

Rješenja zadataka iz Završnog ispita iz Fizike 1

Teorijska pitanja

1. a) Kada se čestica giba u polju centralne gravitacijske sile općenito vrijedi sljedeće (zaokružite tri istinite tvrdnje): (2 boda)
- (a) Kinetička energija čestice očuvana je veličina.
 - (b) Potencijalna energija čestice očuvana je veličina.
 - (c) Zbroj kinetičke i potencijalne energije očuvana je veličina.
 - (d) Rad koji sila obavlja jednak je nuli.
 - (e) Količina gibanja čestice očuvana je veličina.
 - (f) Kutna količina gibanja čestice u odnosu na centar sile očuvana je veličina.
 - (g) Kutna količina gibanja čestice u odnosu na bilo koju točku u prostoru očuvana je veličina.
 - (h) Moment sile u odnosu na centar sile jednak je nuli.
 - (i) Moment sile u odnosu na bilo koju točku u prostoru jednak je nuli.

Rješenje: (c), (f) i (h)

- b) U statici tekućina, zaokružite netočnu tvrdnju: (1 bod)
- (a) Kapilarne pojave su rezultat hidrostatskog tlaka stupca kapljevine u kapilari, ali ne ovise o silama površinske napetosti.
 - (b) Tlak u barometarskoj formuli za izotermnu atmosferu eksponencijalno opada s visinom.
 - (c) Uzgon je učinak hidrostatskog tlaka koji ovisi o gustoći kapljevine i djeluje suprotno od težine uronjenog tijela.
 - (d) Sile površinske napetosti pojavljuju se na slobodnoj površini u obliku tanke opne kapljevine.
 - (e) Nadtlak u Laplaceovoj formuli zbog geometrijske zakrivljenosti kapljevine, ovisi i o koeficijentu σ površinske napetosti.

Rješenje: (a)

- c) Pri laminarnom strujanju viskoznog fluida kroz usku cijev, ovisnost brzine fluida o udaljenosti od središta cijevi može se opisati: (zaokružite jedan točan odgovor): (1 bod)
- (a) Hiperbolom.
 - (b) Parabolom.
 - (c) Pravcem.
 - (d) Eksponencijalnom funkcijom.
 - (e) Ne može se opisati bez točne vrijednosti Reynoldsovog broja.
 - (f) Ništa od navedenog.

Rješenje: (b)

- d) Za idealni termodinamički sustav u kružnom procesu vrijedi:
(zaokružite jedan točan odgovor): **(1 bod)**
- (a) ukupna promjena unutrašnje energije sustava je uvijek 0
 - (b) ukupni rad mora uvijek biti jednak 0
 - (c) sustav i okolina se moraju vratiti u svoje početno stanje
 - (d) sve gore navedeno
 - (e) ništa od navedenog

Rješenje: (a)

- e) Idealni plin nalazi se u dvije posude na istoj temperaturi i tlaku. Posuda B ima dva puta veći volumen nego posuda A. Prosječna translacijska kinetička energija po molekuli u posudi B je:
(zaokružite jedan točan odgovor): **(1 bod)**
- (a) dva puta veća nego u posudi A.
 - (b) dva puta manja nego u posudi A
 - (c) četiri puta veća nego u posudi A.
 - (d) četiri puta manja nego u posudi A.
 - (e) ista kao u posudi B.

Rješenje: (e)

2. a) Izvedite Lorentzove transformacije. **(3 boda)**
 b) Izvedite Bernoullijevu jednadžbu. **(3 boda)**
 c) Izvedite Mayerovu relaciju i Jednadžbu adijabate - Poissonovu jednadžbu. **(4 boda)**
(Detaljno objasnite izvode uz odgovarajuće crteže!)

Zadaci

1. Dva Zemljina satelita, A i B, svaki mase m , trebaju se lansirati u kružnu orbitu oko središta Zemlje. Satelit A treba kružiti na visini od površine Zemlje jednakoj Zemljinom polumjeru, a satelit B treba kružiti na visini od površine Zemlje jednakoj tri Zemljina polumjera. Kolika je razlika u ukupnim energijama satelita ako im je masa $m=14,6$ kg?
(6 bodova)

Rješenje:

$$h_A = R_Z, h_B = 3R_Z$$

$$G \frac{m M_Z}{(R_Z + R_Z)^2} = \frac{m v_A^2}{R_Z + R_Z} \Rightarrow v_A^2 = \frac{G M_Z}{2R_Z}$$

$$G \frac{m M_Z}{(R_Z + 3R_Z)^2} = \frac{m v_B^2}{R_Z + 3R_Z} \Rightarrow v_B^2 = \frac{G M_Z}{4R_Z}$$

$$E_{kA} = \frac{m v_A^2}{2} = \frac{G M_Z m}{2 \cdot 2R_Z}$$

$$E_{kB} = \frac{G M_Z m}{2 \cdot 4R_Z}$$

$$E_{pA} = -G \frac{M_Z m}{2R_Z}, \quad E_{pB} = -G \frac{M_Z m}{4R_Z}$$

$$E_A = -\frac{1}{2} \frac{GM_Z m}{2R_Z}, \quad E_B = -\frac{1}{2} \frac{GM_Z m}{4R_Z}$$

$$E_B - E_A = \frac{GM_Z m}{8R_Z} = 1.139 \cdot 10^8 \text{ J}$$

2. Pion ($m_\pi = 273 m_e$) koji miruje raspada se u mion ($m_\mu = 207 m_e$) i neutrino ($m_\nu = 0$). Izračunajte kinetičke energije (u MeV) i količine gibanja (u MeV/c) miona i neutrina.
(6 bodova)

Rješenje:

$$p_1 + p_2 = 0$$

$$E_1 + E_2 = E$$

$$T_1 = E_1 - m_1 c^2 = c^2 \frac{(M - m_1)^2 - m_2^2}{2M}$$

$$T_2 = E_2 - m_2 c^2 = c^2 \frac{(M - m_2)^2 - m_1^2}{2M}$$

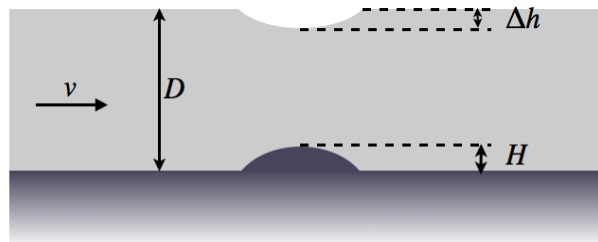
itd.

$$T_\mu = T_1 = 4.1 \text{ MeV}$$

$$T_\nu = T_2 = 29.7 \text{ MeV}$$

$$p_\mu = p_\nu = 29.7 \text{ MeV}/c$$

3. Voda teče kroz uski kanal dubine $D = 3 \text{ m}$ i pravokutnog poprečnog presjeka. Kada naiđe na malu izbočinu u dnu korita, visine $H = 20 \text{ cm}$, nivo vode iznad uzvisine se spusti za $\Delta h = 3 \text{ cm}$. Pronađite brzinu toka vode v u dijelu kanala gdje je dubina kanala D .
Naputak: Razmotrite npr. strujnicu na granici zrak-voda.
(6 bodova)



Rješenje:

Jednadžba kontinuiteta:

$$v \cdot S = v' \cdot S' \quad (1)$$

$$v \cdot D \cdot W = v' \cdot (D - H - \Delta h) \cdot W \quad (2)$$

$$\frac{v'}{v} = \frac{D}{D - H - \Delta h} \quad (3)$$

gdje je W širina kanala, S i S' su površine poprečnih presjeka kanala na mjestu prije uzvisine i na najvišoj točki uzvisine, a ostale oznake kao na slici.

Bernoullieva jednadžba za strujnicu na granici voda-zrak:

$$p_a + \frac{\rho}{2}v^2 + \rho g \cdot D = p_a + \frac{\rho}{2}v'^2 + \rho g \cdot (D - \Delta h) \quad (4)$$

$$\frac{\rho}{2}(v'^2 - v^2) = \rho g \Delta h \quad (5)$$

$$v^2 \left[\left(\frac{v'}{v} \right)^2 - 1 \right] = 2g\Delta h \quad (6)$$

gdje je za referentni visinski nivo uzeto dno korita.

Nakon uvrštavanja omjera brzina iz jednadžbe kontinuiteta, tražena brzina je:

$$v = \sqrt{\frac{2g\Delta h}{\left(\frac{D}{D - \Delta h - H} \right)^2 - 1}} \quad (7)$$

Za zadane brojeve, $v = 1.84$ m/s.

4. Dva mola idealnog plina nalaze se na temperaturi 327°C . Izotermnim procesom volumen plina se poveća, a zatim mu se izobarnim procesom temperatura smanji na 27°C . Koliki je rad idealnog plina pri toj izobarnoj promjeni?
(6 bodova)

Rješenje: Rad u adijabatskom dijelu procesa od stanja '1' do stanja '2' opisan je izrazom

$$W_{12} = \frac{nR}{\kappa - 1}(T_1 - T_2) = \frac{nRT_1}{\kappa - 1}(1 - T_2/T_1) = \frac{p_1 V_1}{\kappa - 1}(1 - (V_1/V_2)^{\kappa-1}),$$

gdje smo koristili jednadžbu stanja idealnog plina u početnom stanju, $p_1 V_1 = nRT_1$, te relaciju $TV^{\kappa-1} = \text{konst.}$ koja u adijabatskom procesu povezuje temperaturu i volumen. Tlak na kraju adijabatskog dijela procesa slijedi iz relacije $pV^{\kappa} = \text{konst.}$ kao

$$p_2 = p_1(V_1/V_2)^{\kappa}.$$

Rad koji plin obavlja u izobarnom dijelu procesa je

$$W_{23} = p_2(V_3 - V_2).$$

Koristeći gore dobiveni izraz za tlak p_2 te s obzirom da je $V_3 = V_1$ pišemo

$$W_{23} = p_1(V_1/V_2)^{\kappa}(V_1 - V_2) = p_1 V_1(V_1/V_2)^{\kappa}(1 - V_2/V_1).$$

Ukupni rad u procesu je

$$W_{123} = W_{12} + W_{23} = p_1 V_1 \left(\frac{1 - (V_1/V_2)^{\kappa-1}}{\kappa - 1} + (V_1/V_2)^{\kappa}(1 - V_2/V_1) \right).$$

Konačno, s obzirom da je $V_2 = 3V_1$ te uz $\kappa = 7/5$ za dvoatomni plin, dobivamo

$$W_{123} = p_1 V_1 \frac{45 - 19 \times 3^{3/5}}{18} \simeq 0.4594 p_1 V_1.$$

Za zadane vrijednosti početnog tlaka i volumena, $W_{123} = 459.4 \text{ J}$.

$$W = p_1 V_1 (45 - 19 \times 3^{3/5})/18 \simeq 459.4 \text{ J}$$