

PITANJA ZA USMENI

- ① Zakon Lorentzove sile - napisati i reci definicije
 \vec{E} i \vec{B} :

Lorentzova sila: $\vec{F} = q \cdot (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$

↓
 sila [N]
 ↓
 električno polje [V/m]

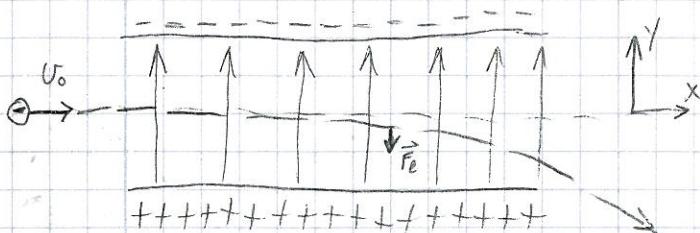
↓
 magnetska indukcija [T]

→ Lorentzova sila se sastoji od 2 dijela: električne i magnetske sile. Ako nema \vec{E} komponente, ostaje samo magnetska sila koja je definirana kao $\vec{F}_m = q \vec{v} \times \vec{B}$ gdje naboj mora biti u gibanju! Ako naboj stoji, iako postoji električno polje, sila se svodi na električnu, koja je onda definirana jednostavnim izrazom $\vec{F}_e = q \cdot \vec{E}$

→ E - električno polje definirano je izrazom: $\vec{E} = \lim_{q \rightarrow 0} \frac{\vec{F}}{q}$
 Jakost električnog polja u točki prostora jednaka je sili na jedinični pozitivni naboj!

→ B - magnetska indukcija, javlja se isključivo kod naboja koji se kreće! Mjeri se u testama [T]

- ② Odrediti putanju nabijene čestice koja okomito opada u homogeno električno polje;



$$\vec{v} = v_0 \vec{a}_x$$

$$m \cdot \vec{a} = -e \cdot \vec{E}$$

$$\vec{v} = \vec{a}_x v_x + \vec{a}_y v_y = \vec{a}_x \frac{dx}{dt} + \vec{a}_y \frac{dy}{dt}$$

$$\text{DOŠA: } \vec{a}_x \cdot m \frac{dv_x}{dt} + \vec{a}_y \cdot m \frac{dv_y}{dt} = -\vec{a}_y e \cdot E$$

- izdvojavanjem x komponenta i y komponenta, te razdvajanjem y preko x dobiva se:

BRUNNEN

$$y(x) = -\frac{e \cdot E}{2m \cdot v_0^2} \cdot x^2$$

3. Gustota naboja i struje - definicija ρ , σ , G i J :

→ Naboj se može razbiti preko gustoće na nekom području

$$Q = \iiint_V \rho dV$$

$$Q = \iint_S G dS$$

$$Q = \int_{\ell} \lambda dl$$

gdje su $\rho \rightarrow$ volumna gustoća naboja $[C/m^3]$, $G \rightarrow$ plošna gustoća naboja $[C/m^2]$ i $\lambda \rightarrow$ linijska gustoća naboja $[C/m]$

→ ρ , G i λ mogu biti konstantne vrijednosti ili prostorno promjenjive

→ gustoća struje J predstavlja promjenu iznosa struje po površini izraz koji ju definira je: $\vec{J} = \frac{\vec{I}}{ds}$, površinu: $I = \iint_S \vec{J} \cdot \hat{n} dS$.

4. Jednadžba kontinuiteta - integralni oblik i izvod. diferencijalnog oblika:

→ integralni oblik: $\iint \vec{J} \cdot \hat{n} dS = - \frac{dQ}{dt} = - \frac{d}{dt} \iiint_V \rho dV = - \iiint_V \frac{d\rho}{dt} dV$

→ diferencijalni oblik: $\nabla \cdot \vec{J} = \lim_{V \rightarrow 0} \frac{\iint \vec{J} \cdot \hat{n} dS}{V}$

$$\iiint_V \nabla \cdot \vec{J} dV = - \iiint_V \frac{d\rho}{dt} dV$$

$$\nabla \cdot \vec{J} + \frac{d\rho}{dt} = 0$$

5. Coulombov zakon - izraz i definicija E

→ sila između 2 naboja definirana je kao:

gdje je $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} F/m$

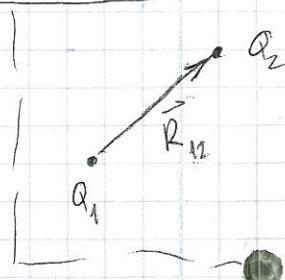
$$\vec{F}_{12} = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 \cdot |\vec{R}_{12}|^3} \cdot \hat{R}_{12}$$

→ električno polje točkastog naboja:

$$\vec{E}_T = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \cdot |\vec{R}|^3} \cdot \hat{R}$$

$$\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}'$$

$$\vec{E} = \frac{Q \cdot (\vec{r} - \vec{r}')}{4\pi\epsilon_0 \cdot |\vec{r} - \vec{r}'|^3}$$



⑥ Odrediti jakost polja jednoliko nabijene dužine:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \int \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dQ , \quad dQ = \lambda \cdot dl , \quad \lambda = \text{konst}$$

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \cdot \int \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dl}$$

⑦ Poissonova i Laplaceova jednadžba

Poissonova jednadžba:

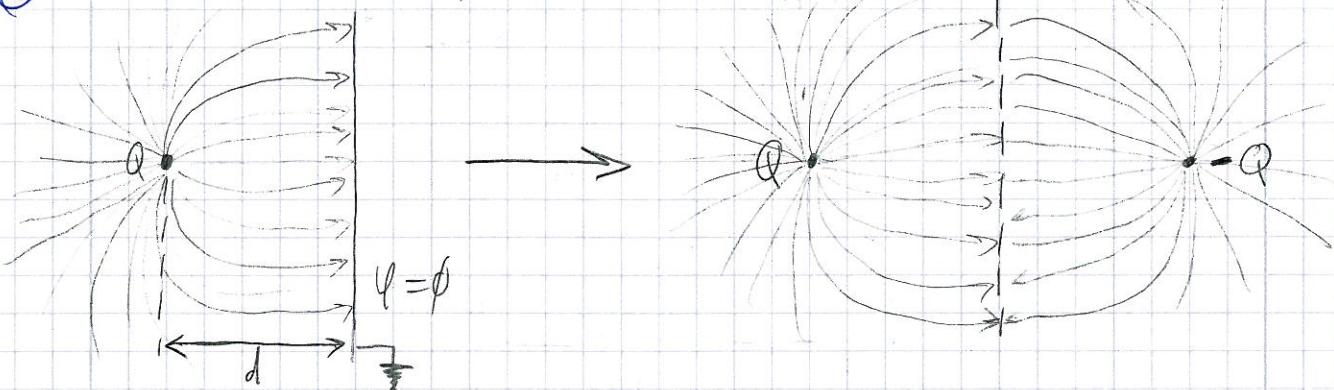
$$\Delta\varphi = -\frac{\rho_s}{\epsilon}$$

Laplaceova jednadžba:

$$\Delta\varphi = 0$$

(poseban slučaj Poissonove, kad je ρ_s (gustina naboja) = 0)

⑧ Metoda odslikavanja

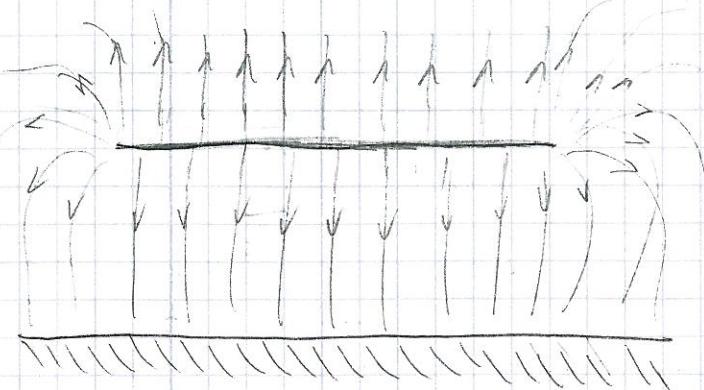


→ Sustav koji čine točasti naboje Q i uzemljena ravnina $\varphi = 0$
Može se pojednostaviti uvedenjem odslikanog naboja $-Q$. Taj naboј jednak je iznosu, a suprotnog predznaka i nalazi se na jednakoj udaljenosti d od ravni odslikavanja kao i originalni naboј. Zadaci čiji se problem rješava na ovaj način jednostavno se rješavaju superpozicijom doprinosa originalnog i odslikanog naboja.

$$|Q(-Q)| = 2d$$

9. Polje voda iznad površine tla

→ metodom od slikavanja !!



$$Q = +Q$$

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3} d\ell$$

10. Energija sustava točkastih naboja:

Ukupna energija sustava N točkastih naboja

je suma djelovanja svakog naboja na svaki drugi!

Formulom:

$$W_e = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N Q_i \Psi_i$$

$$\Psi_i = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \Psi_{ji}$$

11. Energija prostorne raspodjеле naboja i sustava vodljivih tijela:

Ako je naboј raspoređen po prostoru kao $dq = \rho dV$, tad je

ρ gustoća naboja po prostoru, ukupna energija je:

$$W_e = \frac{1}{2} \iiint_V \rho(\vec{r}) \cdot \Psi(\vec{r}) dV$$

12. Energija prikazana vektorima električnog polja:

$$W_e = \frac{1}{2} \iiint_V \vec{D} \cdot \vec{E} dV = \frac{\epsilon_0}{2} \iiint_V |\vec{E}|^2 dV = \frac{1}{2} \iiint_V w_e dV$$

$$gdje su: \underline{\vec{D} = \epsilon \cdot \vec{E}}, \underline{\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r} \text{ i } \underline{w_e = \frac{\vec{E} \cdot \vec{D}}{2}}$$

(13.) Kapacitet i energija pohranjena u kondenzatoru:



$$W_e = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 Q_i \cdot V_i$$

elektrode

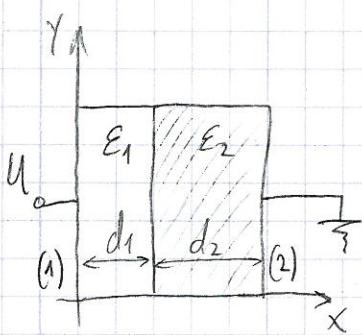
$$= \frac{1}{2} [Q \cdot V_1 + (-Q) \cdot V_2] = \frac{Q \cdot U}{2} \quad (1)$$

$$C = \frac{Q}{U} \quad (2)$$

\Rightarrow iz (1) i (2):

$$W_e = \frac{C \cdot U^2}{2} = \frac{Q^2}{2C}$$

(14.) Kapacitet dvoslojnog pločastog kondenzatora (granica || s pločama):



preko $U_{12} = - \int \vec{E} \cdot d\vec{l}$ dobije se

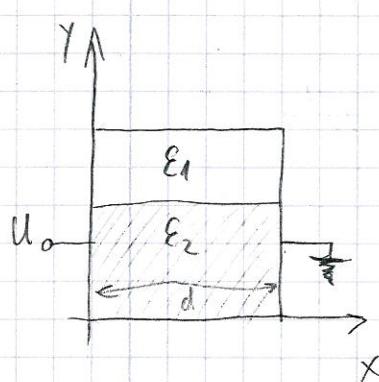
$$U = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \cdot d_2 + \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \cdot d_1$$

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{\epsilon \cdot S}{\frac{\epsilon}{\epsilon_2} \cdot d_2 + \frac{\epsilon}{\epsilon_1} \cdot d_1} = \frac{1}{\frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_1}} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

serijski kondenzator

(15.) Kapacitet dvoslojnog pločastog kondenzatora (granica ⊥ na ploče):



preko $U = - \int \vec{E} \cdot d\vec{l} = E \cdot d$

$$\text{uz } E_1 = E_2 = E$$

$$Q = \iint_S \vec{D} \cdot \vec{n} dS = D_1 S_1 + D_2 S_2 = \epsilon_1 E \cdot S_1 + \epsilon_2 E \cdot S_2$$

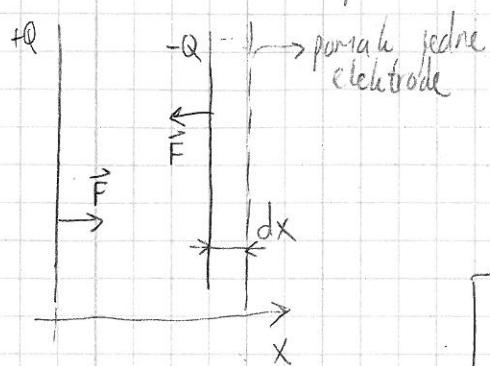
$$C = \frac{Q}{U} = \epsilon_1 \frac{S_1}{d} + \epsilon_2 \frac{S_2}{d} \Rightarrow$$

$$C = C_1 + C_2$$

paralelni kondenzator

16) Sile u elektrošnom polju - konstantni naboji i potencijali u sustavu

→ konstantni naboji u sustavu ($Q = \text{konst}$) → IZOLIRAN SUSTAV



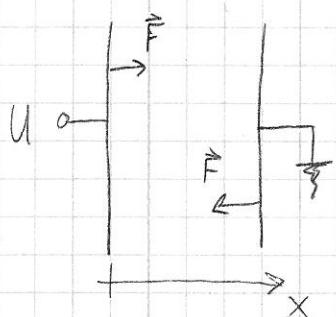
$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{s} = F \cdot dx$$

$$\downarrow W = \frac{Q^2}{2C} \quad \uparrow C = \epsilon \frac{S}{d}$$

$$F_x = -\frac{\partial W}{\partial x}$$

$$F_s = -\frac{Q^2}{2} \cdot \frac{\partial}{\partial S} \cdot \left(\frac{1}{C}\right)$$

→ konstantni potencijali u sustavu ($U = \text{konst}$) → NEIZOLIRAN SUSTAV

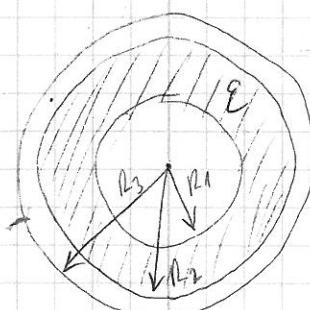


$$\uparrow W = \frac{CU^2}{2} \quad C \uparrow$$

$$F_x = +\frac{\partial W}{\partial x}$$

$$F_s = \frac{Q^2}{2} \cdot \frac{\partial C}{\partial S}$$

17) Sile na elektrode izoliranoj kuglastoj kondenzatoru:



$$C = \frac{4\pi\epsilon}{\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)} \quad W = \frac{Q^2}{2C}$$

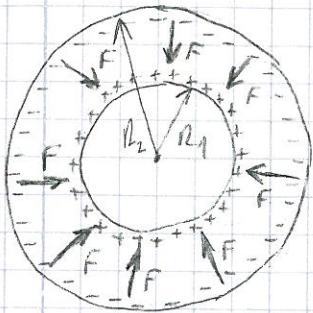
$$F_r = -\frac{\partial W}{\partial r} = -\frac{Q^2}{2} \cdot \frac{\partial}{\partial S} \left(\frac{1}{C}\right)$$

$$= -\frac{Q^2}{8\pi\epsilon} \cdot \ln\left(\frac{R_1}{R_2}\right)$$

(?)

18. Sile na elektrode cilindričnog kondenzatora spojenog na napon:

→ neizoliran sustav $U = \text{konst}$



$$\vec{F} = -a_r \frac{\pi \epsilon_0 \cdot Q^2}{R_2 \cdot \ln(\frac{R_2}{R_1})}$$

19. Gaussov zakon za električno polje - integralni i difer. oblik:

Tok vektora gustoće električnog toka \vec{D} kroz bilo koju zatvorenu plohu S u slobodnom prostoru jednak je naboju koji se nalazi unutar zatvorene plohe S

Integralni oblik:

$$\oint_S \vec{D} \cdot \hat{n} dS = Q$$

Diferencijalni oblik:

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho$$

20. Izvod Gaussovog zakona iz Coulombovog zakona:

Sav naboј iz volumena smo suzili u jednu točku.

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2} \rightarrow \oint_S \vec{E} \cdot \hat{n} dS = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 (Sr)^2} \cdot 4\pi \cdot (Sr)^2 = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad (?)$$

21. Skalarni el. potencijal - veza skalarnog el. potencijala i rada:

$$W_{PT} = -Q \int_{\text{ref}}^T \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad /: Q$$

$$\varphi_T = \frac{W_{PT}}{Q} = - \int_{\text{ref}}^T \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$\boxed{\varphi_T = - \int_{\text{ref}}^T \vec{E} \cdot d\vec{l}}$$

Električni potencijal
točkastog naboja u točki T je rad koji je potrebno ulaziti da se naboј doveđe iz beskonačnosti u točku T.

(22) Potencijal točkastog naboja, potencijal jednolikog nabitija dužine:

Točkasti naboj:

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2}, \quad d\vec{l} = \vec{a}_R dR$$

$$\Psi_T = - \int_{ref}^T \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2} dR = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_{ref}} \right)$$

$$R_{ref} = +\infty \rightarrow$$

$$\boxed{\Psi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}}$$

Jednoliko nabitija dužina:

$$\Psi = \int \frac{\lambda(\vec{r})}{4\pi\epsilon_0 |\vec{r}-\vec{r}|} d\vec{l}, \quad \lambda = \text{konst}$$

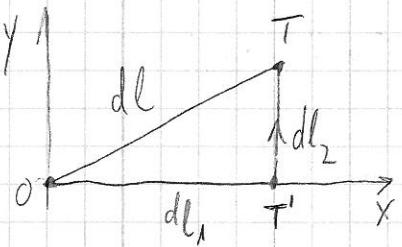
$$= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}|} d\vec{l}$$

$$\boxed{\Psi = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln |\vec{r}-\vec{r}|} \quad (?)$$

(23) Izvod veze jakosti električnog polja i skalarnog el. potencijala:

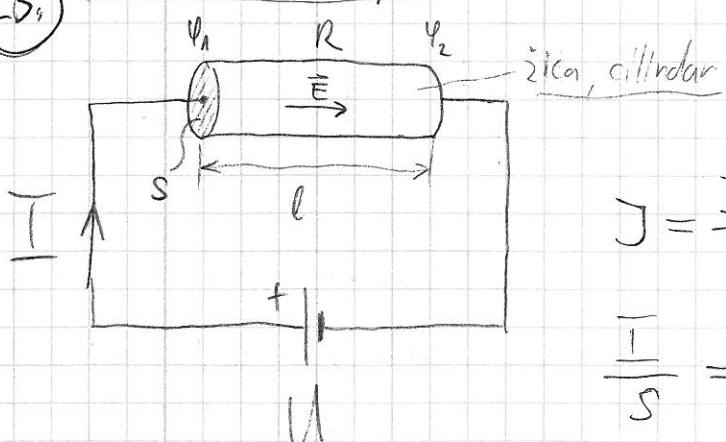
$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2} \rightarrow \boxed{\vec{E} = -\nabla\Psi} \rightarrow \Psi = - \int \vec{E} d\vec{l} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} \quad (\text{točkasti})$$

(24) Dokaz neovisnosti razlike potencijala o putu integracije:



$$\begin{aligned} U_{OA} &= U_O - U_A = - \int_A^O \vec{E} d\vec{l} = \int_0^A \vec{E} d\vec{l} \\ &= \int_0^{A'} \vec{E} d\vec{l}_1 + \int_{A'}^A \vec{E} d\vec{l}_2 \quad (\text{verujte, jednako je}) \\ &\quad \Rightarrow \text{Berberović 3.2.1} \end{aligned}$$

(25) Izvod Ohmovog zakona u elementarnom obliku:



$$\boxed{\vec{J} = K \vec{E}}$$

OHMOV ZAKON
U ELEMENTARNOM
OBLIKU

$$J = \frac{I}{S} \quad U = - \int \vec{E} d\vec{l} = E \cdot l$$

$$\frac{I}{S} = K \cdot \frac{U}{l}$$

$$\boxed{R = \frac{U}{I} = \frac{1}{K} \cdot \frac{l}{S} = \rho \frac{l}{S}}$$

26. Ponašanje slobodnih naboja u vodiču u vanjskom električnom polju (relaksacija); \rightarrow nismo radili

27. Izolatori u električnom polju - polarizacija, gustoća el. toka - definicija i veza s polarizacijom:

\Rightarrow Električna polarizacija u dielektriku dobiva se jednadžbom:

$$\vec{P} = \vec{D} - \epsilon_0 \vec{E}$$

Veza s gustoćom el. toka \vec{D} :

$$\vec{P} = \vec{D} - \epsilon_0 \cdot \frac{\vec{D}}{\epsilon_0 \epsilon_r} = \vec{D} \left(1 - \frac{1}{\epsilon_r} \right)$$

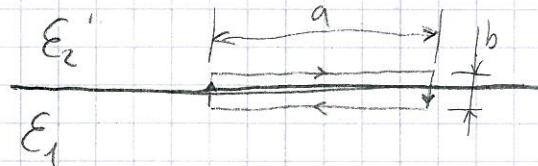
28. Uvjeti na granici - jakost el. polja:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \phi$$

$$E_{2t} - E_{1t} = \phi$$

$$E_{2t} = E_{1t}$$

$$\vec{n} \times (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) = \phi$$



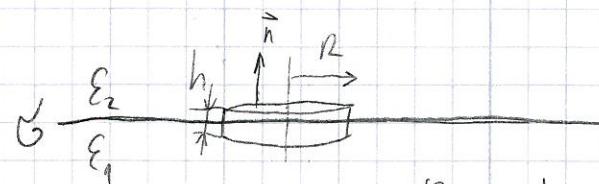
29. Uvjeti na granici - gustoća el. toka:

$$\oint \vec{D} \cdot \vec{n} dS = \phi$$

$$D_{2n} \cdot S - D_{1n} \cdot S = G \cdot S / is$$

$$D_{2n} - D_{1n} = G$$

ako je $G = \phi$: $D_{2n} = D_{1n}$



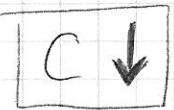
ako postoji

$$\vec{n} \cdot (\vec{D}_2 - \vec{D}_1) = G$$

30. Pločasti zračni kondenzator nabijen i odspojen od izvora
 → promjena napona, energije i kapaciteta razmicanjem ploča

d raste

$$C = \epsilon_0 \frac{S}{d} \uparrow$$



d pada

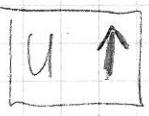
$$C = \epsilon_0 \frac{S}{d} \downarrow$$



$$C = \frac{Q}{U}$$

$$U = \frac{Q}{C} \downarrow$$

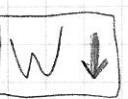
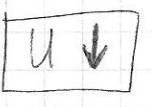
$$W = \frac{C U^2 \uparrow}{2} = \frac{Q^2}{2 C \downarrow}$$



$$C = \frac{Q}{U}$$

$$U = \frac{Q}{C} \uparrow$$

$$W = \frac{C U^2 \downarrow}{2} = \frac{Q^2}{2 C \uparrow}$$



31. Jednadžbe statičkog strujnog polja i uvjeti na granici dva vodiča

Jednadžba kontinuiteta: $\nabla \cdot \vec{j} + \frac{\partial S}{\partial t} = \phi$, $\frac{\partial S}{\partial t} = \phi$

$$\nabla \cdot \vec{j} = \phi$$

$$\Delta \phi = 0$$

→ Laplaceova jednadžba

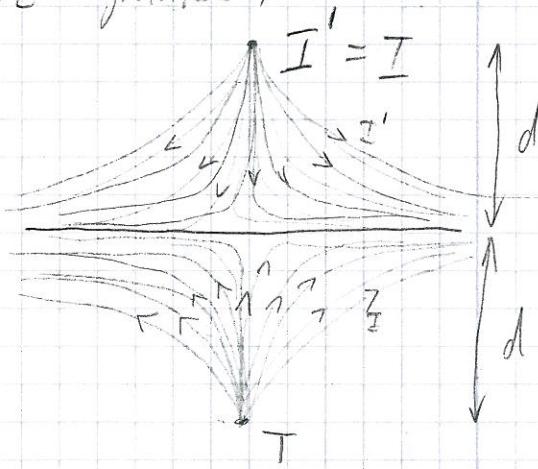
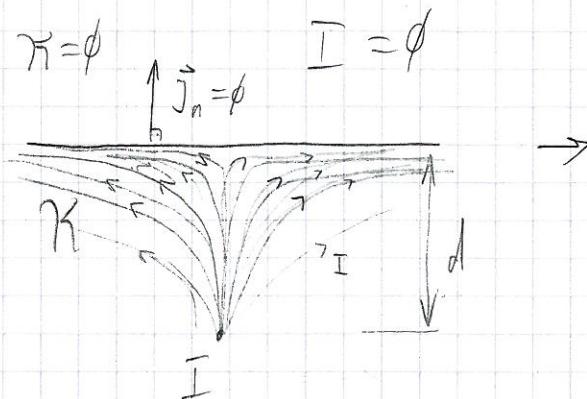
Uvjeti na granici dva vodiča:

$$\boxed{\vec{n}_{12} \cdot (\vec{j}_2 - \vec{j}_1) = \phi}$$

$$\vec{n}_{12} \times \left(\frac{\vec{j}_2}{\kappa_2} - \frac{\vec{j}_1}{\kappa_1} \right) = \vec{0}$$

32. Odslikavanje u statickom strujnom polju:

Odslikavanje u statickom strujnom polju je analogno odslikavanju statickog električnog polja, samo što ovdje strujnice idu tangencijalno uz granicu:



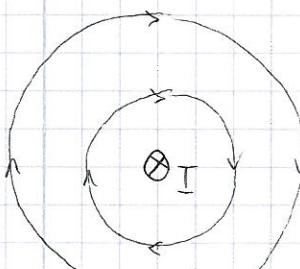
33. Gubici snage u vodiču u statickom strujnom polju

Snaga: $P = \iiint_V \vec{J} \cdot \vec{E} dV$, gubici snage?

34. Biot-Savartov zakon i magnetska indukcija krateke ravne strujnice:

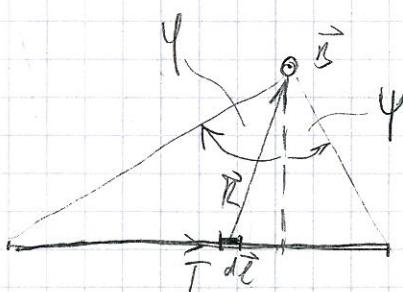
Biot-Savart:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot I \cdot \frac{d\vec{l} \times \vec{R}}{|R|^3}$$



$$\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}'$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$$

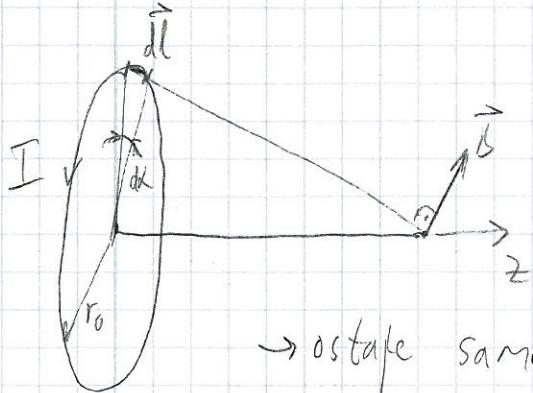


$$\vec{B} = \vec{a}_\phi \frac{\mu_0 I}{4\pi r} (\sin\varphi + \sin\psi)$$

pravilo desne ruke

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint_V \frac{\vec{J}(\vec{r}') \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|R - R'|^3} dV$$

35. Biot-Savartov zakon i magnetska indukcija na osi kružne strujnice:



$$\vec{B} = \vec{a}_z \frac{\mu_0 I}{2} \cdot \frac{r_0^2}{\sqrt{(r_0^2 + z^2)^3}} [T]$$

→ ostale samo z -komponenta, r -komponente se poništite

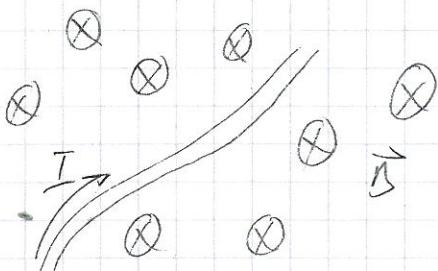
36. Sila na stružni element u magnetskom polju:

$$\vec{F} = dq \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

$$\overline{I} = \frac{dq}{dt}$$

$$dq \vec{v} = I dt \cdot \frac{d\vec{l}}{dt}$$

$$d\vec{F} = \overline{I} d\vec{l} \times \vec{B} / S \Rightarrow \boxed{\vec{F} = \overline{I} \int_S d\vec{l} \times \vec{B}}$$



37. Jednadžba statičkog magnetskog polja u diferencijalnom i integralnom obliku:

Gauss za statičko magnetsko polje:

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\oint \vec{B} \cdot \vec{n} dS = 0$$

38. Energija pohranjena u magnetskom polju izražena pomoću toka:

$$W = \phi \cdot I \rightarrow \text{za jednu petlju}$$

$$W = \frac{1}{2} (I_1 \phi_{21} + I_2 \phi_{12}) \rightarrow \text{za dvije petlje}$$

39. Magnetska energija sustava strujnih petlji izražena pomoću vektorskog magnetskog potencijala:

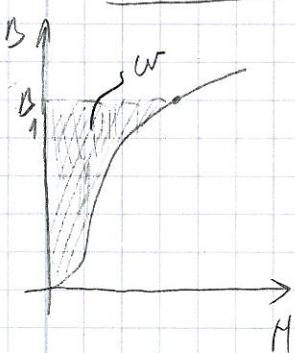
$$W = \phi \cdot I = \underbrace{\oint \vec{A} d\vec{l}}_{\phi} \cdot \underbrace{\iint \vec{J} \cdot \vec{n} dS}_{I} = \iiint \vec{J} \cdot \vec{A} dV$$

$$W = \frac{1}{2} \iiint_V \vec{J} \cdot \vec{A} dV$$

40. Magnetska energija sustava strujnih petlji izražena pomoći vektora magnetskog polja:

$$W = \frac{1}{2} \iiint_V \vec{B} \cdot \vec{H} dV = \frac{\mu_0}{2} \iiint_V |\vec{H}|^2 dV = \frac{1}{2\mu_0} \iiint_V |\vec{B}|^2 dV$$

41. Magnetska energija u neilinearnim materijalima i gubici zboj histereze:



$$W = \int_0^{B_1} H dB$$

$$W = \iiint_V \left[\int_0^B \vec{H} dB \right] dV$$

- ukupni gubici ciklusa određeni su površinom ispod petlje histereze. Odražavaju se u toplinskoj energiji koja se odvodi iz sustava
- velika zagrijavanja su veliki gubici
- transformatori

42.

Induktivitet strujne petlje:

$$L = \frac{\Phi}{I}$$

za jedan zavoj (jedna petlja)

$$L = \frac{\Psi}{I}$$

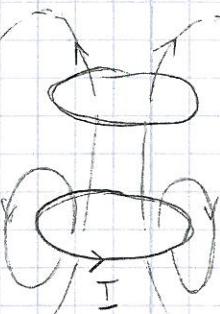
za N zavoja $\rightarrow \Psi = N \cdot \Phi$

$$L = \frac{1}{I^2} \underbrace{\iiint_V \vec{B} \cdot \vec{H}}_{L_{\text{visupn}}} = \underbrace{\frac{1}{I^2} \iiint_V \vec{B} \cdot \vec{H} dV}_{L_{\text{unutarnji}}} + \underbrace{\frac{1}{I^2} \iiint_V \vec{B} \cdot \vec{H} dV}_{L_{\text{vanjski}}}$$

43.

Meduinduktivitet:

Dvije strujne petlje - energija:



$$W = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 + \frac{1}{2} L_2 I_2^2 + \underbrace{L_{12} I_1 I_2}_{\text{član meduinduktiviteta}}$$

MI:

za 1 zavoj:

$$L_{21} = \frac{\Phi_{21}}{I_2}$$

$$L_{12} = \frac{\Phi_{12}}{I_1}$$

za N zavoja:

$$L_{21} = \frac{N \Phi_{21}}{I_2} = \frac{\Psi_{21}}{I_2}$$

$$L_{12} = \frac{N \Phi_{12}}{I_1} = \frac{\Psi_{12}}{I_1}$$

44.

Odnos meduinduktiviteta i samoinduktiviteta dviju strujnih petlji:

Ako su: L_{11} - samoindukcija prve petlje

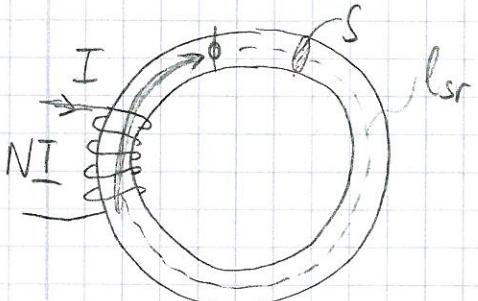
L_{22} - samoindukcija druge petlje

onda mora vrijediti:

$$L_{12} \leq \sqrt{L_{11} \cdot L_{22}}$$

(21)

45. Magnetski kruž:



Amperov zakon: $\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = NI$

$$H \cdot l_{sr} = NI$$

$$\phi = B \cdot S = \mu H \cdot S = \mu \frac{NI}{l_{sr}} \cdot S = \frac{NI}{\left(\frac{l}{\mu \cdot S}\right)}$$

$$\phi = \frac{NI}{R_m}$$

\rightarrow magnetski otpor

46. Analogija magnetskog kruža i kruža istomjerne struje:

(magnetski tok) $\phi \leftrightarrow I$ (struja)

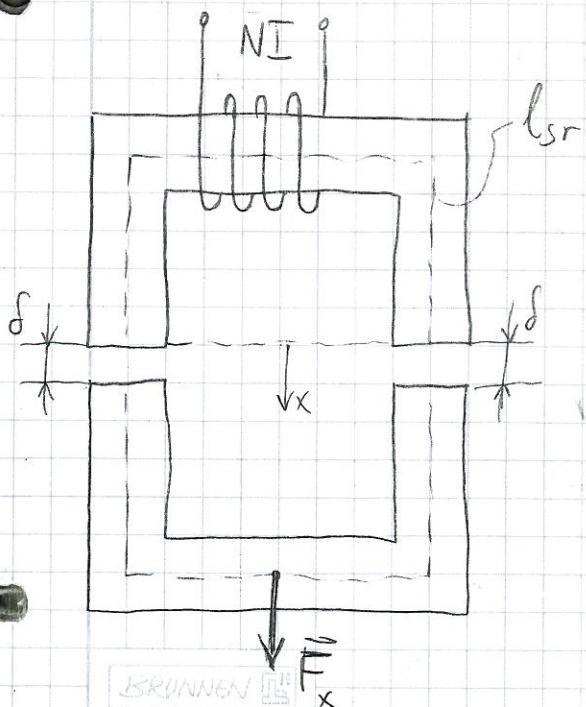
(magnetomotorna sila) $NI \leftrightarrow E$ (elektromotorna sila) / U

$$R_m = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{l}{S}$$

$$\phi = \frac{NI}{R_m}$$

$$I = \frac{U}{R}$$

47. Magnetski kruž elektromagneta:



$$\phi = \frac{NI}{R_m}$$

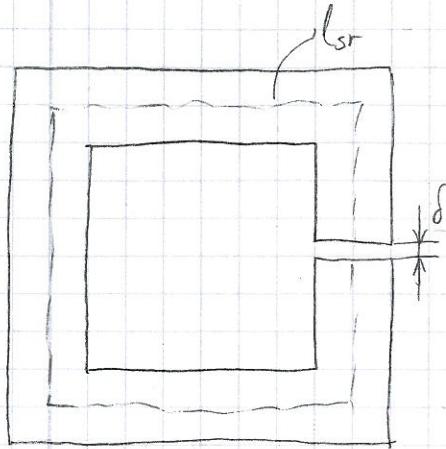
$$\phi = \frac{NI}{\frac{1}{\mu_0 \mu_r} \cdot \frac{l_{sr}}{S} + 2 \cdot \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{\delta}{S}}$$

Sila u rasporu

$$\vec{F} = -\vec{a}_s \frac{\phi^2}{\mu_0 S}$$

2 raspara!

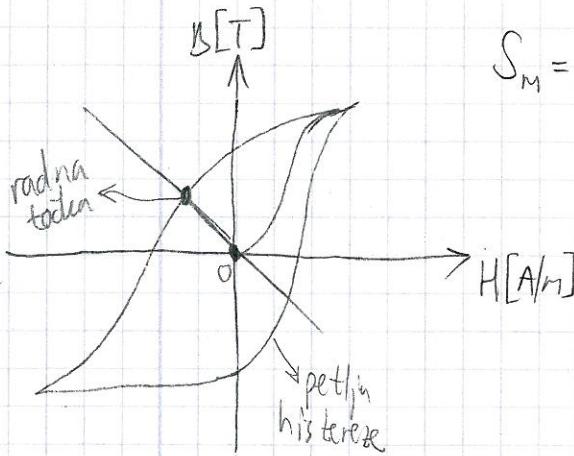
48. Magnetski kružni permanentnog magneta:



$$\oint_{\text{circ}} \vec{H} d\vec{l} = NI = \phi$$

$I = \phi$

$$H_m \cdot l_{sr} + H_g \cdot \delta = \phi$$



$$S_m = S_g \rightarrow \Phi_m = \phi_s \rightarrow B_m = B_s$$

$$H_m l_{sr} + \frac{B_m}{\mu_0} \delta = \phi$$

$$B_m = - \frac{\mu_0 l_{sr}}{\delta} \cdot H_m$$

padajući pravac kroz ishodište!

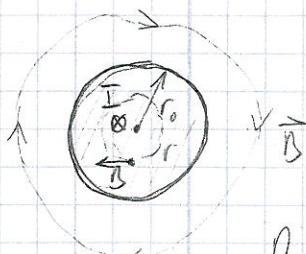
49. Ampereov kružni zakon i polje beskonačno dugog ravnog vodiča poluprera R protjecanog strujom I jednolikom raspoređenom po presjeku vodiča:

Ampere:

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \iint_S \vec{J} \cdot \vec{n} dS = \mu_0 I$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 I$$

Polje beskonačno dugog vodiča:



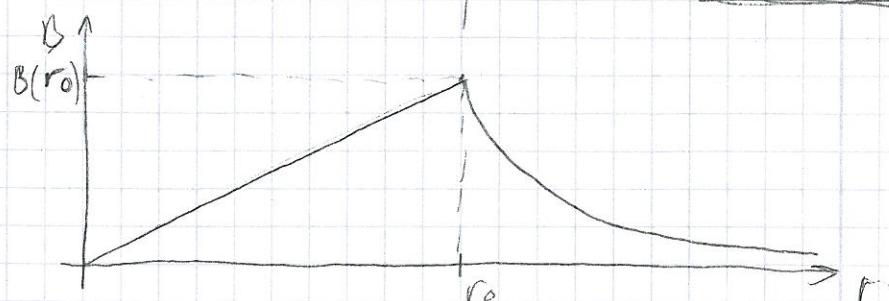
$r < r_o$:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_o} \cdot r$$

$r > r_o$:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Raspodjelja:



(50) Vektorski magnetski potencijal, diferencijalna jednadžba i proračun tokova u magnetskom polju:

→ Vektorski magnetski potencijal \vec{A} vektor je s magnetskom indukcijom \vec{B} diferencijalnom jednadžbom;

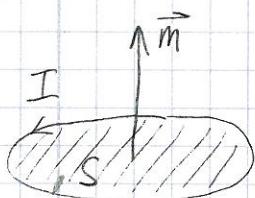
$$\boxed{\vec{B} = \nabla \times \vec{A}} . \text{ Vrijedi } \boxed{\nabla \cdot \vec{A} = 0} \text{ (Coulombovo baždarenje)}$$

- za staticko magnetsko polje dobije se: $\boxed{\Delta \vec{A} = -\mu \vec{J}}$
- na granici 2 sredstva \vec{A} je isti ($\vec{A}_2 = \vec{A}_1$)

→ Magnetski tok računa se prema:

$$\boxed{\phi = \iint_S \vec{B} \cdot \hat{n} dS = \iint_S (\nabla \times \vec{A}) \cdot \hat{n} dS = \oint_{\text{cirk}} \vec{A} d\vec{l}}$$

(51) Magnetizacija i amperske struje:



$$\vec{m} = \hat{n} \cdot S \cdot I \rightarrow \text{dipolni moment}$$

$$\text{Magnetizacija: } \boxed{\vec{M} = \frac{d\vec{m}}{dV}} \quad \nabla \vec{M} = \vec{J}_a \quad [\text{A/m}]$$

Magnetizacija je vektora za magnetsko polje

$$\boxed{\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}}$$

(52) Jakost magnetskog polja i ponašanje materijala u mag. polju:

$$\boxed{\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}} !$$

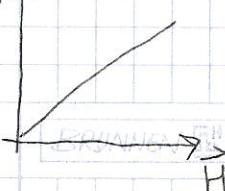
$$\boxed{\nabla \times \vec{H} = \vec{J}_s}$$

$$\boxed{\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{M} = \mu_0 (1 + \chi_m) \vec{H}}$$

$$\underline{\chi_m < 0}$$

dijamagnetizam

$$\vec{B} \uparrow \text{ (linearni)}$$



$$\underline{\chi_m < 10^{-2}}$$

paramagnetizam

$$\vec{B} \uparrow \text{ (inclinearni)}$$

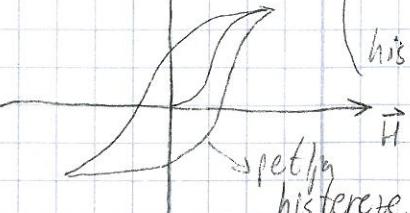


$$\underline{\chi_m > 10^2}$$

FEROMAGNETIZAM

$$\vec{B} \uparrow$$

(nelinearni
s
histerezom)



53. Uvjeti za vektore magnetskog polja na granici 2 materijala:

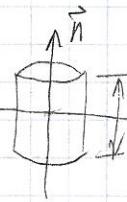
$$(I) \quad B_{2n} = B_{1n}$$

$$\vec{n} \cdot (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) = \phi$$

$$\text{jer } \iint \vec{B} \cdot \vec{n} dS = 0$$

$$(2) \quad \mu_2$$

$$(1) \quad \mu_1$$



$\ell \ll$ (jako mali)

$$(II) \quad \vec{n} \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = K_s \rightarrow K_s = \text{strujni oblog, ako postoji}$$

→ ako ne postoji, jedžba = 0

54. Indirektno mjerjenje magnetskog polja u feromagnetskoj torusnoj jezgri u polju snimanja dinamičke petle histeroze.

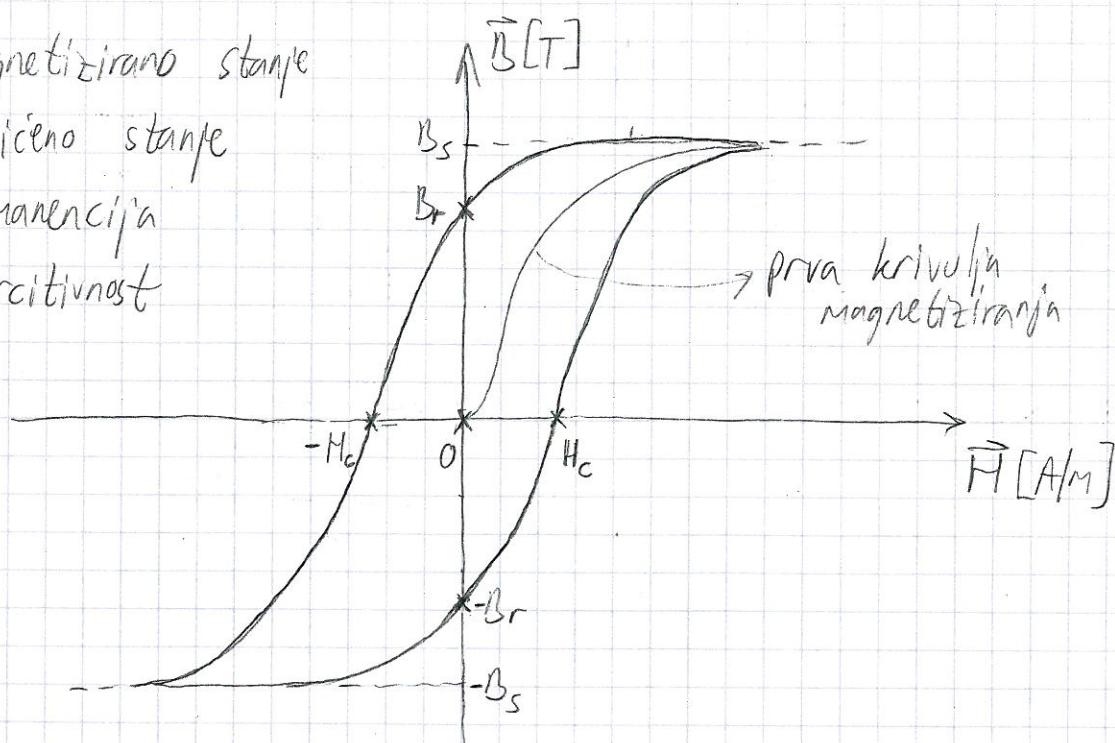
LABOSI → vježba 6 (str 75)

0 - demagnetizirano stanje

B_s - zasaćeno stanje

B_r - remanencija

H_c - koercitivnost



55. Indirektno mjerjenje magnetske indukcije u feromagnetskoj torusnoj jezgri u polju snimanja dinamičke petle histeroze?

LABOSI → vježba 6 (str 75)

(ista slika kao prevo
pitanje)

56.

Točni proračun magnetske indukcije na osi jednoslojne zavojnice:

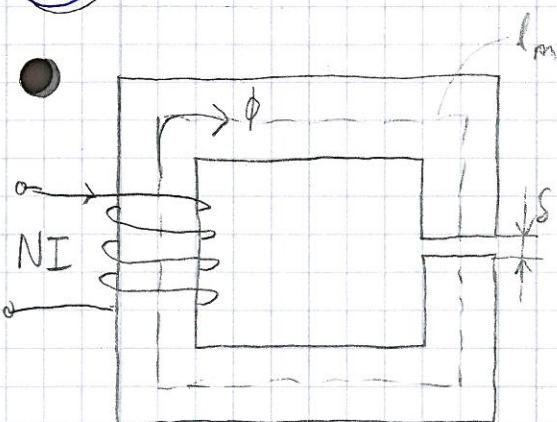
Magnetska indukcija na osi kružne strujnice: $\vec{B}_z = \vec{a}_z \frac{\mu_0 I}{2} \cdot \frac{r_0^2}{\sqrt{r_0^2 + z^2}}^3$

→ Za jednoslojnu zavojnicu: (prepisano iz labosa)

$$\vec{B}_z = \mu_0 \frac{NI}{2d} \cdot \left(\frac{d-z}{\sqrt{r_0^2 + (d-z)^2}} + \frac{z}{\sqrt{r_0^2 + z^2}} \right) \vec{a}_z \quad \begin{matrix} (\text{labosi}) \\ (\text{str } 52) \end{matrix}$$

57.

Grafoanalitičko rješavanje magnetskog kružnog rasporeda



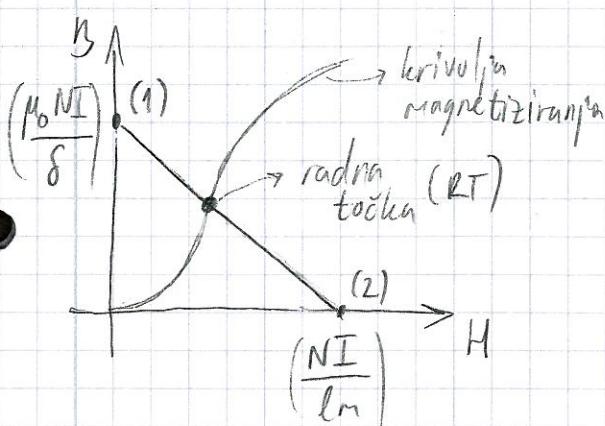
$$H_m \cdot l_m + \frac{B_m}{\mu_0} \cdot S = NI$$

$$(1) \underline{H_m = \phi}$$

$$B_m = \frac{\mu_0 NI}{S}$$

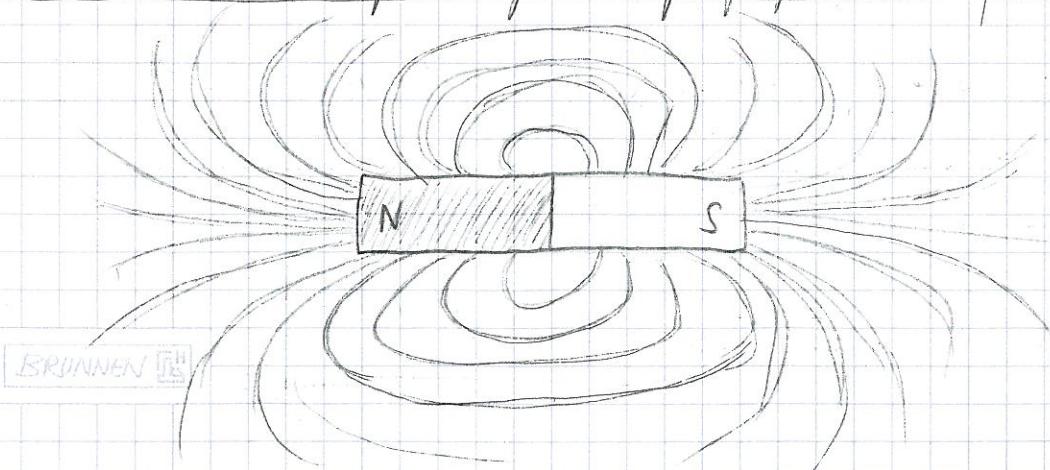
$$(2) \underline{B_m = \phi}$$

$$H_m = \frac{NI}{l_m}$$



58.

Slika statičkog magnetskog polja - linije polja



(opća
kulturna)

59.

Faradayev zakon i Lenzovo pravilo:

Faraday:

$$\oint_{\text{cirk}} \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d}{dt} \iint_S \vec{B} \cdot \hat{n} dS$$

$$e_{\text{ind}} = - \frac{d\phi}{dt}$$

induktivni napon

Najopćenitiji oblik (kad polje nije homogeno):

Integralni:

$$\oint_{\text{cirk}} \vec{E}_i \cdot d\vec{l} = - \iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \hat{n} dS + \oint_{\text{cirk}} (\vec{v} \times \vec{B}) dl$$

Diferencijalni:

$$\nabla \times \vec{E}_i = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \nabla \times (\vec{v} \times \vec{B})$$

Lenzovo pravilo: Inducirani napon se opire promjeni mag. toka!

$$e_i = - \frac{d\phi}{dt}$$

$\rightarrow \phi$ raste; $\frac{d\phi}{dt} > 0$, $e_i < 0$

$\rightarrow \phi$ pada; $\frac{d\phi}{dt} < 0$, $e_i > 0$

60.

Induciranje napona zbog promjene toka i gibanja
→ integralni i diferencijalni oblik:

$$e_{\text{ind}} = \oint_{\text{cirk}} \vec{E}_i \cdot d\vec{l}$$

\Rightarrow

$$e_{\text{ind}} = - \iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \hat{n} dS + \oint_{\text{cirk}} (\vec{v} \times \vec{B}) dl$$

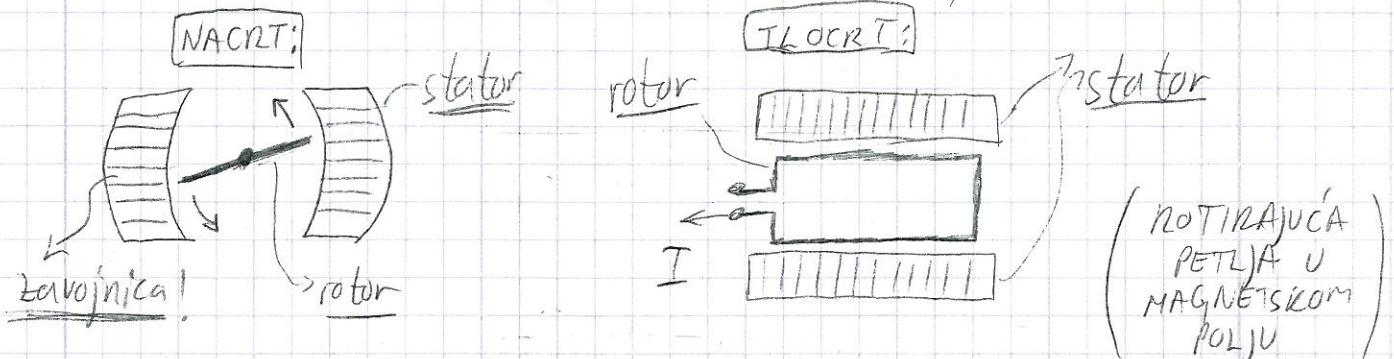
\Rightarrow

$$e_{\text{ind}} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \nabla \times (\vec{v} \times \vec{B})$$

61.

Naćelo rada generatora:

Generator je električni stroj koji mehaničku energiju pretvara u električnu. Najzastupljenija izvedba za generiranje izmenične struje je rotacijski stroj, koji ima rotor i stator i temelji se na Faradayevom zakonu.

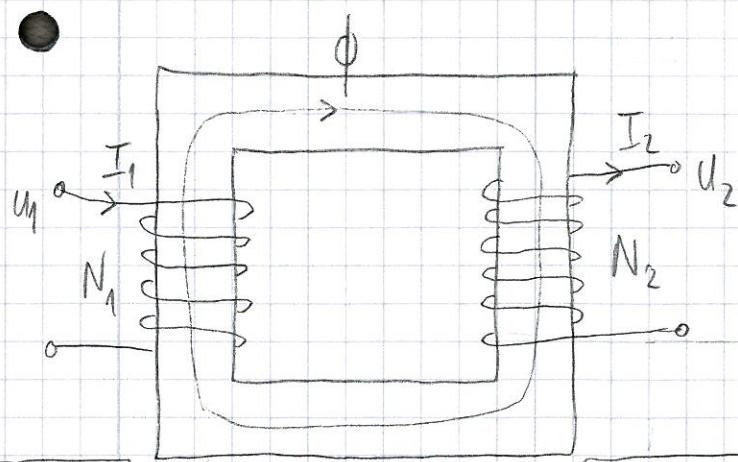


62.

Naćelo rada transformatora:

Transformator je električni stroj koji velike izmenične napone i struje reducira za korištenje u svakodnevnom životu ili obratno, male napone i struje pojačava.

Temelji se na Faradayevom zakonu a sastoji se od primara i sekundara:



PRIMAR

TRANSFORMATOR

BRUNNEN

Vrijede jednadžbe:

NAPONSKA:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

proporcionalni

STRUJNA:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}$$

obrnuto proporcionalni

63. Napon Samoindukcije i meduindukcije:

Samoindukcija: $e_s = -L \frac{di}{dt} \Rightarrow U_s = -e_s = L \frac{di}{dt}$

Meduindukcija: $e_m = -M \frac{di}{dt} \Rightarrow U_m = -e_m = M \frac{di}{dt}$

64. Maxwellovo proširenje kružnog zakona:

Ampèrov zakon glasi: $\nabla \times \vec{H} = \vec{J}$

Poopceni Ampère

$$\nabla \cdot \vec{J} + \frac{\partial S_s}{\partial t} = \phi \rightarrow \nabla \cdot \vec{J} + \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \vec{D}) = \phi \rightarrow \nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

65. Maxwellove jednadžbe u integracijskom i diferencijalnom obliku

Diferencijalni: 1) $\nabla \times \vec{E}_i = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ (Faraday)

2) $\nabla \cdot \vec{D} = S_s$ (Gauss električni)

3) $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ (Gauss magnetski)

4) $\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ (poopceni Ampère)

Integralni: 1) $\oint_{\text{crk}} \vec{E} \cdot d\vec{e} = - \frac{d}{dt} \iint_S \vec{B} \cdot \vec{n} dS$ (Faraday)

2) $\iint_S \vec{D} \cdot \vec{n} dS = \iiint_V g dV$ (Gauss električni)

3) $\iint_S \vec{B} \cdot \vec{n} dS = 0$ (Gauss magnetski)

4) $\oint_{\text{crk}} \vec{H} d\vec{e} = \iint_S \vec{J} \cdot \vec{n} dS + \iint_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot \vec{n} dS$ (poopceni Ampère)

66. Poyntingov teorem:

teorem:
$$-\frac{1}{j\omega} \iiint_V \left(\frac{1}{2} \vec{E} \cdot \vec{D} + \frac{1}{2} \vec{B} \cdot \vec{H} \right) dV = \iiint_V \frac{j^2}{K} dV + \oint_S (\vec{E} \times \vec{H}) \cdot \hat{n} ds$$

Značenje: Član s ljeve strane znaka jednakosti označava smanjenje energije pohranjene u elektromagnetskom polju. Smanjenje energije je jednako je zbroju gubitaka u prostoru $\iiint_V \frac{j^2}{K} dV$ i stvajanja energije iz promatranih prostora $\oint_S (\vec{E} \times \vec{H}) \cdot \hat{n} ds$.

Poyntingov vektor: $\vec{N} = \vec{E} \times \vec{H}$ (Trkulja, 4.5)

67. Maxwellove jednadžbe u fazorskom obliku:

Faraday: $\nabla \times \vec{E} = -j\omega \vec{B}$

Gauss el: $\nabla \cdot \vec{D} = \rho_s$

Gauss mag: $\nabla \cdot \vec{B} = 0$

Ampère: $\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + j\omega \cdot \vec{D}$

68. Kompleksni oblik Poyntingovog teorema:

Poyntingov vektor: $\vec{N} = \vec{E} \times \vec{H}^*$ → konjugirano kompleksno
oznaka za fator

$$P_{gub(srednje)} = \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{2} \cdot \vec{E} \times \vec{H} \right\}$$

$$P_{gub(srednje)} = \frac{1}{2} \iiint_V \vec{J} \cdot \vec{E}^* dV = \frac{1}{2} \iiint_V \vec{E} \cdot \vec{J}^* dV$$

BRUNNEN

$$(\vec{J} = K \cdot \vec{E})$$

69.

Jednadžbe ravnog vala:

Iz Maxwellovih jednadžbi (Faraday i Ampere) dobije se valna jednadžba za električno polje:

$$\Delta \vec{E} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \phi$$

i za magnetsko polje:

$$\Delta \vec{H} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = \phi$$

70. Putujući val - brzina širenja vala:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}, \quad \epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$$

$$\text{Brzina vala: } c = \frac{1}{\sqrt{\mu \cdot \epsilon}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \mu_r \epsilon_0 \epsilon_r}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\mu_r \epsilon_r}}$$

gdje je $\frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = c_0 \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} \rightarrow \text{brzina svjetlosti}$

$$\Rightarrow c = \frac{c_0}{\sqrt{\mu_r \epsilon_r}}$$

!

71. Valna impedancija:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}, \quad \epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$$

$$\text{Valna impedancija: } Z = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = \sqrt{\frac{\mu_0 \mu_r}{\epsilon_0 \epsilon_r}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \cdot \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}}$$

gdje je $\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = Z_0 \approx 120\pi \Omega \rightarrow \text{valna impedancija u vakuumu}$

$$\Rightarrow Z = Z_0 \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}}$$

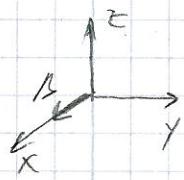
!

vrijedi!
 $Z = \frac{E}{H}$

72. Sinusni ravni val - valna dulžina i fazna konstanta:

$$\Rightarrow \vec{E} = E_0 \cos(\omega t - \beta x) \vec{a}_y$$

$$\Rightarrow \vec{H} = \frac{E_0}{z} \cos(\omega t - \beta x) \vec{a}_z$$



→ smjer širenja u ovom slučaju: \vec{a}_x

$\beta \rightarrow$ fazna konstanta \rightarrow određuje u kojem smjeru se širi val

$$\boxed{\beta = \omega \sqrt{\mu \epsilon}}$$

Valna duljina: $\boxed{\lambda = \frac{2\pi}{\beta}}$

Povezivanje \vec{E} i \vec{H} :

$$\boxed{\vec{H} = \frac{1}{\omega \mu} \vec{\beta} \times \vec{E}}$$

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\mu \omega}{\beta^2} \vec{H} \times \vec{\beta}}$$

73. Jednadžbe vala koji se gibaju u proizvoljnom smjeru:

$$\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - \vec{\beta} \cdot \vec{r} + \varphi)$$

$$\vec{H} = \frac{E_0}{z} \cos(\omega t - \vec{\beta} \cdot \vec{r} + \varphi)$$

gdje su:

$$\boxed{\vec{\beta} = \beta_x \vec{a}_x + \beta_y \vec{a}_y + \beta_z \vec{a}_z}$$

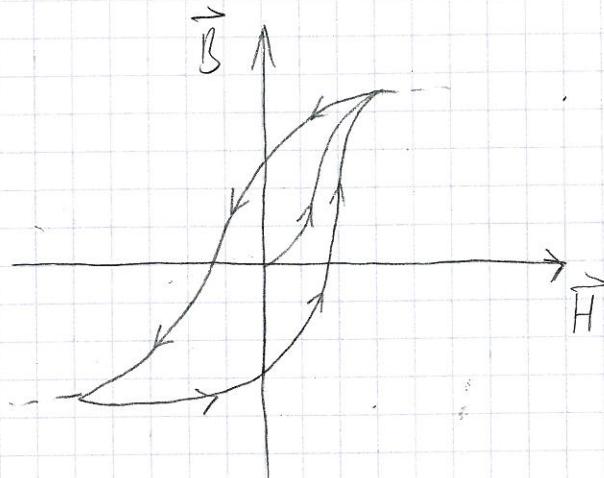
$$\boxed{\vec{r} = x \vec{a}_x + y \vec{a}_y + z \vec{a}_z}$$

→ ovalni val se prostire u bilo kojem smjeru
kartezipovoj koordinatnoj sustava!

74.

Struja magnetiziranja zavojnice s feromagnetskom jezgom:

- Uslijed provođenja izmjenične struje kroz zavojnicu, magnetsko polje i magnetska indukcija feromagnetske jezgre prikazuju se na petljama histerese.
- na dijagramu se VRTIMO po krivulji histerese.



75.

Određivanje dielektrične konstante izolacije koaksijalnog kabla mjeranjem brzine prostirjanja:

LABOSI → vježba 7 (str 89)

Sa osciloskopaочitavamo razmak između 2 "pecka" na grafu, te uvrštavamo u formulu za brzinu prostirjanja vala

$$v = \frac{l}{T} \quad l \rightarrow \text{dužina kabla}$$

zatim u formulu koja određuje ϵ_r uvrstimo brojeve;

$$\boxed{\epsilon_r = \left(\frac{c}{v}\right)^2}$$

gdje je $c \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

76)

Mjerenje promjene magnetskog toka pomoći elektromagnetske indukcije:

LABOSI → vježba 4 (str 59)

- Koristimo osciloskop, unutarnju zavojnicu, vanjsku zavojnicu, te znanje Faradayevog zakona i Lenzovog pravila
- Ukoliko unutrašnju zavojnicu izvučemo iz vanjske, na osciloskopu će se vidjeti kolika je inducirani napon postignut, odnosno po Faradayevom zakonu - kolika je bila promjena toka.
- Drugi pokusaj → unutrašnju zavojnicu brije izvučemo i vidimo da je inducirani napon snažniji, odnosno promjena toka veća.

77.)

Određivanje međuinduktiviteta sustava zavojnica na temelju mjerjenja ekvivalentnog serijskog spoja:

LABOSI → vježba 4 (str 59)

- Koristimo multimeter, vanjsku zavojnicu, unutarnju zavojnicu i znanje međuinduktiviteta
- Izmerimo "ekvivalentni" serijski induktivitet multimetrom i ubacujemo broj u formule

$$\Rightarrow L_{\text{ekv}} = L_1 + L_2 \pm 2M$$

$$\Delta L_{\text{ekv}} = L_1 + L_2 + 2M - L_1 - L_2 + 2M = 4M$$

$$M = \frac{\Delta L_{\text{ekv}}}{4}$$

provjera:
hifinum:

$$M = \frac{L_{\text{ekv}} - L_1 - L_2}{2}$$

78. Helmholtzovi svitci

LABOSI - vježba 3 (str 47)

- Helmholtzovi svitci koriste se za precizno dobivanje uniformnih magnetskih polja, kada prostor u kojem je polje uniformno mora biti lako dostupan. U velikom dijelu prostora između svitaka polje se na njihovoj osi znatno ne mijenja. Svitci se koriste za generiranje vremenski stalnih magnetskih polja te za generiranje promjenjivih polja niskih frekvencija.
- Ukoliko feslametar postavimo između svitaka, po slijedovima ćemo očitati indukciju i $B_z \neq 0, B_x \approx 0, B_y \approx 0$

79. Pokus levitirajućeg prstena - inducirani napon, struja i sila

LABOSI - vježba 5 (str 65)

- Ukoliko struju kroz zavojnicu povećamo do 15 A , prsten će početi lebdjeti iznad zavojnice i u njemu će se inducirati struja koja prelazi i 100 A !
- Sila na prsten ne iznosi niti 1 mN
- napon kojim napajamo zavojnicu je 150 V

