



Fakultet elektrotehnike i računarstva
Zavod za elektrostrojarstvo i automatizaciju
Kolegij: Elektromehanički sustavi

ISTOSMJERNI STROJEVI (IS)

Dijelovi predavanja iz kolegija
Elektromehanički sustavi

SADRŽAJ

1.	UVOD	3
2.	ISTOSMJERNI STROJEVI S NEZAVISNOM UZBUDOM	6
2.1.	DINAMIČKI MODEL ISTOSMJERNOG STROJA S NEZAVISNOM UZBUDOM.....	6
2.2.	STATIČKE KARAKTERISTIKE ISTOSMJERNOG STROJA UPRAVLJANOG NAPONOM ARMATURE	8
2.3.	STATIČKE KARAKTERISTIKE ISTOSMJERNOG STROJA UPRAVLJANOG UZBUDNIM POLJEM.....	14
2.4.	STATIČKE KARAKTERISTIKE ISTOSMJERNOG STROJA UPRAVLJANOG PROMJENOM NAPONA ARMATURE I POLJEM.....	17
2.5.	STATIČKE KARAKTERISTIKE ISTOSMJERNOG STROJA UPRAVLJANOG DODAVANJEM OTPORA U ARMATURNI KRUG I.....	18

Uvod

Istosmjerni strojevi su u području upravljanih elektromotornih pogona obilježili značajan dio prošlog stoljeća. Zahvaljujući njihovoj jednostavnosti u upravljačko-regulacijskom smislu te širokom opsegu upravljivosti brzine vrtnje, još i danas zauzimaju značajno mjesto u industrijskim primjenama. Gotovo idealna vanjska karakteristika motora koja povezuje brzinu vrtnje i razvijeni moment, te mogućnost jednostavnog dobivanja promjenljivog istosmjernog napona napajanja, osigurala je ovom stroju vodeću ulogu sve do 1960-tih godina.

Međutim, značajan nedostatak istosmjernog stroja je bio, i još uvijek je, mehanički komutator (izmjenjivač/ispravljač) koji ograničava snagu i brzinu motora, povećava zamašnu masu (moment inercije) te zahtijeva češće periodičko održavanje. Zbog toga, a i zbog snažnog razvoja komponenata i sklopova učinkne elektronike koji je osigurao razvoj po cijeni konkurentnih pretvarača napona i frekvencije za tzv. vektorski upravljane izmjenične asinkrone strojeve, započeo je primat izmjeničnih strojeva u upravljanim elektromotornim pogonima.

Neovisno o tome, istosmjerni stroj s mehaničkim komutatorom (u daljnjem tekstu klasični istosmjerni stroj) je na neki način regulacijska paradigma i od njega je svakako dobro početi proučavati upravljane elektromotorne pogone. Zašto? Jednostavno načelo upravljanja zasnovano na raspregnutosti upravljanja po magnetskom toku (uzbudnoj struji) i momentu (armaturnoj struji), bila je vodilja znanstvenicima na ovom području da takvu logiku upravljanja primijene i na izmjenične asinkrone strojeve.

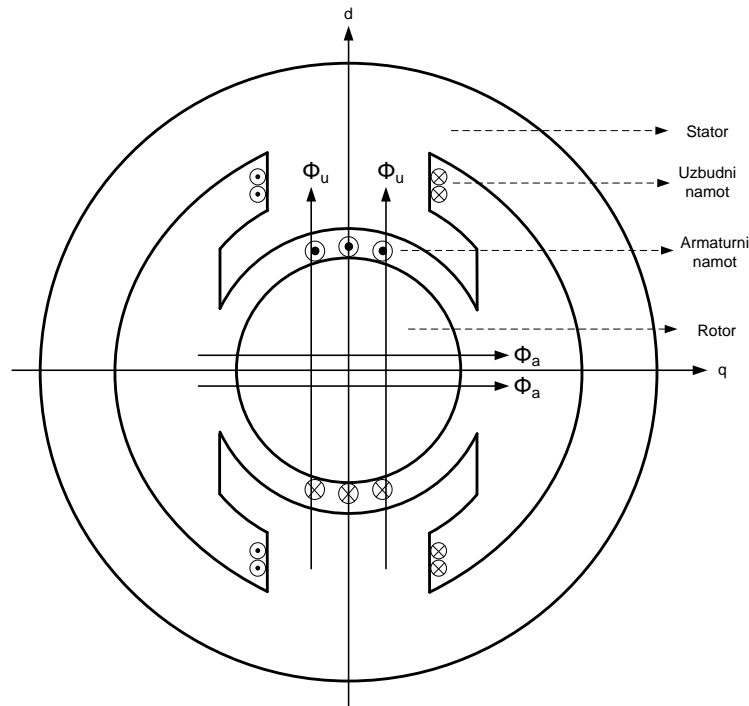
Polazeći od toga, ovdje će biti iznesene osnovne karakteristike istosmjernog stroja. Iako se pretpostavlja da su osnovna načela rada istosmjernog stroja u ustaljenom (stacionarnom) stanju poznata, bit će ponovljene osnovne činjenice. Za njihovo razumijevanje dovoljno je krenuti sa slikom 1.1. na kojoj je prikazan poprečni presjek istosmjernog stroja.

Istosmjerni stroj u osnovi ima dva namota. Jedan namot se nalazi na statoru i zove se uzбудni namot. Drugi namot nalazi se na rotoru i zove se armaturni namot. Os stroja u kojoj je postavljen uzбудni namot često se naziva uzdužna os („d“ os). Os stroja u kojoj je smješten armaturni namot naziva se poprečna os („q“ os). Uzбудni namot služi za formiranje magnetskog toka u stroju (magnetiziranje stroja). Struja kroz armaturni namot, uz već formirano magnetsko polje uzbudnog namota, omogućuje rotaciju stroja. U daljnjem tekstu smatra se da je ukupan magnetski tok u zračnom rasporu stroja jednak magnetskom toku stvorenom uzбудnim namotom. Ova pretpostavka nije točna, obzirom da i armaturni namot stvara magnetski tok koji se zbraja uzбудnom, ali je njegov utjecaj zanemariv.

Iz osnova elektromehaničke pretvorbe poznato je da na vodič kojim protječe struja, a nalazi se u magnetskom polju, djeluje sila. Sila na vodič izražava se kao:

$$\vec{F} = I(\vec{l} \times \vec{B}) \quad (1.1)$$

gdje je I jakost struje kroz vodič, l duljina vodiča a B magnetska indukcija. Ako je vodič u odnosu na vektor magnetske indukcije pod kutom od 90° , sila na vodič je maksimalnog iznosa.



Slika 1.1 – Poprečni presjek istosmjernog stroja

Poprečna i uzdužna os istosmjernog stroja su razmaknute za 90° . Veza armaturnog namota s vanjskim (mirujućim) svijetom ostvaruje se preko komutatora. Ovakva konstrukcija stroja omogućava da kut između uzbudnog i armaturnog protjecanja u svakoj radnoj točki bude 90° što osigurava razvijanje maksimalnog momenta.

Uslijed rotacije stroja dolazi do inducirane protuelektromotorne sile u statorskom namotu prema poznatoj zakonitosti induciranja napona u vodiču koji u odnosu na magnetsko polje u kojemu se nalazi ima određenu relativnu brzinu gibanja

$$E = \left(\vec{v} \times \vec{B} \right) \cdot \vec{l} , \quad (1.2)$$

gdje su:

E - iznos inducirane elektromotorne sile,

\vec{v} -

\vec{v} - vektor relativne brzine gibanja vodiča u odnosu na magnetsko polje,

\vec{B} -

\vec{B} - vektor magnetske indukcije,

\vec{l} -

\vec{l} - vektor dužine vodiča.

Kod razmatranja pojava u električnim strojevima, inducirane protuelektromotorne sile može se izraziti i kao

$$e = N \frac{d\phi}{dt} , \quad (1.3)$$

gdje je N broj serijski spojenih zavoja armaturnog namota, a ϕ magnetski tok koji je obuhvaćen zavojima armaturnog namota.

Ako se uzme u obzir da je uzbudni tok ϕ konstantnog iznosa, što je najčešći slučaj kod istosmjernih strojeva, inducirana protuelektromotorna sila može se izraziti i kao

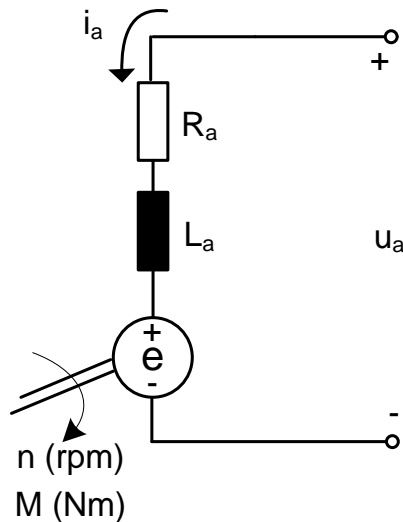
$$e = k_e \cdot \phi \cdot n , \quad (1.4)$$

gdje je:

k_e - konstanta koja u obzir uzima sve konstrukcijske detalje stroja (broj polova, broj paralelnih namota, broj vodiča itd.) [L4],

n - brzina okretanja stroja izražena u rpm (okretaji u minuti).

Nadomjesna električna shema armaturnog kruga istosmjernog stroja može se prikazati prema slici 1.2.



Sl. 1.2. – Nadomjesna električna shema armaturnog kruga istosmjernog stroja

Stezaljke na slici 1.2. predstavljaju priključne stezaljke armaturnog namota na koje je narinut napon u_a . Kroz krug teče armaturna struja i_a . Otpornik R_a predstavlja djelatni otpor armaturnog kruga. Induktivitet L_a predstavlja ukupan induktivitet armaturnog kruga. Napon e predstavlja induciranu protuelektromotornu silu koja se suprotstavlja protjecanju struje i_a kroz armaturni krug. Na slici 1.2. simbolički je prikazana osovina stroja koja se okreće brzinom n i na kojoj se razvija moment M .

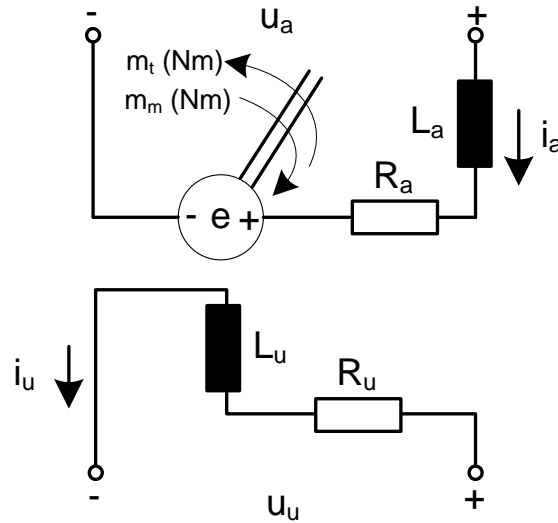
Na slici 1.2. nije prikazan nadomjesna električna shema uzbudnog kruga. Ovisno o izvedbi uzbudnog kruga razlikujemo slijedeće vrste istosmjernih strojeva:

- istosmjerni stroj s nezavisnom uzbuđom – uzbuđni i armaturni namoti električki odvojeni
- istosmjerni stroj sa serijskom uzbuđom – uzbuđni i armaturni namoti spojeni u serijski spoj
- istosmjerni stroj s porednom uzbuđom – uzbuđni i armaturni namot spojeni paralelno.

U daljnjem tekstu će najdetaljnije biti opisani istosmjerni nezavisno uzbuđeni strojevi obzirom da su to najčešće susretani strojevi u praksi. Istosmjerni serijski uzbuđeni strojevi se prema karakteristikama znatno razlikuju od nezavisno uzbuđenih ali se rjeđe susreću u praksi

Istosmjerni strojevi s nezavisnom uzbudom

Nadomjesna električna shema istosmjernog stroja s nezavisnom uzbudom prikazana je na slici 2.1.



Slika 2.1. – Nadomjesna električna shema istosmjernog stroja s nezavisnom uzbudom

Istosmjerni stroj s nezavisnom uzbudom napaja se iz dva izvora; u_u (naponom uzbuđenja) i u_a (naponom armature). Kod industrijskih pogona za istosmjerne strojeve ta dva izvora su najčešće realizirana odvojenim ispravljačkim spojevima, koji se mogu napajati iz istog izmjeničnog izvora.

Iznosom napona u_u utječe se na iznos struje i_u , čime se direktno utječe na tok ϕ iz izraza (1.4), odnosno na iznos indukcije B u izrazima (1.1) i (1.2).

Iznosom napona u_a utječe se na iznos struje koja u stacionarnom stanju prolazi armaturnim krugom, čime se direktno utječe na iznos indukcije B u izrazu (1.1).

Stroj na osovini razvija moment m_m , a vrtnji stroja se suprotstavlja moment tereta m_t .

Dinamički model istosmjernog stroja s nezavisnom uzbudom

Diferencijalne jednačbe koje opisuju stanje istosmjernog stroja su:

$$R_a \cdot i_a + L_a \cdot \frac{di_a}{dt} + e = u_a, \quad (2.1)$$

$$e = k_e \cdot \phi \cdot n, \quad (2.2)$$

$$J \frac{d\omega}{dt} = m_m - m_t, \quad (2.3)$$

$$m_m = k_m \cdot \phi \cdot i_a, \quad (2.4)$$

$$u_u = R_u \cdot i_u + N_u \cdot \frac{d\phi}{dt}, \quad (2.5)$$

$$\phi = f(i_u), \quad (2.6)$$

$$\frac{d\vartheta}{dt} = \omega, \quad (2.7)$$

gdje jsu:

k_e i k_m - konstrukcijske konstante (bezdimenzionalne veličine)

J - moment inercije rotirajuće mase (kgm^2)

m_m - razvijeni moment na osovini stroja (Nm)

m_t - moment tereta (Nm)

ω - kutna brzina vrtnje (rad/s)

N_u - broj zavoja uzbudnog namota

ϑ - kut osovine u odnosu na definirani nulti položaj

Jednadžbe istosmjernog stroja moguće je izraziti u standardnom zapisu prostora stanja (engl. *state space model*), $\dot{X} = AX + BU$,

$$\begin{bmatrix} di_a/dt \\ d\omega/dt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_a}{L_a} & \frac{C_e}{L_a} \\ \frac{C_e}{J} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_a} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{J} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_a \\ m_t \end{bmatrix}. \quad (2.8)$$

Kao varijable stanja odabrane su struja armature i_a i brzina vrtnje ω . Ulazne veličine su napon armature u_a i moment tereta m_t [L4].

Konstanta c_e je konstrukcijska konstanta stroja kao što je i konstanta k_e . Ove konstante u sebi uključuju iste konstrukcijske detalje stroja, a u iznosu se mogu razlikovati. Odnos konstanti k_e i c_e , konstanti k_m i c_m ovisi o sustavu jedinica koji se koristi:

Ako se moment motora m_m izražava u (Nm) a brzina vrtnje n u (rpm), tada je

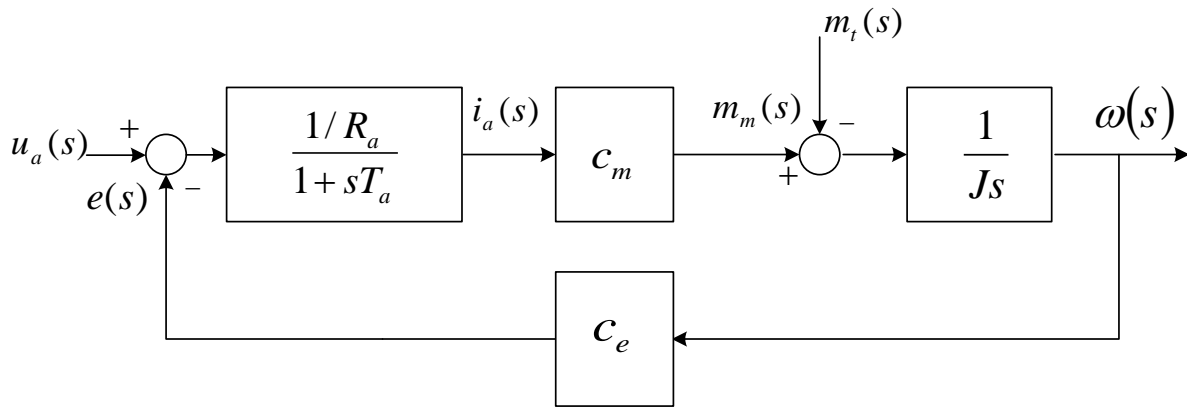
$$\frac{k_e}{k_m} = \frac{c_e}{c_m} = \frac{2\pi}{60} = 0,1047 \quad (2.9)$$

Ako se moment motora m_m izražava u (Nm) a brzina vrtnje ω u ($\frac{\text{rad}}{\text{s}}$), tada je

$$\frac{k_e}{k_m} = \frac{c_e}{c_m} = 1 \quad (2.10)$$

Detaljnije informacije o navedenim konstantama moguće je pronaći u [L3] kao i računski postupak dobivanja iznosa navedenih konstanti koji se može se pronaći u poglavlju o statičkim stanjima istosmjernog stroja s nezavisnom uzбудom (kao i u [L3]).

Uz gore navedene jednadžbe istosmjerni stroj je moguće prikazati strukturnom blokovskom shemom prikazanoj na slici 2.2.



Sl. 2.2. – Strukturna blokovska shema istosmjernog stroja s nezavisnom uzбудom

Statičke karakteristike istosmjernog stroja upravljano naponom armature

Slika 2.1 prikazuje nadomjesnu električnu shemu istosmjernog nezavisno uzbuđenog motora. Za brzinu vrtnje u ustaljenom stanju vrijedi

$$\omega = \frac{U_a - I_a R_a}{k_e \Phi}, \quad (2.11)$$

ili

$$\omega = \frac{U_a - I_a R_a}{c_e} \quad (2.12)$$

ako je magnetski tok konstantnog iznosa.

Za razvijeni moment

$$M_m = k_m \cdot \Phi \cdot I_a, \quad (2.13)$$

ili

$$M_m = c_m \cdot I_a \quad (2.14)$$

gdje je

ω - brzina vrtnje (rad/s)

U_a - iznos napona izvora (V)

I_a - iznos jakosti struje armature (A)

R_a - otpor armaturnog kruga stroja (Ω)

k_e - konstanta ovisna o konstrukciji stroja

k_m - konstanta ovisna o konstrukciji stroja

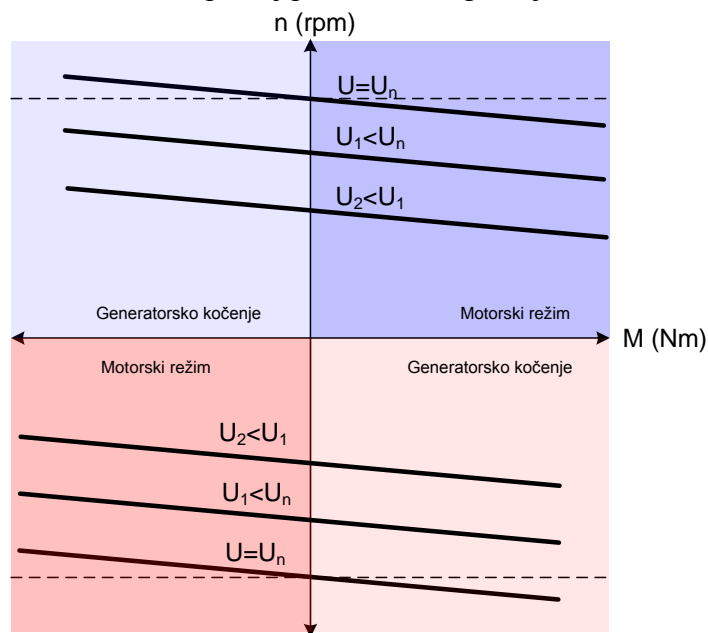
c_e - konstanta (za zadani magnetski tok) ovisna o konstrukciji stroja (Vs)

c_m - konstanta (za zadani magnetski tok) ovisna o konstrukciji stroja (Vs)

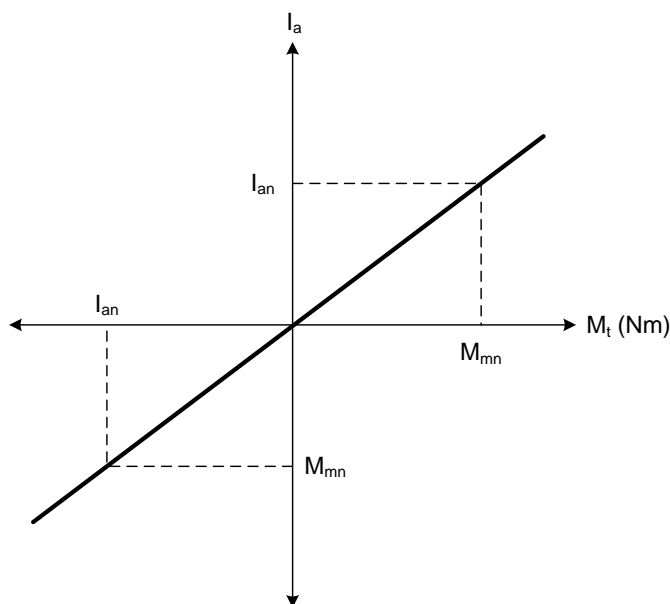
Iz izraza (2.11) može se zaključiti da se brzina vrtnje istosmjernog stroja može mijenjati promjenom napona armature U_a . Promjena brzine vrtnje istosmjernog nezavisno uzbuđenog stroja promjenom iznosa narinutog napona najčešća je metoda upravljanja brzinom vrtnje koja se danas koristi kod industrijskih pretvarača za istosmjerne strojeve.

Na slici 2.3. prikazana je $n - m_m$ karakteristika istosmjernog nezavisno uzbuđenog stroja s promjenljivim iznosom armaturnog napona.

Na slici 2.4. prikazana je $i_a - m_t$ karakteristika istosmjernog nezavisno uzbuđenog stroja u ustaljenom stanju. U ustaljenom stanju vrijedi da je $M_t = M_m$. Pri nazivno opterećenom stroju teče nazivna struja armature. Nazivni moment tereta jednak je nazivnom momentu motora. Nazivni moment motora može se izračunati iz podataka o nazivnoj brzini vrtnje i nazivnoj snazi koji se nalaze na natpisnoj pločici svakog stroja.



Slika 2.3. Momentna karakteristika nezavisno uzbuđenog istosmjernog stroja za različite iznose armaturnog napona



Slika 2.4. – Ovisnost struje armature o momentu tereta nezavisno uzbuđenog istosmjernog stroja

Za matematički opis istosmjernog stroja u prijelaznom procesu koriste se jednažbe stroja

$$u_a = i_a R_a + L_a \frac{di_a}{dt} + c_e \omega, \quad (2.15)$$

$$m_m = m_t + m_u = m_t + J \frac{d\omega}{dt}, \quad (2.16)$$

gdje je m_m moment stroja, m_t moment tereta i m_u moment ubrzanja.

Stroj se nalazi u stacionarnom stanju kada su izjednačeni momenti stroja i tereta. Od trenutka kada dođe do razlike između momenata stroja i tereta nastupa prijelazni proces koji traje do ponovnog izjednačavanja navedenih momenata. Do razlike momenata može doći promjenom momenta stroja i (ili) promjenom momenta tereta. Moment stroja je proporcionalan struji armature (uz konstantan magnetski tok) [L1],

$$m_m = c_m \cdot i_a. \quad (2.17)$$

Prijenosna i prijelazna funkcija istosmjernog stroja s nezavisnom uzбудom

Prijelazni proces se može opisati relacijama (2.15) i (2.16) uz neki poremećaj u okolici radne točke. Za neku promjenu u okolici radne točke vrijedi:

$$u_a = u_a(t) = U_{a0} + \Delta u_a(t), \quad (2.18)$$

$$i_a = i_a(t) = I_{a0} + \Delta i_a(t), \quad (2.19)$$

$$\omega_a = \omega_a(t) = \Omega_0 + \Delta \omega(t), \quad (2.20)$$

$$m_t = m_t(t) = M_{t0} + \Delta m_t(t), \quad (2.21)$$

$$m_m = m_m(t) = M_{m0} + \Delta m_m(t). \quad (2.22)$$

Uz relacije (2.18) do (2.22), relacije (2.15) i (2.16) moguće je pisati kao:

$$U_{a0} + \Delta u_a(t) = (I_{a0} + \Delta i_a(t)) R_a + L_a \frac{d}{dt} (I_{a0} + \Delta i_a(t)) + c_e (\Omega_0 + \Delta \omega(t)), \quad (2.23)$$

$$c_m (I_{a0} + \Delta i_a(t)) = M_{t0} + \Delta m_t(t) + J \frac{d}{dt} (\Omega_0 + \Delta \omega(t)), \quad (2.24)$$

gdje je radna točka definirana s

$$U_{a0} = I_{a0} R_a + c_e \Omega_0, \quad (2.25)$$

$$M_{t0} = c_m I_{a0}, \quad (2.26)$$

$$\frac{dI_{a0}}{dt} = 0, \quad (2.27)$$

$$\frac{d\Omega_0}{dt} = 0. \quad (2.28)$$

Uvrštavanjem relacija (2.25) do (2.28) u izraze (2.23) i (2.24) slijedi

$$\Delta u_a(t) = \Delta i_a(t) R_a + L_a \frac{d}{dt} \Delta i_a(t) + c_e \Delta \omega(t). \quad (2.29)$$

$$c_m \Delta i_a(t) = \Delta m_t(t) + J \frac{d}{dt} \Delta \omega(t). \quad (2.30)$$

Prelaskom u Laplace-ovu domenu slijedi

$$U_a(s) = i_a(s) R_a + L_a s i_a(s) + c_e \omega(s), \quad (2.31)$$

$$c_m i_a(s) = m_t(s) + J s \omega(s). \quad (2.32)$$

Iz izraza (2.31) i (2.32) slijedi

$$\omega(s) = U_a(s) \frac{1/c_e}{s^2 T_a T_{em} + s T_{em} + 1} - m_t(s) \frac{R_a}{c_e c_m} \frac{1 + s T_a}{s^2 T_a T_{em} + s T_{em} + 1} \quad (2.33)$$

gdje je

$$T_a = \frac{L_a}{R_a} - \text{armaturna vremenska konstanta} \quad (2.34)$$

$$T_{em} = J \frac{R_a}{c_e c_m} - \text{elektromehanička vremenska konstanta} \quad (2.35)$$

Armaturna vremenska konstanta fizikalno predstavlja vrijeme potrebno da struja u armaturnom krugu dosegne iznos od 63% konačne vrijednosti struje za skokovit porast armaturnog napona. Ako ne postoje podatci o iznosima otpora i induktiviteta armaturnog kruga (što je čest slučaj za iznos induktiviteta), ova vremenska konstanta se može izmjeriti na način da se na armaturne stezaljke priključi skokoviti napon te se promatra odziv struje. Uzbuda stroja treba biti isključena (odspojena), a rotor zakočen.

Elektromehanička vremenska konstanta fizikalno predstavlja vrijeme koje je potrebno da se stroj zaleti od brzine 0 do brzine praznog hoda ω_0 ako je elektromagnetski moment koji stroj razvija konstantnog iznosa i jednak momentu kratkog spoja stroja. Moment kratkog spoja je moment koji stroj razvija uz zakočen rotor ($\omega = 0$), uz priključen armaturni napon nazivnog iznosa te uz formiran magnetski tok uzbude nazivnog iznosa. Ova tvrdnja nije očita ako se uspoređuje s izrazom za T_{em} ali postaje jasna ako se izraz (2.35) proširi s faktorom I_{ak} / I_{ak} , gdje je I_{ak} struja kratkog spoja, odnosno ona struja koja teče strojem uz $n = 0$ i nazivan iznos armaturnog napona i uzbude. Slijedi:

$$T_{em} = J \frac{R_a}{c_e c_m} \cdot \frac{I_{ak}}{I_{ak}} = J \frac{R_a \cdot I_{ak}}{c_e} \cdot \frac{1}{M_k} \quad (2.36)$$

gdje je

M_k - moment kratkog spoja (potezni moment stroja)

Iz izraza (2.12.), uz uvjet $n = 0$ slijedi:

$$U_a = I_a R_a = I_{ak} R_a \quad (2.37)$$

Kada je brzina jednaka brzini praznog hoda ($n = n_0$), ako se zanemare gubici stroja vrijedi:

$$\omega = \omega_0 = \frac{U_a}{c_e} \quad (2.38)$$

Iz izraza (2.37) i (2.38) slijedi:

$$\omega_0 = \frac{I_{ak} R_a}{c_e} \quad (2.39)$$

Uz izraz (2.39) izraz (2.36) moguće je napisati na slijedeći način:

$$T_{em} = J \frac{\omega_0}{M_k} \quad (2.40)$$

Općenito se može pisati da je moment kratkog spoja jednak:

$$M_k = J \frac{d\omega}{dt} \quad (2.41)$$

iz čega slijedi

$$\int_0^{\omega_0} J d\omega = \int_0^{T_{em}} M_k dt \quad (2.42)$$

odnosno integriranjem proizlazi:

$$J\omega_0 = M_k T_{em} \quad (2.43)$$

što je jednako izrazu (2.40).

Izraz (2.33) moguće je rastaviti na dva izraza koji predstavljaju prijenosne funkcije u kojima je izlazna veličina brzina vrtnje, a ulazna napon armature odnosno moment tereta:

$$F(s) = \frac{\omega(s)}{e_a(s)} \Big|_{m_t(s)=0} = \frac{\frac{1}{c_e}}{s^2 T_a T_{em} + s T_{em} + 1} \quad (2.44)$$

$$F(s) = \frac{\omega(s)}{m_t(s)} \Big|_{e_a(s)=0} = \frac{R_a}{c_e c_m} \frac{1 + s T_a}{s^2 T_a T_{em} + s T_{em} + 1} \quad (2.45)$$

Iz gornjih izraza je očito da se radi o sustavu drugog reda, što fizikalno predstavlja sustav s dva spremnika energije. U ovom slučaju jedan spremnik energije je električni stroj s akumuliranom magnetskom energijom, a drugi je radni mehanizam s akumuliranom kinetičkom energijom. Ako uzbuda stroja nije konstantna tada sustav postaje trećeg reda, sa spremnikom energije u uzbuđnom krugu stroja.

Nazivnik u izrazima (2.44) i (2.45) moguće je prilagoditi na način da prijenosne funkcije poprime oblik standardne prijenosne funkcije drugog reda. U slučaju izraza (2.44) prilagođena prijenosna funkcija glasi:

$$F(s) = \frac{\omega(s)}{e_a(s)} \Big|_{m_t(s)=0} = \frac{\frac{1}{c_e} \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2} \quad (2.46)$$

gdje je

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{T_a T_{em}}}$$

frekvencija neprigušenog titranja

$$\zeta = \sqrt{\frac{T_{em}}{4T_a}}$$

prigušenja

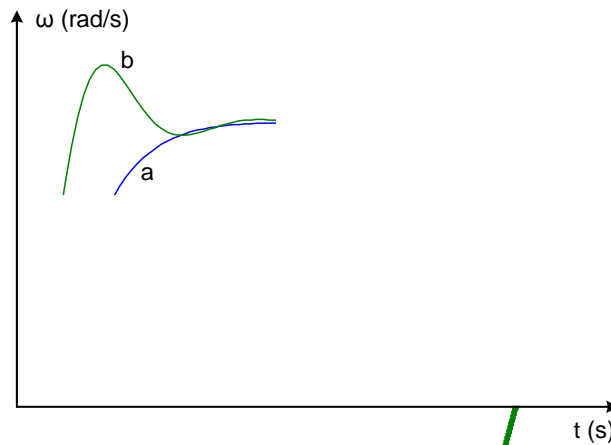
Postoje dvije osnovne vrste odziva koje može imati sustav drugog reda, što ovisi o iznosu faktora prigušenja; aperiodski i oscilatorni. U slučaju prijenosne funkcije istosmjernog stroja vrijedi

$$\zeta > 1 \Rightarrow T_{em} > 4T_a - \text{aperiodski odziv}$$

$$\zeta = 1 \Rightarrow T_{em} = 4T_a - \text{granični aperiodski odziv}$$

$$\zeta < 1 \Rightarrow T_{em} < 4T_a - \text{oscilatoran odziv}$$

Kvalitativni aperiodski i oscilatorni odziv brzine vrtnje istosmjernog stroja prikazan je na sl. 2.5. U praksi je aperiodski odziv nepoželjan samo zbog sporosti, dok je oscilatoran odziv nepoželjan zbog velikih mehaničkih i električnih naprezanja u sustavu. Najpoželjniji odzivi u praksi jesu „blago“ oscilatorni, što podrazumijeva nadvišenja s iznosom <10% konačnog odnosno stacionarnog stanja



Slika 2.5. – Aperiodski (a) i oscilatorni (b) odziv brzine vrtnje istosmjernog stroja

Iz izraza (2.31) i (2.32) može se izvesti relacija za struju istosmjernog stroja,

$$i_a(s) = u_a(s) \frac{sT_{em}}{R_a(s^2T_aT_{em} + sT_m + 1)} + m_t(s) \frac{\frac{1}{c_m}}{s^2T_aT_{em} + sT_{em} + 1}. \quad (2.47)$$

Izraz (2.47) moguće je rastaviti na dva izraza koji predstavljaju prijenosne funkcije u kojima je izlazna veličina struja armature, a ulazna napon armature odnosno moment tereta:

$$F_\omega(s) = \left. \frac{i_a(s)}{u_a(s)} \right|_{m_t(s)=0} = \frac{sT_{em}}{R_a(s^2T_aT_{em} + sT_{em} + 1)} \quad (2.48)$$

$$F_t(s) = \frac{i_a(s)}{m_t(s)} \bigg|_{e_a(s)=0} = \frac{\frac{1}{c_m}}{R_a(s^2 T_a T_{em} + s T_{em} + 1)} \quad (2.49)$$

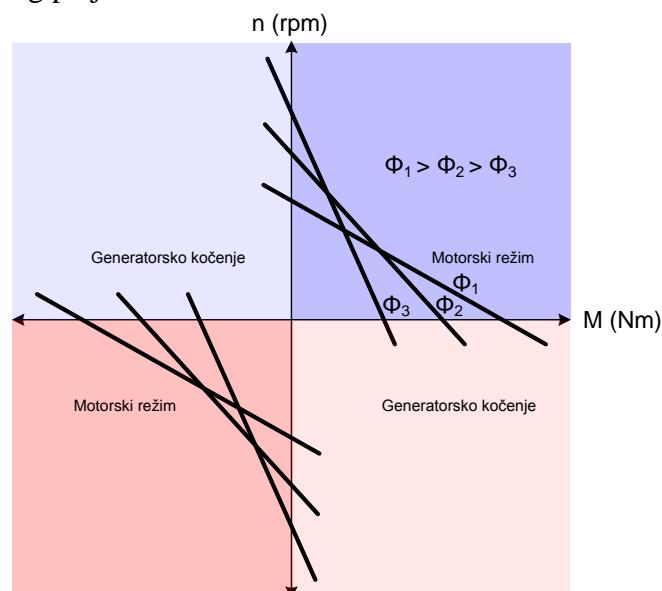
Usporedbom izraza (2.44) i (2.45) s izrazima (2.48) i (2.49) vidljivo je da su nazivnici prijenosna funkcija identični. To pokazuje da vrstu odziva sustava određuje odnos vremenskih konstanti T_{em} i T_a . Taj odnos vremenskih konstanti definirati će polove prijenosne funkcije u kompleksnoj ravnini. Ako su polovi realni i negativni odziv sustava će biti aperiodski. Ako su polovi prijenosne funkcije kompleksno konjugirani s negativnim realnim članom, odziv će biti oscilatoran. Za više informacija o funkcijama prijenosa, odzivima i stabilnosti sustava vidjeti [L2].

Statičke karakteristike istosmjernog stroja upravljanog uzбудnim poljem

Iz izraza (2.11) može se zaključiti da se brzina vrtnje istosmjernog stroja može mijenjati promjenom magnetskog toka Φ . Promjena brzine vrtnje istosmjernog nezavisnog uzbuđenog stroja promjenom iznosa magnetskog toka je metoda koja se koristi u današnjim industrijskim pretvaračima za istosmjerne strojeve. Ova metoda se najčešće koristi prilikom povećanja brzine vrtnje iznad nazivnog iznosa ($\omega > \omega_n$), što se postiže smanjenjem iznosa magnetskog polja (tzv. slabljenje polja). Nije uobičajeno koristiti ovu metodu upravljanja brzinom vrtnje za brzine do nazivnog iznosa.

Povećanje iznosa magnetskog toka iznad nazivnog iznosa značilo bi zasićenje u magnetskom materijalu stroja što bi znatno povećavalo gubitke u stroju. Iz tog razloga su gotovo svi strojevi dimenzionirani na način da rade na samom rubu zasićenja, sl. 2.7.

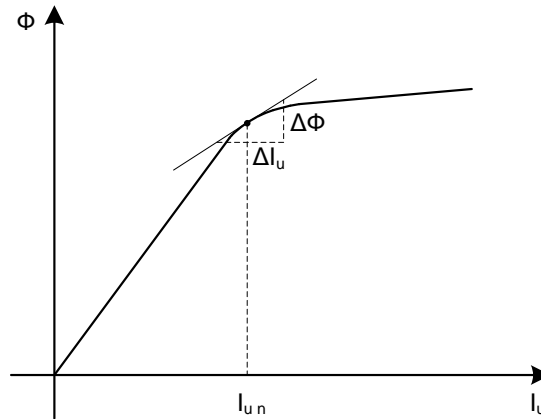
Sl. 2.6. prikazuje $n = f(m)$ karakteristiku nezavisno uzbuđenog istosmjernog stroja za različite iznose uzbuđenog toka. Iz slike je vidljivo da za isti moment stroj ima veću brzinu vrtnje uz manji iznos magnetskog polja.



Slika 2.6. Momentna karakteristika nezavisno uzbuđenog istosmjernog stroja za različite iznose uzbuđenog toka

Iz izraza (2.11) slijedi da je brzina vrtnje uz tok $\Phi = 0$ beskonačno velika. To je dakako samo matematička formulacija. Fizikalno to znači da stroj neće krenuti ukoliko stoji, a magnetski tok nije formiran. Ako se stroj okreće, a magnetski tok padne na nulu, brzina vrtnje počinje rasti. Brzina može narasti do granica izdržljivosti mehanike stroja. Ovaj fenomen poznat je pod nazivom „pobjeg stroja“.

Iz teorije magnetskih krugova poznato je da je krivulja $\phi(i)$ (ovisnost magnetskog toka o struji magnetiziranja) nelinearna krivulja s karakterističnim zasićenjem magnetskog materijala (Slika 2.7).



Slika 2.7 – ovisnost magnetskog toka o struji uzbude istosmjernog stroja

Da bi analizirali upravljanje brzinom vrtnje promjenom napona uzbude potrebno je linearizirati gornju krivulju u okolišu radne točke. U okolišu radne točke vrijedi da je:

$$\phi = k_{\phi} \cdot i_u \quad (2.50)$$

gdje je

$$k_{\phi} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta I_u}$$

Inducirani napon može se izraziti kao:

$$e = k_e \cdot \phi \cdot \omega = k_e \cdot k_{\phi} \cdot i_u \cdot \omega = k_{e\phi} \cdot i_u \cdot \omega \quad (2.51)$$

Moment stroja je:

$$m_m = k_m \cdot \phi \cdot i_a = k_m \cdot k_{\phi} \cdot i_u \cdot i_a = k_{m\phi} \cdot i_u \cdot i_a \quad (2.52)$$

Matematički se stroj može opisati s tri jednadžbe (Slika 2.1):

$$u_a(t) = i_a(t) \cdot R_a + L_a \frac{di_a(t)}{dt} + k_{e\phi} \cdot i_u(t) \cdot \omega(t) \quad (2.53)$$

$$u_u(t) = i_u(t) \cdot R_u + L_u \frac{di_u(t)}{dt} \quad (2.54)$$

$$k_{m\phi} \cdot i_u(t) \cdot i_a(t) = m_t(t) + J \frac{d\omega(t)}{dt} \quad (2.55)$$

Za neku promjenu u okolini radne točke vrijedi:

$$u_a = u_a(t) = U_{an} = U_{a0} \quad (2.56)$$

$$i_a = i_a(t) = I_{a0} + \Delta i_a(t) \quad (2.57)$$

$$\omega_a = \omega_a(t) = \Omega_0 + \Delta \omega(t) \quad (2.58)$$

$$m_t = m_t(t) = M_{t0} + \Delta m_t(t) \quad (2.59)$$

$$m_m = m_m(t) = M_{m0} + \Delta m_m(t) \quad (2.60)$$

Stacionarna stanja moguće je izraziti kao:

$$E_{a0} = I_{a0} R_a + k_{e\phi} I_{u0} \Omega_0 \quad (2.61)$$

$$E_{u0} = I_{u0} R_u \quad (2.62)$$

$$M_{t0} = k_{m\phi} I_{u0} I_{a0} \quad (2.63)$$

Kombiniranjem izraza (2.53) do (2.63) i prelaskom u Laplace-ovu domenu može se doći do slijedećih izraza:

$$i_a(s)(R_a + sL_a) + k_{e\phi} I_{u0} \omega(s) + k_{e\phi} \Omega_0 i_u(s) = 0 \quad (2.64)$$

$$u_u(s) = i_u(s)(R_u + sL_u) \quad (2.65)$$

$$k_{m\phi} i_a(s) I_{u0} + k_{m\phi} i_u(s) I_{a0} = m_t(s) + J s \omega(s) \quad (2.66)$$

Iz gornjih relacija moguće je izvesti prijenosnu funkciju u kojoj je izlazna veličina brzina, a ulazna napon uzbude (uz uvjet da nema promjene tereta $m_t(s) = 0$):

$$F(s) = \left. \frac{\omega(s)}{e_u(s)} \right|_{m_t(s)=0} = \frac{\frac{I_{a0} R_a - k_{e\phi} I_{u0} \Omega_0}{R_u k_{e\phi} I_{u0}^2} + s \frac{L_a I_{a0}}{R_u k_{e\phi} I_{u0}^2}}{(1 + sT_u) \cdot (s^2 T_a T_{m0} + sT_{m0} + 1)} \quad (2.67)$$

gdje su

$$T_u = \frac{L_u}{R_u} \text{ uzbudna vremenska konstanta,} \quad (2.68)$$

$$T_a = \frac{L_a}{R_a} \text{ armaturna vremenska konstanta, i} \quad (2.69)$$

$$T_{m0} = \frac{J R_a}{c_e c_m I_{u0}^2} \text{ elektromehanička vremenska konstanta.} \quad (2.70)$$

Armaturna vremenska konstanta je identična onoj u izrazu (2.34). Fizikalni opis uzbudne vremenske konstante je ekvivalentan opisu armaturne vremenske konstante, s razlikom da se radi o drugom električnom krugu. Ako se uspoređuju iznosi vremenskih konstanti uzbudnog i armaturnog kruga može se konstatirati da je $T_u \gg T_a$. Razlog tomu je što uzbudni namot ima mnogo zavoja (obično tanje žice), što rezultira većim samoinduktiviteto u odnosu na armaturni namot. Činjenica da uzbudni krug ima znatno veću vremensku konstantu od armaturnog ima za posljedicu znatno sporije odzive sustava koji se upravlja uzbudom u odnosu na onaj koji se upravlja armaturnim naponom.

Elektromehanička vremenska konstanta iz izraza (2.70) je ovisna o radnoj točki I_{u0} u kojoj pogon radi (na slici 2.7. točka označena s I_{un}). Ako se I_{u0} smanji, što znači smanjenje

magnetskog toka, to za posljedicu ima povećanje T_{m0} , što opet znači usporenje odziva sustava.

Izraz (2.67) ima sveukupno 3 pola, što znači da se radi o sustavu trećeg reda. Ova prijenosna funkcija ima jedan dodatan pol, u odnosu na prijenosne funkcije dane izrazima (2.45), (2.46), (2.48) i (2.49), a određen je vremenskom konstantom uzbudnog kruga koja je tipično mnogo veća od vremenske konstante armaturnog kruga.

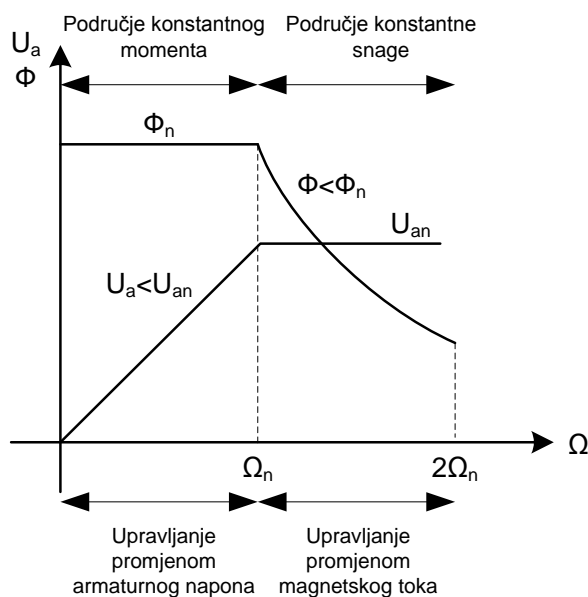
Iz dosadašnjih rezultata nameće se zaključak da se upravljanje promjenom uzbudnog polaja (uzbude) koristi za povećanje brzine vrtnje iznad nazivnog iznosa. Najveća brzina vrtnje istosmjernog pogona u praksi je najčešće ograničena radnim mehanizmom. Ako se izuzme ovo ograničenje, ograničenje brzine vrtnje postoji i zbog samo istosmjernog stroja. To ograničenje je tipično do $2n_n$, što najviše ovisi o konkretnoj konstrukciji stroja. Jedan problem su zamašne mase, a drugi su problemi komutacije struje na četkicama i lamelama kolektora.

Upravljanje brzinom vrtnje promjenom (smanjenjem) uzbudnog polja primjenljivo je samo u slučajevima malih opterećenja, $M_t \ll M_n$. Uzrok tomu je što se, prema izrazu (2.52), uz smanjenje toka Φ smanjuje moment motora m_m . Pod pretpostavkom da je teret nepromjenljivog iznosa, struja armature mora porasti da bi moment motora ostao nepromijenjen. Ako struja pri tome poraste preko nazivnog iznosa, to stanje se ne smije zadržati trajno jer će doći do pregrijavanja stroja.

Iz prethodno obavljenih analiza može se zaključiti da se uzbudno polje mijenja u granicama $\Phi_{\min} < \Phi < \Phi_n$.

Statičke karakteristike istosmjernog stroja upravljanog promjenom napona armature i poljem

Najčešća metoda reguliranja brzine vrtnje istosmjernog nezavisno uzbuđenog stroja je kombinacija dviju prethodno opisanih metoda: *promjenom napona armature* i *promjenom magnetskog polja*. Promjena napona armature koristi se za reguliranje brzine vrtnje do nazivnog iznosa, pri čemu se uzbuđa drži konstantnom. Promjena magnetskog polja koristi se za reguliranje brzine iznad nazivnog iznosa, gdje se napon armature drži konstantnim (nazivnog iznosa). Karakteristike upravljanja naponom armature i uzbudnim poljem prikazane su na sl.2.8.



Slika 2.8. – Područje regulacije brzine vrtnje istosmjernog stroja

Promjena smjera vrtnje nezavisno uzbuđenog istosmjernog stroja (u daljnjem tekstu *reverziranje*) moguća je na dva načina:

- Promjena polariteta armaturnog napona uz zadržan polaritet napona uzbude
- Promjena polariteta napona uzbude uz zadržan polaritet napona armature

Reverziranje stroja promjenom polariteta uzbuđenog napona se u praksi rijetko koristi. Razlog tome je mnogo veća vremenska konstanta uzbuđenog kruga T_u u odnosu na vremensku konstantu armaturnog kruga T_a . U uzbuđenom krugu je akumulirana znatna količina magnetske energije, što ovaj proces čini relativno sporim u odnosu na promjenu armaturnog napona. Prilikom promjene polariteta uzbuđenog napona dolazi do velikih propada momenta stroja koji mogu potrajati i do 1 s za veće strojeve, što je za neke radne mehanizme neprihvatljivo. Zbog ovih razloga za reverziranje istosmjernih strojeva se koristi metoda promjene polariteta armaturnog napona.

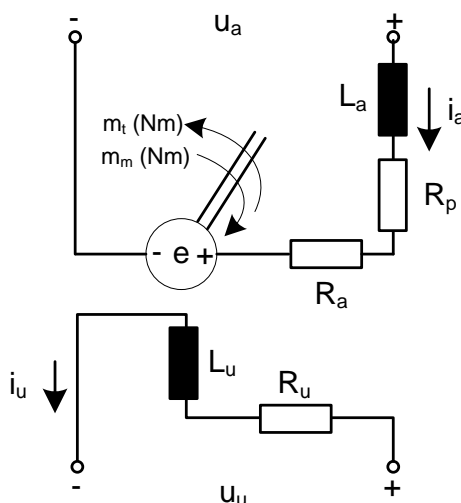
Istosmjerni elektromotorni pogoni koji trebaju raditi u sva četiri kvadranta $n-M$ karakteristike trebaju biti napajani iz izvora koji može osigurati oba polariteta napona i oba smjerastruje. Sklopovima učinske elektronike, kao što su usmjerivači i istosmjerni pretvarači, moguće je realizirati takve izvore napajanja. O sklopovima učinske elektronike koji se koriste za istosmjernu elektromotornu pogone biti će više riječi u narednim poglavljima.

Statičke karakteristike istosmjernog stroja upravljanog dodavanjem otpora u armaturni krug

Nadomjesna električna shema istosmjernog nezavisno uzbuđenog motora s dodanim predotporom u krugu armature prikazana je na sl.2.9. Prema (2.12.), zamjeno R_a s $(R_a + R_p)$, za brzinu vrtnje u ustaljenom (stacionarnom) stanju se dobije

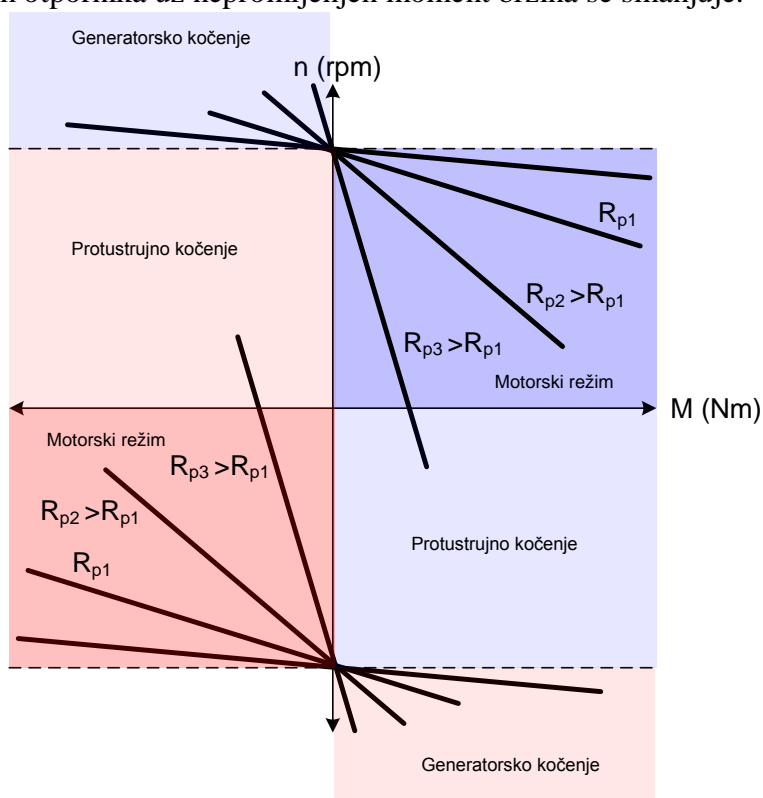
$$\omega = \frac{U_a - I_a (R_a + R_p)}{c_e}, \quad (2.71)$$

uz pretpostavku da je magnetski tok konstantnog iznosa. Iz (2.71) može se zaključiti da se brzina vrtnje istosmjernog stroja može mijenjati dodavanjem otpornika R_p u krug armature.



Slika 2.9. – Nadomjesna električna shema istosmjernog stroja s nezavisnom uzbudom s dodanim predotporom u krugu armature

Karakteristike stroja $n=f(m)$ s dodanim predotporima u krugu armature prikazane su na sl. 2.10. Dodavanjem otpornika uz nepromijenjen moment brzina se smanjuje.



Sl. 2.10. - Momentna karakteristika nezavisnog istosmjernog stroja za različite iznose predotpora R_p

Promjena brzine vrtnje promjenom dodanog otpora u armaturnom krugu R_p koristila se u značajnoj mjeri u prošlosti (starije inačice tramvaja). Tada nisu postojali elektronički energetske pretvarači (usmjerivači i istosmjerni pretvarači), a s njihovom pojavom na tržištu, cijena je bila ograničavajući faktor primjene elektroničkih pretvarača.

Dodavanje otpornika u krug armature energetske je neučinkovita metoda jer se na otporniku disipira snaga (toplina), što znatno umanjuje faktor iskoristivosti cijelog pogona.

Literatura

- [L1] „Osnove električnih strojeva“, Radenko Wolf, Školska knjiga Zagreb, 1995.
- [L2] „Automatsko upravljanje“, Vukić, Kuljača, Kigen Zagreb, 2005.
- [L3] „Elektromotorni pogoni“, Jurković, Školska knjiga Zagreb, 1990.
- [L4] „Electric motor drives“, R. Krishnan, Prentice Hall New Jersey, 2001.
- [L5] „Power Electronics“, Mohan, Undeland, Robbins, John Wiley & Sons
- [L5] „Control of electrical drives“, Leonhard, Springer 1996.