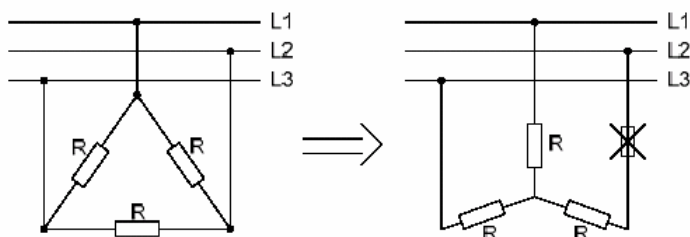


A1. Na trofaznu krutu mrežu napona 10000 V, 50 Hz priključena je simetrična trofazna peć snage 1200 kW spojena u trokut. Skicirajte shemu spoja te izračunajte:

- Kolikom bi ukupnom snagom peć opterećivala generator kada bi je prespojili u zvijezdu i priključili na mrežu?
- Kolikom bi snagom peć opterećivala mrežu ako u jednoj fazi peći spojene u zvijezdu pregori osigurač?



$$P_{peć} = P_{f \text{ trokut}} = 1200 \text{ kW} \quad U = U_l = 10000 \text{ V} \quad f = 50 \text{ Hz}$$

$$a) \quad \text{za trokut: } U_f = U_l = 10000 \quad I_f = \frac{U_f}{R} = \frac{U_l}{R} \Rightarrow P_{f \text{ trokut}} = U_f \cdot I_f = \frac{U_l^2}{R}$$

$$\text{za zvijezdu: } U_f = \frac{U_l}{\sqrt{3}} \quad I_f = \frac{U_f}{R} = \frac{U_l}{\sqrt{3} \cdot R} \Rightarrow P_{f \text{ zvijezda}} = U_f \cdot I_f = \frac{U_l^2}{9 \cdot R} = \frac{U_l^2}{3 \cdot R}$$

$$\frac{P_{f \text{ trokut}}}{P_{f \text{ zvijezda}}} = \frac{\frac{U_l^2}{R}}{\frac{U_l^2}{3 \cdot R}} = 3 \Rightarrow P_{f \text{ zvijezda}} = \frac{P_{f \text{ trokut}}}{3} = \frac{1200}{3} = 400 \text{ kW}$$

$$b) \text{ za spoj u zvijezdi } \Rightarrow P_Y = 3 \cdot U_l \cdot I_l = 3 \cdot \frac{U_l^2}{R} = 3 \cdot \left( \frac{U_f}{\sqrt{3}} \right)^2 = \frac{U_f^2}{R}, \text{ a kada se prekiñe jedna od}$$

$$\text{faza napon je } U_{prekid} = \frac{U_f}{2}, \text{ a snaga } P_{Y \text{ prekid}} = 2 \cdot \frac{U_{prekid}^2}{R} = 2 \cdot \frac{U_f^2}{4 \cdot R} = \frac{1}{2} \cdot \frac{U_f^2}{R}$$

$$\text{omjer snaga } \Rightarrow \frac{P_Y}{P_{Y \text{ prekid}}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} \Rightarrow P_{Y \text{ prekid}} = \frac{P_Y}{2} \quad \text{ovdje je: } P_{Y \text{ prekid}} = \frac{P_Y}{2} = \frac{400}{2} = 200 \text{ kW}$$

A2. Jezgra A i jezgra B su napravljene od mekog magnetskog materijala, imaju jednaki namot i magnetski krug s jedinom razlikom u veličini zračnog raspora. Raspor jezgre A iznosi 1 mm, a raspor jezgre B iznosi 1,3 mm. Jezgre su priključene na izmjenični napon 400 V, 50 Hz. Kolika je indukcija u zračnom rasporu jezgre B, ako je u rasporu jezgre A indukcija 0,9 T? Pad magnetskog napona na željezu se zanemaruje ( $\mu_{Fe} \gg$ ), kao i "proširenje" silnica magnetskog polja po dužini zračnog raspora. Odgovore treba obrazložiti!

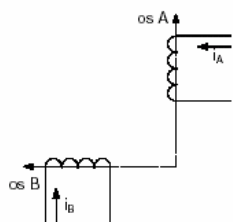
$$E = 4,44 \cdot N \cdot \Phi \cdot f = 4,44 \cdot N \cdot B \cdot S \cdot f$$

$$E_1 = E_2 \Rightarrow 4,44 \cdot N_1 \cdot B_{\delta A} \cdot S_1 \cdot f_1 = 4,44 \cdot N_2 \cdot B_{\delta B} \cdot S_2 \cdot f_2 \Rightarrow (N, f, S)_1 = (N, f, S)_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B_{\delta A} = B_{\delta B} = 0,9 \text{ T}$$

Naponi, frekvencije, jezgre, namoti su isti pa i  $B_\delta$  ostaje isti.

A3. Dvofazni namot 2-polnog električnog stroja prema slici sadrži dva potpuno jednaka i međusobno prostorno okomita namota protjecana strujama  $i_A = 8 \cos \omega t$  [A] i  $i_B = 10 \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$  [A]. Koliki je omjer amplituda direktnog i inverznog okretnog protjecanja? Pretpostavite da je prostorna raspodjela protjecanja sinusna.



$$\Theta_{x,tA} = \Theta_{tA} \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x\right) = \Theta_A \cos(\omega t) \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x\right) = \frac{\Theta_A}{2} \left[ \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t\right) + \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x + \omega t\right) \right]$$

$$\Theta_{x,tB} = \Theta_{tB} \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \frac{1}{2}\pi\right) = \Theta_B \cos\left(\omega t + \frac{2}{3}\pi\right) \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \frac{1}{2}\pi\right) = \frac{\Theta_B}{2} \left[ \underbrace{\sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t - \frac{7}{6}\pi\right)}_{\text{direktno}} + \underbrace{\sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x + \omega t + \frac{1}{6}\pi\right)}_{\text{inveržno}} \right]$$

$$\Theta_{x,t} = \Theta_{d,t} + \Theta_{i,t}$$

$$\begin{aligned} \Theta_{d,t} &= \frac{\Theta_A}{2} \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t\right) + \frac{\Theta_B}{2} \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t - \frac{7}{6}\pi\right) = 4e^{i\left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t\right)} e^{i0} + 5e^{i\left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t\right)} e^{-i\frac{7}{6}\pi} = \\ &= e^{i\left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t\right)} \left[ 4 + 5 \left( \cos\left(-\frac{7}{6}\pi\right) + i \sin\left(-\frac{7}{6}\pi\right) \right) \right] = e^{i\left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t\right)} \left[ 4 - \frac{5\sqrt{3}}{2} + i \frac{5}{2} \right] = \\ &= 2,5217 e^{i\left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t\right)} e^{i \arctan \frac{2,5}{4-2,5\sqrt{3}}} = 2,5217 e^{i\left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t + 97,52^\circ\right)} = 2,5217 \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t + 97,52^\circ\right) \Rightarrow \Theta_d = 2,5217 \end{aligned}$$

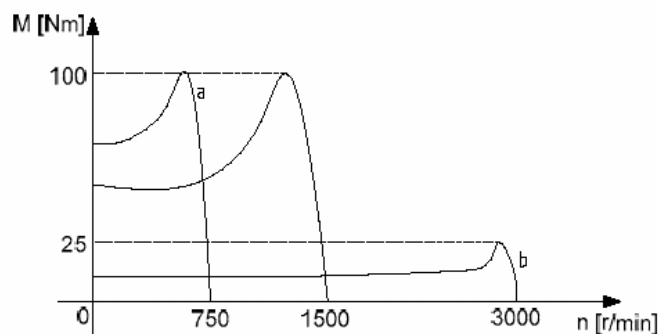
$$\begin{aligned} \Theta_{i,t} &= \frac{\Theta_A}{2} \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x + \omega t\right) + \frac{\Theta_B}{2} \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x + \omega t + \frac{1}{6}\pi\right) = 4e^{i\left(\frac{\pi}{\tau_p} x + \omega t\right)} e^{i0} + 5e^{i\left(\frac{\pi}{\tau_p} x + \omega t\right)} e^{i\frac{1}{6}\pi} = \\ &= e^{i\left(\frac{\pi}{\tau_p} x + \omega t\right)} \left[ 4 + 5 \left( \cos\left(\frac{1}{6}\pi\right) + i \sin\left(\frac{1}{6}\pi\right) \right) \right] = e^{i\left(\frac{\pi}{\tau_p} x + \omega t\right)} \left[ 4 + \frac{5\sqrt{3}}{2} + i \frac{5}{2} \right] = \\ &= 8,6972 e^{i\left(\frac{\pi}{\tau_p} x + \omega t\right)} e^{i \arctan \frac{2,5}{4+2,5\sqrt{3}}} = 8,6972 e^{i\left(\frac{\pi}{\tau_p} x + \omega t + 16,51^\circ\right)} = 8,6972 \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t + 16,51^\circ\right) \Rightarrow \Theta_i = 8,6972 \end{aligned}$$

$$\text{traženi omjer} \Rightarrow \frac{\Theta_d}{\Theta_i} = 0,2899 \approx 0,29$$

(sigurno postoji jednostavnije rješenje)

4. Na slici je prikazana momentna karakteristika trofaznog kaveznog asinkronog motora za nazivni napon 400 V, 50 Hz uz broj polova  $2p=4$ . U isti dijagram skicirajte karakteristiku momenta i izračunajte sinkronu brzinu vrtnje:

- a) za slučaj da se i napon i frekvencija smanje na 50% nazivnih iznosa, tj. 200V, 25Hz,  
 b) za slučaj da se frekvencija poveća na dvostruku vrijednost, tj. na 100 Hz, a napon ostane nepromijenjen, tj. 400V.  
 Ako je prekretni moment  $M_{pr}$  na nazivnim vrijednostima napona i frekvencije jednak 100 Nm, koliki će on biti u Nm u slučajevima a) i b)?



$$U_n = 400 \text{ V} \quad f_n = 50 \text{ Hz} \quad 2p = 4 \Rightarrow p = 2$$

$$M_{pr} \doteq k \left( \frac{U}{f} \right)^2 \Rightarrow M_{pr} = k \left( \frac{U_n}{f_n} \right)^2 = 100 \text{ Nm} \quad n_s = \frac{60 \cdot f_n}{p} = 30 \cdot 50 = 1500 \text{ r/min}$$

$$a) \quad U_a = 0,5 \cdot U_n = 200 \text{ V} \quad f_a = 0,5 \cdot f_n = 25 \text{ Hz}$$

$$\frac{M_{pr,a}}{M_{pr}} = \frac{\left( \frac{U_a}{f_a} \right)^2}{\left( \frac{U_n}{f_n} \right)^2} = \frac{\left( \frac{0,5 \cdot U_n}{0,5 \cdot f_n} \right)^2}{\left( \frac{U_n}{f_n} \right)^2} = 1 \Rightarrow M_{pr,a} = M_{pr} = 100 \text{ Nm}$$

$$\frac{n_{s,a}}{n_s} = \frac{f_a}{f_n} = 0,5 \Rightarrow n_{s,a} = 0,5 \cdot n_s = 750 \text{ r/min}$$

$$b) \quad U_b = U_n = 400 \text{ V} \quad f_b = 2f_n = 100 \text{ Hz}$$

$$\frac{M_{pr,b}}{M_{pr}} = \frac{\left( \frac{U_b}{f_b} \right)^2}{\left( \frac{U_n}{f_n} \right)^2} = \frac{\left( \frac{U_n}{2 \cdot f_n} \right)^2}{\left( \frac{U_n}{f_n} \right)^2} = 0,25 \Rightarrow M_{pr,b} = 0,25 \cdot M_{pr} = 25 \text{ Nm}$$

$$\frac{n_{s,b}}{n_s} = \frac{f_b}{f_n} = 2 \Rightarrow n_{s,b} = 2 \cdot n_s = 3000 \text{ r/min}$$

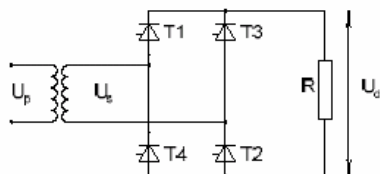
A5. Na slici je shema spoja jednofaznog punovalnog upravljivog tiristorskog ispravljača kojemu je na istosmjernoj strani priključen radni otpor  $R=8\ \Omega$ . Napon sekundara jednofaznog transformatora je  $u_s = 110\sqrt{2} \sin 314t$ , a kut upravljanja tiristora  $\alpha=\pi/4$ .

a) Skicirajte vremenski oblik napona na tiristorima T1 i T2 i izračunajte njegovu srednju vrijednost,

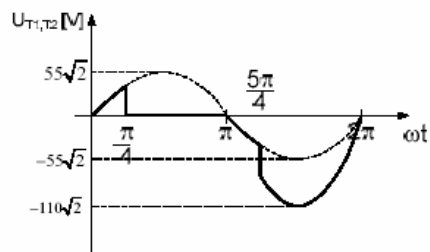
b) Skicirajte vremenski oblik struje kroz tiristore T3 i T4,

c) Kolika je efektivna vrijednost struje kroz otpor R?

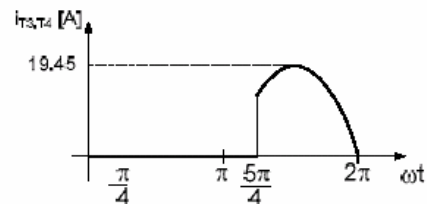
Padovi napona na tiristoru i induktivni otpori u cijelom strujnom krugu (ispravljač i transformator) se mogu zanemariti.



a)



b)



$$R = 8\ \Omega \quad u_s = 110\sqrt{2} \sin(\omega t) \quad \alpha = \pi/4$$

$$a) U_{T1,T2} \Rightarrow U_{sr,T1,T2} = \frac{55\sqrt{2}}{\pi} \left[ \underbrace{\int_0^{\pi/4} \sin(\omega t) d(\omega t) + \int_{\pi}^{5\pi/4} \sin(\omega t) d(\omega t)}_0 + \int_{5\pi/4}^{2\pi} \sin(\omega t) d(\omega t) \right] =$$

$$U_{sr,T1,T2} = \frac{55\sqrt{2}}{\pi} \left[ -(\cos(\omega t)) \Big|_{5\pi/4}^{2\pi} \right] = -\frac{55\sqrt{2}}{\pi} \left[ 1 - \left( -\frac{\sqrt{2}}{2} \right) \right] = -42,2657 \approx -42,26\ V$$

$$b) I_{\max,T3,T4} = \frac{U_{\max}}{R} = \frac{110\sqrt{2}}{8} = 19,4454 \approx 19,45\ A$$

$$c) I_{ef} = \frac{U_{ef}}{R} \Rightarrow U_{ef} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_{5\pi/4}^{2\pi} (110\sqrt{2})^2 \sin^2(\omega t) d(\omega t)} = \frac{110\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\int_{5\pi/4}^{2\pi} \left( \frac{1}{2} - \frac{\cos(2\omega t)}{2} \right) d(\omega t)}$$

$$U_{ef} = \frac{110\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\left[ \frac{1}{2}(\omega t) - \frac{1}{4}(\sin(2\omega t)) \right]_{5\pi/4}^{2\pi}} = \frac{110\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{3}{8}\pi - \left( -\frac{1}{4} \right)} = 104,8846 \approx 104,89\ V$$

$$I_{ef} = \frac{U_{ef}}{R} = \frac{104,8846}{8} = 13,1106 \approx 13,11\ V$$

$$\Rightarrow \Delta s = R \cdot \ln \left( \frac{V}{\frac{V}{2}} \right) = R \cdot \ln 2 = 198,9332 \approx 199 \text{ J/kgK}$$

B3. Toplinski stroj s Carnotovim kružnim procesom ima efikasnost 75% s temperaturom donjeg spremnika od 0°C. Koliki bi koeficijent izvođenja imao hladnjak s istim procesom između istih temperature?

$$\eta_{CKP} = 75 \% = 0,75 \quad t_{DOVEDENA} = 0^\circ C \Rightarrow T_{DOVEDENA} = 273,16 \text{ K} \quad KI_{HLADNJAK} = ?$$

$$\eta_{CKP} = 1 - \frac{T_{OKOLICE}}{T_{DOVEDENA}} \Rightarrow T_{OKOLICE} = (\eta_{CKP} - 1)(-T_{DOVEDENA}) = 68,29 \text{ K}$$

$$KI_{HLADNJAK} = \frac{T_{OKOLICE}}{T_{DOVEDENA} - T_{OKOLICE}} = 0,3333 \approx 0,33$$

B4. Instalirani protok za protočnu hidroelektranu (aktivna visina 20 m, ukupni stupanj djelovanja 85%) očekivan je trećinu vremena tijekom godine. Vjerojatnosna krivulja protoka ima oblik  $Q(t) = 300 - 25 \cdot t$  [ $m^3/s$ ] ( $t$  u mjesecima). Odrediti očekivanu godišnju proizvodnju električne energije i faktor opterećenja (kapaciteta) hidroelektrane.

$$H_n = 20 \text{ m} \quad \eta = 85 \% = 0,85 \quad Q_{ins} (\text{tokom } 4 \text{ mj.}) \quad Q(t) = 300 - 25 \cdot t \left[ m^3 / s \right]$$

$$W = ? \quad m = ?$$

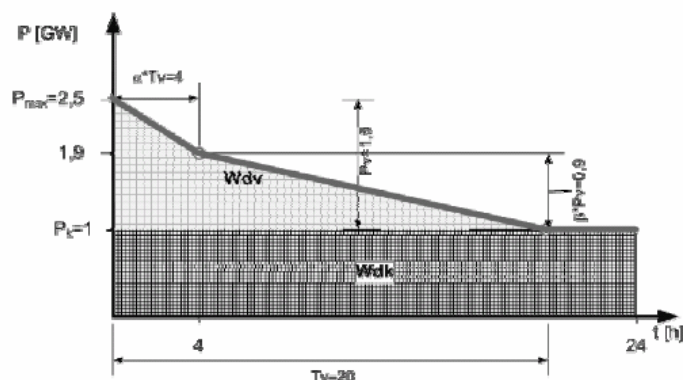
$$Q_{ins} = Q(4) = 300 - 25 \cdot 4 \Rightarrow Q_{ins} = 200 \text{ m}^3 / s$$

$$Q_{sri} = \frac{1}{12} \left( Q_{ins} \cdot t + \frac{Q_{ins} + Q(12)}{2} (12 - t) \right) = \frac{1}{12} \left( 800 + \frac{200 + 0}{2} (8) \right) \Rightarrow Q_{sri} = 133,3333 \text{ m}^3 / s$$

$$m = \frac{W}{W_i} = \frac{8760 \cdot 9,80665 \cdot 1000 \cdot \eta \cdot Q_{sri} \cdot H_n}{8760 \cdot 9,80665 \cdot 1000 \cdot \eta \cdot Q_{ins} \cdot H_n} = \frac{Q_{sri}}{Q_{ins}} = 0,6666 \approx 0,67$$

$$W = 8760 \cdot 9,80665 \cdot 1000 \cdot \eta \cdot Q_{sri} \cdot H_n = 1,947208 \cdot 10^{11} \Rightarrow W \approx 195 \text{ GWh}$$

B5. Za dnevni dijagram opterećenja aproksimiran s tri pravca poznata je konstantna snaga (1 GW), maksimalna snaga (2,5 GW), trajanje konstantnog opterećenja (4 h) i faktor  $\alpha$  (0,2). Nacrtati dijagram trajanja opterećenja i odrediti varijabilnu energiju ako je faktor opterećenja sustava jednak 0,6.



$$m_d = 0,6 \quad P_K = 1 \text{ GW} \quad T_K = 4 \text{ h} \quad \alpha = 0,2 \quad P_{\max} = 2,5 \text{ GW} \quad W_v = ?$$

$$T_v = T - T_K = 20 \text{ h} \quad m_d = \frac{W_d}{P_{\max} \cdot 24 \text{ h}} = \frac{W_{dv} + W_{dk}}{P_{\max} \cdot 24 \text{ h}} \Rightarrow W_{dv} = m_d \cdot P_{\max} \cdot 24 - (P_K \cdot 24) \Rightarrow W_{dv} = W_v = 12 \text{ GWh}$$

$$W_{dv} = \frac{1}{2} P_v T_v (\alpha + \beta) = \frac{1}{2} (P_{\max} - P_K) T_v (0,2 + \beta) \Rightarrow \beta = \frac{2 \cdot W_{dv}}{(P_{\max} - P_K) T_v} - 0,2 = 0,6 \quad \alpha \cdot T_v = 4 \quad \beta \cdot P_v = 0,9$$