

Prof.dr.sc. Slavko Krajcar

**2.MI IZ EUE**  
**15. SVIBNJA 2009.**

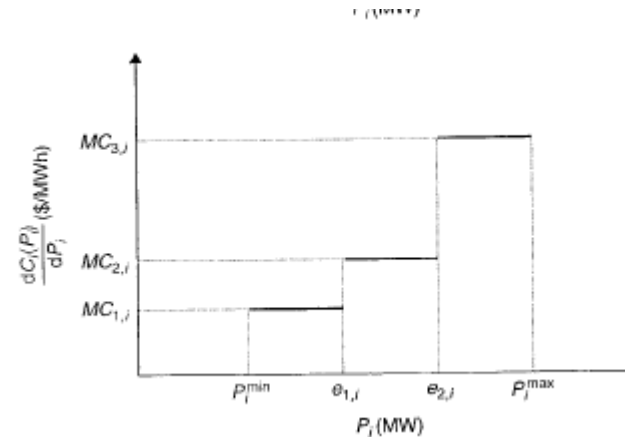
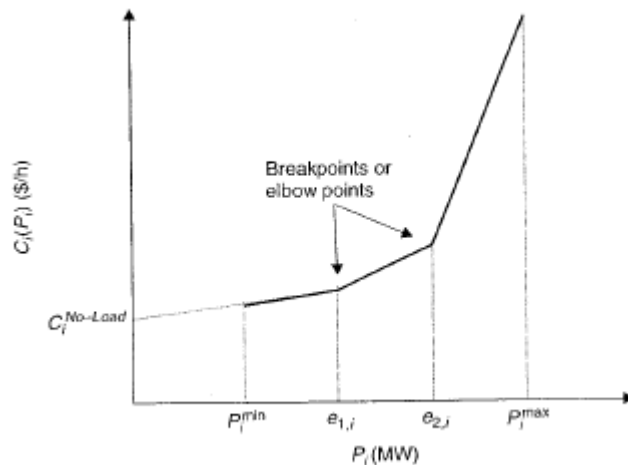
## **TEORIJA**

## **Zadatak 1**

- Ako je trošak jedne TE opisan krivuljom s tri pravca tada su granični troškovi?
  - a. konstantni u cijelom rasponu od  $P_{\min}$  do  $P_{\max}$
  - b. konstantni unutar pojedinih pravaca
  - c. graničan trošak nije povezan sa stvarnim troškom
  - d. graničan trošak je različit u svakoj točki krivulje troška

## Rješenje

- konstantni u cijelom rasponu od  $P_{\min}$  do  $P_{\max}$
- konstantni unutar pojedinih pravaca**
- graničan trošak nije povezan sa stvarnim troškom
- graničan trošak je različit u svakoj točki krivulje troška



## Zadatak 2

- Kompanija ima za određeno vrijeme ugovorenu prodaju snage  $P$ . Kompanija raspolaže s više elektrana koje imaju različite krivulje troška. Kompanija ima i mogućnost kupovine na tržištu po cijeni  $\pi$ . Koji uvjet moraju zadovoljiti elektrane da bi se isplativo priključile na mrežu?
  - a. da sve imaju jednake granične troškove i da je suma snaga jednaka  $P$
  - b. da sve imaju jednake granične troškove koji su jednaki ili manji od cijene na tržištu i da je suma snaga jednaka  $P$  uključujući i kupljenu snagu
  - c. da sve imaju različite granične troškove, ali da su jednaki ili manji od cijene po kojoj mogu kupovati i da je suma snaga jednaka  $P$
  - d. niti jedan odgovor nije točan

## Rješenje

- a. da sve imaju jednake granične troškove i da je suma snaga jednaka  $P$
- b. **da sve imaju jednake granične troškove koji su jednaki ili manji od cijene na tržištu i da je suma snaga jednaka  $P$  uključujući i kupljenu snagu**
- c. da sve imaju različite granične troškove, ali da su jednaki ili manji od cijene po kojoj mogu kupovati i da je suma snaga jednaka  $P$
- d. niti jedan odgovor nije točan

$$\frac{dC_1}{dP_1} = \frac{dC_2}{dP_2} = \dots = \frac{dC_N}{dP_N} = \lambda \quad (4.12)$$

$$\frac{dC_1}{dP_1} = \frac{dC_2}{dP_2} = \dots = \frac{dC_N}{dP_N} = \pi \quad (4.13)$$

## **Zadatak 3**

- Hidroelektrane imaju?
  - a. velike granične troškove
  - b. male granične troškove
  - c. granični troškovi ovise od visine ulaganja u izgradnju
  - d. granični troškovi ovise od količine vode koja protječe u tom trenutku

## Rješenje

- a. velike granične troškove
- b. **male granične troškove**
- c. granični troškovi ovise od visine ulaganja u izgradnju
- d. granični troškovi ovise od količine vode koja protječe u tom trenutku



## **Zadatak 4**

- Tokovi jalovih snaga u stvarnom EES-u?
  - a. smanjuju opterećenje voda
  - b. povećavaju opterećenje voda
  - c. opterećenje vodova ovisi samo o tokovima radnih snaga
  - d. opterećenje vodova ovisi o temperaturi zraka

## Rješenje

- a. smanjuju opterećenje voda
- b. **povećavaju opterećenje voda**
- c. opterećenje vodova ovisi samo o tokovima radnih snaga
- d. opterećenje vodova ovisi o temperaturi zraka

## **Zadatak 5**

- Kod proizvođača koji prodaju i EE i pomoćne usluge ograničenje može predstavljati?
  - a. pogonska karakteristika elektrane
  - b. brzina promjene snage elektrane
  - c. oportunitetni trošak
  - d. sve navedeno

## Rješenje

- a. pogonska karakteristika elektrane
- b. brzina promjene snage elektrane
- c. oportunitetni trošak
- d. **sve navedeno**

## **Zadatak 6**

- U bilateralnom tržištu OPS smije?
  - a. Intervenirati da bi poboljšao poziciju svih sudionika
  - b. Intervenirati da bi smanjio gubitke prijenosa
  - c. Intervenirati ako je ugrožena sigurnost (i)li nedostaje snage
  - d. Intervenirati da bi oslobodio kapacitete (suprotnim tokovima)

## Rješenje

- a. Intervenirati da bi poboljšao poziciju svih sudionika
- b. Intervenirati da bi smanjio gubitke prijenosa
- c. **Intervenirati ako je ugrožena sigurnost (i)li nedostaje snage**
- d. Intervenirati da bi oslobodio kapacitete (suprotnim tokovima)

## **Zadatak 7**

- Višak zagušenja odnosno trgovinski višak između dva čvorišta ovisi o?
  - a. razlici u graničnim troškovima dva čvorišta
  - b. razlici u graničnim troškovima dva čvorišta i termičkom kapacitetu voda
  - c. razlici u graničnim troškovima dva čvorišta i prenesenoj snazi vodom
  - d. razlici u graničnim troškovima dva čvorišta i snagama u čvorištima

## Rješenje

- a. razlici u graničnim troškovima dva čvorišta
- b. razlici u graničnim troškovima dva čvorišta i termičkom kapacitetu voda
- c. **razlici u graničnim troškovima dva čvorišta i prenesenoj snazi vodom**
- d. razlici u graničnim troškovima dva čvorišta i snagama u čvorištima

$$\begin{aligned} E_{\text{TOTAL}} - R_{\text{TOTAL}} &= \pi_S \cdot D_S + \pi_B \cdot D_B - \pi_S \cdot P_S - \pi_B \cdot P_B \\ &= \pi_S \cdot (D_S - P_S) + \pi_B \cdot (D_B - P_B) \\ &= \pi_S \cdot F_{BS} + \pi_B \cdot (-F_{BS}) \\ &= (\pi_S - \pi_B) \cdot F_{BS} \end{aligned} \tag{6.26}$$



## **Zadatak 8**

- Ekonomsko dispečiranje uzima u obzir
  - a. zagušenja u vodovima
  - b. ponudbene cijene proizvođača u čvorištima
  - c. mogućnost „graničnih“ generatora
  - d. sve navedeno

## Rješenje

- zagušenja u vodovima
- ponudbene cijene proizvođača u čvorištima**
- mogućnost „graničnih“ generatora
- sve navedeno

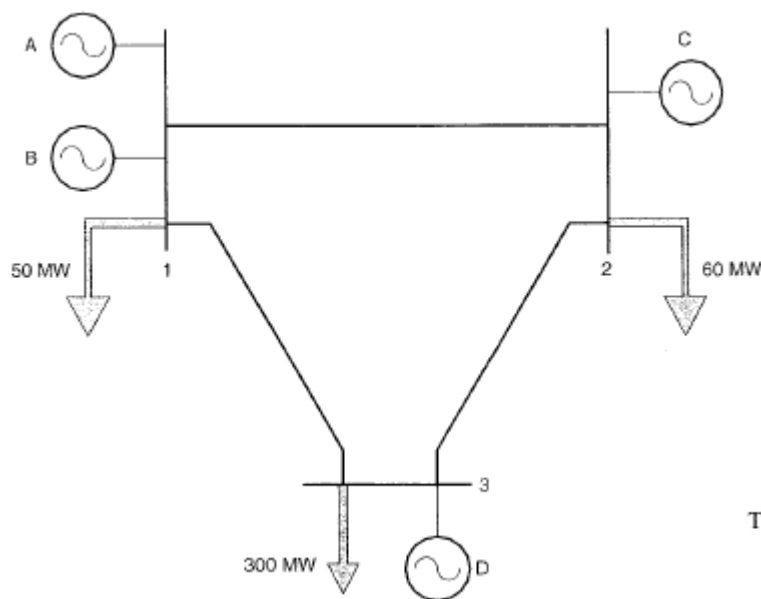


Table 6.4 Generator data for the three-bus system of Figure 6.12

Generator	Capacity (MW)	Marginal cost (\$/MWh)
A	140	7.5
B	285	6
C	90	14
D	85	10

$$P_A = 125 \text{ MW}$$

$$P_B = 285 \text{ MW}$$

$$P_C = 0 \text{ MW}$$

$$P_D = 0 \text{ MW}$$

(6.28)

The total cost of the economic dispatch is

$$C_{ED} = MC_A \cdot P_A + MC_B \cdot P_B = 2647.50 \text{ \$}/\text{h} \quad (6.29)$$

**ZADACI**

## Zadatak 1

- Brig Opskrba d.o.o. bavi se prodajom električne energije. Za podmirenje planirane potrošnje svojih tarifnih kupaca na niskonaponskoj mreži od Dvigrad Power je kupila električnu energiju za period od 9.00 do 15.00 sati unaprijed po cijenama iz tablice. Stvarna potrošnja je odstupila od planirane kao što je prikazano. Energiju uravnoteženja Brig Opskrba d.o.o. kupuje (prodaje) na *spot* tržištu prema cijenama iz tablice. Ako prodajna cijena kupcima iznosi 800 kn/MWh i ako mrežarina (princip poštanske marke) ukupno iznosi 400 kn/MWh koliko iznosi dobitak(gubitak) Brig Opskrbe d.o.o. za promatrani period?

## Zadatak 1 (cont.)

Period	9.00 - 10.00	10.00 - 11.00	11.00 - 12.00	12.00 - 13.00	13.00 - 14.00	14.00 - 15.00	Sumarno
Procijenjena energija (MWh)	100,00	125,00	150,00	200,00	150,00	125,00	
Cijena energije (kn/MWh)	340,00	360,00	380,00	400,00	380,00	360,00	
Stvarno opterećenja (MWh)	110,00	115,00	160,00	220,00	140,00	120,00	
Spot cijena (kn/MWh)	350,00	380,00	380,00	420,00	370,00	360,00	
Mrežarina (kn/MWh)	400,00						
Cijena za tarifne kupce (kn/MWh)	800,00						

## Rješenje

Period	9.00 - 10.00	10.00 - 11.00	11.00 - 12.00	12.00 - 13.00	13.00 - 14.00	14.00 - 15.00	Sumarno
Procijenjena energija (MWh)	100,00	125,00	150,00	200,00	150,00	125,00	
Cijena energije (kn/MWh)	340,00	360,00	380,00	400,00	380,00	360,00	
Stvarno opterećenja (MWh)	110,00	115,00	160,00	220,00	140,00	120,00	
Spot cijena (kn/MWh)	350,00	380,00	380,00	420,00	370,00	360,00	
<b>Prihod</b> od prodaje (kn)	110*(800-400)= <b>44000,00</b>	46000,00	64000,00	88000,00	56000,00	48000,00	346000,00
Trošak kupovine (kn)	34000,00	45000,00	57000,00	80000,00	57000,00	45000,00	318000,00
Uravnoteženje (kn)	-3500,00	3800,00	-3800,00	-8400,00	3700,00	1800,00	-6400,00
<b>Dobitak/gubitak u periodu</b>							<b>21600,00</b>
Mrežarina (kn/MWh)	400,00						
Cijena za tarifne kupce (kn/MWh)	800,00						

## Zadatak 2

- Dvije kompanije prodaju električnu energiju ponudom:  $C_A = 40 P_A$  €/h i  $C_B = 30 P_B$  €/h. Ako je inverzna krivulja potražnje dana izrazom  $\pi = 80 - D$  €/MWh odredite optimalno rješenje temeljeno na natjecanju za količinu. (i) Kolike su pojedinačne snage elektrana? (ii) Koliko iznosi cijena na tržištu? (iii) Koliki je prihod po kompanijama?

## Rješenje

- Uz:  $D = P_A + P_B$
- i 
$$\frac{\partial \Omega_A}{\partial P_A} = \pi(D) - \frac{dC_A}{dP_A} + P_A \cdot \frac{d\pi}{dD} \cdot \frac{dD}{dP_A} = 0$$
$$\frac{\partial \Omega_B}{\partial P_B} = \pi(D) - \frac{dC_B}{dP_B} + P_B \cdot \frac{d\pi}{dD} \cdot \frac{dD}{dP_B} = 0$$
- dobivamo:
- $P_A = 80 - D - 40$
- $P_B = 80 - D - 30$
- odnosno:
- $P_A = (40 - P_B)/2$
- $P_B = (50 - P_A)/2$
- (i) odnosno:  **$P_A = 10$  MW i  $P_B = 20$  MW**
- (ii) dakle, ukupna proizvodnja 30 MW uz cijenu  $\pi = 50$  €/MWh.
- (iii) **Prihod kompanije A iznosi 500 €, a kompanije B 1000 €**



## **Zadatak 3**

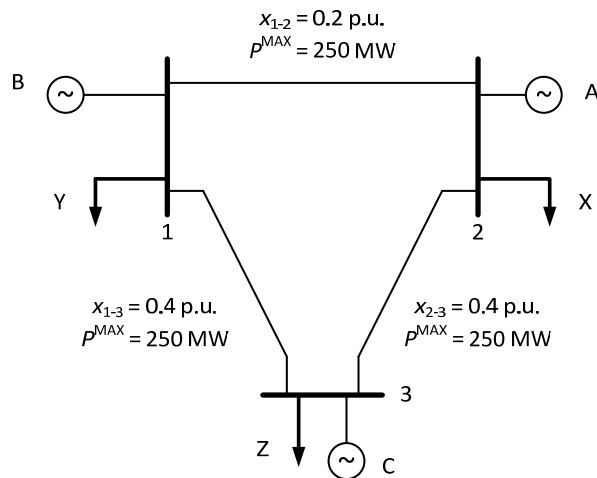
- Mali EES sastoji se od dva čvorišta koja su povezana s tri voda. Uzimajući u obzir sigurnosni kriterij (N-1) i ograničenje po termičkoj snazi vodova izračunajte maksimalnu snagu koja se može prenijeti između ta dva čvorišta uz sljedeće uvjete: (i) Svi su vodovi u pogonu i imaju prijenosnu termičku moć 300 MW i dozvoljeno preopterećenje od 10% u trajanju od 20 min te brzinu porasta proizvodnje u čvorištu u koje se prenosi energija od 3 MW/min; (ii) Isto ka (i) ali se zbog zimskog razdoblja prijenosna termička moć može uzeti za 15% viša.

## Rješenje

- (i) Kriterij N-1 daje nam prijenosnu moć od 600 MW. Preopterećenje dozvoljava porast za 60 MW, budući da je možemo uspješno zamijeniti snagom iz elektrane u čvorištu od  $3 \cdot 20 \text{ min} = 60 \text{ MW}$ , dakle **660 MW**
- (ii) Prijenosna je moć  $(600 \cdot 1,15) = 690 \text{ MW}$  po kriteriju N-1. Preopterećenje od 10% (69 MW) nije dozvoljeno jer je ograničeno sa 60 MW zamjenske snage u čvorištu. Dakle ukupna snaga koja se trajno može prenositi iznosi  $690 + 60 = \textbf{750 MW}$ , a ne  $690 \cdot 1,1 = 759$  (koliko može biti samo 20 min).

## Zadatak 4

- EES s tri čvorišta opisan je slikom. (i) Je li moguće zadovoljiti slučaj iz tabele?  
(ii) Koliko iznose tokovi snaga po granama?



Prodaje	Kupuje	Iznos (MW)
C	X	500
C	Y	100
X	Y	400
B	C	200
A	Z	300

## Rješenje

- Kako nema drugih ograničenja tada treba najprije izjednačiti potrošnje u čvorištima. Kada se to učini dobije se druga (jednostavnija) tablica

Čvorište	Proizvodnja	Potrošnja
1	0	300
2	200	0
3	100	0

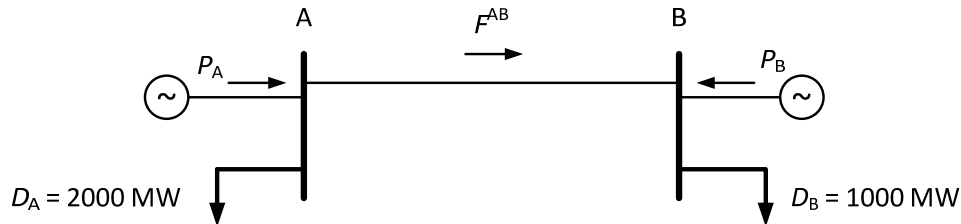
- Tokovi granama su tada:
- Iz čvorišta 2 ide u čvorište 1 preko grane 2-1 iznos 160 MW, a preko grane 2-3-1 iznos 40 MW
- Iz čvorišta 3 ide u čvorište 1 preko grane 3-1 iznos 60, a preko grane 3-2-1 iznos 40 MW odnosno (ii)

Grana	Tokovi
2-1	<u><math>160 + 40 = 200 \text{ MW}</math></u>
3-1	<u><math>40 + 60 = 100 \text{ MW}</math></u>
3-2	<u><math>40 - 40 = 0 \text{ MW}</math></u>

- (i) Opterećenje grana manje od 250 i scenarij **je moguć**.

## Zadatak 5

- Za EES koji se sastoji od dva čvorišta (slika) dani su granični troškovi izrazima:  $MC_A = 25 + 0,02 * P_A$  i  $MC_B = 20 + 0,03 * P_B$ . Potrošnja je konstantna i dana slikom. Generatori nemaju ograničenja u snazi. Ukoliko je prijenosna moć voda ograničena na 300 MW koliko iznosi (i) cijena u jednom i cijena u drugom području? (ii) Koliko iznosi prihod od zagušenje?

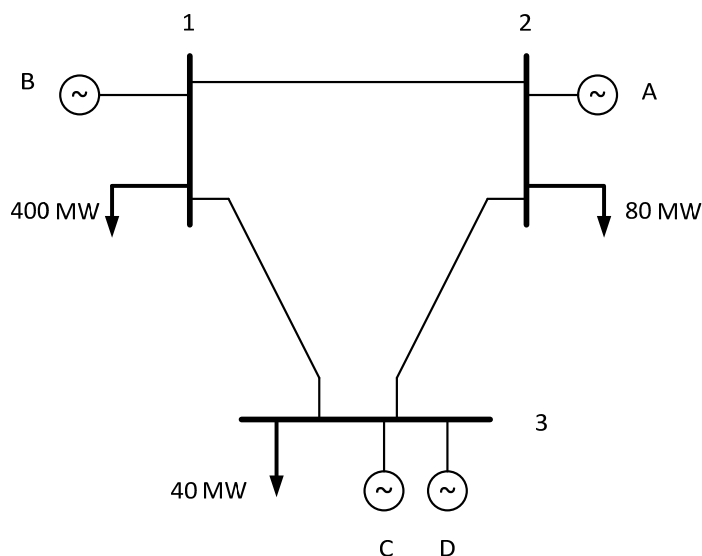


## Rješenje

- I. Iz  $25 + 0,02 * P_A = 20 + 0,03 * P_B$  dobiva se da je  $\pi_A = \pi_B = 59 \text{ €/MWh}$ ;  $P_A = 1.700 \text{ MW}$ ;  $P_B = 1.300 \text{ MW}$ ;  $F_{AB} = -300 \text{ MW}$
- II. Budući da je vod kapaciteta koji zadovoljava prijenos 300 MW nema prihoda zagušenja.

## Zadatak 6

- Koliko iznose (i) čvorišne cijene, a koliko (ii) proizvodnja pojedinih elektrana za primjer sa slike opisan podacima iz tabele. Prijenos vodovima nije ograničen. Koliko iznosi (iii) višak pojedinog proizvođača, a koliko (iv) trošak pojedinih potrošača?



Proiz. jedinica	Snaga (MW)	Granična cijena (kn/MWh)
A	230	400
B	200	250
C	150	300
D	200	210

## Rješenje

- Ako nema ograničenja tada se jedinice angažiraju **temeljem granične cijene**. Kako mora biti zadovoljena potražnja od  $(400+80+40)=520$  MW to se prvo angažira jedinica D (200 MW), pa zatim jedinica B (200 MW) i 120 MW jedinice C. Zadnji angažirani generator određuje cijenu i ona iznosi **300 kn/MWh** za sve.
- Prihod proizvođača iznosi:

Gen. Jedinica (proizvođač)	Višak prihoda (kn)	Potrošač	Trošak (kn)
A	$(300-210)*200=18.000$	1	$400*300=120.000$
B	$(300-250)*250=7.500$	2	$80*300=24.000$
C	$(300-300)*120=0$	3	$40*300=12.000$
D	$(300-400)*0=0$		



**HVALA NA POZORNOSTI!**