

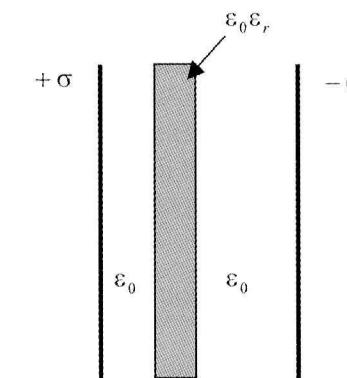
VJEŽBA 4. FARADAYEV ZAKON.....	59
4.1. Teorijska podloga - mjerjenje promjene magnetskog toka pomoću elektromagnetske indukcije.....	59
4.2. Teorijska podloga - međuinduktivitet sustava zavojnica	61
4.3. Postupak mjerjenja - promjena toka.....	62
4.4. Postupak mjerjenja – Lenzov zakon	63
4.5. Postupak mjerjenja – međuinduktivitet sustava zavojnica	64
VJEŽBA 5. LEVITIRAJUĆI PRSTEN	65
5.1. Levitirajući prsten – načelo djelovanja	65
5.2. Teorijska podloga - struja i masa cilindričnoga prstena.....	67
5.3. Teorijska podloga - induktivitet prstena pravokutnoga presjeka	68
5.4. Postupak mjerjenja	69
VJEŽBA 6. PETLJA HISTEREZE I TRANSFORMATOR S FEROMAGNETSKOM JEZGROM.....	75
6.1. Teorijska podloga - petlja histereze	75
6.2. Teorijska podloga – magnetski krug transformatora sa željeznom jezgrom.....	76
6.3. Teorijska podloga – posredno mjerjenje petlje histereze	78
6.4. Teorijska podloga – struja magnetiziranja transformatora.....	81
6.5. Postupak mjerjenja – petlja histereze	83
6.6. Postupak mjerjenja – struja magnetiziranja	85
6.7. Postupak mjerjenja prijenosnog omjera – naponi	86
6.8. Postupak mjerjenja prijenosnog omjera – struje	87
VJEŽBA 7. BRZINA PROSTIRANJA ELEKTROMAGNETSKIH VALOVA U SREDSTVU	89
7.1. Teorijska podloga	89
7.2. Postupak mjerjenja	91
VJEŽBA 8. VIZUALIZACIJA ELEKTRIČNOGA POLJA (pokazna vježba)	93
8.1. Teorijska podloga	93
8.2. Postupak mjerjenja	94
LITERATURA	95

PRIPREMNI ZADATCI

Prije dolaska na svaku vježbu treba detaljno pročitati i proučiti upute ZA IZRADU VJEŽBI

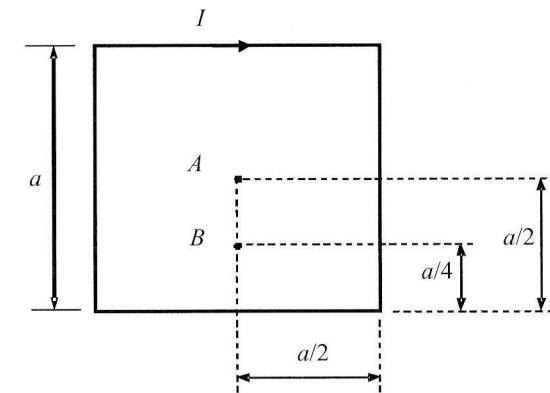
1. Pripremni zadatak za vježbe 1 i 2

U prostor između dviju suprotno nabijenih paralelnih ravnina koje se nalaze u zraku, ubaćena je paralelno s njima dielektrična ploča ($\epsilon_r = 2$). Razmak između ravnina je d , dok je debљina dielektrične ploče $d/4$. Odredite napon između ravnina nakon unošenja ploče ako je prije toga napon između njih bio U .



2. Pripremni zadatak za vježbe 3 i 4

Za kvadratnu strujnu petlju prama sliči odredite omjer magnetskih indukcija (apsolutnih vrijednosti) B_A / B_B u točkama A i B.



3. Pripremni zadatak za vježbe 5, 6 i 7

U slobodnom prostoru vlada magnetsko polje $\vec{H} = 100 \sin(2 \cdot 10^8 t - y) \vec{a}_z$. Odredite inducirani napon u petlji s vrhovima $(0,0,0)$; $(1,0,0)$; $(1,1,0)$; $(0,1,0)$.

I. PREGLED TEORIJE ELEKTROMAGNETSKIH POLJA

I.1 STATIČKO ELEKTRIČNO POLJE

Sila između dva točkasta naboja određena je Coulombovim zakonom:

$$\vec{F}_{12} = \frac{Q_1 Q_2 \vec{r}_{12}}{4\pi\epsilon_0 |\vec{r}_{12}|^3} \quad (\text{I.1})$$

gdje je \vec{r}_{12} vektor udaljenosti od naboja Q_1 do naboja Q_2 , a ϵ_0 je dielektrična konstanta vakuma ili permitivnost vakuuma. U međunarodnom SI sustavu mjernih jedinica njeni je iznos

$$\epsilon_0 \approx 8,854 \cdot 10^{-12} \left[\frac{\text{F}}{\text{m}} \right]$$

a naboje izražavamo u kulonima (oznaka C). Coulombov zakon određen je eksperimentalno (Auguste Coulomb, oko 1785, torzijskom vagom).

Jakost električnog polja u nekoj točki definira se kao sila na jedinični pozitivni naboju:

$$\vec{E} = \lim_{Q \rightarrow 0} \frac{\vec{F}}{Q} \left[\frac{\text{V}}{\text{m}} \right] \quad (\text{I.2})$$

U definicijskoj formuli uzima se zanemarivo mali iznos ispitnog naboja Q , koji neće utjecati na polje koje ispitujemo. Jakost električnog polja izražava se u voltima po metru (V/m).

U homogenom, linearном i izotropnom sredstvu vektor ukupnog polja nastalog uslijed n naboja određuje se po principu superpozicije:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{Q_i \vec{R}_i}{|\vec{R}_i|^3} \quad (\text{I.3})$$

gdje je R_i vektor udaljenosti od pojedinog naboja i do točke promatranja.

Osim s diskretnim naboljima Q , računamo i s kontinuiranim raspodjelama naboja. Tako definiramo linijsku gustoću naboja:

$$\lambda = \frac{dQ}{dl} \left[\frac{\text{C}}{\text{m}} \right] \quad (\text{I.4})$$

gdje je dl infinitezimalni dio linije. Plošna gustoća naboja je

$$\sigma = \frac{dQ}{dS} \left[\frac{\text{C}}{\text{m}^2} \right] \quad (\text{I.5})$$

gdje je dS infinitezimalni dio površine. Konačno, prostorna gustoća naboja jednaka je

$$\rho = \frac{dQ}{dV} \left[\frac{\text{C}}{\text{m}^3} \right] \quad (\text{I.6})$$

gdje je dV infinitezimalni dio volumena. Kod kontinuirano raspodijeljenih naboja polje dobivamo integriranjem

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int dQ \frac{\vec{R}}{|\vec{R}|^3} \quad (\text{I.7})$$

gdje će kod linijske raspodjele vrijediti $dQ = \lambda dl$, kod plošne raspodjele vrijedi $dQ = \sigma dS$, a kod prostorne raspodjele $dQ = \rho dV$.

Tako je za volumni naboј električno polje u nekoј točki \vec{r} jednako

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint_V dQ \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint_V \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \rho(\vec{r}') dV, \quad (\text{I.8})$$

za plošni naboј jednako je

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iint_S \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \sigma(\vec{r}') dS, \quad (\text{I.9})$$

dok je za linijski naboј jednako

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_l \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \lambda(\vec{r}') dl \quad (\text{I.10})$$

Za električno polje definiramo tok kao

$$\Phi_e = \iint_S \vec{E} \cdot \vec{n} dS \quad [\text{Vm}] \quad (\text{I.11})$$

Veza između toka električnog polja po zatvorenoj plohi i naboja sadržanog u obuhvaćenom volumenu dana je Gaussovim zakonom:

$$\iint_S \vec{E} \cdot \vec{n} dS = \frac{Q}{\epsilon_0} = \frac{1}{\epsilon_0} \iiint_V \rho_s dV \quad (\text{I.12})$$

gdje je Q ukupni obuhvaćeni naboј, a ρ_s prostorna gustoća slobodnoga naboja.

U diferencijalnom obliku (sažeto u jednoj točki) Gaussov zakon glasi:

$$\epsilon_0 \nabla \cdot \vec{E} = \rho_s \quad (\text{I.13})$$

Električni skalarni potencijal j definiran je kao omjer potencijalne energije naboja u nekoј točki i veličine naboja Q , a dan je uz poznato električno polje linijskim integralom:

$$\phi(P) = \frac{W_p(P)}{Q} = - \int_{T_{\text{referentno}}}^P \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad [\text{V}] \quad (\text{I.14})$$

gdje je $T_{\text{referentno}}$ zadana točka nultog potencijala (i nulte potencijalne energije). Referentna točka određuje se dogovorno, a za konačne nakupine naboja uzima se dogovor da je u beskonačnosti. Potencijal izražavamo u voltima (oznaka V).

Zbog proizvoljnosti odabira referentne točke, potencijal je određen do na konstantu.

Uz poznati potencijal, jakost električnog polja određena je kao

$$\vec{E} = -\nabla\phi \quad (\text{I.15})$$

Razlika potencijala naziva se napon, i definirana je kao

$$U_{AB} = \phi_A - \phi_B \quad [\text{V}] \quad (\text{I.16})$$

Cirkulacija statičkog električnog polja jednaka je nuli:

$$\oint_c \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0, \quad (\text{I.17})$$

odnosno u diferencijalnom obliku

$$\nabla \times \vec{E} = 0 \quad (\text{I.18})$$

Potencijal točkastog naboja jednak je:

$$\phi(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (\text{I.19})$$

gdje je r udaljenost promatrane točke od naboja.

Električni potencijal skalarna je veličina, i u slučaju sustava više naboja q_i , ukupni potencijal u nekoј točki \vec{r} dobiva se skalarnim zbrajanjem:

$$\phi(\vec{r}) = \sum_{i=1}^N \phi_i(\vec{r}) = \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}_i|} \quad (\text{I.20})$$

gdje je \vec{r}_i vektor položaja i -toga naboja.

Za kontinuirane raspodjele naboja, potencijal je jednak:

$$\phi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint_V \frac{dq}{|\vec{r} - \vec{r}'|} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint_V \frac{\rho(\vec{r}') dV}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \quad (\text{I.21})$$

$$\phi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iint_S \frac{\sigma(\vec{r}') dS}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \quad (\text{I.22})$$

$$\phi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_l \frac{\lambda(\vec{r}') dl}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \quad (\text{I.23})$$

Električka polarizacija materijala definira se kao volumna gustoća dipolnih momenata $\vec{p} = q\vec{a}$:

$$\vec{P}(\vec{r}) = \lim_{\substack{\Delta V \rightarrow 0 \\ \text{oko } \vec{r}}} \frac{\sum \vec{p}_i}{\Delta V} = \frac{d\vec{p}}{dV} \left[\frac{\text{C}}{\text{m}^2} \right] \quad (\text{I.24})$$

Ovdje je q iznos dvaju naboja u dipolu, a \vec{a} vektor udaljenosti među njima.

Polarizaciju izražavamo u kulonima po metru kvadratnom (C/m^2). Vektor električne indukcije \vec{D} i polarizacija povezani su u linearnim izotropnim sredstvima kao

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon_0 (1 + \chi_e) \vec{E} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} \left[\frac{\text{C}}{\text{m}^2} \right] \quad (\text{I.25})$$

Gdje su χ_e električna susceptibilnost (bezdimenzionalna konstanta), a ϵ_r je relativna dielektrična konstanta (bezdimenzionalna).

U homogenim materijalima vrijede svi prethodno dani izrazi za jačine polja i potencijala, uz nadomještanje apsolutne dielektrične konstante dielektričnom konstantom nekog materijala danom kao

$$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r \quad (\text{I.26})$$

Na granici dvaju sredstava vrijede uvjeti:

$$\vec{n} \cdot (\vec{D}_2 - \vec{D}_1) = \sigma_s \quad (\text{I.27})$$

$$\vec{n} \times (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) = 0 \quad (\text{I.28})$$

Gdje su D_1 i E_1 vektor električne indukcije i električnog polja u sredstvu 1, a D_2 i E_2 vektori električne indukcije i električnog polja u sredstvu 2. \vec{n} je normala na granicu sredstava usmjerena od sredstva 1 prema sredstvu 2, dok je σ_s plošna gustoća slobodnih naboja na granici sredstava.

Energija električnog polja sadržana u linearном sredstvu volumena V određena je izrazom

$$W = \frac{1}{2} \iiint_V (\vec{D} \cdot \vec{E}) dV = \frac{1}{2} \iiint_V \epsilon |\vec{E}|^2 dV \quad [\text{J}] \quad (\text{I.29})$$

pri čemu je

$$w_e = \frac{\epsilon |\vec{E}|^2}{2} \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{m}^3} \right] \quad (\text{I.30})$$

gustoća energije (volumna) električnog polja, koju izražavamo u J/m^3 .

Kapacitet sustava dviju elektroda nabijenih nabojsima $+Q$ i $-Q$, između kojih je napon U , određen je kao

$$C = \frac{Q}{U} \quad [\text{F}] \quad (\text{I.31})$$

Kapacitet izražavamo u faradima (F).

Energiju električnog polja možemo izraziti preko kapaciteta, naboja ili napona kao

$$W_e = \frac{1}{2} Q U = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \quad [\text{J}] \quad (\text{I.32})$$

Nabijena tijela međusobno djeluju električnim silama. Takve sile možemo za sustave elektroda izraziti preko načela virtualnog rada i promjene kapaciteta.

Ukoliko je sustav izoliran (odnosno naboji u sustavu ostaju stalni), sila u smjeru pomaka s je

$$\vec{F}_s = -\frac{\delta W_e}{\delta s} \vec{a}_s \quad [\text{N}] \quad (\text{I.33})$$

$$\vec{F}_s = -\left\{ \frac{\delta W_e}{\delta s} \right\}_{Q=\text{konst.}} \cdot \vec{a}_s = -\frac{\partial}{\partial s} \left\{ \frac{Q^2}{2C} \right\}_{Q=\text{konst.}} \cdot \vec{a}_s = -\frac{Q^2}{2} \frac{\partial}{\partial s} \left\{ \frac{1}{C} \right\} \vec{a}_s \quad (\text{I.34})$$

gdje je W_e energija električnog polja.

U neizoliranom sustavu (sustavu u kojem su potencijali stalni – npr. tako što su elektrode priključene na izvor stalnog napona), sila u smjeru pomaka s je

$$\vec{F}_s = \frac{\delta W_e}{\delta s} \vec{a}_s \quad [\text{N}] \quad (\text{I.35})$$

$$\vec{F}_s = \left\{ \frac{\delta W_e}{\delta s} \right\}_{U=\text{konst.}} \cdot \vec{a}_s = \frac{\partial}{\partial s} \left\{ \frac{CU^2}{2} \right\}_{U=\text{konst.}} \cdot \vec{a}_s = \frac{U^2}{2} \frac{\partial C}{\partial s} \vec{a}_s \quad (\text{I.36})$$

I.2 STATIČKO STRUJNO POLJE

Iz nekog volumena V električna struja može teći samo na račun promjene naboja, što izražavamo jednadžbom kontinuiteta:

$$\nabla \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (\text{I.37})$$

gdje je ρ prostorna gustoća naboja a \vec{J} je gustoća električne struje. Gustoću električne struje izražavamo kao kvocijent

$$\vec{J} = \vec{a}_v \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta I}{\Delta S} = \vec{a}_v \frac{dI}{dS} \quad \left[\frac{\text{A}}{\text{m}^2} \right] \quad (\text{I.38})$$

Iz jednadžbe kontinuiteta proizlazi prvi Kirchhoffov zakon. U statickom strujnom polju nema promjene gustoće naboja u vremenu, pa možemo pisati

$$\nabla \cdot \vec{J} = 0 \quad (\text{I.39})$$

Gustoća struje i električno polje u vodljivom materijalu povezani su empirijskim zakonom:

$$\vec{J} = \kappa \vec{E} \quad (\text{I.40})$$

što je Ohmov zakon u diferencijalnom obliku. Ovdje je κ električna provodnost, koja se izražava u S/m .

Zakoni koji određuju statičko električno polje u prostoru bez slobodnih naboja su:

$$\nabla \times \vec{E} = 0$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = 0 \quad (\text{I.41 a-c})$$

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

Zakoni koji određuju statičko strujno polje su:

$$\begin{aligned}\nabla \times \vec{E} &= 0 \\ \nabla \cdot \vec{J} &= 0 \\ \vec{J} &= \kappa \vec{E}\end{aligned}\quad (\text{I.42 a-c})$$

Na temelju formalno-matematičke sličnosti zakona koje određuju statičko električko polje, možemo preslikavati rješenja iz statičkih električnih polja, pri čemu su analogne veličine

$$\vec{D} \leftrightarrow \vec{J} \quad \epsilon \leftrightarrow \kappa \quad C \leftrightarrow G = \frac{1}{R} \quad (\text{I.43})$$

I.3 STATIČKO MAGNETSKO POLJE

Ukupnu silu na naboj u električnom polju E i magnetskom polju indukcije B izražavamo Lorentzovom silom:

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad [\text{N}] \quad (\text{I.44})$$

Pomoću Lorentzove sile definiramo magnetsku indukciju B , upravo na temelju sile na naboj u gibanju

$$\vec{v} \times \vec{B} = \frac{\vec{F}}{q} - \vec{E} \quad (\text{I.45})$$

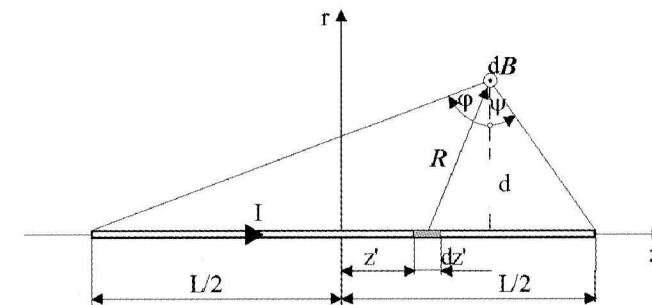
Doprinos djelića dl strujnice kojom teče struja I ukupnoj magnetskoj indukciji u točki \vec{r} može se izraziti inverznim kvadratnim zakonom

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \vec{R}}{|\vec{R}|^3} \quad ; \quad \vec{R} = \vec{r} - \vec{r}' \quad (\text{I.46})$$

koji nazivamo Biot-Savartovim zakonom (J.B. Biot i F. Savart, 1820.). Konstanta μ_0 naziva se magnetska permeabilnost vakuma, i u SI sustavu mjernih jedinica ima iznos $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$, dok je \vec{r}' koordinatni položaj djelića dl . Ukupnu magnetsku indukciju u nekoj točki prostora dobivamo integracijom doprinosa svih djelića dl . Ukoliko struja teku u volumenu V , onda će ukupna magnetska indukcija biti

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint_V \frac{\vec{J}(\vec{r}') \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dV \quad [\text{T}]. \quad (\text{I.47})$$

Magnetsku indukciju izražavamo u teslama (T).



Slika I.1. Magnetska indukcija kratkog ravnog vodiča

Doprinos kratkog ravnog vodiča protjecanog strujom I indukciji u točki određenoj kutovima φ i ψ , a koja se nalazi na udaljenosti d od vodiča (Slika I.1.) jednak je

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi d} (\sin \varphi + \sin \psi) \quad (\text{I.48})$$

Magnetska sila u volumenu V u kojem teče električna struja određena je izrazom

$$\vec{F} = \iiint_V \vec{J} \times \vec{B} dV \quad (\text{I.49})$$

Ukoliko se radi o tankim vodičima (pa se može aproksimirati da struja teče po liniji), vrijedi

$$\vec{F} = I \int_{\text{žici}} d\vec{l} \times \vec{B} \quad (\text{I.50})$$

Gaussov zakon za magnetsko polje u diferencijalnom i u integralnom obliku je

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \vec{B} &= 0 \\ \iint_S \vec{B} \cdot \vec{n} dS &= 0\end{aligned}\quad (\text{I.51 a-b})$$

iz čega zaključujemo da ne postoji skalarni izvor magnetskog polja, te da su silnice magnetskog polja zatvorene krivulje. Tok magnetskog polja po zatvorenoj plohi uvijek je jednak ništici.

Polazeći od Biot-Savartova zakona, vrijedi

$$\begin{aligned}\nabla \times \vec{B} &= \mu_0 \vec{J} \\ \oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} &= \mu_0 \iint_S \vec{J} \cdot \vec{n} dS = \mu_0 I\end{aligned}\quad (\text{I.52 a-b})$$

što je Ampèreov kružni zakon u diferencijalnom i integralnom obliku. U ovome obliku Ampèreov zakon vrijedi samo za statička magnetska polja.

Vektorski magnetski potencijal \vec{A} povezan je s vektorom magnetske indukcije \vec{B} relacijom

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}. \quad (\text{I.53})$$

Da bi \vec{A} bio jednoznačno definiran, potrebno je propisati i njegovu divergenciju. Za statička magnetska polja propisujemo Coulombovo baždarenje

$$\nabla \cdot \vec{A} = 0. \quad (\text{I.54})$$

Vektorski magnetski potencijal možemo izravno odrediti na temelju poznate raspodjele električne struje kao

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint_V \frac{\vec{J}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV \quad (\text{I.55})$$

Za plošne struje vrijedit će

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \iint_S \frac{\vec{K}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dS \quad (\text{I.56})$$

gdje je K plošna gustoća struje. Osobito se često koristi izraz za linijske struje

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_c \frac{d\vec{l}}{|\vec{r} - \vec{r}'|}. \quad (\text{I.57})$$

Magnetski tok Φ_m možemo izraziti ili izravno preko magnetske indukcije, ili preko vektorskog magnetskog potencijala kao

$$\Phi_m = \iint_S \vec{B} \cdot \vec{n} dS = \iint_S (\nabla \times \vec{A}) \cdot \vec{n} dS = \oint_c \vec{A} \cdot d\vec{l} \quad [\text{Wb}] \quad (\text{I.58})$$

pri čemu je kadšto jednostavnije tok računati na temelju potencijala. Magnetski tok izražavamo u veberima [Wb] ili u voltsekundama [Wb=Vs].

Magnetizaciju materijala definiramo kao gustoću dipolnih magnetskih momenata $\vec{m} = \vec{n}SI$:

$$\vec{M}(\vec{r}) = \lim_{\substack{\Delta V \\ \text{oko } \vec{r}}} \frac{\sum \vec{m}_i}{\Delta V} = \frac{d\vec{m}}{dV} \quad [\text{T}] \quad (\text{I.59})$$

U nekom materijalu koji pokazuje svojstvo magnetiziranja, magnetsku indukciju možemo izraziti kao

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0 (1 + \chi_m) \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H} \quad (\text{I.60})$$

pri čemu je χ_m magnetska susceptibilnost, dok je μ_r relativna permeabilnost. Obje su veličine bezdimenzionalne konstante. Vektor \vec{H} je jakost magnetskog polja, i izražavamo ga u amperima po metru (A/m).

Prema magnetskim svojstvima materijala razlikujemo tri vrste ponašanja:

- dijamagnetizam (χ_m mali negativni broj)
 - paramagnetizam (χ_m mali pozitivni broj)
 - feromagnetizam (χ_m veliki pozitivni broj, složena i nelinearna povezanost B i H)
- U materijalima možemo izraziti Ampèreov zakon kao

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{H} &= \vec{J} \\ \oint_c \vec{H} \cdot d\vec{l} &= \iint_S \vec{J}_s \cdot \vec{n} dS = I \end{aligned} \quad (\text{I.61 a-b})$$

Na granici dvaju sredstava vrijede uvjeti:

$$\begin{aligned} \vec{n} \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) &= \vec{K}_s \\ \vec{n} \cdot (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) &= 0 \end{aligned} \quad (\text{I.62 a-b})$$

gdje je \vec{K}_s gustoća plošnih struja na granici, H_1 i B_1 su jakost magnetskog polja i magnetska indukcija u sredstvu 1, a H_2 i B_2 jakost magnetskog polja i magnetska indukcija u sredstvu 2. Vektor normale na granicu sredstava \vec{n} orijentiran je od sredstva 1 prema sredstvu 2.

Energija međudjelovanja skupine n (beskonačno tankih) strujnica je

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n I_i \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \Phi_{ji} = \sum_{i=1}^n I_i \Phi_i \quad [\text{J}] \quad (\text{I.63})$$

gdje je tok $\Phi_i = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}} \Phi_{ji}$ magnetski tok kroz i -tu petlju stvoren strujama kroz sve ostale petlje u sustavu, dok je I_i struja kroz i -tu petlju.

Za prostorno raspoređenu struju unutar volumena V energija je

$$W = \frac{1}{2} \iiint_V \vec{J} \cdot \vec{A} dV \quad (\text{I.64})$$

gdje je \vec{J} gustoća struje, a \vec{A} vektorski magnetski potencijal.

Ako V obuhvaća cijeli prostor polja, vrijedi

$$W = \frac{1}{2} \iiint_V \vec{B} \cdot \vec{H} dV \quad (\text{I.65})$$

što se za linearne materijale može izraziti kao

$$W = \frac{\mu}{2} \iiint_V |\vec{H}|^2 dV = \frac{1}{2\mu} \iiint_V |\vec{B}|^2 dV \quad (\text{I.66})$$

Za jednu strujnu petlju u linearnom materijalu induktivitet L možemo izraziti preko energije polja kao

$$W = \frac{1}{2} LI^2. \quad (\text{I.67})$$

Izraženo preko veličina H i B induktivitet je onda

$$L = \frac{1}{I^2} \iiint_V \vec{H} \cdot \vec{B} dV \quad [\text{H}], \quad (\text{I.68})$$

odnosno preko vektorskoga magnetskog potencijala:

$$L = \frac{1}{I^2} \iiint_V \vec{J} \cdot \vec{A} dV \quad (\text{I.69})$$

Za tanke strujne petlje induktivitet možemo izraziti kvocijentom

$$L = \frac{\psi}{I} \quad (I.70)$$

gdje je $\psi = N\Phi$ ulančeni magnetski tok kroz N zavoja petlje, a N je broj zavoja. Pri tome je Φ magnetski tok kroz petlju.

Međuinduktivitet dvije tanke strujne petlje možemo izraziti kao

$$L_{12} = L_{21} = \frac{1}{I_1} \oint_{c_2} \vec{A}_1 \cdot d\vec{l}_2 = \frac{\psi_{21}}{I_1} = \frac{N_2 \Phi_{21}}{I_1} \quad [\text{H}] \quad (I.71)$$

gdje je I_1 struja kroz petlju 1, \vec{A}_1 je vektorski magnetski potencijal stvoren strujom I_1 , N_2 je broj zavoja petlje 2 a Φ_{21} i ψ_{21} su magnetski tok i ulančeni magnetski tok kroz petlju 2 stvoren strujom I_1 . Jedinica za induktivitet i međuinduktivitet je henri (H).

Silu u nekom sustavu možemo za neizolirani sustav (tj. sustav u kojemu je gustoća struje konstantna) odrediti pomoću načela virtualnog rada kao

$$\vec{F}_s = \frac{\delta W_m}{\delta s} \vec{a}_s = \vec{a}_s \frac{1}{2} I^2 \frac{\partial L}{\partial s} \quad (I.72)$$

I.4 FARADAYEV ZAKON I DINAMIČKA POLJA

Faradayev zakon (1831. eksperimentalno otkrio Michael Faraday) povezuje inducirano elektromotornu silu e u petlji i promjenu magnetskog toka kroz petlju:

$$e = \oint_c \vec{E}_{ind} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt} \iint_s \vec{B} \cdot \vec{n} dS \quad [\text{V}] \quad (I.73)$$

Ovdje su smjer obilaska konture c i vektor normale \vec{n} povezani pravilom desnog vijka.

Faradayev zakon možemo izraziti i na način da ukupnu promjenu magnetskog toka rastavimo na dva člana – na član koji opisuje promjenu toka zbog promjene magnetske indukcije u vremenu, i na član koji opisuje promjenu toka zbog gibanja petlje:

$$\oint_c \vec{E}_{ind} \cdot d\vec{l} = -\iint_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \vec{n} dS + \oint_c (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} \quad [\text{V}] \quad (I.74)$$

gdje je \vec{v} brzina. U diferencijalnom obliku navedeni izraz možemo napisati kao

$$\nabla \times \vec{E}_{ind} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \nabla \times (\vec{v} \times \vec{B}) \quad (I.75)$$

U nekoj petlji će se zbog promjene struje kroz samu petlju inducirati napon samoindukcije:

$$e = -N \frac{d\Phi}{dt} = -L \frac{di}{dt} \quad [\text{V}] \quad (I.76)$$

a u sustavu dviju petlji promjena struje u jednoj od njih inducirat će u drugoj petlji napon:

$$e_1 = -L_{12} \frac{di_2}{dt} \quad (I.77)$$

gdje je L_{12} međuinduktivitet, e_1 je napon u petlji 1, a i_2 je struja u petlji 2.

J. C. Maxwell postavio je 1856. sustav jednadžbi koje opisuju elektromagnetizam u najjednostavnijem obliku, a koje uključuju Coulombov, Faradayev i Gaussov zakon za magnetsko polje, te prošireni Ampèreov zakon (tako da ne proturječi jednadžbi kontinuiteta):

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \vec{D} &= \rho_s \\ \nabla \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \vec{B} &= 0 \\ \nabla \times \vec{H} &= \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \end{aligned} \quad (I.78 \text{ a-d})$$

Poyntingovu vektoru

$$\vec{N} = \vec{E} \times \vec{H} \quad \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \quad (I.79)$$

pridjeljujemo značenje gustoće snage u točki. Integral po zatvorenoj plohi $\iint_s \vec{N} \cdot \vec{n} dS$ daje tijek snage iz volumena ograničena tom zatvorenom plohom.

Sinusno promjenjiva polja predstavljamo fazorima. Veza između vremenske i fazorske domene dana je relacijom

$$A \cos(\omega t + \psi) = \operatorname{Re}\{A e^{j\psi} e^{j\omega t}\} = \operatorname{Re}\{A e^{j\omega t}\} \quad (I.80)$$

U fazorskoj domeni deriviranje i integriranje se svode na dijeljenje i množenje s kompljeksnom kružnom frekvencijom $j\omega$, pa i Maxwellove jednadžbe poprimaju oblik:

$$\begin{aligned} \nabla \times \underline{\vec{E}} &= -j\omega \underline{\vec{B}} \\ \nabla \times \underline{\vec{H}} &= \underline{\vec{J}} + j\omega \underline{\vec{D}} \\ \nabla \cdot \underline{\vec{D}} &= \underline{\rho}_s \\ \nabla \cdot \underline{\vec{B}} &= 0 \end{aligned} \quad (I.81 \text{ a-d})$$

U sinusno promjenjivim poljima zanimaju nas srednje vrijednosti energetskih veličina. Tako definiramo srednju vrijednost Poyntingova vektora:

$$\bar{N}_{sr} = \operatorname{Re}\left\{\frac{1}{2} \left(\underline{\vec{E}} \times \underline{\vec{H}}^* \right) \right\} \quad (I.82)$$

gdje je $\underline{\vec{H}}^*$ kompljeksno konjugirani fazor magnetskog polja H .

Srednji gubitci su:

$$P_{g,sr} = \frac{1}{2} \iiint_V \underline{\vec{E}} \cdot \underline{\vec{J}}^* dV = \operatorname{Re} \left\{ -\frac{1}{2} \iint_s \left(\underline{\vec{E}} \times \underline{\vec{H}}^* \right) \vec{n} dS \right\} \quad (I.83)$$

dok su srednja energija pohranjena u električnom, odnosno magnetskom polju jednakne:

$$W_{e,sr} = \frac{\epsilon}{4} \iiint_V \underline{\underline{E}} \cdot \underline{\underline{E}}^* dV \quad (I.84)$$

$$W_{m,sr} = \frac{\mu}{4} \iiint_V \underline{\underline{H}} \cdot \underline{\underline{H}}^* dV \quad (I.85)$$

$$W_{m,sr} - W_{e,sr} = \text{Im} \left\{ -\frac{1}{4\omega} \iint_S (\underline{\underline{E}} \times \underline{\underline{H}}^*) \vec{n} dS \right\} \quad (I.86)$$

Elektromagnetski valovi u sredstvima bez gubitaka javljaju se kao opće rješenje Maxwellovih jednadžbi uz pretpostavku da ne postoje provodne struje i slobodan naboj. U tom slučaju, električno polje je definirano kao rješenje diferencijalne jednadžbe

$$\Delta \underline{\underline{E}} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \underline{\underline{E}}}{\partial t^2} = 0 \quad (I.87)$$

Rješenja koja uz vrijeme ovise samo o jednoj prostornoj varijabli nazivaju se ravni valovi, i rješenja valne jednadžbe su u tome slučaju

$$E_x(z, t) = A f(t - z\sqrt{\mu\epsilon}) + B g(t + z\sqrt{\mu\epsilon}) \quad (I.88)$$

gdje su A i B konstante, a f i g proizvoljne funkcije.

Brzina širenja elektromagnetskih valova je

$$v_f = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} \quad \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right] \quad (I.89)$$

Valna impedancija

$$Z = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \quad [\Omega] \quad (I.90)$$

određuje omjer električnog i magnetskog polja u nekom trenutku i u nekoj točki:

$$H = \frac{E}{Z} \quad (I.91)$$

pri čemu su vektori električnog i magnetskog polja međusobno ortogonalni.

Kod sinusnih valova rješenja fazorskog oblika valne jednadžbe

$$\Delta \underline{\underline{E}} + \omega^2 \mu\epsilon \underline{\underline{E}} = 0 \quad (I.92)$$

su u vremenskoj domeni

$$\underline{\underline{E}} = E_x(z, t) \vec{a}_x = \left\{ E_0^+ \cos[\omega(t - z\sqrt{\mu\epsilon}) + \varphi] + E_0^- \cos[\omega(t + z\sqrt{\mu\epsilon}) + \varphi] \right\} \vec{a}_x \quad (I.93)$$

$$\underline{\underline{H}} = H_y(z, t) \vec{a}_y = \left\{ \frac{E_0^+}{Z} \cos[\omega(t - z\sqrt{\mu\epsilon}) + \varphi] - \frac{E_0^-}{Z} \cos[\omega(t + z\sqrt{\mu\epsilon}) + \varphi] \right\} \vec{a}_y \quad (I.94)$$

Koordinatni sustav tako je odabran da je vektor E orijentiran u smjeru koordinatne osi x , a vektor H u smjeru koordinatne osi y . Članovi s indeksom (+) povezani s direktnim valom koji se širi u smjeru $+x$ osi, dok su članovi s indeksom (-) povezani s inverznim valom koji se širi u smjeru $-x$ osi.

Vremenski period ponavljanja T i frekvencija f su

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad [\text{s}] \quad (I.95)$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad [\text{Hz}] \quad (I.96)$$

pri čemu je ω kružna frekvencija (r/s).

Mjera brzine promjene faze s udaljenošću naziva se fazna konstanta, i definirana je izrazom

$$\beta = \omega \sqrt{\mu\epsilon} \quad \left[\frac{\text{rad}}{\text{m}} \right] \quad (I.97)$$

Valna duljina λ i brzina širenja mogu se izraziti preko fazne konstante kao

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} \quad [\text{m}] \quad (I.98)$$

$$v_f = \frac{\omega}{\beta} \quad \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right] \quad (I.99)$$

Ako se val giba u proizvolnjem smjeru u odnosu na koordinatne osi Kartezijevog koordinatnog sustava, možemo za ravni val koji se širi u smjeru $\vec{\beta}$ napisati

$$\underline{\underline{E}} = \underline{\underline{E}}_0 \cos(\omega t - \vec{\beta} \cdot \vec{r} + \varphi) \quad (I.100)$$

$$\underline{\underline{H}} = \underline{\underline{H}}_0 \cos(\omega t - \vec{\beta} \cdot \vec{r} + \varphi) \quad (I.101)$$

gdje je \vec{r} vektor položaja, a β je fazna konstanta. Kao vektor, $\vec{\beta}$ je okomit na vektore E i H jer je orijentiran u smjeru širenja vala. Stoga možemo pisati

$$\vec{H} = \frac{1}{\omega\mu} \vec{\beta} \times \vec{E} \quad (I.102)$$

$$\vec{E} = \frac{\omega\mu}{\beta^2} \vec{H} \times \vec{\beta} \quad (I.103)$$

U sredstvima s gubicima postoje i provodne struje (provodnost sredstva nije jednaka nuli), pa valna jednadžba poprima oblik

$$\Delta \underline{\underline{E}} - \mu\kappa \frac{\partial \underline{\underline{E}}}{\partial t} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \underline{\underline{E}}}{\partial t^2} = 0 \quad (I.104)$$

Za ravni val i sinusno promjenjiva polja vrijedi:

$$\frac{\partial^2 \underline{\underline{E}}_x}{\partial z^2} = j\omega\mu(\kappa + j\omega\epsilon) \underline{\underline{E}}_x \quad (I.105)$$

Konstanta prostiranja definira se kao kompleksni broj

$$\gamma^2 = j\omega\mu(\kappa + j\omega\epsilon) \quad (I.106)$$

koji se sastoji od realnog i imaginarnog dijela:

$$\gamma = \alpha + j\beta \quad (I.107)$$

Pri tome je prigušna konstanta

$$\alpha = \frac{\omega}{\sqrt{2}c} \sqrt{1 + \left(\frac{\kappa}{\omega\epsilon}\right)^2 - 1} \quad (I.108)$$

dok je fazna konstanta jednaka

$$\beta = \frac{\omega}{\sqrt{2}c} \sqrt{1 + \left(\frac{\kappa}{\omega\epsilon}\right)^2 + 1} \quad (I.109)$$

U vremenskoj domeni, opći oblik rješenja vremenski sinusno promjenjivog vala u sredstvu s gubitcima je:

$$E_x(z, t) = \operatorname{Re}\{E_x(z)e^{j\omega t}\} = A e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z + \delta) + B e^{\alpha z} \cos(\omega t + \beta z + \nu) \quad (I.110)$$

Ovdje su A i B proizvoljne kompleksne konstante $A = Ae^{j\delta}$, $B = Be^{j\nu}$.

U sredstvima s gubitcima električno i magnetsko polje nisu u fazi, već magnetsko polje zaostaje za kut iznosa između 0 i 45° .

Dubina prodiranja udaljenost je na kojoj se amplituda polja vala priguši na $1/e$ (tj. 36,8%) početne vrijednosti:

$$d = \frac{1}{\alpha} = \frac{\sqrt{2}c}{\omega} \left(\sqrt{1 + \left(\frac{\kappa}{\omega\epsilon}\right)^2} - 1 \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (I.111)$$

Za sredstvo s gubitcima valna impedancija je kompleksni broj

$$Z = \frac{j\omega\mu}{\gamma} = \frac{j\omega\mu}{\alpha + j\beta} = \frac{j\omega\mu(\alpha - j\beta)}{\alpha^2 + \beta^2} = \frac{\omega\mu}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} e^{j\arctan\frac{\alpha}{\beta}} \quad (I.112)$$

$$Z = |Z|e^{j\varphi} \quad (I.113)$$

dok je srednja vrijednost Poyntingova vektora jednaka

$$N_{\text{Re}, sr} = \frac{1}{2} \frac{E_0^2}{|Z|} e^{-2\alpha z} \cos\varphi \quad (I.114)$$

Ovdje je j fazni kut između električnog i magnetskog polja, a E_0 amplitudna vrijednost električnog polja.

Električno i magnetsko polje vala kojemu je pravac širenja podudaran s koordinatnom osi z određeni su izrazima u vremenskoj domeni

$$E = E_{1m} e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z + \delta) + E_{2m} e^{\alpha z} \cos(\omega t + \beta z + \nu) \quad (I.115)$$

$$H = H_{1m} e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z + \delta - \varphi) - H_{2m} e^{\alpha z} \cos(\omega t + \beta z + \nu + \varphi) \quad (I.116)$$

Veza između amplitudnih vrijednosti električnog i magnetskog polja je:

$$H_{1m} = \frac{E_{1m}}{|Z|} \quad (I.117)$$

$$H_{2m} = \frac{E_{2m}}{|Z|} \quad (I.118)$$

Pribrojnici E_{1m} i H_{1m} pripadaju direktnom valu, koji se giba u $+x$ smjeru, dok pribrojnici E_{2m} i H_{2m} pripadaju inverznom valu.

Kod sredstava s gubitcima s obzirom na iznos veličine $\frac{\kappa}{\omega\epsilon}$ možemo izdvojiti dva posebna slučaja:

1) dobri vodiči:

$$\frac{\kappa}{\omega\epsilon} \gg 1$$

U proračunima, možemo smatrati da je navedeni omjer puno veći od jedan ako je veći ili jednak 100. U tome slučaju možemo prigušnu i faznu konstantu, te valnu impedanciju aproksimirati kao

$$\alpha = \beta = \sqrt{\frac{\omega\mu\kappa}{2}} \quad (I.119)$$

$$Z = (1 + j)\sqrt{\frac{\omega\mu}{2\kappa}} \quad (I.120)$$

2) dobri izolatori:

$$\frac{\kappa}{\omega\epsilon} \ll 1$$

U proračunima možemo smatrati da je navedeni omjer puno manji od 1 ako je manji ili jednak od 0,2. U ovome slučaju vrijedi

$$\alpha = \frac{\kappa}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \quad (I.121)$$

$$\beta = \frac{\omega}{c} \quad (I.122)$$

$$Z = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \quad (I.123)$$

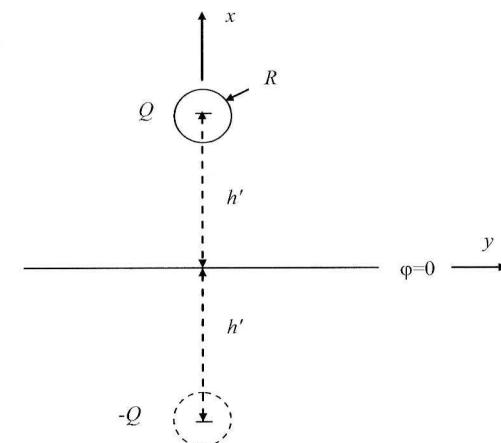
VJEŽBA 1. COULOMBOV ZAKON

Cilj pokusa je eksperimentalna verifikacija Coulombovog zakona pomoću sustava dviju nabijenih kuglica.

Potrebna oprema:

Visokonaponski izvor Leybold 52237, maketa sa sustavom dviju vodljivih kuglica

1.1. Teorijska podloga - kapacitet vodljive kugle koja se nalazi iznad vodljive plohe



Slika 1.1. Odslikavanje kugle na vodljivoj plohi

Ukoliko se metalna kugla nabijena nabojem Q nalazi iznad beskonačne metalne plohe, doći će do odslikavanja naboja (slika 1.1). Navedeni sustav dakle možemo promatrati kao sustav dvije kugle nabijene nabojeima $+Q$ i $-Q$. Ukoliko je udaljenost kugle od vodljive plohe mnogo veća od polumjera kugle, kugle u manjoj mjeri utječu jedna na drugu (tj. možemo plošnu gustoću naboja smatrati stalnom na kugli, kao kod osamljene kugle). U tome slučaju aproksimativno rješenje polja i potencijala dobiva se kao za točkasti naboј.

Za sustav dvaju točkastih naboja možemo za svaku točku $P(x,y,z)$ u prostoru napisati izraz za potencijal

$$\varphi(x,y,z) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{R_{+Q}} - \frac{1}{R_{-Q}} \right] = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{[(x-h')^2 + y^2 + z^2]^{\frac{1}{2}}} - \frac{1}{[(x+h')^2 + y^2 + z^2]^{\frac{1}{2}}} \right] \quad (1.1)$$

gdje su \vec{R}_{+Q} i \vec{R}_{-Q} vektori udaljenosti od naboja $+Q$ i od odslikanog naboja $-Q$ do točke promatranja. Ukoliko je $|\vec{R}_{+Q}|$ modul $|\vec{R}_{-Q}|$ mnogo manji od u izrazima za polje i za potencijal dominirat će utjecaj prvog pribrojnika, te će potencijal u blizini kugle biti približno jednak onome kod usamljene kugle u zraku:

$$\varphi_{+Q}(x, y, z) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{R_{+Q}} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{[(x-h')^2 + y^2 + z^2]^{\frac{1}{2}}} \right] \quad (1.2)$$

Potencijal same nabijene kugle u tome će slučaju biti približno jednak

$$\varphi_R = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{R} \quad (1.3)$$

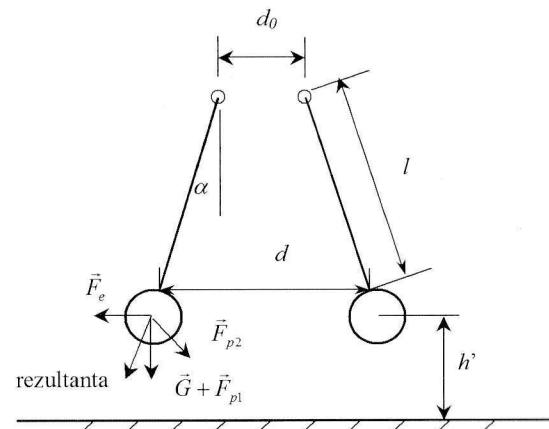
gdje je R polumjer kugle. Kapacitet usamljene metalne kugle jednak je

$$C_\infty = \frac{Q}{\varphi_R} = 4\pi\epsilon_0 R \quad (1.4)$$

Ukoliko se kugla nalazi na udaljenosti od vodljive plohe koja je sumjerljiva polumjeru kugle, dolazi do preraspodjele naboja na kugli, te se potencijal i kapacitet više ne mogu računati kao u slučaju usamljene kugle.

1.2. Teorijska podloga - sustav vodljivih kuglica obješenih o nit

Slika 1.2 prikazuje nacrt sustava dviju kuglica iznad vodljive plohe. Kuglice su obješene o vrlo tanku bakrenu nit, i spojene su zajedno. Između dviju kuglica i vodljive plohe spojen je izvor promjenjivog visokog napona 0-10 kV. Zbog kapaciteta između kuglica i vodljive plohe, kuglice će se nabiti na naboju Q , koji će biti istog predznaka i iznosa na obje kuglice zbog simetričnog rasporeda. Električna sila između dviju kuglica bit će odbojna, i kuglice će se otkloniti u položaj u kojem će rezultanta električne i gravitacijske sile djelovati tako da napinje nit u ravnotežnom položaju. Za točniji proračun treba uzeti u obzir i privlačnu silu kojom ploča djeluje na kuglice.



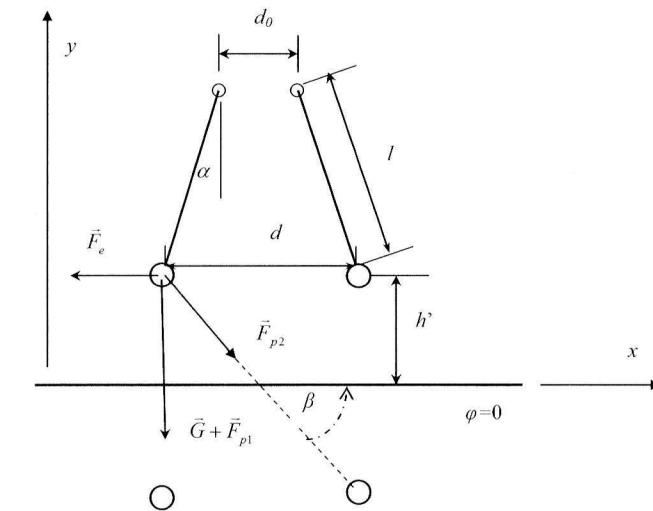
Slika 1.2. Nacrt sustava obješenih vodljivih kuglica

Aproksimiramo li kuglice točkastim naboljima, sustav kuglica i ploču možemo prikazati pomoću slike 1.3, gdje se može uočiti dva naboja koja predstavljaju kuglice te dva odslikana naboja.

Naboj na kuglicama će pri tome biti približno

$$Q = C_\infty \cdot U \quad (1.5)$$

gdje se kapacitet računa prema formuli 1.4, dok U označava napon izvora.



Slika 1.3. Sustav četiriju nadomjesnih naboja

Četiri sile dovode svaku od kuglica u ravnotežni položaj: gravitacijska sila G , odbojna električna sila F_e , te dvije privlačne sile koje potječu od odslikanih naboljih: F_{p1} i F_{p2} . Svaka od tih sile može se rastaviti na komponente u smjeru koordinatnih osi x i y . Prilikom očitanja položaja, udaljenost d je udaljenost između svih četiriju kuglica, a udaljenost l je duljina niti. S obzirom da kuglice predstavljamo točkastim naboljima, moramo računati s udaljenostima d' između središta kuglica:

$$d' = d_0 + 2(l + R) \sin \alpha = d_0 + (l + R) \frac{d - d_0}{l} \quad (1.6)$$

Ako je h udaljenost središta kuglice od podloge kada nema priključenog napona, udaljenost između ploče i središta kuglice u otklonjenom položaju jednaka je

$$h' = h + (l + R) \cdot (1 - \cos \alpha) \quad (1.7)$$

Iznos sile F_{p2} bit će

$$F_{p2} = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 [4(h')^2 + (d')^2]} \quad (1.8)$$

Dok se kut β može izraziti kao

$$\beta = \arctan\left(2 \frac{h'}{d'}\right) \quad (1.9)$$

Za male kutove tangens i sinus kuta su približno jednaki, pa vrijedi

$$\tan \alpha \approx \sin \alpha = \frac{d - d_0}{2l} \quad (1.10)$$

Ravnotežni položaj niti s kutom otklona α određen je tangensom komponenata sila:

$$\tan \alpha = \frac{|F_x|}{|F_y|} \quad (1.11)$$

pa možemo pisati

$$\frac{d - d_0}{2l} = \frac{|F_x|}{|F_y|} \quad (1.12)$$

Konačno su ukupne x i y komponente sile jednake

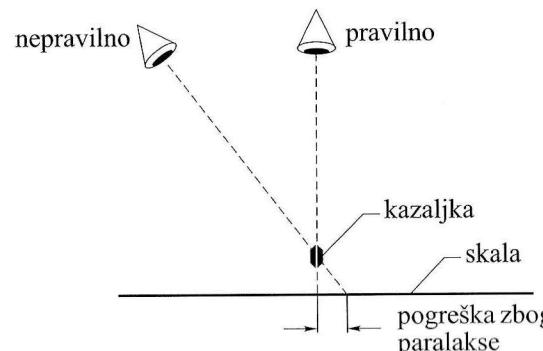
$$F_x = -\frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0(d')^2} + F_{p2} \cos \beta \quad (1.13)$$

$$F_y = -mg - \frac{Q^2}{16\pi\epsilon_0(h')^2} - F_{p2} \sin \beta \quad (1.14)$$

Iz navedenih relacija možemo poznavajući gravitacijsku konstantu $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ izraziti masu kuglice m .

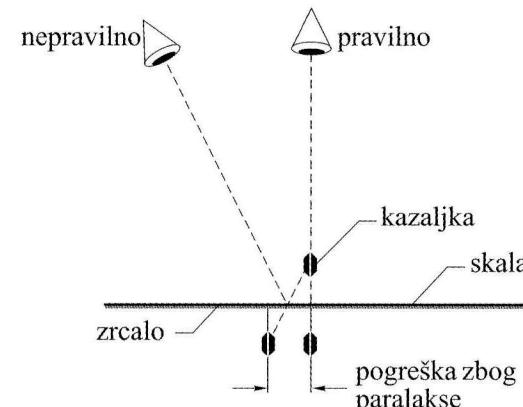
1.3. Teorijska podloga - paralaksa

Paralaksa je pojava prividno različitog položaja nekog objekta promatranog iz različitih smjerova. Budući da su niti na kojima vise kuglice odmaknute od skale na kojoj očitavamo njihovu udaljenost, pomicanjem položaja promatrača moguća su različita očitanja (slika 1.4)



Slika 1.4. Pogreška zbog paralakse

Točno očitanje moguće je ako promatrač gleda okomito. To se može osigurati ako se uz skalu nalazi i zrcalo (slika 1.5). U tom slučaju okomiti položaj se postiže tako da se promatrač postavi u položaj u kojem nit pokriva svoju sliku u zrcalu. Zbog relativno velike udaljenosti niti od skale kod makete sustava za demonstraciju Coulombova zakona, točnije očitanje se postiže ako promatrač zažmiri na jedno oko.

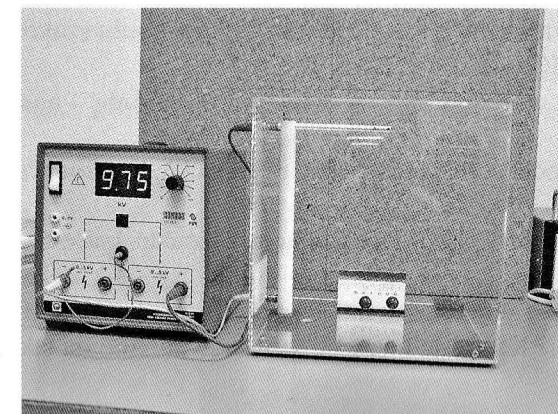


Slika 1.5. Ispravan način očitavanja

1.4. Postupak mjerena

VJEŽBA JE VEĆ SPOJENA. STUDENTI NE SMIJU SAMOSTALNO NIŠTA RASPAJATI JER SE RADÍ S VISOKIM NAPONOM. POSEBNO TREBA PAZITI DA SE OLOVKOM ILI METALNIM PRIBOROM NE DOTAKNE UNUTRAŠNOST VISOKONAPONSKIH UTIČNICA.

U slučaju da uočite neispravnost opreme ili ne možete postići otklon kuglica, obavijestite dežurnoga nastavnika.



Slika 1.6. Maketa sustava obješenih vodljivih kuglica

Za dani sustav podatci su dani natpisnom pločicom na maketi. Upišite podatke s vaše makete u tablicu 1.1.

Tablica 1.1. Dimenzije sustava

d_0	15 mm	Udaljenost havišta niti
l	192 mm	Duljina niti na kojima kuglice vise
R	7,5 mm	Polumjer kuglica
h	26,7 mm	Udaljenost središta kuglica od podloge bez priključenog napona

Podesite na visokonaponskom izvoru napone prema tablici 1.2, očitajte udaljenosti d i upišite u tablicu. Nakon uključenja izvora, potrebno je uzastopnim pritiskom na tipkalo koje se nalazi ispod pokaznika (ili prebacivanjem preklopke u srednji položaj kod nekih instrumenata) odabratи način rada izvora u opsegu napona 0-10 kV. Izvor je dvostruki (2×5 kV), te se mogu posebno uključivati izlazi 0-5 kV, ili zajednički način rada 0-10 kV. Aktivni izvori označeni su tako da svijetli LED dioda iznad njihovih izlaznih stezaljki. Razinu napona podešavamo polaganim zakretanjem dugmeta s desne strane pokaznika.

Izračunajte kapacitet pomoću izraza (1.4), naboј Q i masu kuglice m pomoću izraza (1.5 - 1.14), te dobivene rezultate upišite u tablicu.

Tablica 1.2. Izračun mase

U	C	Q	d	m
6 kV	$478 \cdot 10^{-12}$	$2,10$	$15 + 19$	
8 kV			$17 + 15$	
9,5 kV			$19 + 16$	

Odredite srednju vrijednost mase na temelju mjerena uz navedena tri različita napona:

$$m_{\text{sr}} =$$

Nakon što ste završili mjerena, postaviti napon na nulu (zakretanjem dugmeta) i isključite izvor. NEMOJTE RASPRAJATI MAKETU.

Diskusija:

- Kako utječe na točnost rezultata činjenica da su kuglice konačnog polumjera, a ne točkasti naboji?
- Bi li s primicanjem kuglica (manji napon) izračun mase dao točnije ili manje točne rezultate i zašto?
- Kako bi se mogao pojednostaviti proračun, odnosno koja bismo zanemarenja mogli primijeniti? Kolika je masa ako bismo je odredili na takav način?

VJEŽBA 2. KAPACITET I DIELEKTRIČNA KONSTANTA

Cilj vježbe je određivanje kapaciteta usamljene kugle, usvajanje međusobnog odnosa naboja, napona i kapaciteta, te utjecaja značajki dielektrika.

Potrebna oprema:

Elektroskop, maketa okruglog pločastog kondenzatora s odvojivim elektrodama, maketa kvadratnog pločastog kondenzatora, metalna kugla na postolju, izvor niskog napona 2×25 V Iskra MA 4171, LCR-metar Voltcraft LCR-9063, pomična mjerka

2.1. Teorijska podloga – kapacitet

Potencijal neke točke u linearном dielektriku dielektrične konstante ϵ možemo na udaljenosti r od točkastog naboja Q izračunati kao

$$\phi(r) = - \int_{\infty}^r \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{Q}{4\pi\epsilon} \int_{\rho=\infty}^r \vec{a}_r \left(\frac{1}{\rho^2} \right) \cdot \vec{a}_r d\rho = \frac{Q}{4\pi\epsilon r} \quad (2.1)$$

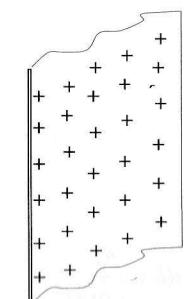
Vidi se da postoji linearna ovisnost između potencijala i naboja. Po načelu superpozicije, potencijal za neku skupinu naboja možemo izračunati zbrajanjem doprinosa pojedinih naboja, pri čemu i dalje vrijedi navedena linearna ovisnost između potencijala i naboja. Konstantu proporcionalnosti nazivamo kapacitet, i on će u linearnom sredstvu ovisiti samo o geometrijskom rasporedu naboja (odnosno o fizičkom obliku elektroda) i dielektričnosti sredstva.

Specijalni slučaj nastaje kada se dva bliska vodljiva tijela (elektrode) nabiju nabojima Q jednakih iznosa i suprotnih predznaka. Takvu napravu nazivamo kondenzator, i kapacitet takve naprave možemo poopćenjem dosada iznesenog definirati kao

$$C = \frac{Q}{U} \quad (2.2)$$

gdje je U napon između elektroda. Kapacitet će uz linearni dielektrik kao izolator biti nepromjenjiv, pa je i omjer naboja i napona na takvom kondenzatoru stalan.

2.2. Teorijska podloga – pločasti kondenzator

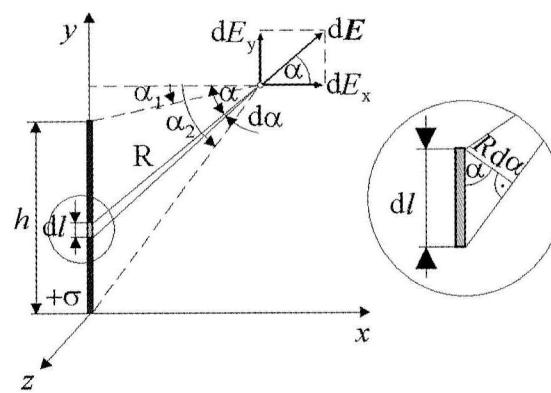


Slika 2.1. Nabijena ravnina

Polje nabijene metalne ravnine možemo (slika 2.1) odrediti primjenom Coulombova zakona. Umjesto da izravno integriramo doprinose elementarnih naboja ukupnom električnom polju u nekoj točki u prostoru prema izrazu (I-9), možemo kao početni izraz upotrijebiti izraz za električno polje beskonačno dugog štapa:

$$\vec{E}(r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \vec{a}_r \quad (2.3)$$

gdje je λ linijska gustoća naboja štapa, a r je udaljenost promatrane točke od štapa. Polje beskonačno dugog štapa ima samo radikalnu komponentu, odnosno komponentu okomitu na os štapa.



Slika 2.2. Doprinos elementarnog dijela ravnine ukupnom polju

Elementarni dio ravnine širine dl (slika 2.2) možemo nadomjestiti takvim štapom, pri čemu je njegov doprinos polju (apsolutna vrijednost) u nekoj točki jednak

$$dE = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R} \quad (2.4)$$

Ukoliko su zamišljeni «štapovi» paralelni s koordinatnom osi z, možemo za njihov linijski naboј napisati:

$$\lambda = \frac{dq}{dz} \quad (2.5)$$

S druge strane plošni naboј možemo u Kartezijevom koordinatnom sustavu izraziti kao

$$\sigma = \frac{dq}{dS} = \frac{dq}{dydz} = \frac{dq}{dldz} = \frac{\lambda}{dl} \quad (2.6)$$

Za infinitezimalno male dl vrijedit će

$$dl = \frac{Rd\alpha}{\cos \alpha} \quad (2.7)$$

budući da duljinu spojnice promatrane točke i bilo kojeg dijela odsječka dl možemo smatrati jednakom R , a za male kutove možemo pisati $\sin \alpha \approx \alpha$.

Uvrštanjem izraza (2.5-2.7) u (2.4) dobiva se

$$dE = \frac{\sigma d\alpha}{2\pi\epsilon_0 \cos \alpha} \quad (2.8)$$

Doprinos dE u vektorskom se obliku može rastaviti na dvije komponente: u smjeru x i u smjeru y osi:

$$dE_x = dE \cos \alpha = \frac{\sigma}{2\pi\epsilon_0} d\alpha \quad (2.9)$$

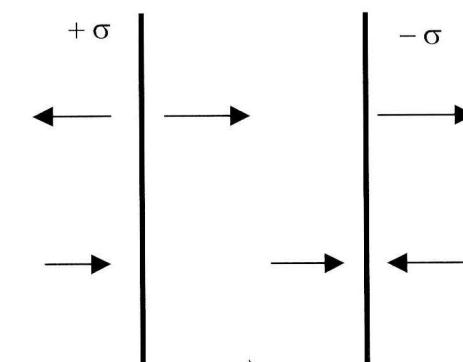
$$dE_y = dE \sin \alpha = \frac{\sigma}{2\pi\epsilon_0} \operatorname{tg} \alpha d\alpha \quad (2.10)$$

Ukupno polje dobiva se integracijom preko cijele ravnine. Prema slici 2.2, to će biti ako su granice integracije kutovi $\alpha_1 = -\frac{\pi}{2}$, $\alpha_2 = \frac{\pi}{2}$:

$$E_x = \frac{\sigma}{2\pi\epsilon_0} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\alpha = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad (2.11)$$

$$E_y = \frac{\sigma}{2\pi\epsilon_0} \lim_{\substack{\alpha_1 \rightarrow -\pi/2 \\ \alpha_2 \rightarrow \pi/2}} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \operatorname{tg} \alpha d\alpha = 0 \quad (2.12)$$

Vidimo da električno polje nabijene ravnine ima samo komponentu okomitu na ravninu, te da jakost električnog polja ne ovisi o udaljenosti od ravnine.



Slika 2.3. Sustav dviju nabijenih ravnina

Pločasti kondenzator možemo prikazati sustavom dviju beskonačnih ravnina nabijenih nabojsima istog iznosa plošne gustoće, a suprotnog predznaka (slika 2.3). Po načelu superpozicije, u prostoru između dviju ploča polje će biti

$$E_x = 2 \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad (2.13)$$

dok u prostoru izvan tega polja neće biti, jer se doprinosi dviju ploča poništavaju.

Veza između električnog polja i potencijala dana je izrazom

$$\varphi(P) = - \int_{T_{\text{referentno}}}^P \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (2.14)$$

iz čega je razlika potencijala, tj. napon između dvije točke u električnom polju jednak

$$U_{AB} = \varphi(A) - \varphi(B) = - \int_B^A \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_B^A E_x dx + E_y dy + E_z dz \quad (2.15)$$

Budući da ukupno polje ima samo x -komponentu (prema slici 2.2), a polje između ploča jednako je u svim točkama (tj. homogeno), napon između ploča je

$$U_{AB} = - \int_B^A E_x dx = E_x (x_B - x_A) = E_x d = \frac{\sigma}{\epsilon_0} d \quad (2.16)$$

gdje d označava udaljenost između ploča.

Ukoliko je između paralelnih nabijenih ravnina dielektrik relativne dielektrične konstante ϵ_r , napon između ravnina je

$$U_{AB} = \frac{\sigma}{\epsilon_r \epsilon_0} d \quad (2.17)$$

Plošnu gustoću naboja možemo za ploču konačne površine S izraziti kao

$$\sigma = \frac{Q}{S} \quad (2.18)$$

gdje je Q naboј sadržan na ploči. Budući da je kapacitet definiran kao omjer naboja i napona

$$C = \frac{Q}{U} \quad (2.19)$$

kapacitet pločastog kondenzatora bit će jednak

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{\sigma S}{\frac{\sigma}{\epsilon_r \epsilon_0} d} = \epsilon_r \epsilon_0 \frac{S}{d} \quad (2.20)$$

Poznavajući fizičke dimenzije kondenzatora (S i d), možemo na temelju mjerena kapaciteta odrediti relativnu dielektričnu konstantu izolacije.

2.3. Teorijska podloga - kapacitet usamljene kugle

Ukoliko se metalna kugla nabijena nabojem Q nalazi iznad beskonačne metalne plohe, doći će do odslikavanja naboja (slika 1.1). Navedeni sustav stoga možemo promatrati kao sustav dvije kugle nabijene nabojsima $+Q$ i $-Q$. Ukoliko je udaljenost kugle

od vodljive plohe mnogo veća od polumjera kugle, kugle u manjoj mjeri utječe jedna na drugu (tj. možemo plošnu gustoću naboja smatrati stalnom na kugli, kao kod osamljene kugle). U takvome slučaju aproksimativno rješenje polja i potencijala u blizini kugle dobiva se kao za točkasti naboј.

Ovaj rezultat možemo poopćiti za kuglu koja se nalazi na dovoljno velikoj udaljenosti od uzemljenih vodljivih površina.

Ukoliko je jedan pol naponskog izvora spojen na zemlju, a drugi na takvu kuglu, kapacitet kugle može se odrediti kao omjer naboja na kugli i napona izvora.

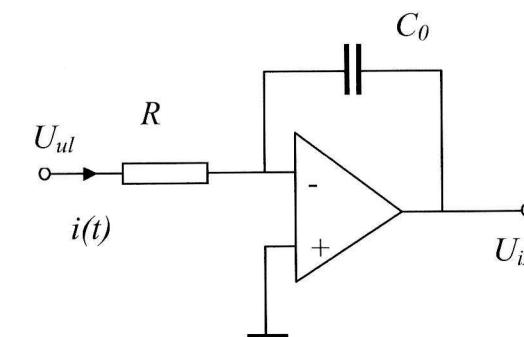
Ako R označava polumjer, kapacitet usamljene metalne kugle jednak je

$$C_\infty = \frac{Q}{\varphi_R} = 4\pi\epsilon_0 R \quad (2.21)$$

2.4. Teorijska podloga – kulonmetar

Kao kulonmetar koristit će se operacijsko pojačalo u spoju integratora (shema na slici 2.4), odnosno s kondenzatorom C_0 u grani povratne veze. Zbog beskonačnog faktora naponskog pojačanja idealnog operacijskog pojačala, između ulaznih stezaljki pojačala (-) i (+) postoji prividni kratki spoj. Kako je ulazni otpor idealnog operacijskog pojačala beskonačan, ukupna struja $i(t)$ teći će kroz kondenzator C_0 . Sama struja $i(t)$ zbog prividnog kratkog spoja ulaza bit će jednak

$$i(t) = \frac{U_{ul}}{R} \quad (2.22)$$



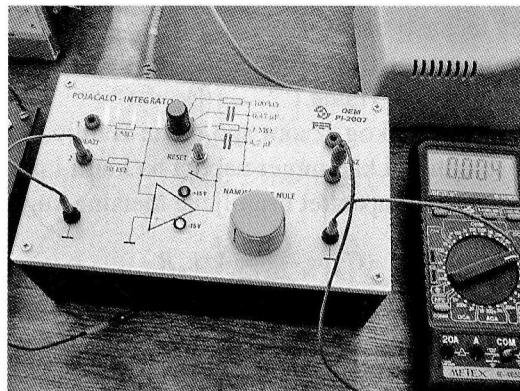
Slika 2.4. Integracijsko pojačalo

Možemo zaključiti da će se u vremenu T kondenzator C_0 nabiti nabojem

$$Q = \int_0^T i(t) dt \quad (2.23)$$

Ukoliko se integracijsko pojačalo koristi kao kulonmetar, naboј mjerimo izbijanjem preko integracijskog pojačala, a naboј Q jednak je naboju koji je vladao na tijelu koje smo izbili. Pri tome će napon na izlazu pojačala biti jednak

$$U_{iz} = \frac{Q}{C_0} \quad (2.24)$$



Slika 2.5. Pojačalo-integrator

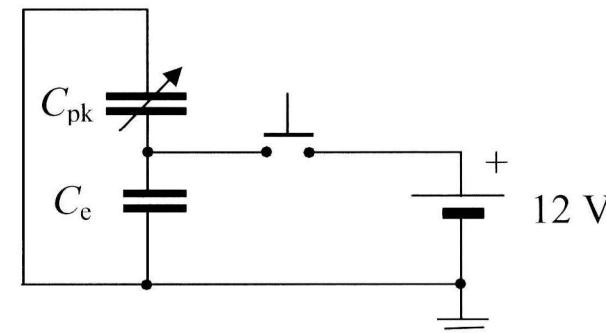
Kao integracijsko pojačalo koristimo uređaj (slika 2.5) koji može ovisno o položaju preklopnika biti spojen kao istosmjerno pojačalo s 2 različita faktora naponskog pojačanja, odnosno kao integracijsko pojačalo s dvije različite vrijednosti kapaciteta u grani povratne veze. Uređaj uključujemo prekidačem koji se nalazi sa zadnje strane (kada je uključen označke napajanja svijetle), a napon U_{iz} očitavamo pomoću vanjskog voltmetra. Za mjerjenje napona odabiremo područje 20 V na voltmetru. Prije svakog mjerjenja izbjijamo integrator pritiskom na tipku "RESET" dok se ne pokaže nula na voltmetru.

2.5. Nabijanje elektroskopa pomoću niskonaponskog izvora – postupak mjerjenja

Na shemi prikazanoj slikom 2.6 kondenzatori C_{pk} i C_e su spojeni paralelno. Ukoliko kondenzatore nabijemo kratkotrajnim spajanjem na istosmjerni niskonaponski izvor 12 V, te odspojimo jednu (pozitivnu) stezaljku izvora, kondenzatori će ostati nabijeni. Takva dva kondenzatora predstavljaju izolirani sustav (sustav u kojem je naboј konstantan). Ukoliko nakon toga kondenzatoru C_{pk} smanjimo kapacitet razmicanjem ploča, napon na paralelnoj kombinaciji će se povećati prema relaciji

$$U = \frac{Q}{C_{pk} + C_e} \quad (2.25)$$

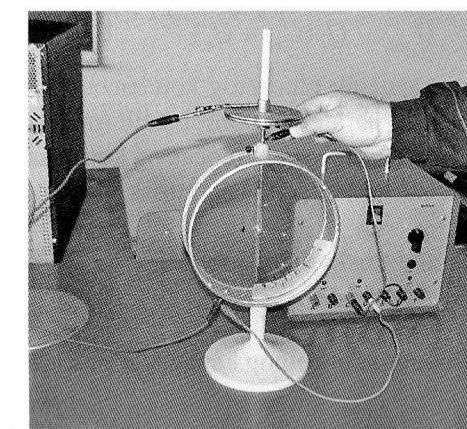
Ukoliko je početna vrijednost C_{pk} znatno veća od C_e , i ukoliko je moguće smanjiti C_{pk} gotovo na nulu, navedenim postupkom moguće je postići konačne napone na paralelnoj kombinaciji veće i za nekoliko redova veličine, odnosno od početnih 12 V dobiti konačni napon veći od 1 kV.



Slika 2.6. Shema spoja

U ovom pokusu C_e je kapacitet elektroskopa, dok je C_{pk} kapacitet pločastog kondenzatora kojemu je jedna (fiksna ploča) montirana na otklonski sustav elektroskopa (slika 2.7).

Elektroskop (tzv. Braunov elektroskop) instrument je kojim možemo mjeriti naboje ili visoki napon. Njegov rad se zasniva na primjeni odbojne Coulombove sile među istoimenim naboјima, koji uzrokuju otklon kazaljke (pomičnog listića) u odnosu na fiksni štapić. Protumoment daje gravitacijska sila. Priklučenjem napona između kućišta i listića elektroskopa instrument se koristi za mjerjenje napona, pri čemu skala nije u potpunosti linearна, a također i kapacitet instrumenta ovisi o otklonu. Braunov elektroskop spada prema načinu djelovanja u elektrostatske instrumente, odnosno ako se koristi za mjerjenje napona, u elektrostatske voltmetre. Elektrostatski voltmetri jedini su instrumenti kod kojih mjereni napon prouzrokuje neposredno silu na pomičnu elektrodu, te se odlikuju izvanredno malim strujama koje teku kroz instrument, posebno kod mjerjenja istosmjernih napona. Naprednije izvedbe (poput kvadrantnog elektrometra), koriste se, između ostalog, i u mjerjenjima u tehniči visokog napona.



Slika 2.7. Sustav elektroskopa i pločastog kondenzatora

Pomičnu elektrodu pločastog kondenzatora treba u početnom trenutku postaviti na fiksnu. Elektrode su međusobno električki izolirane nevodljivim slojem. Gornju elektrodu pločastog kondenzatora i kućište elektroskopa treba spojiti vodičem i krokodilskim štipaljkama prema slici (2.7), te takav zajednički spoj fiksno priključiti na minus pol istosmjernog izvora. Napon izvora podesite na 12 V. Minus pol također treba priloženim kratkim vodičem spojiti s uzemljenjem na prednjoj ploči izvora, koristeći prospojne utičnice na bananskim utikačima, TE S MASOM (ULAZNOM PRIKLJUČNICOM) INTEGRACIJSKOG POJAČALA.

Uz spojeno uzemljenje izbijte pločasti kondenzator tako da na trenutak kratko spojite ploče pločastog kondenzatora. Potom LCR-metrom izmjerite kapacitet pločastog kondenzatora. LCR-metri su po načinu rada univerzalni mjerni mostovi, koji se interno napajaju izmjeničnim naponom. Instrument uključite pomoću preklopke 0-I, a preklopku R-L/C postavite u položaj L/C. Odaberite područje 2 nF. Ukoliko nakon uključenja instrument pokazuje očitanje različito od nule (tipično oko 10 pF), onda to očitanje zapamtite i odbijte od mјerenih vrijednosti (pogreška nule).

$$C_{pk} = \underline{1.035 \text{ nF}} = \underline{1.000 \text{ pF}}$$

NEMOJTE MJERITI KAPACITET DOK JE KONDEZATOR NABIJEN ILI SPOJEN NA NAPONSKI IZVOR.

Nakon toga treba žicom spojenom na pozitivni pol izvora KRATKOTRAJNO dotaknuti spoj donje ploče kondenzatora i štapića elektroskopa (prema slici 2.7). Sustav time ostaje trajno nabijen stalnim nabojem Q .

Nakon toga treba gornju ploču pločastog kondenzatora odmaknuti. Opaža se da se pomični listić elektroskopa otklanja. Da bi se postigao vidljivi otklon listića elektroskopa potreban je napon znatno viši od 12 V. Budući da je kapacitet elektroskopa vrlo mali (približno 10 pF), a da je početni kapacitet pločastog kondenzatora reda nF, možemo za omjer početnog i konačnog napona na sustavu paralelnih kondenzatora napisati

$$\frac{U_{kon}}{U_{poc}} \approx \frac{Q/C_e}{Q/(C_{pk} + C_e)} = 1 + \frac{C_{pk}}{C_e} \quad (2.26)$$

gdje C_{pk} označava početni kapacitet pločastog kondenzatora, C_e je kapacitet elektroskopa, U_{kon} je konačni napon na paralelnoj kombinaciji (mјeren elektroskopom), a U_{poc} je početni napon, tj. 12 V. Konačni kapacitet pločastog kondenzatora nakon razdvajanja ploča je zanemariv u odnosu na kapacitet elektroskopa, te je ispušten u jednadžbi 2.26.

Očitajte konačni napon elektroskopa:

$$U_{kon} = \underline{1.4} \text{ kV}$$

Na temelju toga odredite omjer početnog kapaciteta pločastog kondenzatora i kapaciteta elektroskopa:

$$C_{pk}/C_e = \underline{15.67}$$

Kapacitet elektrometra nije konstantan, i ovisi o otklonu. Na temelju izmјerenog kapaciteta C_{pk} odredite kapacitet elektroskopa pri danom otklonu:

$$C_e = \underline{6.88} \text{ pF}$$

Nakon toga treba odrediti naboј na elektroskopu pomoću kulonmetra (integracijskog pojačala). Izbijte kulonmetar pritiskom na tipku „reset“, te nakon toga izbijte elektroskop preko kulonmetra, koristeći vod sa izolirajućom drškom. U spoju integratora koristimo kondenzator nominalnog kapaciteta $C_0 = 0.47 \mu\text{F}$ i $R = 1 \text{ M}\Omega$. Odredite naboј na elektroskopu:

$$Q = \underline{2.12 \cdot 10^{-10}} \text{ C}$$

$$0.024 \text{ V} \quad C = Q \quad Q = C \cdot V \\ 0.12 = Q \quad C_0$$

Odredite kapacitet elektroskopa pomoću naboja i poznatog napona:

$$C = \underline{\quad}$$

Dobiveni rezultat usporedite s kapacitetom koji ste izmјerili pomoću LCR metra.

2.6. Kapacitet usamljene kugle – postupak mјerenja

U ovom pokusu mjeri se kapacitet usamljene kugle pomoću mјerenja naboja. Kuglu se nabija visokim naponom koji dobivamo nabijanjem elektrometra na visoki napon postupkom opisanim u pokusu 2.5. Izvor niskog napona podesite na 15 V, te nabijte elektroskop. Kuglu na početku izbijte tako da ju na trenutak spojite pomoću priloženog kratkog vodiča s dvije izolirajuće drške na uzemljeno kućište elektroskopa. Nakon toga istim vodičem KRATKOTRAJNO spojite kuglu i nabijeni otklonski sustav elektroskopa. Kod spajanja, prvo dotaknite kuglu, a onda elektroskop. Pri tome treba paziti da se ne dodiruje izolacija vodiča rukama, kao i da se ne dotakne kugla rukom ili odjećom. Nakon toga izbijte kulonmetar, te izbijte kuglu preko kulonmetra. Postupak izbijanja treba provesti što brže jer se kugla brzo sama izbjija u zraku.

Napon koji pokazuje elektroskop nakon nabijanja kugle jednak je naponu kugle. Očitajte taj napon:

$$U = \underline{0.016} \text{ V}$$

Odredite naboј koji ste izmјerili kulonmetrom

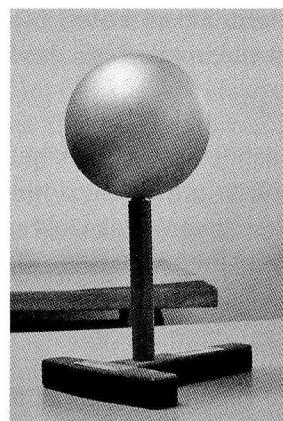
$$Q = \underline{\quad}$$

Te kapacitet kugle

$$C = \underline{\quad}$$

Usporedite dobiveni podatak s teorijskim kapacitetom usamljene kugle u zraku (polumjer kugle iznosi 5 cm):

$$C_\infty = \underline{\quad}$$



Slika 2.8. Kugla na izolacijskom postolju



Slika 2.9. LCR-metar i maketa pločastog kondenzatora

2.7. Omjer naboja i napona na kapacitetu – postupak mjerena

Cilj ovoga pokusa pokazati je da je kapacitet kondenzatora neovisan o naponu, ukoliko je izolacijsko sredstvo linearni dielektrik. Koristi se pločasti kondenzator kvadratnih elektroda, izrađen od vitroplasta. Jednu elektrodu treba povezati s minus polom izvora, masom integratora i uzemljenjem izvora. Kondenzator nabijamo kratotrajnim spajanjem na izvor niskog napona, a izbijamo preko kulonmetra (integracijskog pojačala) postupcima opisanim u pokusima 2.4 i 2.5. Kod izbijanja koristimo vodič s izolacijskom drškom.

Odredite naboje na kondenzatoru za napone dane tablicom 2.1, te izračunajte kapacitet za sve slučajeve.

Tablica 2.1. Omjer naboja i napona na kondenzatoru

$U(V)$	10	12	15	17	20
$Q(\text{As})$	15.6	23.8	26.4	33.5	32.5
$C(\text{nF})$					

Treba uočiti da se kapacitet ne mijenja (unutar pogreške mjerjenja), neovisno o naponu.

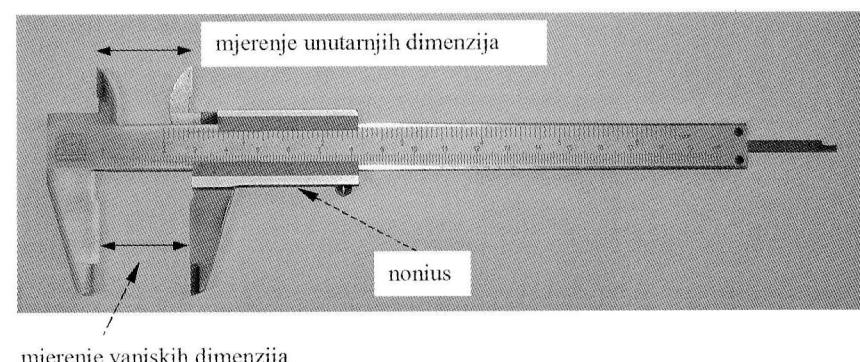
15.6 As 23.8 As 26.4 33.5 As 32.5 As

2.8. Dielektrična konstanta – postupak mjerena

Treba odrediti dielektričnu konstantu izolatora pločastog kondenzatora elektroda kvadratnog oblika (slika 2.9).

Pločasti kondenzator izrezan je iz vitroplasta kaširanog s obje strane bakrenom folijom. To je jedan od materijala koji se koristi u elektronici za izradu tiskanih pločica, gdje se vodovi između elemenata izrađuju jetkanjem suvišnog bakra.

Fizičke dimenzije kondenzatora treba odrediti pomoću pomične mjerke (slika 2.10) i ravnala.



Slika 2.10. Pomična mjerka

Debljinu izolacije određujemo pomoću pomične mjerke. Milimetri se očitavaju izravno na milimetarskoj skali, dok se decimale očitavaju pomoću noniusa, na način da su decimale (u milimetrima) jednake onoj crticu na noniusu koja se poklapa s nekom od crtica na milimetarskoj skali. Debljinu izolacije mjerite na način da izmjerite ukupnu debljinu ploče, te odbijete debljinu bakrenog sloja (tipične debljine bakrenog sloja su 18, 35 i 70 mm), koja je naznačena na mjernom mjestu. Duljinu stranice kvadratnih ploča kondenzatora izmjerite pomoću priloženog ravnala:

$$\begin{aligned} \text{- debljina izolacije: } d &= 1.75 - 2.0 \mu \text{ mm} \\ \text{- stranica ploče: } a &= 200 \text{ mm} \end{aligned}$$

Izbijte kondenzator kratkim spajanjem, te pomoću krokodilskih štipaljki oprezno spojite LCR metar na izvode koji se nalaze na pločama kondenzatora (slika 2.10). Očitajte na pokazniku kapacitet u nF:

$C = \underline{\hspace{2cm}}$

Usporedite rezultate mjerenja provedenih LCR-metrom s rezultatima pokusa 2.7:
Kapacitet pločastog kondenzatora je

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{d} \quad (2.27)$$

gdje je ϵ_0 dielektrična konstanta vakuuma, a S površina ploča. Na temelju izmjerенog kapaciteta, te poznatih veličina S i d , odredite relativnu dielektričnu konstantu izolacije:

$\epsilon_r = \underline{\hspace{2cm}}$

Navedena metoda određivanja dielektrične konstante koristi se u elektrotehnici kao osnova postupka određivanja dielektrične konstante izolacijskog materijala.

VJEŽBA 3. BIOT-SAVARTOV ZAKON

Cilj vježbe je upoznavanje s primjenom Biot-Savartova zakona mjerjenjem magnetske indukcije na osima višeslojne zavojnice i Helmholtzovih svitaka.

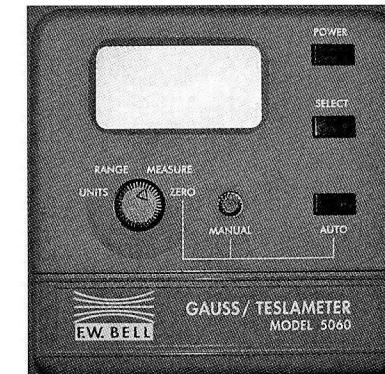
Potrebna oprema:

- Istosmjerni izvor Iskra MA4171, teslametar FW Bell 5060 ili FW Bell 5170, ELF teslametar FW Bell 4180 - na svakom mjernom mjestu
- Helmholtzovi svitci, regulacijski transformator, pomoći transformator (220/6 V), predotpor $R=120 \Omega$ - 2 makete na posebnom stolu

3.1. Rukovanje teslametrom F.W. BELL 5060

Uključivanje instrumenta

Provjeriti je li sonda priključena na instrument. Ne priključivati ili odspajati sondu ukoliko je instrument uključen.



Slika 3.1. Prednja ploča teslametra FW Bell 5060

Instrument se uključuje pritiskom na tipku POWER na prednjoj ploči instrumenta (slika 3.1). Nakon uključenja, treba pričekati par sekundi dok se ne začaje drugi zvučni signal. Instrument je tada spremjan za upotrebu. Instrument se isključuje pritiskom pomoću istog dugmeta.

Odabir mjernih jedinica

Veće okruglo dugme na prednjoj ploči instrumenta postavimo u položaj "UNITS". Pritiskom na tipku "SELECT" biramo između gausa (G) i tesla (T). Odabrane jedinice se vide na pokazniku u gornjem desnom kutu. Treba odabrati tesle.