

3. AUDITORNE VJEŽBE

KRUŽNI PROCESI

- 3.1. Lijevokretnim se Carnotovim kružnim procesom grije kuća na konstantnu temperaturu od 22 °C toplinom iz rijeke na temperaturi od 4 °C. Koliki je iznos dobavljene topline za grijanje i koliki je koeficijent izvođenja ako utrošak mehaničkog rada iznosi 3,8 kWh i uz pretpostavku da se radi o idealnom kružnom procesu?

$$(Q_g = - 62,3 \text{ kWh}_t, \text{ KI} = 16,4)$$

- 3.2. Odrediti za kružni proces opisan u zadatku 3.1: a) Koeficijent izvršavanja za proces hlađenja; b) termički stupanj djelovanja kružnog procesa.

$$(\text{KI}_{\text{hlađenja}} = 15,4, \eta_t = 0,061)$$

- 3.3. Odrediti maksimalni stupanj termičkog djelovanja za kružni proces koji bi koristio toplinsku energiju između zadanih temperatura: a) $t_d = 10 \text{ °C}$ i $t_g = 30 \text{ °C}$; b) $t_d = 20 \text{ °C}$ i $t_g = 40, 150, 250, 500$ i 1000 °C .

$$(\eta_{t,\text{maks.a}} = 0,066; \quad \eta_{t,\text{maks.b}} = \quad 0,064 \quad 0,31 \quad 0,44 \quad 0,62 \quad 0,77)$$

- 3.4. Veći se generatori hlade vodikom. Vodik je pri tom podvrgnut lijevokretnom kružnom procesu: u generatoru se predaje toplina vodikom za vrijeme izobarnog procesa (temperatura s kojom vodik napušta generator iznosi 333 K), da bi se zatim vodik adijabatski komprimirao i odveo do izmjenjivača topline u kojem pri izobarnom procesu predaje toplinu. Adijabatskom ekspanzijom zatvara se kružni proces. Tlak je vodika na ulazu u generator 1 bar, a temperatura 293 K. Temperatura vodika na izlazu iz izmjenjivača topline iznosi 353 K. Koliko iznosi: a) tlak vodika na ulazu u izmjenjivač topline; b) specifični iznos topline predan izmjenjivaču topline; i c) koeficijent izvođenja? Poznata je specifična toplina vodika pri konstantnom tlaku 14,2 kJ/kgK i adijabatski koeficijent $\kappa = 1,4$.

$$(p_3 = 1,92 \cdot 10^5 \text{ Pa}, q_g = - 684,4 \text{ kJ/kg}, \text{ KI} = 4,88)$$

- 3.5. Kružni proces s idealnim plinom ($\kappa = 1,4$ i $R = 287 \text{ J/kgK}$) sastoji se od realne adijabatske kompresije i ekspanzije te izobarnog dovoda i odvođenja topline. Na ulazu u kompresor plin ima temperaturu 15 °C i tlak 1 bar, a na izlazu iz kompresora tlak 5 bara. Temperatura plina na ulazu u turbinu iznosi 780 °C. Unutrašnji stupanj djelovanja realne adijabatske kompresije iznosi 0,83, a realne adijabatske ekspanzije 0,85. Koliko iznosi stupanj djelovanja Jouelova kružnog procesa?

$$(\eta_{\text{JKP}} = 0,227)$$

- 3.6. Rankineov kružni proces ima protok pare 136 kg/s, tlaka 6,89 MPa, temperature 516 °C, entalpije 3449,3 kJ/kg i brzine 30,48 m/s na ulazu u turbinu s početnom, a izlazi brzinom 91,44 m/s, tlakom 20,68 kPa i entalpijom 2262,54 kJ/kg. Entalpija na ulazu u kotao iznosi 261,4 kJ/kg. Koliko iznosi stupanj iskorištenja kružnog procesa i snaga turbine?

$$(\eta_t = 0,369 \text{ i } P_t = 160,9 \text{ MW})$$

- 3.7. Proces u TE odvija se kao idealni Rankineov kružni proces. Stacionarna je snaga kotla 3250 MW, a turbine 990 MW. Koliko iznosi tlak u kotlu uz tlak u kondenzatoru od 0,05 bar, konstantni maseni protok pare/vode u procesu od 2129 kg/s, te termički stupanj djelovanja 0,30? Računati s konstantnim specifičnim volumenom kondenzata (vode) što ga pojna pumpa vraća u kotao, $v = 0,001 \text{ m}^3/\text{kg}$.

$$(p_g = 70,5 \text{ bar})$$

- 3.8. Para tlaka 3 MPa, temperature 300 °C napušta kotao i ulazi u visokotlačni (VT) dio turbine gdje ekspandira do tlaka 300 kPa. Para se zatim zagrijava do 300 °C te ekspandira u niskotlačnom (NT) dijelu turbine do tlaka 10 kPa. Poznate su vrijednosti entalpija: na izlazu iz pumpe 194 kJ/kg, na izlazu iz kotla 3069 kJ/kg, na izlazu VT turbine 2542 kJ/kg, na izlazu međugrijača 2993 kJ/kg, na izlazu NT turbine 2147 kJ/kg i na izlazu kondenzatora 191 kJ/kg. Izračunati stupanj iskorištenja kružnog procesa.

$$(\eta_t = 0,41)$$

- 3.9. Kroz parnu turbinu koja ima unutrašnji stupanj djelovanja 0,9 prolazi 4600 kg/h vodene pare tlaka 30 bar i temperature 450 °C. Tlak u kondenzatoru iznosi 0,05 bara. Odrediti: a) količinu odvedene topline iz kondenzatora; b) količinu dovedene topline kotlu; c) stupanj djelovanja kružnog procesa; d) snagu dobivenu na turbini. Poznati su iznosi entalpija: na izlazu iz kotla 3345 kJ/kg, izlazu iz turbine u slučaju izentropske ekspanzije (idealno) 2155 kJ/kg, na izlazu iz kondenzatora 138 kJ/kg. Rad pumpe zanemarujemo.

$$(\dot{Q}_d = -2,73 \text{ MJ/s}, \dot{Q}_g = 4,1 \text{ MJ/s}, \eta_t = 0,334, P_t = 1368,5 \text{ kW})$$

- 3.10. Izračunati stupanj djelovanja, dovedenu toplinu, rad turbine i rad pojne pumpe po kg vodene pare u Rankineovom kružnom procesu u kojem para izlazi iz kotla kod tlaka 4 MPa i temperature 400 °C, a tlak u kondenzatoru iznosi 10 kPa. Procese u pumpi i turbini razmatrati kao povratljive i adijabatske. Zadane su entalpije: na izlazu iz kondenzatora 191,8 kJ/kg, na izlazu iz kotla 3213,6 kJ/kg, na izlazu iz turbine 2144,1 kJ/kg. Gustoća kondenzata iznosi 1000 kg/m³.

$$(q_d = -1,95 \text{ MJ/kg}, q_g = 3,02 \text{ MJ/kg}, \eta_t = 0,353, w_t = 1,07 \text{ MJ/kg}, w_p = -4 \text{ kJ/kg})$$

- 3.11. Odrediti realni termički stupanj djelovanja za kružni proces opisan u zadatku 3.10 ako je unutrašnji stupanj djelovanja turbine 90%.

$$(\eta_{tr} = 0,30)$$

- 3.12. Rashladni uređaj hladi prostor na -5 °C prenošenjem topline na 20 °C. Izračunati koliko treba najmanje povećati potrebni mehanički rad za hlađenje prostora na -25 °C.

$$(W_{-25^\circ\text{C}} / W_{-5^\circ\text{C}} = 1,94)$$

- 3.13. Rashladni uređaj ima koeficijent iskorištenja 4. Za hlađenje je potrebno odvesti topline 30 MJ/h. Izračunati potrebnu mehaničku snagu za pogon hladnjaka.

$$(P = 2,08 \text{ kW})$$

Postupak rješavanja za odabrane zadatke

3.1 $W = - 3,8 \text{ kWh}$

$$t_d = t_1 = t_2 = 4 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$t_g = t_3 = t_4 = 22 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$T_0 = 273,15 \text{ K}$$

$$KI = ?, Q_g = ?$$

Za toplinsku pumpu koeficijent izvođenja (KI) definiran je kao omjer topline dovedene gornjem spremniku i uloženog mehaničkog rada:

$$KI = \frac{Q_g}{W}$$

Isto vrijedi za snage.

Općenito vrijedi za kružne procese:

$$W = Q_g - Q_d$$

Iz T-s dijagrama slijedi:

$$Q_g = T_g \cdot (S_4 - S_3) \text{ i } Q_d = T_d \cdot (S_2 - S_1) \text{ dalje:}$$

$$W = T_g \cdot (S_4 - S_3) + T_d \cdot (S_2 - S_1) \text{ uz } S_4 = S_1 \text{ i } S_3 = S_2 \text{ vrijedi:}$$

$$W = - (T_g - T_d) \cdot (S_2 - S_1) \text{ i}$$

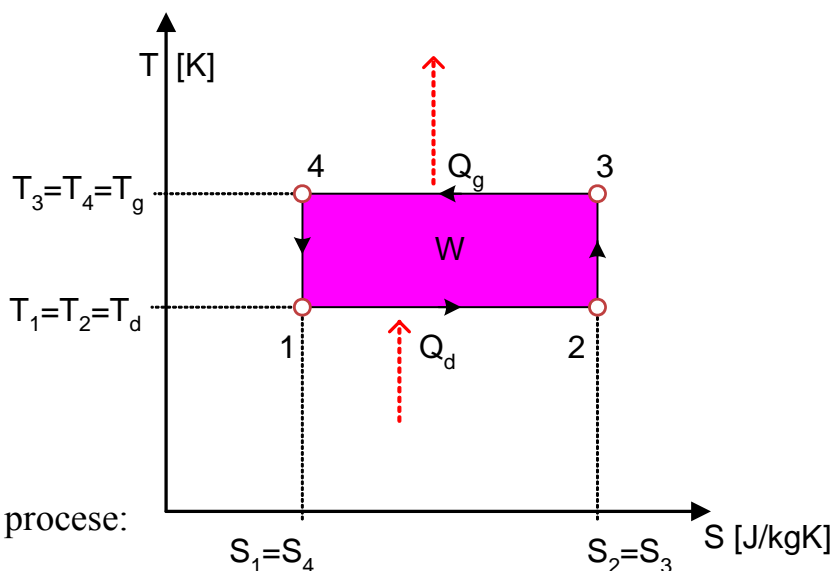
$$Q_g = - T_g \cdot (S_2 - S_1)$$

$$KI = \frac{Q_g}{W} = \frac{T_g}{T_g - T_d} = 16,4$$

$$Q_g = W \cdot \frac{T_g}{T_g - T_d} = - 62,3 \text{ kWh}$$

Koeficijent izvođenja ovisi samo o temperaturama gornjeg i donjeg toplinskog spremnika.

$$KI = 16,4 \quad Q_{dov} = - 62,3 \text{ kWh}$$



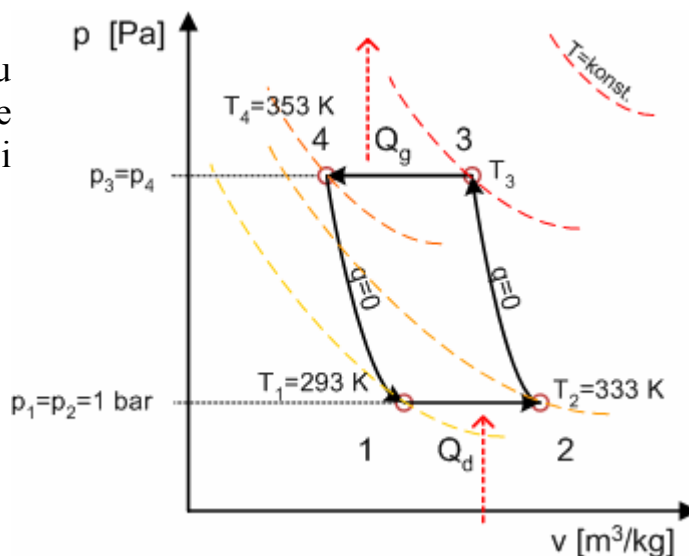
3.4 $c_p = 14,2 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$ $\kappa = 1,4$
 $T_1 = 293 \text{ K}$ $T_2 = 333 \text{ K}$ $T_4 = 353 \text{ K}$

$p_3, q_g, \text{KI} = ?$

Jouleov kružni proces između konstantnih tlakova povezuje adijabatska kompresija i ekspanzija.

Tlak na ulazu u izmjenjivač topline jednak je tlaku na izlazu i može se odrediti preko veze temperatura i tlakova za adijabatske procese:

$$p_3 = p_4 = p_1 \left(\frac{T_4}{T_1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} = 1,92 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$



Specifična toplina predana izmjenjivaču topline za izobarni proces iznosi:

$q_g = c_p \cdot (T_4 - T_3)$ temperatura na ulazu u izmjenjivač topline

iznosi: $T_3 = T_2 \left(\frac{p_3}{p_2} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 401,2 \text{ K}$

$q_g = -684,4 \text{ kJ/kg}$

Koeficijent izvođenja (KI) za proces hlađenja određuje omjer topline odvedene iz donjeg spremnika i ukupno utrošenog rada:

$$KI = \left| \frac{Q_d}{W} \right|$$

Specifična toplina preuzeta od generatora na vodik za izobarni proces iznosi:

$q_d = c_p \cdot (T_2 - T_1) = 568, \text{ kJ/kg}$

Ukupni rad jednak je ukupnoj toplini u kružnom procesu (jer je $\Delta U=0$):

$W = Q \rightarrow w_u = q_g + q_d = -116,4 \text{ kJ/kg}$

Ovo se može provjeriti i preko sume svih radova za kružni proces:

$w_u = w_e + w_k$

Specifični utrošeni rad za adijabatsku kompresiju iznosi:

$w_k = c_p \cdot (T_2 - T_3) = -968,4 \text{ kJ/kg}$

Specifični utrošeni rad za adijabatsku ekspanziju iznosi:

$w_e = c_p \cdot (T_4 - T_1) = 852,0 \text{ kJ/kg}$

$w_u = -116,4 \text{ kJ/kg}$

$KI = 4,88$

$p_3 = 1,92 \cdot 10^5 \text{ Pa}, q_g = -684,4 \text{ kJ/kg}, KI = 4,88$

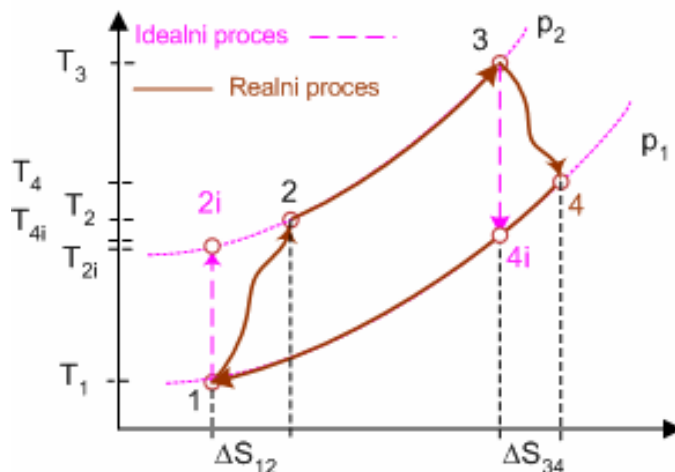
3.5	$\eta_k = 0,83$	$t_1 = 15\text{ }^{\circ}\text{C}$	$t_3 = 780\text{ }^{\circ}\text{C}$	$R = 287\text{ J/kg}\cdot\text{K}$
	$\eta_e = 0,85$	$p_1 = p_4 = 1\text{ bar}$	$p_2 = p_3 = 5\text{ bar}$	$\kappa = 1,4$

$$\eta_{JKP} = ?$$

Jouleov kružni proces između konstantnih tlakova povezuje adijabatska kompresija i ekspanzija.

Stupanj djelovanje određuje omjer mehaničkog rada i uložene topline. Mehanički rad je jednak razlici dovedene i odvedene topline, za Juleov kružni proces toplina se izmjenjuje samo pri konstantnim tlakovima te vrijedi:

$$\eta_{JKP} = 1 - \frac{q_d}{q_g} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}$$



Nepoznate temperature T_2 i T_4 mogu se naći preko stupnjeva djelovanja realnog adijabatskog procesa kompresije i ekspanzije, slijedno.

Unutrašnji stupanj djelovanja realne adijabatske kompresije definiran je kao omjer rada potrebnog za komprimiranje u idealnom slučaju koji završava u točki **2i** i realno potrebnog rada za kompresiju koja završava u točki **2**:

$$\eta_k = \frac{w_i}{w_r} = \frac{T_{2i} - T_1}{T_2 - T_1} \quad \rightarrow \quad T_2 = T_1 + \frac{T_{2i} - T_1}{\eta_k}$$

Unutrašnji stupanj djelovanja realne adijabatske ekspanzije definiran je kao omjer rada dobivenog ekspanzijom u realnom slučaju koji završava u točki **4** i idealno dobivenog rada za ekspanziju koja završava u točki **4i**:

$$\eta_e = \frac{w_r}{w_i} = \frac{T_3 - T_4}{T_3 - T_{4i}} \quad \rightarrow \quad T_4 = T_3 - \eta_e \cdot (T_3 - T_{4i})$$

Temperature T_{2i} i T_{4i} određuju temperature i tlakovi adijabatske promjene:

$$T_{2i} = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 456,4\text{ K} \quad \rightarrow \quad T_2 = 490,9\text{ K}$$

$$T_{4i} = T_3 \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 664,9\text{ K} \quad \rightarrow \quad T_4 = 723,1\text{ K}$$

$$\eta_{JKP} = 1 - \frac{723,1 - 288,15}{1053,15 - 490,9}$$

$$\eta_{JKP} = 0,23$$

$$\begin{array}{lll}
 3.7 & \eta_t = 0,3 & \dot{Q}_g = 3250 \text{ MW} \quad v = 0,001 \text{ m}^3/\text{kg} \\
 & \dot{m} = 2129 \text{ kg/s} & \dot{W}_t = 990 \text{ MW} \quad p_d = 0,05 \cdot 10^5 \text{ Pa} \\
 & & p_g = ?
 \end{array}$$

Indeks '**g**' označava veličine vezane za gornji spremnik u kružnom procesu, a indeks '**d**' donji spremnik. Za Rankienov proces to su redom kotao (generator pare) i kondenzator.

Jedinica za snagu **W** odgovara jedinici za rad u vremenu: **J/s**. Rad u jedinici vremena za turbinu i poju pumpe označava se još i kao: **P_t** i **P_p**.

Tlak u kotlu jednak je tlaku na izlazu pojne pumpe. Pod pretpostavkom idealnog procesa pumpanja i nestlačivosti vode (iz diferencijalnog oblika 1. ST $Tds = dh - v \cdot dp$) vrijedi:

$$|P_p| = \dot{m} \cdot v \cdot (p_g - p_d) \rightarrow p_g = \frac{|P_p|}{\dot{m} \cdot v} + p_d$$

Snagu pumpanja moguće je odrediti preko izraza za termički stupanj djelovanja kružnog procesa:

$$\eta_t = \frac{W_{nett}}{Q_g} = \frac{P_{nett}}{\dot{Q}_g} = \frac{P_t - |P_p|}{\dot{Q}_g} \rightarrow |P_p| = P_t - \eta_t \cdot \dot{Q}_g = 15 \text{ MW}$$

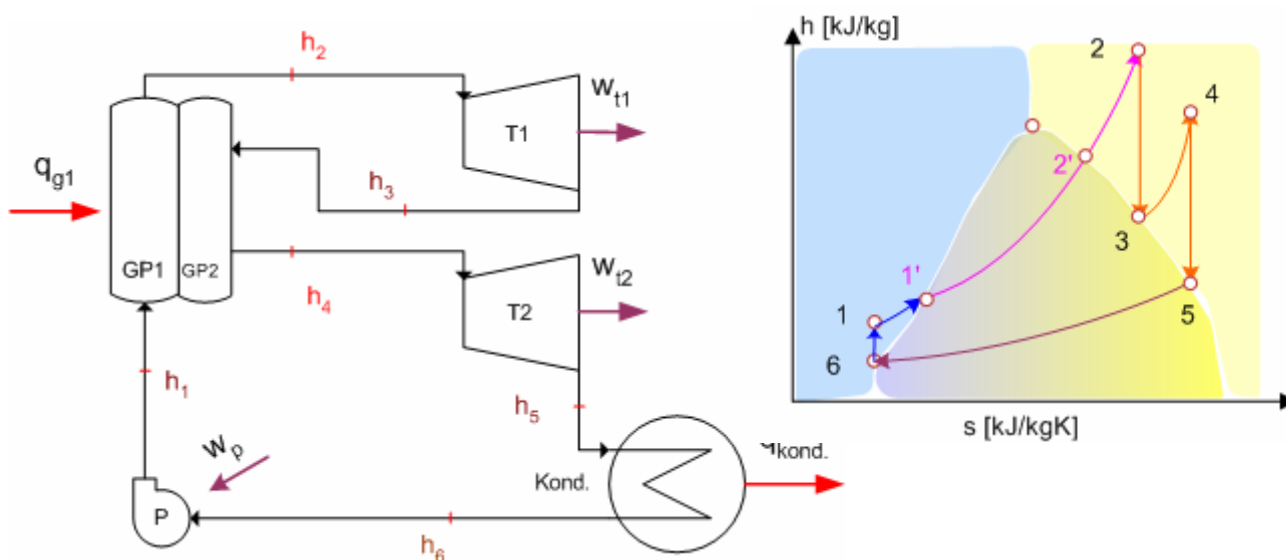
Za ispravan rezultat važno je paziti na jedinice:

$$p_g = \frac{15 \cdot 10^6 \left[\frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{s}} \right]}{2129 \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right] \cdot 0,001 \left[\frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \right]} + 5 \cdot 10^3 \left[\frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right] = 7,05 \cdot 10^6 [\text{Pa}]$$

$$p_g = 7,05 \text{ MPa}$$

3.8 $h_1 = 194 \text{ kJ/kg}$ $h_2 = 3069 \text{ kJ/kg}$ $h_3 = 2542 \text{ kJ/kg}$
 $h_4 = 2993 \text{ kJ/kg}$ $h_5 = 2147 \text{ kJ/kg}$ $h_6 = 191 \text{ kJ/kg}$
 $p_g = 3 \text{ MPa}$ $p_d = 10 \text{ kPa}$

$$\eta_t = ?$$



Stupanj djelovanja Rankineovog kružnog procesa koji ima dvije turbine jednak je omjeru neto dobivenog mehaničkog rada i ukupno dovedene toplinske energije:

$$\eta_t = \frac{w_{nett}}{q_g} = \frac{w_{t1} + w_{t2} - |w_p|}{q_{g1} + q_{g2}} = \frac{h_2 - h_3 + h_4 - h_5 - |h_6 - h_1|}{h_2 - h_1 + h_4 - h_3} = 0,412$$

$$\eta_t = 0,41$$

3.10 $h_4 = 191,8 \text{ kJ/kg}$ $h_2 = 3213,6 \text{ kJ/kg}$ $h_3 = 2144,1 \text{ kJ/kg}$
 $p_d = 10 \text{ kPa}$ $p_g = 4 \text{ MPa}$ $t_g = 400 \text{ °C}$ $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$

$$q_d, q_g, \eta_t, w_t = ?$$

$$q_d = h_4 - h_3 = -1,95 \text{ MJ/kg},$$

$$q_g = h_2 - h_1$$

$$w_p = h_4 - h_1 = v \cdot (p_g - p_d) = -4 \text{ kJ/kg} \quad (\text{povratljivost})$$

$$h_1 = h_4 - (1/\rho) (p_g - p_d) = 195,8 \text{ kJ/kg}$$

$$q_d = 3,02 \text{ MJ/kg},$$

$$w_t = h_3 - h_2 = 1,07 \text{ MJ/kg}$$

$$\eta_t = \frac{w_{nett}}{q_g} = \frac{w_t - |w_p|}{q_g} = 0,353,$$

$$q_d = -1,95 \text{ MJ/kg}, \quad q_g = 3,02 \text{ MJ/kg}, \quad \eta_t = 0,353, \quad w_t = 1,07 \text{ MJ/kg}, \quad w_p = -4 \text{ kJ/kg}$$