

**Termodinamički procesi s idealnim plinom**  
**Drugi glavni stavak termodinamike**  
**Energetske pretvorbe i kružni procesi u termoelektranama**

1. Jedan  $kmol$  idealnog plina ( $R_u = 8314 \text{ J/kmol}\cdot\text{K}$ ) ekspandira izotermno u cilindru sa stapom od početnog tlaka  $2 \text{ bara}$  do konačnog tlaka  $1 \text{ bar}$ . Tlak je okolice također  $1 \text{ bar}$ , a temperatura okolice, s kojom je cilindar u toplinskoj ravnoteži, iznosi  $300 \text{ K}$ . Pretpostavlja se da zbog sile trenja stap polagano mijenja položaj, tj. da je akceleracija gibanja zanemariva i da su cilindar i stap vrlo dobri vodiči topline. Kolika je promjena entropije plina, okolice i ukupno? Je li proces povratljiv?
2. Jednom se kilogramu idealnog plina ( $R = 287,0 \text{ J/kgK}$ ,  $\kappa = 1,4$ ) mijenja stanje kod konstantnog tlaka  $6 \text{ MPa}$  od  $200^\circ\text{C}$  do  $600^\circ\text{C}$ . Temperatura je okolice  $20^\circ\text{C}$ , a tlak okolice  $0,1 \text{ MPa}$ . Koliko iznose anergija i eksergija dovedene toplinske energije?
3. Idealan plin ( $R = 287,0 \text{ J/kgK}$ ,  $\kappa = 1,4$ ) komprimira se od početnog tlaka  $1 \text{ bar}$  i početne temperature  $293,15 \text{ K}$  do konačnog tlaka  $5 \text{ bara}$  i temperature  $600 \text{ K}$ . Stanje okolice je  $1 \text{ bar}$  i  $293,15 \text{ K}$ . Odredite gubitak mehaničkog rada zbog realnog procesa komprimiranja idealnog plina?
4. Tri kilograma zraka ( $R = 287 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$ ) početnog tlaka  $100 \text{ kPa}$  i temperature  $300 \text{ K}$  politropski se komprimira do konačnog tlaka  $500 \text{ kPa}$ . Pretpostavljajući konstantne specifične toplinske kapacitete, politropski koeficijent  $n = 2,56$ , izračunajte promjenu entropije zraka koristeći tri dolje dane relacije za idealne plinove. Poznati su  $c_p = 1003,5 \text{ J/kgK}$  i  $c_v = 717 \text{ J/kgK}$ .
5. Kompresor komprimira zrak pod atmosferskim uvjetima ( $96,53 \text{ kPa}$ ,  $288,7 \text{ K}$ ) na tlak  $4,82\cdot 10^5 \text{ Pa}$  i temperaturu  $322 \text{ K}$ . Proces komprimiranja je proces stacionarnog strujanja. Izračunajte minimalni rad po  $kg$  zraka potreban za pogon kompresora. ( $c_p = 1004 \text{ J/kgK}$ ,  $R = 287 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$ ).
6. Ljevokretnim Carnotovim kružnim procesom (LJCKP) grije se kuća na konstantnu temperaturu od  $22^\circ\text{C}$  toplinom iz rijeke na temperaturi od  $4^\circ\text{C}$ . Koliki je iznos dobavljene topline za grijanje i koliki je učinak dizalice topline (faktor preobrazbe) ako utrošak mehaničkog rada iznosi  $3,8 \text{ kWh}$  i uz pretpostavku da se radi o idealnom kružnom procesu?
7. Veći se generatori hlade vodikom. Vodik je pritom podvrgnut (Jouleovom) LJKP: u generatoru se predaje toplina vodikom za vrijeme izobarnog procesa (temperatura s kojom vodik napušta generator iznosi  $333 \text{ K}$ ), da bi se zatim vodik adijabatski komprimirao i odveo do izmjenjivača topline u kojem pri izobarnom procesu predaje toplinu. Adijabatskom ekspanzijom zatvara se kružni proces. Tlak je vodika na ulazu u generator  $1 \text{ bar}$ , a temperatura  $293 \text{ K}$ . Temperatura vodika na izlazu iz izmjenjivača topline iznosi  $353 \text{ K}$ . Koliko iznose: tlak vodika na ulazu u izmjenjivač topline, specifična toplina predana izmjenjivaču topline i faktor preobrazbe? Poznati su specifični toplinski kapacitet vodika pri konstantnom tlaku  $14,2 \text{ kJ/kgK}$  i adijabatski koeficijent  $\kappa = 1,4$ .
8. Kružni proces s idealnim plinom ( $\kappa = 1,4$  i  $R = 287 \text{ J/kgK}$ ) sastoji se od realne adijabatske kompresije i ekspanzije te izobarnog dovođenja i odvođenja topline. Na ulazu u kompresor plin ima temperaturu  $15^\circ\text{C}$  i tlak  $1 \text{ bar}$ , a na izlazu iz kompresora tlak  $5 \text{ bara}$ . Temperatura plina na ulazu u turbinu iznosi  $780^\circ\text{C}$ . Unutrašnji stupanj djelovanja realne adijabatske kompresije iznosi  $0,83$ , a realne adijabatske ekspanzije  $0,85$ . Koliko iznosi termički stupanj djelovanja Jouleovog kružnog procesa?
9. Toplina se dovodi u cilindar volumena  $5 \text{ m}^3$  koji sadrži  $0,05 \text{ m}^3$  vode u zasićenom stanju i  $4,95 \text{ m}^3$  zasićene vodene pare kod tlaka  $0,1 \text{ MPa}$ , sve dok se cijeli cilindar ne ispuni zasićenom parom. Izračunajte količinu topline koja se dovodi za vrijeme procesa. Za tlak od  $0,1 \text{ MPa}$  poznato je još:

specifični volumen i specifična unutrašnja energija zasićene vode su  $0,001043 \text{ m}^3/\text{kg}$  i  $417,36 \text{ kJ/kg}$ , specifični volumen i specifična unutrašnja energija zasićene pare su  $1,6940 \text{ m}^3/\text{kg}$  i  $2506,1 \text{ kJ/kg}$ .

10. Za Rankineov kružni proces (RKP) poznato je: protok pare  $136 \text{ kg/s}$ , tlaka  $6,89 \text{ MPa}$ , temperature  $516 \text{ }^\circ\text{C}$ , entalpije  $3449,3 \text{ kJ/kg}$  i brzine  $30,48 \text{ m/s}$  na ulazu u turbinu. Mokra para izlazi iz turbine brzinom  $91,44 \text{ m/s}$ , pod tlakom  $20,68 \text{ kPa}$  i s entalpijom  $2262,54 \text{ kJ/kg}$ . Entalpija na ulazu u kotao iznosi  $261,4 \text{ kJ/kg}$ . Koliko iznose termički stupanj djelovanja kružnog procesa i snaga turbine? Računajte s konstantnim specifičnim volumenom kondenzata (vode) što ga pojna pumpa vraća u kotao,  $v = 0,001 \text{ m}^3/\text{kg}$ .
11. Proces u termoelektrani odvija se kao idealni Rankineov kružni proces. Stacionarna je snaga kotla  $3250 \text{ MW}$ , a turbine  $990 \text{ MW}$ . Koliko iznosi tlak u kotlu uz tlak u kondenzatoru od  $0,05 \text{ bar}$ , konstantni maseni protok pare/vode u procesu od  $2129 \text{ kg/s}$ , te termički stupanj djelovanja od  $0,3$ ? Računajte s konstantnim specifičnim volumenom kondenzata (vode) što ga pojna pumpa vraća u kotao,  $v = 0,001 \text{ m}^3/\text{kg}$ .
12. Para tlaka  $3 \text{ MPa}$ , temperature  $300 \text{ }^\circ\text{C}$  napušta kotao i ulazi u visokotlačnu (VT) turbinu gdje ekspandira do tlaka  $300 \text{ kPa}$ . Para se zatim dodatno zagrijava do  $300 \text{ }^\circ\text{C}$  te ekspandira u niskotlačnoj (NT) turbini do tlaka  $10 \text{ kPa}$ . Poznate su vrijednosti entalpija: na izlazu iz pumpe  $194 \text{ kJ/kg}$ , na izlazu iz kotla  $3069 \text{ kJ/kg}$ , na izlazu VT turbine  $2542 \text{ kJ/kg}$ , na izlazu međugrijača  $2993 \text{ kJ/kg}$ , na izlazu NT turbine  $2147 \text{ kJ/kg}$  i na izlazu kondenzatora  $191 \text{ kJ/kg}$ . Izračunati termički stupanj djelovanja kružnog procesa.

**Termodinamički procesi s idealnim plinom**  
**Drugi glavni stavak termodinamike**  
**Energetske pretvorbe i kružni procesi u termoelektranama**

1. Jedan  $kmol$  idealnog plina ( $R_\mu = 8314 \text{ J/kmol}\cdot\text{K}$ ) ekspanzira izotermno u cilindru sa stapom od početnog tlaka  $2 \text{ bara}$  do konačnog tlaka  $1 \text{ bar}$ . Tlak je okolice također  $1 \text{ bar}$ , a temperatura okolice, s kojom je cilindar u toplinskoj ravnoteži, iznosi  $300 \text{ K}$ . Pretpostavlja se da zbog sile trenja stap polagano mijenja položaj, tj. da je akceleracija gibanja zanemariva i da su cilindar i stap vrlo dobri vodiči topline. Kolika je promjena entropije plina, okolice i ukupno? Je li proces povratljiv?

$$n = 1 \text{ kmol} = \text{konst.}$$

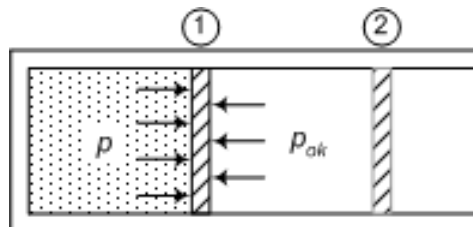
$$R_\mu = 8314 \text{ J/kmol}\cdot\text{K}$$

$$p_1 = 2 \text{ bar} = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$p_2 = p_{ok} = 1 \text{ bar} = 1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$T_1 = T_2 = T_{ok} = 300 \text{ K}$$

$$\Delta S_p, \Delta S_{ok}, \Delta S_{uk} = ?$$



Ukupnu promjenu entropije odredit ćemo kao sumu promjena entropije plina i promjene entropije okolice. Entropija je fizikalna veličina stanja.

Termodinamički sustav čini plin unutar cilindra s pomičnim stapom. Jedina vanjska sila što djeluje na sustav posljedica je tlaka okolice. Rad što ga izvrši sustav jednak je radu potiskivanja okolice.

$$W = W_{\text{potiskivanja okolice}} = p_{ok} \cdot \Delta V = p_{ok} \cdot (V_2 - V_1)$$

Uz primjenu jednadžbe stanja za idealni plin gornji izraz postaje:

$$W = p_{ok} \cdot \left( \frac{n \cdot R_\mu \cdot T_2}{p_2} - \frac{n \cdot R_\mu \cdot T_1}{p_1} \right) = p_{ok} \cdot n \cdot R_\mu \cdot T_{ok} \left( \frac{1}{p_{ok}} - \frac{1}{2 \cdot p_{ok}} \right) = 0,5 \cdot n \cdot R_\mu \cdot T_{ok} = 0,5 \cdot 1 \cdot 8314 \cdot 300 = 1247,1 \text{ kJ}$$

Pri izotermnoj ekspanziji potrebno je iz okolice dovesti toplinu da bi temperatura ostala konstanta. Plin ne mijenja unutrašnju kaloričku energiju u izotermnom procesu. S obzirom na sustav ta toplina je pozitivna i iznosi:

$$Q = W = 1247,1 \text{ kJ.}$$

Toplina se odvodi iz okolice pa je s obzirom na okolicu ta toplina negativna. Slijedi:

$$Q_{ok} = -Q = -W = -1247,1 \text{ kJ.}$$

Promjena entropije okolice je:

$$\Delta S_{ok} = \frac{Q_{ok}}{T_{ok}} = \frac{-W}{T_{ok}} = \frac{-1247,1}{300} = -4,2 \text{ kJ}$$

Promjenu entropije plina može se izračunati preko izraza:  $ds = \frac{dq}{T} = \frac{du + pdv}{T} = \frac{c_v dT}{T} + \frac{p \cdot dv}{T}$ .

Primjenom jednadžbe stanja plina ( $p \cdot v = R \cdot T$ ) i Mayerove relacije ( $c_p - c_v = R$ ) izraz se može zapisati u obliku:  $ds = c_p \frac{dT}{T} - R \frac{dp}{p}$ .

Za izotermnu promjenu stanja plina izraz se još pojednostavnjuje:  $ds_p = -R \frac{dp}{p}$

Promjena je entropije plina:

$$\Delta S_p = \int_{p_1}^{p_2} ds_p = -nR_\mu \int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{p} = -nR_\mu \ln \frac{p_2}{p_1} = -1 \cdot 8314 \cdot (-0,693) = 5,8 \text{ kJ / K}$$

Ukupna promjena entropije je:

$$\Delta S_{uk} = \Delta S_p + \Delta S_{ok} = 5,8 - 4,2 = 1,6 \text{ kJ} > 0 \rightarrow \text{Proces je nepovratljiv.}$$

Proces je nepovratljiv zbog prisutnosti sile trenja što djeluje na stap (iako se sila trenja ne razmatra eksplicitno u problemu).

2. Jednom se kilogramu idealnog plina ( $R = 287,0 \text{ J/kgK}$ ,  $\kappa = 1,4$ ) mijenja stanje kod konstantnog tlaka  $6 \text{ MPa}$  od  $200^\circ\text{C}$  do  $600^\circ\text{C}$ . Temperatura je okolice  $20^\circ\text{C}$ , a tlak okolice  $0,1 \text{ MPa}$ . Koliko iznose anergija i eksergija dovedene toplinske energije?

$m = 1 \text{ kg}$  idealnog plina

$R = 287 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$

$\kappa = 1,4$

$p = 6 \text{ MPa} = \text{konst.}$

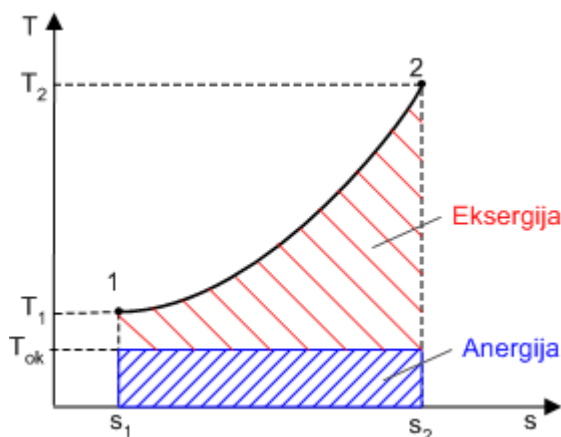
$\vartheta_1 = 200^\circ\text{C} \rightarrow T_1 = 473,15 \text{ K}$

$\vartheta_2 = 600^\circ\text{C} \rightarrow T_2 = 873,15 \text{ K}$

$\vartheta_{ok} = 20^\circ\text{C} \rightarrow T_{ok} = 293,15 \text{ K}$

$p_{ok} = 0,1 \text{ MPa}$

-----  
anergija, eksergija = ?



Vrijedi:  $Energija = Eksergija + Anergija$

Ploština površine u  $T$ - $s$  dijagramu razmjerna je izmijenjenoj toplinskoj energiji u procesu. Jedan dio ove površine ploštine  $T_{ok} \cdot \Delta s$  naziva se anergija. To je onaj oblik energije koji se ne može pretvoriti niti u jedan drugi oblik energije. Preostali dio površine, smješten povrhu dužine  $T_{ok}$  sve do krivulje procesa, odgovara eksergiji – onom obliku energije koji se u cijelosti može pretvoriti u drugi oblik energije.

Iznos anergije izračunava se preko izraza:  $Anergija = T_{ok} \cdot \Delta s$ .

Promjena entropije je:  $ds = c_p \frac{dT}{T} - R \frac{dp}{p}$  odnosno:  $\Delta s = \int_1^2 ds = \int_{T_1}^{T_2} c_p \frac{dT}{T} = c_p \cdot \ln \frac{T_2}{T_1}$

S obzirom da vrijedi:  $c_p - c_v = R$  te  $\kappa = c_p / c_v$  tada je:  $c_p = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot R = \frac{1,4}{1,4 - 1} \cdot 287 = 1004,5 \text{ J/kgK}$ .

Tada je specifična promjena entropije:  $\Delta s = c_p \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} = 1004,5 \cdot \ln \frac{873,15}{473,15} = 615,5 \text{ J/kgK}$ .

Iznos anergije je:  $anergija = T_{ok} \cdot \Delta s = 293,15 \cdot 615,5 = 180,4 \text{ kJ/kg}$ .

Iznos toplinske energije je:  $energija = q_{12} = c_p \cdot (T_2 - T_1) = 1004,5 \cdot 400 = 401,8 \text{ kJ/kg}$ .

Iznos eksergije je:  $eksergija = energija - anergija = 401,8 - 180,4 = 221,4 \text{ kJ/kg}$ .

Rad koji bi se mogao dobiti:  $w = p \cdot (v_2 - v_1) = R \cdot (T_2 - T_1) = 287 \cdot 400 = 114,8 \text{ kJ/kg}$ .

Iznos eksergije nije jednak radu jer se jedan dio topline troši na povećanje unutrašnje kaloričke energije.

3. Idealan plin ( $R = 287,0 \text{ J/kgK}$ ,  $\kappa = 1,4$ ) komprimira se od početnog tlaka  $1 \text{ bar}$  i početne temperature  $293,15 \text{ K}$  do konačnog tlaka  $5 \text{ bara}$  i temperature  $600 \text{ K}$ . Stanje okolice je  $1 \text{ bar}$  i  $293,15 \text{ K}$ . Odredite gubitak mehaničkog rada zbog realnog procesa komprimiranja idealnog plina?

$$R = 287 \text{ J/kgK}$$

$$\kappa = 1,4$$

$$p_1 = 1 \text{ bar}$$

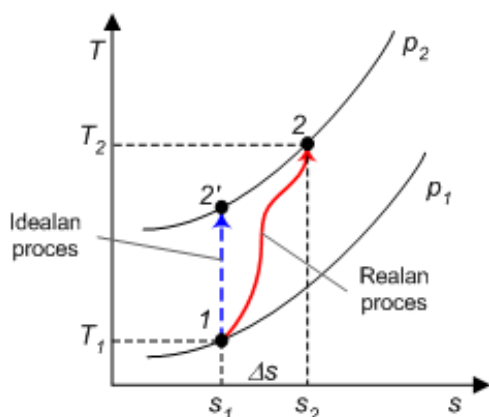
$$T_1 = 293,15 \text{ K}$$

$$T_2 = 600 \text{ K}$$

$$p_{ok} = 1 \text{ bar}$$

$$T_{ok} = 293,15 \text{ K}$$

$$w_{gub} = ?$$



Kada bi proces bio idealan onda bi entropija bila konstantna za vrijeme tog procesa.

Međutim, realni su procesi nepovratljivi tj. to su procesi rastuće entropije.

Uzrok tome je ili postojanje trenja ili se toplina izmjenjuje preko konačne razlike temperatura.

Gubitak mehaničkog rada zbog realnog procesa komprimiranja jednak je iznosu anergije:  $w_g = \text{anergija} = T_{ok} \cdot \Delta s$ .

Promjena je entropije sustava (plina) jednaka (promjena je entropije okolice jednaka nuli /adijabatski proces/):

$$\Delta s = s_2 - s_1 = \int_1^2 ds = \int_{T_1}^{T_2} c_p \frac{dT}{T} - \int_{p_1}^{p_2} R \frac{dp}{p} = \frac{\kappa}{\kappa - 1} R \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} - R \cdot \ln \frac{p_2}{p_1} = 257,6 \text{ J/kg}.$$

Gubitak mehaničkog rada (eksergije) jednak je:  $w_g = T_{ok} \cdot \Delta s = 293,15 \cdot 257,6 = 75,5 \text{ kJ/kg}$ .

4. Tri kilograma zraka ( $R = 287 \text{ J/kgK}$ ) početnog tlaka  $100 \text{ kPa}$  i temperature  $300 \text{ K}$  politropski se komprimira do konačnog tlaka  $500 \text{ kPa}$ . Pretpostavljajući konstantne specifične toplinske kapacitete, politropski koeficijent  $n = 2,56$ , izračunajte promjenu entropije zraka koristeći tri dolje dane relacije za idealne plinove. Poznati su  $c_p = 1003,5 \text{ J/kgK}$  i  $c_v = 717 \text{ J/kgK}$ .

$$m = 3 \text{ kg zraka}$$

$$R = 287 \text{ J/kgK}$$

$$n = 2,56$$

$$T_1 = 300 \text{ K}$$

$$p_1 = 100 \text{ kPa}$$

$$p_2 = 500 \text{ kPa}$$

$$c_p = 1003,5 \text{ J/kgK}$$

$$c_v = 717 \text{ J/kgK}$$

$$\Delta S_I = m \cdot c_v \cdot \ln \left( \frac{T_2}{T_1} \right) + m \cdot R \cdot \ln \left( \frac{V_2}{V_1} \right) \quad (\text{I})$$

$$\Delta S_{II} = m \cdot c_p \cdot \ln \left( \frac{T_2}{T_1} \right) - m \cdot R \cdot \ln \left( \frac{p_2}{p_1} \right) \quad (\text{II})$$

$$\Delta S_{III} = m \cdot c_n \cdot \ln \left( \frac{T_2}{T_1} \right) \quad (\text{III})$$

$$T_2, V_1, V_2, c_n, \Delta S = ? \quad \text{gdje je politropska specifična toplina } c_n \text{ definirana kao: } c_n = \frac{c_p - n c_v}{1 - n}.$$

U sva tri izraza rabe se početna i konačna temperatura zraka pa se konačna temperatura izračunava iz

$$\text{politropske promjene stanja: } \frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{(n-1)}{n}} \quad \text{odnosno } T_2 = T_1 \cdot \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{(n-1)}{n}} = 300 \cdot \left( \frac{500}{100} \right)^{\frac{(2,56-1)}{2,56}} = 800 \text{ K}.$$

Primjenjujući jednadžbu stanja idealnog plina ( $p \cdot V = m \cdot R \cdot T$ ) izračunavaju se volumeni prije i nakon kompresije:

$$V_1 = \frac{m \cdot R \cdot T_1}{p_1} = \frac{3 \cdot 287 \cdot 300}{100 \cdot 10^3} = 2,58 \text{ m}^3$$

$$V_2 = \frac{m \cdot R \cdot T_2}{p_2} = \frac{3 \cdot 287 \cdot 800}{500 \cdot 10^3} = 1,38 \text{ m}^3$$

$$\text{Politropska specifična toplina } c_n \text{ jednaka je: } c_n = \frac{c_p - n c_v}{1 - n} = \frac{1,0035 - 2,56 \cdot 0,717}{1 - 2,56} = 0,53 \text{ kJ/kgK}.$$

Uvrštavanjem odgovarajućih vrijednosti u svaki od tri izraza dobiva se:  $\Delta S_I = \Delta S_{II} = \Delta S_{III} = 1,57 \text{ kJ/kg}$ .

5. Kompresor komprimira zrak pod atmosferskim uvjetima ( $96,53 \text{ kPa}$ ,  $288,7 \text{ K}$ ) na tlak  $4,82 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  i temperaturu  $322 \text{ K}$ . Proces komprimiranja je proces stacionarnog strujanja. Izračunajte minimalni rad po  $\text{kg}$  zraka potreban za pogon kompresora. ( $c_p = 1004 \text{ J/kgK}$ ,  $R = 287 \text{ J/kgK}$ ).

$$R = 287 \text{ J/kgK}$$

$$T_1 = 288,7 \text{ K}$$

$$p_1 = 96,53 \text{ kPa}$$

$$p_2 = 4,82 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$T_2 = 322 \text{ K}$$

$$c_p = 1004 \text{ J/kgK}$$

Radi se o otvorenom sustavu. Prema tome potrebno je odrediti iznos minimalnog tehničkog rada. Taj je rad jednak povratljivom radu:  $w_{t,min} = w_{pov}$ .

Prema 1. i 2. glavnom stavku termodinamike povratljiv rad uz zanemarenje promjena potencijalne i kinetičke energije iznosi:

$$w_{pov} = h_1 - h_2 - T_{ok} \cdot (s_1 - s_2)$$

Promjena entalpije za kompresor iznosi:  $c_p \cdot (T_1 - T_2)$ .

$$w_{t,min} = ?$$

Iz definicije entropije za otvoreni sustav u diferencijalnom obliku  $T \cdot ds = dh - v \cdot dp$  vrijedi:

$$w_{pov} = c_p \cdot (T_1 - T_2) - T_{ok} \cdot \left( \int_2^1 \frac{dh}{T} - \int_2^1 \frac{v dp}{T} \right) = c_p \cdot (T_1 - T_2) - T_{ok} \cdot \left( c_p \cdot \ln \frac{T_1}{T_2} - R \cdot \ln \frac{p_1}{p_2} \right) = 135 \text{ kJ/kg}$$

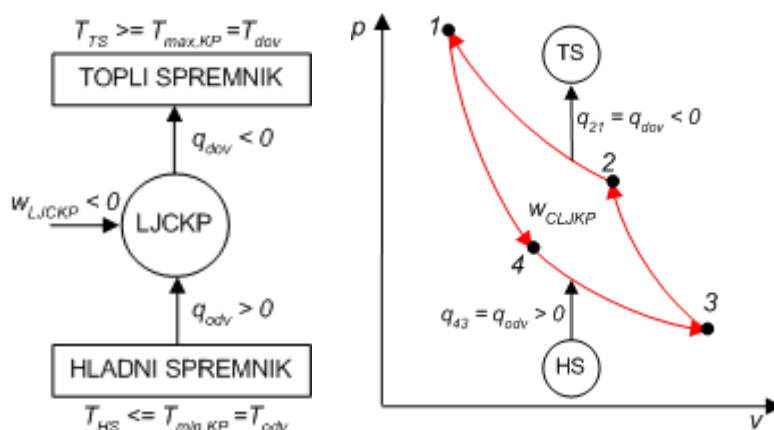
6. Ljevokretnim Carnotovim kružnim procesom (LJCKP) grije se kuća na konstantnu temperaturu od  $22 \text{ °C}$  toplinom iz rijeke na temperaturi od  $4 \text{ °C}$ . Koliki je iznos dobavljene topline za grijanje i koliki je učinak dizalice topline (faktor preobrazbe) ako utrošak mehaničkog rada iznosi  $3,8 \text{ kWh}$  i uz pretpostavku da se radi o idealnom kružnom procesu?

$$W = -3,8 \text{ kWh}$$

$$T_{HS} = 4 \text{ °C} \rightarrow T_{HS} = T_{odv} = 277,15 \text{ K}$$

$$T_{TS} = 22 \text{ °C} \rightarrow T_{TS} = T_{dov} = 295,15 \text{ K}$$

$$\frac{|q_{dov}|}{|w|} = ?$$



Primjenom LJCKP oduzima se toplina iz hladnijeg spremnika (rijeka) i predaje toplijem spremniku (unutrašnjost kuće) uz ulaganje vanjskog rada. Zadržane su namjerno oznake i parametri uvedeni pri razmatranju DCKP. Pišemo znakove apsolutnih vrijednosti jer tada isti izrazi vrijede kako za desnokretni tako i za ljevokretni proces!

Stoga, općenito vrijedi za Carnotov kružni proces:  $w = q_{dov} + q_{odv}$ .

Sukladno oznakama na slici učinak dizalice topline računa se kao omjer topline dovedene toplijem spremniku ( $q_{dov} < 0$ ) i uloženog mehaničkog rada ( $w < 0$ ):

$$\frac{|q_{dov}|}{|w|} = \frac{|q_{dov}|}{|q_{dov} - q_{odv}|} = \frac{T_{dov}}{T_{dov} - T_{odv}} = \frac{295,15}{295,15 - 277,15} = 16,4$$

Toplinska energije koja se dovodi u kuću iznosi:

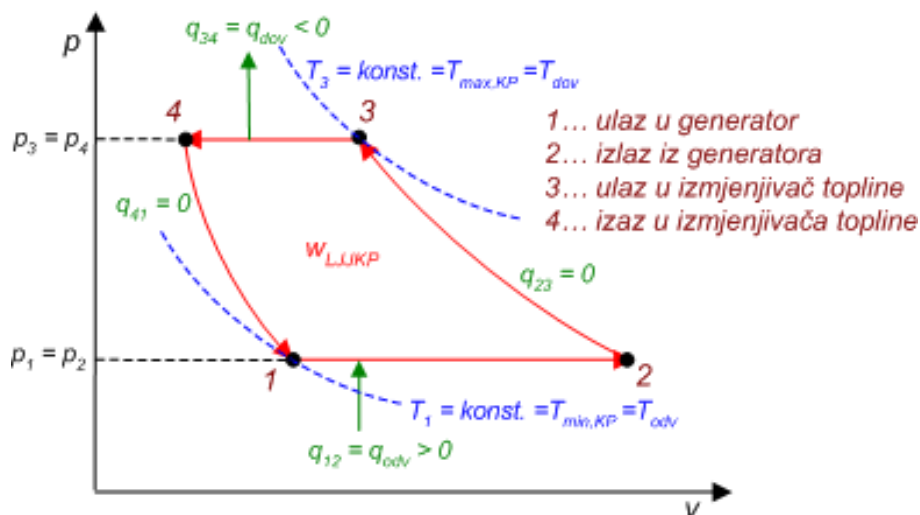
$$|q_{dov}| = 16,4 \cdot |w| = 16,4 \cdot 3,8 = 62,3 \text{ kWh}_t \rightarrow q_{dov} = -62,3 \text{ kWh}_t$$

Utroškom  $3,8 \text{ kWh}$  mehaničke eksergije osigurano je  $62,3 \text{ kWh}$  toplinske energije za zagrijavanje kuće.

7. Veći se generatori hlade vodikom. Vodik je pritom podvrgnut (Jouleovom) LJKP: u generatoru se predaje toplina vodikom za vrijeme izobarnog procesa (temperatura s kojom vodik napušta generator iznosi 333 K), da bi se zatim vodik adijabatski komprimirao i odveo do izmjenjivača topline u kojem pri izobarnom procesu predaje toplinu. Adijabatskom ekspanzijom zatvara se kružni proces. Tlak je vodika na ulazu u generator 1 bar, a temperatura 293 K. Temperatura vodika na izlazu iz izmjenjivača topline iznosi 353 K. Koliko iznose: tlak vodika na ulazu u izmjenjivač topline, specifična toplina predana izmjenjivaču topline i faktor preobrazbe? Poznati su specifični toplinski kapacitet vodika pri konstantnom tlaku 14,2 kJ/kgK i adijabatski koeficijent  $\kappa = 1,4$ .

$$\begin{aligned} T_1 &= 293,15 \text{ K} \\ T_4 &= 353,15 \text{ K} \\ T_2 &= 333,15 \text{ K} \\ \kappa &= 1,4 \\ c_{p,H} &= 14,2 \text{ kJ/kgK} \\ p_1 &= 1 \text{ bar} \end{aligned}$$

- a)  $p_3 = p_4 = ?$   
 b)  $T_3 = ?$   
 c)  $q_{34} = ?$   
 d)  $w_k = ?$   
 e)  $w_e = ?$   
 f)  $w_{uk} = ?$   
 g)  $q_{12} = ?$   
 h)  $\frac{q_{odv}}{|w|} = ?$



Jouleov kružni proces provodi se s medijem koji je u plinovitom stanju. To je proces koji se sastoji od dvije izobare i dvije adijabate.

- a) Tlak na ulazu u izmjenjivač topline (3) jednak je tlaku na izlazu (4). Tlak u stanju 4 može se odrediti preko veze temperatura i tlakova za adijabatsku promjenu stanja 4-1:

$$p_3 = p_4 = p_1 \left( \frac{T_4}{T_1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} = 10^5 \cdot \left( \frac{353,15}{293,15} \right)^{\frac{1,4}{1,4-1}} = 1,92 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

- b) Adijabatska kompresija vodika od stanja 2 do 3:

$$T_3 = T_2 \left( \frac{p_3}{p_2} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 333,15 \cdot \left( \frac{1,92}{1} \right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 401,41 \text{ K}$$

- c) Toplina predana izmjenjivaču topline pri izobarnoj kompresiji iznosi:

$$q_{dov} = q_{34} = c_{p,H} (T_4 - T_3) = 14,2 \cdot (353,15 - 401,41) = -685,3 \text{ kJ/kg.}$$

- d) Rad adijabatske kompresije vodika iznosi:

$$w_k = w_{23} = c_{p,H} (T_2 - T_3) = 14,2 \cdot (333,15 - 401,41) = -969,3 \text{ kJ/kg.}$$

- e) Rad adijabatske ekspanzije vodika iznosi:

$$w_e = w_{41} = c_{p,H} (T_4 - T_1) = 14,2 \cdot (353,15 - 293,15) = 852,0 \text{ kJ/kg.}$$

- f) Ukupan rad iznosi:

$$w_{uk} = w_k + w_e = -969,3 + 852,0 = -117,3 \text{ kJ/kg.}$$

$$\text{Provjera: } w_{uk} = q_{odv} + q_{dov} = 568,0 - 685,3 = -117,3 \text{ kJ/kg}$$

- g) Toplina predana vodikom pri izobarnoj ekspanziji iznosi:

$$q_{odv} = q_{12} = c_{p,H} (T_2 - T_1) = 14,2 \cdot (333,15 - 293,15) = 568,0 \text{ kJ/kg.}$$

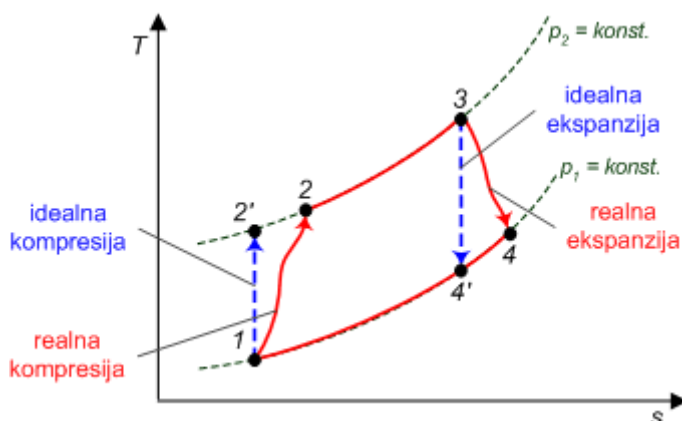
- h) Faktor preobrazbe iznosi:

$$\frac{q_{odv}}{|w|} = \frac{568,0}{117,3} = 4,8$$

8. Kružni proces s idealnim plinom ( $\kappa = 1,4$  i  $R = 287 \text{ J/kgK}$ ) sastoji se od realne adijabatske kompresije i ekspanzije te izobarnog dovođenja i odvođenja topline. Na ulazu u kompresor plin ima temperaturu  $15^\circ\text{C}$  i tlak  $1 \text{ bar}$ , a na izlazu iz kompresora tlak  $5 \text{ bara}$ . Temperatura plina na ulazu u turbinu iznosi  $780^\circ\text{C}$ . Unutrašnji stupanj djelovanja realne adijabatske kompresije iznosi  $0,83$ , a realne adijabatske ekspanzije  $0,85$ . Koliko iznosi termički stupanj djelovanja Jouleovog kružnog procesa?

$$\begin{aligned} p_1 &= p_4 = 1 \text{ bar} \\ T_1 &= 288,15 \text{ K} \\ p_2 &= p_3 = 5 \text{ bar} \\ T_3 &= 1053,15 \text{ K} \\ \eta_k &= 0,83 \\ \eta_e &= 0,85 \\ \kappa &= 1,4 \\ R &= 287 \text{ J/kgK} \end{aligned}$$

$$\eta_{JKP} = ?$$



Termički stupanj djelovanje određuje omjer mehaničkog rada i uložene toplinske energije:

$$\eta_{JKP} = \frac{w}{q_{dov}} = 1 - \frac{|q_{odv}|}{q_{dov}} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}$$

Nepoznate temperature  $T_2$  i  $T_4$  mogu se odrediti preko tzv. unutrašnjeg stupnjeva djelovanja realnog adijabatskog procesa kompresije odnosno ekspanzije.

*Unutrašnji stupanj djelovanja realne adijabatske kompresije* definiran je kao omjer rada potrebnog za komprimiranje u idealnom slučaju (od 1 do 2') i realno potrebnog rada za kompresiju (od 1 do 2):

$$\eta_k = \frac{w_i}{w_r} = \frac{T_2' - T_1}{T_2 - T_1} \Rightarrow T_2 = T_1 + \frac{T_2' - T_1}{\eta_k}$$

*Unutrašnji stupanj djelovanja realne adijabatske ekspanzije* definiran je kao omjer rada dobivenog ekspanzijom u realnom slučaju (od 3 do 4) i idealno dobivenog rada za ekspanziju (od 3 do 4'):

$$\eta_e = \frac{w_r}{w_i} = \frac{T_3 - T_4}{T_3 - T_4'} \Rightarrow T_4 = T_3 - \eta_e \cdot (T_3 - T_4')$$

Jer je nepoznat politropski koeficijent  $n$ , prvo se moraju izračunati temperature  $T_2'$  i  $T_4'$  koristeći jednadžbu adijabatske promjene stanja  $f(p, T)$ , a potom izračunati temperature  $T_2$  i  $T_4$ .

$$\frac{T_2'}{T_1} = \frac{T_3}{T_4'} = \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \Rightarrow T_2' = T_1 \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 456,4 \text{ K} \Rightarrow T_2 = 490,9 \text{ K}$$

$$T_4' = \frac{T_1 \cdot T_3}{T_2'} = 664,9 \text{ K} \Rightarrow T_4 = 723,1 \text{ K}$$

Konačno, uvrštavanjem  $T_2$  i  $T_4$  u izraz za  $\eta_{JKP}$  dobiva se  $0,23$ .



9. Toplina se dovodi u cilindar volumena  $5 \text{ m}^3$  koji sadrži  $0,05 \text{ m}^3$  vode u zasićenom stanju i  $4,95 \text{ m}^3$  zasićene vodene pare kod tlaka  $0,1 \text{ MPa}$ , sve dok se cijeli cilindar ne ispuní zasićenom parom. Izračunajte količinu topline koja se dovodi za vrijeme procesa. Za tlak od  $0,1 \text{ MPa}$  poznato je još: specifični volumen i specifična unutrašnja energija zasićene vode su  $0,001043 \text{ m}^3/\text{kg}$  i  $417,36 \text{ kJ/kg}$ , specifični volumen i specifična unutrašnja energija zasićene pare su  $1,6940 \text{ m}^3/\text{kg}$  i  $2506,1 \text{ kJ/kg}$ .

$$V = 5 \text{ m}^3$$

$$V_t = 0,05 \text{ m}^3 \text{ zasićene vode}$$

$$V_p = 4,95 \text{ m}^3 \text{ zasićene vodene pare}$$

$$p = 0,1 \text{ MPa}$$

iz parnih tablica za zadani tlak:

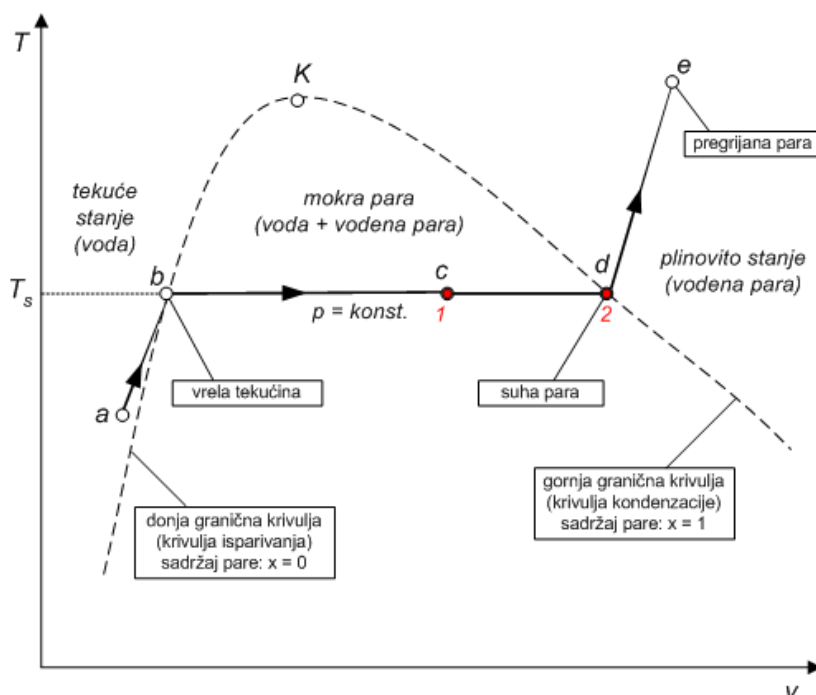
$$u_b = u_t = 417,36 \text{ kJ/kg}$$

$$v_b = v_t = 0,001043 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$u_d = u_p = 2506,1 \text{ kJ/kg}$$

$$v_d = v_p = 1,6940 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$Q_{\text{dov}} = ?$$



### ❶ PROČITAJMO

O agregatnim pretvorbama vode, procesu isparavanja vode i parnim tablicama za realne plinove pročitajte više u literaturi: (a) H. Požar, *Osnove energetike 1*, str. 482-507 (godina izdanja: 1992.); ili (b) R. Budin, *Tehnička termodinamika*, str. 105-120 (godina izdanja: 1990.).

$$Q_{12} = U_2 - U_1 + W_{12}$$

Za određivanje stanja mokre pare (područje ispod zvonolike krivulje) uvodi se nova veličina sadržaj (kvaliteta) pare  $x$ , definirana kao omjer suhe pare i ukupne mokre pare.

Ako se sa  $m'$  (ili  $m_t$  ili  $m_f$ ) označi masa vrele tekućine, a sa  $m''$  (ili  $m_p$  ili  $m_g$ ) masa suhe pare, sadržaj pare

$$\text{definiran je s } x = \frac{m''}{m' + m''}.$$

$$\text{Stanje 1: } U_1 = m_t \cdot u_t + m_p \cdot u_p$$

$$m_t = \frac{V_t}{v_t} = \frac{0,05}{0,001043} = 47,94 \text{ kg}, \quad m_p = \frac{V_p}{v_p} = \frac{4,95}{1,6940} = 2,92 \text{ kg}, \quad m = m_t + m_p = 47,94 + 2,92 = 50,86 \text{ kg}$$

$$U_1 = 47,94 \cdot 417,36 + 2,92 \cdot 2506,1 = 27326 \text{ kJ}$$

$$x = \frac{m''}{m' + m''} = 2,92 / 50,86 = 5,7 \%$$

$$\text{Stanje 2: sadržaj pare } x = 1 = 100\%$$

$$U_2 = m \cdot u_2 = 50,86 \cdot 2600,5 = 132261 \text{ kJ}$$

$$V_2 = m \cdot v_2 = 86,16 \text{ m}^3$$

$$W_{12} = p \cdot (V_2 - V_1) = 10^5 \cdot (86,16 - 5) = 8116 \text{ kJ}$$

$$Q_{12} = U_2 - U_1 + W_{12} = 127460 - 27326 + 8116 = 108250 \text{ kJ}$$

10. Za Rankineov kružni proces (RKP) poznato je: protok pare 136 kg/s, tlaka 6,89 MPa, temperature 516 °C, entalpije 3449,3 kJ/kg i brzine 30,48 m/s na ulazu u turbinu. Mokra para izlazi iz turbine brzinom 91,44 m/s, pod tlakom 20,68 kPa i s entalpijom 2262,54 kJ/kg. Entalpija na ulazu u kotao iznosi 261,4 kJ/kg. Koliko iznose termički stupanj djelovanja kružnog procesa i snaga turbine? Računajte s konstantnim specifičnim volumenom kondenzata (vode) što ga pojna pumpa vraća u kotao,  $v = 0,001 \text{ m}^3/\text{kg}$ .

$$p_1 = p_2 = 6,89 \text{ MPa}$$

$$g_2 = 516 \text{ °C} \rightarrow T_2 = 789,15 \text{ K}$$

$$h_2 = 3449,3 \text{ kJ/kg}$$

$$c_{21} = 30,48 \text{ m/s}$$

$$p_3 = p_4 = 20,68 \text{ kPa}$$

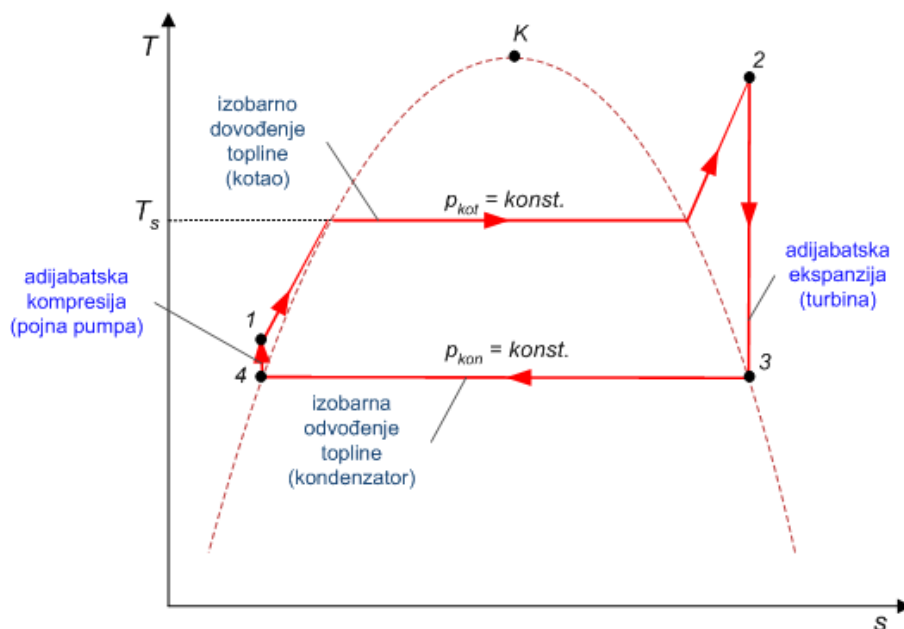
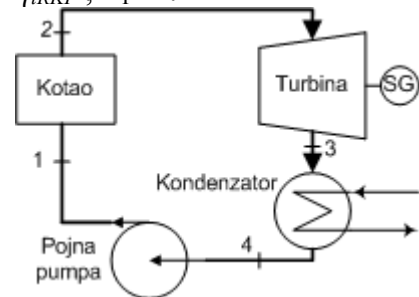
$$h_3 = 2262,54 \text{ kJ/kg}$$

$$c_3 = 91,44 \text{ m/s}$$

$$\dot{m} = 136 \text{ kg/s}$$

$$v = 0,001 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$\eta_{\text{IRKP}}, P_T = ?$$



Termički stupanj djelovanja RKP omjer je korisnog tehničkog rada turbine (umanjenog za rad pumpanja) i dovedene toplinske energije u kotlu:

$$\eta_{\text{IRKP}} = \frac{w_T - |w_P|}{q_{\text{dov}}}.$$

Primjena 1. GST za turbinu (otvoreni sustav) dovodi do izraza:

$$q_{23} + h_2 + 1/2 c_2^2 + gz_2 = w_{23} + h_3 + 1/2 c_3^2 + gz_3 \quad (q_{23} = 0, w_{23} = w_T)$$

odnosno jedinični rad turbine jednak je:  $w_T = h_2 - h_3 + 1/2 (c_2^2 - c_3^2)$ .

Iz parnih tablica za tlak  $p_2$  (za stanje 2) očitavamo vrijednosti entalpije  $h_2 = 3449,3 \text{ kJ/kg}$ , dok je za stanje 3 (mokra para) na izlazu iz turbine vrijednosti entalpije  $h_3 = 2262,54 \text{ kJ/kg}$ .

Za jedinični rad turbine dobiva se:

$$w_T = (3449,3 - 2262,54) \cdot 10^3 + 0,5 (30,48^2 - 91,44^2) = 1186,8 + (-3,7) = 1183,1 \text{ kJ/kg}.$$

Tlak u kotlu jednak je tlaku na izlazu pojne pumpe. Pod pretpostavkom idealnog procesa pumpanja i nestlačivosti vode (iz diferencijalnog oblika 1. GST:  $T \cdot ds = dh - v \cdot dp \equiv 0$ ) jedinični rad pumpanja je:

$$w_P = h_4 - h_1 = v_1 \cdot (p_4 - p_1) = 0,001 \cdot (20,68 \cdot 10^3 - 6,89 \cdot 10^6) = -6,87 \text{ kJ/kg}.$$

Specifična toplina dovedena u kotlu iznosi:

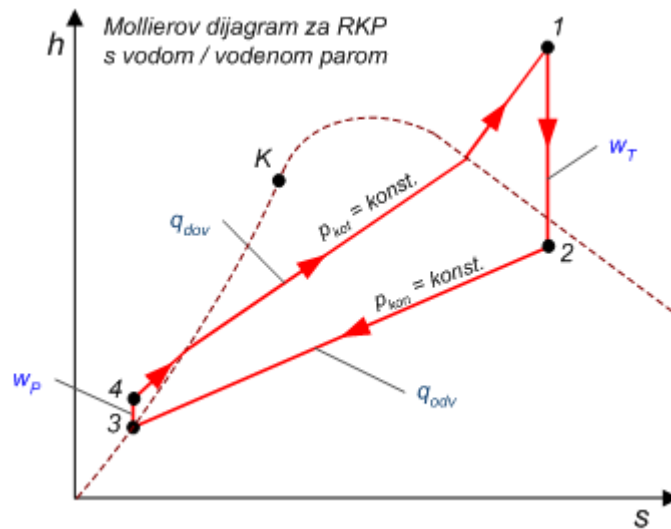
$$q_{\text{dov}} = h_2 - h_1 = 3449,3 - 261,4 = 3187,9 \text{ kJ/kg}.$$

$$\text{Termički stupanj djelovanja RKP tada iznosi: } \eta_{\text{IRKP}} = \frac{w_T - |w_P|}{q_{\text{dov}}} = \frac{1183,1 - 6,87}{3187,9} = 0,37.$$

$$\text{Snaga turbine je: } P_T = \dot{m} \cdot w_T = 136 \cdot 1183,1 \cdot 10^3 = 160,9 \text{ MW}$$

11. Proces u termoelektrani odvija se kao idealni Rankineov kružni proces. Stacionarna je snaga kotla  $3250 \text{ MW}$ , a turbine  $990 \text{ MW}$ . Koliko iznosi tlak u kotlu uz tlak u kondenzatoru od  $0,05 \text{ bar}$ , konstantni maseni protok pare/vode u procesu od  $2129 \text{ kg/s}$ , te termički stupanj djelovanja od  $0,3$ ? Računajte s konstantnim specifičnim volumenom kondenzata (vode) što ga pojna pumpa vraća u kotao,  $v = 0,001 \text{ m}^3/\text{kg}$ .

$$\begin{aligned} P_{\text{kot}} &= 3250 \text{ MW}_t \\ P_T &= 990 \text{ MW} \\ p_{\text{kon}} &= p_3 = 0,05 \text{ bar} \\ \dot{m} &= 2129 \text{ kg/s} \\ v &= 0,001 \text{ m}^3/\text{kg} \\ \eta_{\text{tRKP}} &= 0,3 \\ \hline p_{\text{kot}} &= ? \end{aligned}$$



Primjena 1.GST za pumpu (otvoreni sustav) dovodi do izraza:

$$q_{34} + h_3 + 1/2 c_3^2 + gz_3 = w_{34} + h_4 + 1/2 c_4^2 + gz_4 \quad (q_{34} = 0, w_{34} = w_p)$$

odnosno jedinični rad pumpe jednak je:  $w_p = h_3 - h_4$ .

Kao i u prethodnom zadatku, pod pretpostavkom idealnog procesa pumpanja i nestlačivosti vode (iz 1. GST:  $T \cdot ds = dh - v \cdot dp \equiv 0$ ) jedinični rad pumpanja je:  $w_p = h_3 - h_4 \equiv v \cdot (p_3 - p_4)$ .

Snaga pojne pumpe je:  $|P_p| = \dot{m} \cdot v \cdot |p_3 - p_4| = \dot{m} \cdot v \cdot (p_4 - p_3)$ .

$$\text{S druge strane snaga pojne pumpe je: } \eta_{\text{tRKP}} = \frac{P_T - |P_p|}{\dot{Q}_{\text{kot}}} \Rightarrow |P_p| = P_T - \eta_{\text{tRKP}} \cdot \dot{Q}_{\text{kot}} = 15 \text{ MW}$$

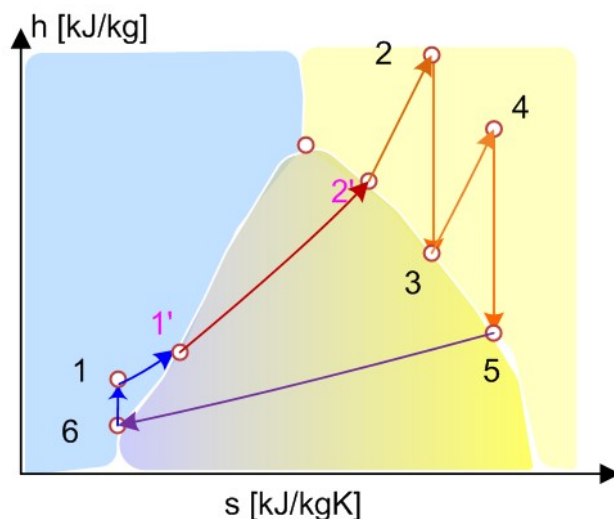
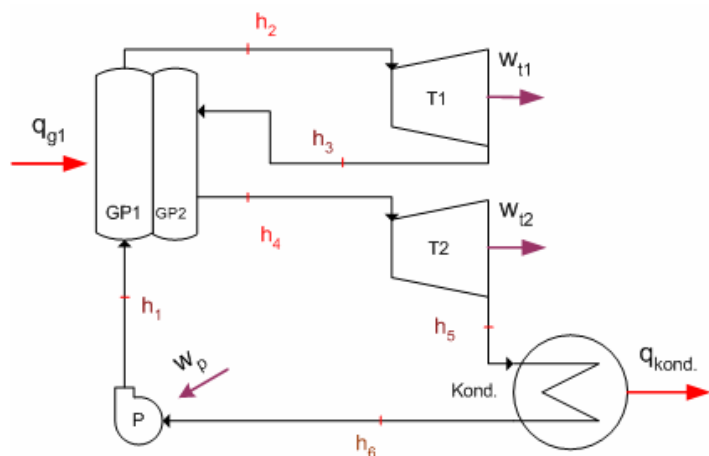
$$\text{Slijedi da je tlak u kotlu: } p_{\text{kot}} = p_4 = p_3 + \frac{|P_p|}{\dot{m} \cdot v} = 0,05 \cdot 10^5 + \frac{15 \cdot 10^6}{2129 \cdot 0,001} = 70,51 \text{ bar}$$

12. Para tlaka  $3 \text{ MPa}$ , temperature  $300 \text{ }^\circ\text{C}$  napušta kotao i ulazi u visokotlačnu (VT) turbinu gdje ekspandira do tlaka  $300 \text{ kPa}$ . Para se zatim dodatno zagrijava do  $300 \text{ }^\circ\text{C}$  te ekspandira u niskotlačnoj (NT) turbini do tlaka  $10 \text{ kPa}$ . Poznate su vrijednosti entalpija: na izlazu iz pumpe  $194 \text{ kJ/kg}$ , na izlazu iz kotla  $3069 \text{ kJ/kg}$ , na izlazu VT turbine  $2542 \text{ kJ/kg}$ , na izlazu međugrijača  $2993 \text{ kJ/kg}$ , na izlazu NT turbine  $2147 \text{ kJ/kg}$  i na izlazu kondenzatora  $191 \text{ kJ/kg}$ . Izračunati termički stupanj djelovanja kružnog procesa.

$$\begin{aligned} p_2 &= 3 \text{ MPa} \\ g_2 &= 300 \text{ }^\circ\text{C} \\ p_3 &= 300 \text{ kPa} \\ g_4 &= 300 \text{ }^\circ\text{C} \\ p_5 &= 10 \text{ kPa} \\ \hline \eta_{\text{tRKP}} &= ? \end{aligned}$$

iz parnih tablica očitani su:

$$\begin{aligned} h_1 &= 194 \text{ kJ/kg} \\ h_2 &= 3069 \text{ kJ/kg} \\ h_3 &= 2542 \text{ kJ/kg} \\ h_4 &= 2993 \text{ kJ/kg} \\ h_5 &= 2147 \text{ kJ/kg} \\ h_6 &= 191 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$



Termički (energetski) stupanj djelovanja Rankineovog kružnog procesa s međupregrijanjem (ekspanzija u dva stupnja) jednak je omjeru neto dobivenog mehaničkog rada i ukupno dovedene toplinske energije:

$$\eta_{iRKP,MP} = \frac{w_{t1} + w_{t2} - |w_p|}{q_{g1} + q_{g2}} = \frac{(h_2 - h_3) + (h_4 - h_5) - |h_6 - h_1|}{(h_2 - h_1) + (h_4 - h_3)} = \frac{527 + 846 - 3}{2875 + 451} = 0,41$$