Rješenja zadataka ljetnog ispitnog roka iz Fizike 1
četvrtak, 9. srpnja 2015.

1. Saonice se spuštaju niz kosinu nagiba $\alpha = 30°$ tako da kreću iz mirovanja i nakon što po kosini pređu put s_1= 10 m nastavljaju s gibanjem u horizontalnoj ravnini. Koliki je faktor kinetičkog trenja između saonica i snijega ako se saonice zaustave nakon što su po horizontalnoj podlozi prešle put s_2 = 25 m? **(8 bodova)**

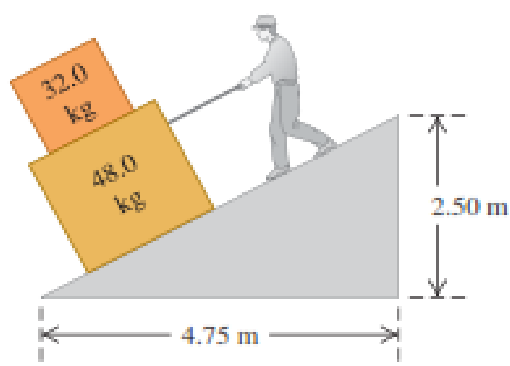
Rješenje:

$\alpha = 30°$
$s_1 = 10$ m
$s_2 = 25$ m

$\mu_k = ?$

Saonice se niz kosinu gibaju jednoliko ubrzano s akceleracijom $a_1 = g\cdot(\sin\alpha - \mu_k\cos\alpha)$. Relacija koja povezuje brzinu i put kod jednolikog ubrzanog gibanja glasi $v^2 = v_0^2 + 2a_1 s$. Pošto saonice kreću iz mirovanja to je $v_0 = 0$ te za kvadrat brzine saonica na podnožju dobivamo $v^2 = 2a_1s_1$.Po horizontalnoj ravnini saonice se gibaju jednoliko usporeno s akceleracijom $a_2 = -\mu_k g$. Primijenimo li opet relaciju koja povezuje brzine i put kod jednolikog ubrzanog gibanja uzimajući u obzir da je početna brzina jednaka v a konačna brzina nula dobivamo $0 = v^2 + 2a_2s_2$. Uvrstimo li u prethodnu relaciju v^2 dobiven iz gibanja po kosini dobivamo sljedeću jednadžbu $0 = 2a_1s_1 + 2a_2s_2$. uvrštavanjem izraza za a_1 i a_2 dolazimo do sljedeće linearne jednadžbe za μ_k: $(\sin\alpha - \mu_k\cos\alpha)\cdot s_1 = \mu_k\cdot s_2$. Iz te jednadžbe dobivamo konačni izraz za faktor kinetičkog trenja $\mu_k = s_1\cdot\sin\alpha/(s_1\cdot\cos\alpha + s_2)$.
Uvrštavanjem zadanih veličina u gornji izraz dobivamo μ_k= 0,15.

2. Dvije kutije složene tako da je manja kutija mase 32,0 kg položena na veću kutiju mase 48,0 kg spuštaju se pomoću užeta niz kosinu visine 2,50 m i horizontalne duljine 4,75 m (vidi sliku). Uže je paralelno sa površinom kosine. Kutije se spuštaju konstantnom brzinom. Koeficijent kinetičkog trenja između površine kosine i donje kutije je 0,444 , a koeficijent statičkog trenja između dvije kutije je 0,800. Kolika je sila napetosti užeta? **(8 bodova)**



Rješenje:

$$\tan\varphi = \frac{2{,}50}{4{,}75} = 0{,}526316$$
$$\varphi = 27{,}759°$$
$$m_{uk} = 32{,}0\text{ kg} + 48{,}0\text{ kg} = 80{,}0\text{ kg}$$

$$f_k + T - m_{uk}\, g\, \sin\varphi = 0$$

$f_k = \mu_k \, m_{uk} \, g \, \cos\varphi$
$T = (\sin\varphi - \mu_k \cos\varphi) \, m_{uk} \, g$
$T = (\sin 27{,}759° - 0{,}444 \cos 27{,}759°) \, 80{,}0 \cdot 9{,}81 \text{ N} = 57{,}1 \text{ N}$

3. Hokejska pločica A udari brzinom v = 10 m/s u hokejsku pločicu B koja miruje. Pločica B odbije se pod kutom α = 36° u odnosu na početni smjer pločice A i zaustavi se nakon što je prešla put s = 20 m. Kolikom se brzinom odbila pločica A nakon sudara ako je faktor kinetičkog trenja između pločice B i podloge μ_k = 0,05? Pretpostavite da su mase hokejskih pločica A i B jednake.
(6 bodova)

Rješenje:

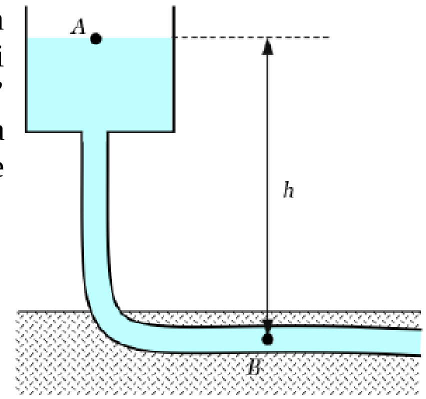
v = 10 m/s
α = 36°
s = 20 m
μ_k = 0,05
____
v_1= ?
Zakon sačuvanja količine gibanja za sudar pločica A i B glasi
$m_A \cdot \boldsymbol{v} = m_A \cdot \boldsymbol{v}_1 + m_B \cdot \boldsymbol{v}_2$, gdje su $\boldsymbol{v}$-vektor brzine pločice A prije sudara, $\boldsymbol{v}_1$-vektor brzine pločice A nakon sudara, $\boldsymbol{v}_2$-vektor brzine pločice B nakon sudara. Mase pločica A i B su jednake $m_A = m_B$ tako da vrijedi $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_1 + \boldsymbol{v}_2$. Brzine $\boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{v}_1$ i $\boldsymbol{v}_2$ čine trokut u kojemu je kut između vektora $\boldsymbol{v}$ i $\boldsymbol{v}_2$ jednak α. Primjenom kosinusova poučka dobivamo $v_1^2 = v^2 + v_2^2 - 2 \cdot v \cdot v_2 \cdot \cos\alpha$.
Brzinu pločice B nakon sudara dobivamo uzimajući u obzir da se giba jednoliko usporeno s akceleracijom $a = -\mu_k g$ i da znamo put s do zaustavljanja tako da vrijedi $v_2^2 = 2\mu_k g s$. Uvrštavanjem tog izraza u relaciju za kosinusov poučak dobivamo konačni izraz za brzinu pločice A nakon sudara
$v_1 = [v^2 + 2\mu_k g s - 2 \cdot v \cdot (2\mu_k g s)^{1/2} \cdot \cos\alpha]^{1/2}$.
Uvrštavanjem zadanih veličina u gornji izraz dobivamo v_1 = 6,92 m/s.

4. Pokraj svemirskog broda koji se kreće konstantnom brzinom prođe drugi svemirski brod konstantnom relativnom brzinom 0,800 c i u tom trenu astronaut u drugom svemirskom brodu uključi sat. U trenutku kad astronaut prvog svemirskog broda izmjeri da je brod koji ga je pretekao udaljen 1,20 $\cdot 10^8$ m, koje vrijeme astronaut drugog svemirskog broda čita na njegovom satu? Koliku udaljenost od prvog svemirskog broda on mjeri?
(6 bodova)

Rješenje:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - 0{,}8^2}} = 1{,}667$$
$$\Delta t_0 = \frac{\Delta t}{\gamma} = \frac{d}{\gamma \, v}$$
$$\Delta t_0 = \frac{1{,}20 \; 10^8 \text{ m}}{1{,}667 \cdot 0{,}800 \, c} = 0{,}300 \text{ s}$$
$$d' = v \, \Delta t_0$$
$$d' = 0{,}800 \, c \cdot 0{,}300 \text{ s} = 7{,}2 \; 10^7 \text{ m}$$

5. Površina vode u vodotornju (vidi sliku) nalazi se na visini 15 m iznad opskrbne cijevi. Ako zahtjevamo da tlak u opskrbnoj cijevi ne smije biti niži od $p_{\mathrm{atm}} + 2 \cdot 10^4$ Pa (da bi se izbjeglo 'usisavanje' nečistoće u slučaju napuknuća cijevi), kolika je najveća brzina kojom voda smije teći kroz tu cijev? Promjer opskrbne cijevi je zanemariv u odnosu na dimenzije vodotornja.
(6 bodova)



Rješenje:

Bernoullijeva jednadžba pisana u točkama A i B (ista strujnica):

$$p_A + \frac{\rho v_A^2}{2} + \rho g h_A = p_B + \frac{\rho v_B^2}{2} + \rho g h_B \ .$$

Tlak u točki A je atmosferski: $p_A = p_{\mathrm{atm}}$, a u točki B zahtijevamo da bude najmanje $p_B = p_{\mathrm{atm}} + 2 \cdot 10^4$ Pa. Brzinu u točki A zanemarujemo jer je promjer cijevi puno manji od promjera vodotornja. Referentnu razinu u gravitacijskom polju uzimamo da je točka B, pa su visine $y_B = 0$ i $y_A = 15$ m. Sada je Bernoullijeva jednadžba:

$$p_A + \rho g h_A = p_B + \frac{\rho v_B^2}{2} \ ,$$

pa je brzina u cijevi:

$$v_B = \sqrt{2\left(\frac{p_A - p_B}{\rho} + g h_A\right)} \ .$$

Za zadane brojeve, najveća dozvoljena brzina vode je $v_B = 15.9$ m/s.

6. Adijabatska ekspanzija 0.2 mola idealnog plina počinje na atmosferskom tlaku i volumenu 5 litara, a završava na volumenu 10 litara. Kolika je promjena unutarnje energije plina u tom procesu? Adijabatska konstanta plina je $\kappa = 1.4$.
(6 bodova)

Rješenje:

Proces je adijabatski, pa je toplina izmijenjena s okolinom $Q = 0$. Slijedi da je promjena unutarnje energije dosla na račun obavljenog rada $\Delta U = -W$. Rad obavljen u adijabatskom procesu

$$W_{12} = \frac{nR}{\kappa - 1}(T_1 - T_2) \ .$$

Temperature nalazimo iz jednadžbe stanja idealnog plina i jednadžbe adijabate:

$$T_1 = \frac{p_1 V_1}{nR} = 304.7\,\mathrm{K} \ ,$$
$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa-1} = 230.9\,\mathrm{K} \ .$$

Za zadane brojeve promjena unutrašnje energije je $\Delta U = -\frac{nR}{\kappa-1}(T_1 - T_2) = -306.7$ J.