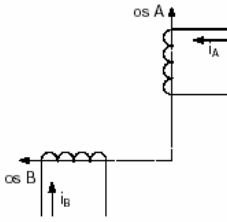


15.02.2005.

A3. Dvofazni namot 2-polnog električnog stroja prema slici sadrži dva potpuno jednaka i međusobno prostorno okomita namota protjecana strujama  $i_A = 8 \cos \omega t$  [A] i  $i_B = 10 \cos \left( \omega t + \frac{2\pi}{3} \right)$  [A]. Koliki je omjer amplituda direktnog i inverznog okretnog protjecanja? Pretpostavite da je prostorna raspodjela protjecanja sinusna.



$$\Theta_{x,tA} = \Theta_{tA} \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x\right) = \Theta_A \cos(\omega t) \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x\right) = \frac{\Theta_A}{2} \left[ \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t\right) + \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x + \omega t\right) \right]$$

$$\Theta_{x,tB} = \Theta_{tB} \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \frac{\pi}{2}\right) = \Theta_B \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{\Theta_B}{2} \left[ \underbrace{\sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t - \frac{7\pi}{6}\right)}_{\text{direktno}} + \underbrace{\sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x + \omega t + \frac{\pi}{6}\right)}_{\text{inverzna}} \right]$$

$$\Theta_{x,t} = \Theta_{d,t} + \Theta_{i,t}$$

Trebalo bi zbrojiti prvo 2 direktne komponente pa onda 2 inverzne komponente – amplitude  $\Theta_A$  i  $\Theta_B$  nisu iste pa se mogu komponente zbrojiti preko fazora.

Ali dobio sam  $\Theta_A = 2.52$  i  $\Theta_B = 8.697$  što daje omjer amplituda  $\frac{\Theta_d}{\Theta_i} \approx 0.29$ , dok je rješenjima omjer 0.529. U roku od 19.04.2004. bio je sličan

zadatak (2 prostorno okomita namota, prostorna raspodjela sinusna) gdje su struje  $i_A = 10 \sin \omega t$  i  $i_B = 12 \sin(\omega t + 150^\circ)$ . Uz isti postupak (s

fazorima) tako se dobije točan rezultat  $\frac{\Theta_d}{\Theta_i} = 0.584$ . Možda je ovdje greška u rješenjima ili ...

B2. Toplinski izolirani spremnik podijeljen je u dva jednaka dijela: prvi dio je ispunjen zrakom ( $R = 287$  J/kgK) dok je drugi dio potpuno prazan. Koliko iznosi specifična promjena entropije zraka nakon uklanjanja pregrade u spremniku?

$$V_1 = (s \text{ pregradom}) = \frac{V}{2} \quad V_2 = (\text{bez pregrade}) = V \quad R = 287 \text{ J/kgK}$$

$$T_1 = T_2 = T = \text{konst. (topl. izoliran prostor)} \quad \Delta s = ?$$

Prvi volumen je dvostruko manji – radi se samo o polovici spremnika.

Za promjenu entropije uzimaš ovu formulu  $\Delta S = m \cdot c_v \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + m \cdot R \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$ , a onda za specifičnu

promjenu entropije gornju formulu podijeliš s masom pa ostane  $\Delta s = c_v \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + R \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$ :

$$\left. \begin{aligned} \Delta s &= c_v \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + R \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \\ \Delta s &= c_v \cdot \ln\left(\frac{T}{T}\right) + R \cdot \ln\left(\frac{V}{\frac{V}{2}}\right) \\ \Delta s &= \underbrace{c_v \cdot \ln 1}_0 + R \cdot \ln 2 = 287 \cdot \ln 2 = 198.93324 \text{ J/kgK} \end{aligned} \right\} \text{znači da je } \Delta s \approx 199 \text{ J/kgK}.$$

15.02.2005.

B3. Toplinski stroj s Carnotovim kružnim procesom ima efikasnost 75% s temperaturom donjeg spremnika od 0°C. Koliki bi koeficijent izvođenja imao hladnjak s istim procesom između istih temperature?

$$\eta_{CKP} = 75 \% = 0.75 \quad t_{DOVEDENA} = 0^{\circ}C \Rightarrow T_{DOVEDENA} = 273.16 \text{ K} \quad KI_{HLADNJAK} = ?$$

---

Iz izraza za korisnost C.K.P. izračuna se  $T_{OKOLICE}$ :

$$\eta_{CKP} = 1 - \frac{T_{OKOLICE}}{T_{DOVEDENA}} \Rightarrow T_{OKOLICE} = (\eta_{CKP} - 1) \cdot (-T_{DOVEDENA}) = 68.29 \text{ K}.$$

I onda se obje temperature ubace u formulu za koeficijent izvođenja hladnjaka:

$$KI_{HLADNJAK} = \frac{T_{OKOLICE}}{T_{DOVEDENA} - T_{OKOLICE}} = 0.33333, \text{ odnosno } KI_{HLADNJAK} \approx 0.33$$

B4. Instalirani protok za protočnu hidroelektranu (aktivna visina 20 m, ukupni stupanj djelovanja 85%) očekivan je trećinu vremena tijekom godine. Vjerojatnosna krivulja protoka ima oblik  $Q(t) = 300 - 25 \cdot t$  [ $m^3/s$ ] ( $t$  u mjesecima). Odrediti očekivanu godišnju proizvodnju električne energije i faktor opterećenja (kapaciteta) hidroelektrane.

$$H_n = 20 \text{ m} \quad \eta = 85 \% = 0.85 \quad Q_{ins} \text{ (tokom 4 mj.)} \quad Q(t) = 300 - 25 \cdot t \text{ [m}^3/s\text{]} \quad W, m = ?$$

---

Instalirani protok je očekivan trećinu vremena tijekom godine pa onda iznosi:

$$Q_{ins} = Q(4) = 300 - 25 \cdot 4 = 200 \text{ m}^3/s.$$

Sada se računa godišnji prosječni protok  $Q_{sri}$ :

$$Q_{sri} = \frac{1}{12} \cdot \left( Q_{ins} \cdot t + \frac{Q_{ins} - Q(12)}{2} \cdot (12 - t) \right) = \frac{1}{12} \cdot \left( 800 + \frac{200 - 0}{2} \cdot (8) \right) \Rightarrow Q_{sri} = 133.33333 \text{ m}^3/s$$

Faktor opterećenja (kapaciteta) se računa kao omjer očekivane godišnje proizvodnje i 'maksimalne' god. proizvodnje (s instaliranim protokom):

$$m = \frac{W}{W_i} = \frac{8760 \cdot 9.80665 \cdot \eta \cdot Q_{sri} \cdot H_n}{8760 \cdot 9.80665 \cdot \eta \cdot Q_{ins} \cdot H_n} = \frac{Q_{sri}}{Q_{ins}} = 0.66666, \text{ znači da je } m \approx 0.67.$$

I još se izračuna očekivana god. proizvodnja:

$$W = 8760 \cdot 9.80665 \cdot \eta \cdot Q_{sri} \cdot H_n = 1.94721 \cdot 10^8 \text{ kWh}, \text{ odnosno } W = 195 \text{ GWh}.$$

15.06.2005.

B1. Cilindar s klipom upotrebljava se za kompresiju plina mase 0,9 kg od volumena 0,396 m<sup>3</sup> na volumen 0,255 m<sup>3</sup> pri konstantnom tlaku od 95,76 kPa. Za vrijeme trajanja procesa došlo je do smanjenja unutrašnje energije za 8135 J. Izračunati količinu i predznak topline koja je dovedena ili odvedena plinu za vrijeme kompresije.

$$m = 0.9 \text{ kg} \quad V_1 = 0.396 \text{ m}^3 \quad V_2 = 0.255 \text{ m}^3 \quad p = \text{konst.} = 95.76 \text{ kPa} \quad U_2 - U_1 = -8135 \text{ J} \quad Q = ?$$

---

Toplina se računa kao  $Q_{12} = (U_2 - U_1) + W_{12}$  gdje se rad računa ovako:

$$W_{12} = \int_1^2 p dV = p \cdot (V_2 - V_1) = -13502.16 \text{ J} . \text{ Onda je toplina:}$$

$$Q_{12} = (U_2 - U_1) + W_{12} = -8135 - 13502.16 = -21637.16 \text{ J} , \text{ znači } Q_{12} \approx -21.6 \text{ kJ} .$$

B2. Nad zrakom volumena 0,2 m<sup>3</sup> na 40<sup>0</sup> C i 400 kPa u krutom izoliranom spremniku miješanjem se obavi 200 kJ rada. Koliko iznosi promjena entropije zraka? ( $c_p = 1004 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$ ,  $R = 287 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$ )

$$V = 0.2 \text{ m}^3 \quad t = 40 \text{ }^\circ\text{C} \Rightarrow T = 313.16 \text{ K} \quad p = 400 \text{ kPa} \quad \Delta U = 200 \text{ kJ} \quad \Delta S = ?$$

---

Radi se o izohornome procesu (kruti izolirani spremnik – stalni volumen). Prvo izračunamo masu zraka:

$$p \cdot V = m \cdot R \cdot T \Rightarrow m = \frac{p \cdot V}{R \cdot T} = 0.89011 \text{ kg} . \text{ Za toplinu vrijedi } Q = \Delta U + W , \text{ ali u izohornome procesu je}$$

$W = 0$ , pa onda vrijedi  $Q = \Delta U = 200 \text{ kJ}$ . Treba još izračunati  $c_v \rightarrow c_v = c_p - R = 717 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$ . Iz formule za toplinu izračunamo  $T_2$ :

$$Q = m \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1) \Rightarrow T_2 = \frac{Q}{m \cdot c_v} + T_1 = 626.53838 \text{ K} . \text{ Sada možemo izračunati } \Delta S :$$

$$\Delta S = m \cdot c_v \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = 442.59326 \text{ J/K} , \text{ odnosno promjena entropije zraka je } \Delta S \approx 443 \text{ J/K} .$$

B3. Rashladni uređaj hladi prostor na -5<sup>0</sup> C prenošenjem topline na 20<sup>0</sup> C. Izračunati koliko treba najmanje povećati potrebni mehanički rad za hlađenje prostora na -25<sup>0</sup> C.

$$t_1 = -5 \text{ }^\circ\text{C} \Rightarrow T_1 = 268.16 \text{ K} \quad t_2 = -25 \text{ }^\circ\text{C} \Rightarrow 248.16 \text{ K} \quad t_{\text{odvedena}} = 20 \text{ }^\circ\text{C} \Rightarrow 293.16 \text{ K} \quad W_2/W_1 = ?$$

---

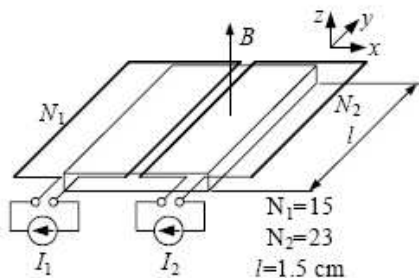
Iz formule  $KI = \frac{Q}{W}$  i  $KI = \frac{T_{\text{odvedena}} - T_{\text{dovedena}}}{T_{\text{dovedena}}}$  dobije se  $W = Q \cdot \frac{T_{\text{odvedena}} - T_{\text{dovedena}}}{T_{\text{dovedena}}}$  pa se može naći omjer:

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{Q \cdot \frac{T_{\text{odvedena}} - T_2}{T_2}}{Q \cdot \frac{T_{\text{odvedena}} - T_1}{T_1}} = \dots = 1.945068 , \text{ znači omjer je } W_2/W_1 \approx 1.94 .$$

01.07.2005.

A1. Sustav za pozicioniranje prikazan na slici se sastoji od permanentnog magneta koji se može slobodno pomicati u smjeru  $\pm x$  osi. Magnet stvara homogeno magnetsko polje indukcije 0.85 T u smjeru  $+z$  osi. Dva svitka s 15 i 23 zavoja su napajana iz strujnih izvora.

- a) Za trenutni položaj magneta prema slici odredite iznos i smjer sile koja djeluje na magnet ako su struje  $I_1 = 0.25$  A i  $I_2 = -0.1$  A.  
b) Odredite struju  $I_1$  tako da je rezultantna sila na magnet jednaka nuli ako je  $I_2 = -0.1$  A.



$$B = 0.85 \text{ T } (+z) \quad N_1 = 15 \quad N_2 = 23 \quad a) \quad I_1 = 0.25 \text{ A} \quad I_2 = -0.1 \text{ A} \quad \vec{F}_m = ? \quad b) \quad I_2 = -0.1 \text{ A} \quad \vec{F}_m = 0 \quad I_1 = ?$$

Možda ovako:

a)  $F_m = N_2 \cdot B \cdot I_2 \cdot l - N_1 \cdot B \cdot I_1 \cdot l = -0.07714 \text{ N}$ , znači  $F_m \approx 0.077 \text{ N}$ , u smjeru  $-x$ .

$$\left. \begin{aligned} F_m &= N_2 \cdot B \cdot I_2 \cdot l - N_1 \cdot B \cdot I_1 \cdot l \\ 0 &= -0.029325 - 15 \cdot 0.85 \cdot I_1 \cdot l \end{aligned} \right\} \text{ struja je } I_1 \approx -0.1533 \text{ A}.$$

$$I_1 = -0.15333 \text{ A}$$

B1. Za neku prostoriju dimenzija  $20 \times 50 \times 5$  m odrediti omjer i razliku mase zraka u sobi zimi ( $17^\circ \text{C}$ ) i ljeti ( $27^\circ \text{C}$ ) uz jednaki tlak od 101 kPa.

$$V = 20 \times 50 \times 5 \text{ m}^3 \quad m = 5000 \text{ m}^3 \quad T_1 = 290.16 \text{ K} \quad T_2 = 300.16 \text{ K} \quad p = 101 \text{ kPa}$$

Treba samo formula  $p \cdot V = m \cdot R \cdot T$ , gdje je  $R = 287 \text{ J/kgK}$ :

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\frac{p \cdot V}{R \cdot T_1}}{\frac{p \cdot V}{R \cdot T_2}} = \frac{T_2}{T_1} = 1.03446, \text{ znači omjer je } m_1/m_2 \approx 1.034.$$

$$m_1 = \frac{p \cdot V}{R \cdot T_1} = 6064.17798 \text{ kg} \text{ i } m_2 = \frac{p \cdot V}{R \cdot T_2} = 5862.14646 \text{ kg} \text{ pa je razlika masa } m_1 - m_2 = 202.03152 \text{ ili}$$

$$\Delta m \approx 202 \text{ kg}.$$

B2. Pet stotina  $\text{cm}^3$  zraka na  $800^\circ \text{C}$  i 6 MPa izotermno ekspandira do tlaka od 200 kPa. Koliko iznosi izmijenjena toplina i promjena entropije zraka?

Izotermni proces, znači da je  $p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$  pa izračunamo  $V_2 \rightarrow V_2 = \frac{p_1 \cdot V_1}{p_2} = 0.015 \text{ m}^3$ .

Sad izračunamo rad (= toplinu):  $W = Q = p_1 \cdot V_1 \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = 10203.59215 \text{ J}$  ili  $Q \approx 10.2 \text{ kJ}$ .

Promjenu entropije izračunamo ovako:  $\Delta S = \frac{Q}{T} = 9.50799 \text{ J/K}$  ili  $\Delta S \approx 9.51 \text{ J/K}$ .

**01.07.2005.**

B3. Izračunati potrebnu mehaničku snagu za pogon hladnjaka koji ima koeficijent iskorištenja 4 i za hlađenje je potrebno odvoditi 30 MJ/h topline.

$$KI = 4 \quad P_{odvedena} = 30 \text{ MJ/h} \quad P_{meh} = ?$$

---

Prvo sredimo toplinsku snagu:  $P_{odvedena} = \frac{30 \text{ MJ}}{3600 \text{ s}} = 8333.33333 \text{ W}$ . Onda u formuli  $KI = \frac{Q_{odvedena}}{W_{meh}}$  energije

zamjenimo snagama:  $KI = \frac{P_{odvedena}}{P_{meh}}$  i izračunamo snagu:  $P_{meh} = P_{odvedena} \cdot KI = 2083.33333 \text{ W} \approx 2.08 \text{ kW}$ .

11.07.2005.

B1. Koliko iznosi rad komprimiranja zraka u spremniku ( $200 \text{ kPa}$  i  $0,2 \text{ m}^3$ ) pri konstantnoj temperaturi ( $50 \text{ }^\circ\text{C}$ ) na deset puta manji volumen i kako izgleda proces u p-v dijagramu?

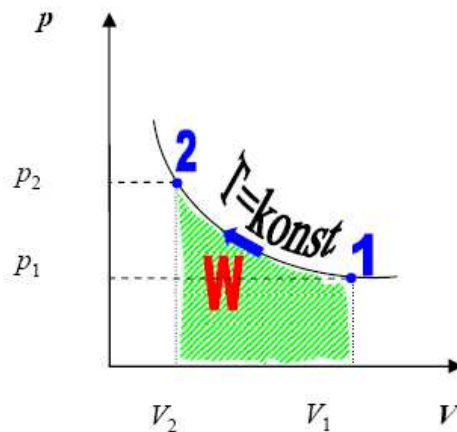
$$V_1 = 0,2 \text{ m}^3 \quad p_1 = 200 \text{ kPa} \quad t = 50 \text{ }^\circ\text{C} \Rightarrow T = 273,16 + 50 = 323,16 \text{ K} = \text{konst.} \quad V_2 = 0,1 \cdot V_1 = 0,02 \text{ m}^3$$

Ovdje se radi o izotermnom procesu jer je  $T = \text{konst.}$  – onda vrijedi i  $p \cdot V = \text{konst.}$

Rad se računa ovako:  $W_{12} = p_1 \cdot V_1 \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V}$  ili  $W_{12} = p_2 \cdot V_2 \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V}$ , računamo s prvim izrazom da ne računamo i  $p_2$ .

$$W_{12} = p_1 \cdot V_1 \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = p_1 \cdot V_1 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} = -92103,40372 \text{ W} \text{ odnosno } W_{12} = -92,1 \text{ kW}.$$

Proces u p-V dijagramu:



B2. Odrediti promjenu entropije zraka ( $0,2 \text{ m}^3$ ,  $40 \text{ }^\circ\text{C}$  i  $400 \text{ kPa}$ ) u krutom izoliranom spremniku nakon ulaganja  $200 \text{ kJ}$  rada miješanja? ( $c_p = 1004 \text{ J/kgK}$ ,  $R = 287 \text{ J/kgK}$ )

Isti kao B2 od 15.06.2005.

B3. Izračunati stupanj djelovanja Rankineovog kružnog procesa u kome para izlazi iz kotla kod tlaka  $4 \text{ MPa}$  i temperature  $400 \text{ }^\circ\text{C}$ , tlak u kondenzatoru iznosi  $10 \text{ kPa}$  i gustoća kondenzata iznosi  $1000 \text{ kg/m}^3$ . Procene u pumpi i turbini razmatrati kao povratljive i adijabatske. Zadane su entalpije: na izlazu iz kondenzatora  $191,8 \text{ kJ/kg}$ , na izlazu iz kotla  $3214 \text{ kJ/kg}$ , na izlazu iz turbine  $2144 \text{ kJ/kg}$ .

$$p = 4 \text{ MPa} \quad T = 673,16 \text{ K} \quad p_{\text{kond}} = 10 \text{ kPa} \quad \rho = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$h_1 = 191,8 \text{ kJ/kg} \quad h_3 = 3214 \text{ kJ/kg} \quad h_4 = 2144 \text{ kJ/kg} \quad \eta_{\text{RKP}} = ?$$

Stupanj djelovanja R.K.P.-a se računa po formuli  $\eta_{\text{RKP}} = \frac{w_{\text{turbina}} - w_{\text{pumpa}}}{q_{\text{gen. pare}}}$ .

Prvo nađemo rad spec. pumpe  $w_{\text{pumpa}} = h_2 - h_1 = v \cdot (p - p_{\text{kond}}) = \frac{(p - p_{\text{kond}})}{\rho} = 3,99 \text{ kJ/kg}$ , onda možemo izračunati i  $h_2 = w_{\text{pumpa}} + h_1 = 195,79 \text{ kJ/kg}$ .

Rad turbine je  $w_{\text{turbina}} = h_3 - h_4 = 1070 \text{ kJ/kg}$ . Specifična toplina koju se generira parom je  $q_{\text{gen. pare}} = h_3 - h_2 = 3018,21 \text{ kJ/kg}$ . Sad se može izračunati i stupanj djelovanja R.K.P.:

$$\eta_{\text{RKP}} = \frac{w_{\text{turbina}} - w_{\text{pumpa}}}{q_{\text{gen. pare}}} = 0,35319 \text{ ili } \eta_{\text{RKP}} \approx 0,35.$$