ima za $x = 1$ najmanju vrijednost -8 , a za $x = 3$ ima vrijednost 0 . Izračunajte $f(x + 1)$.
17. Izračunajte c ako parabola $y = ax^2 + bx + c$ prolazi točkama $A(-2, 0)$, $B(3, 0)$, $C(1, 12)$.
18. Na kojem intervalu je funkcija $f(x) = -2x^2 + 10x - 12$ rastuća?
19. Za kakve realne brojeve m je vrijednost funkcije $f(x) = mx^2 + (m - 1)x + 1 - m$ pozitivna, za svaki realni x ?

Rješenja

1. 1.

2. -1 .

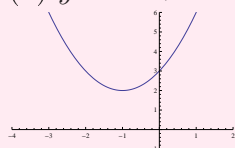
3. da

4. (a) neparna; (b) parna; (c) neparna; (d) neparna

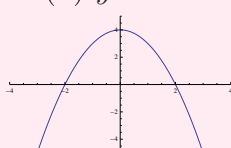
5. (a) točno; (b) netočno; (c) točno .

6. (a) $\left\langle \frac{3}{2}, \frac{103}{2} \right]$ (b) $< 0, 2] \setminus \{1\}$. (c) $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}$. (d) $< 0, 1] \cup [3, 4 >$.

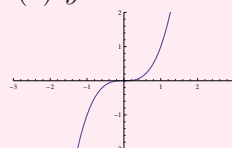
7. (a) $y = x^2 + 2x + 3$



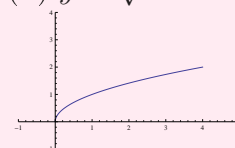
(b) $y = 4 - x^2$



(c) $y = x^3$



(d) $y = \sqrt{x}$



8. $\sqrt[5]{x^2}$.

9. 0.

10. $h \cdot (2h - 1)$.

11. 2.

12. 2.

13. $< 5, 6 >$.

14. $< -1, 3 >$.

15. 6.

16. $2x^2 - 8$.

17. 12.

18. $\left\langle -\infty, \frac{5}{2} \right\rangle$.

19. $\left\langle \frac{1}{5}, 1 \right\rangle$.