

Mehanika

Dubravko Horvat

29.02.2012.

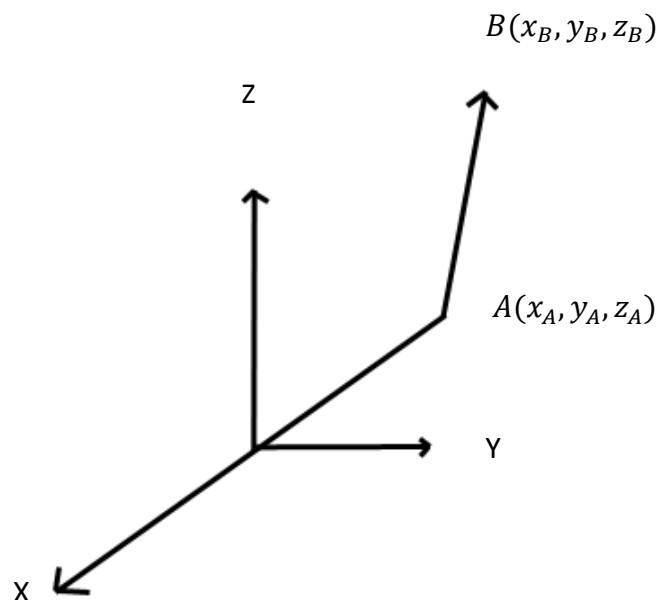
Tri Newtonova zakona (aksioma) gibanja:

1. Svako tijelo ostaje u stanju mirovanja ili jednolikog gibanja po pravcu dok ga sile ne prisile da to stanje promijeni.
2. Vremenska promjena veličine (stariji naziv za količinu) gibanja proporcionalna je sili i zbiva se u pravcu sile.
3. Djelovanje uvijek je suprotno i jednako protudjelovanje ili dva tijela međusobno djeluju jedno na drugo jednakom silom, ali suprotnog smjera.

Koordinatni sustav → referentni sustav

- postoji ih više, koji je najbolji?

→ Dobar je onaj u kojem vrijedi prvi N.a. → inercijalni sustav



$$\vec{r}_{AB} = (X_B - X_A)\hat{i} + (Y_B - Y_A)\hat{j} + (Z_B - Z_A)\hat{k} = \underline{\underline{r}}_{AB}$$

$\underline{\underline{r}}$ = vektor za Horvata, dakle $\vec{r}_{AB} = \underline{\underline{r}}_{AB}$, samo što nije ovaj znak $\underline{\underline{r}}$ nego \sim (ne mogu to napisati).

Vrijeme t_{AB} Brzina $v_{AB} = \frac{r_{AB}}{t_{AB}}$ $v_{CD} = \frac{r_{CD}}{t_{CD}}$ $v_{AC} = \frac{r_{AC}}{t_{AC}}$

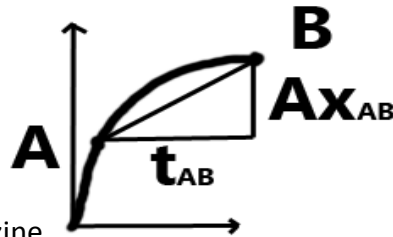
Ako su jednaki, gibanje je jednoliko po pravcu.

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = v \rightarrow \text{trenutna (prava) brzina}$$

$$v = \frac{dx}{dt}$$

$$\frac{\Delta x_{AB}}{\Delta t_{AB}} = tg\alpha$$

$$\frac{L}{T} = [v] \rightarrow \text{dimenzija brzine}$$



Prava brzina je tangenta!

Kad govorimo o 2. N. a. u obzir se mora uzeti brzinu \underline{v} i masu m ako se želi promijeniti stanje gibanja.

$$\underline{p} = m \underline{v} \quad \frac{d\underline{p}}{dt} = \underline{F} \rightarrow \text{jednadžba gibanja} \quad \frac{d\underline{v}}{dt} = \underline{\dot{v}} \rightarrow \text{akceleracija}$$

$$\frac{d(m\underline{v})}{dt} = m \cdot \frac{d\underline{v}}{dt} = \underline{F} \quad \underline{v} = \frac{d\underline{r}}{dt}$$

$$\underline{F} = m \cdot \frac{d}{dt} \left(\frac{d\underline{r}}{dt} \right) = m \cdot \frac{d^2 \underline{r}}{dt^2} = m \underline{\ddot{r}}$$

Početni uvjeti:

$$\underline{r}(0) = r_0$$

$$\underline{v}(0) = \underline{v}_0$$

Za 3. N. a. vrijedi:

$$\underline{F}_{12} = -\underline{F}_{21}$$

Zadatak Trkaći automobil ima motor koji daje ubrzanje proporcionalno vremenu. Imamo podatke:

$$\ddot{x} \propto t \quad \frac{dp_x}{dt} = F_x \quad \frac{d(mv_x)}{dt} = F_x \quad \frac{dv_x}{dt} = \frac{F_x}{m}$$

$$x_1 = 360 \text{ m} \quad \frac{dv}{dt} = \frac{d(\dot{x})}{dt}$$

$$t_1 = 14 \text{ s}$$

$$v_{\max} = ? \quad \ddot{x} \propto t \rightarrow \ddot{x} = At \quad \dot{x}(t) = v(t) = ?$$

$$x(0) = 0$$

$$v(0) = 0$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = At \quad \frac{d\dot{x}}{dt} = At/dt \quad d\dot{x} = At \cdot dt \quad \int dv = At \cdot dt$$

$$v(t) + C_1 = A \cdot \frac{t^2}{2} + C_2 \quad C_2 - C_1 = C_3 \quad v(t) = A \cdot \frac{t^2}{2} + C_3$$

$$v(0) = 0 \rightarrow A \cdot \frac{t^2}{2} + C_3 \rightarrow C_3 = 0$$

$$v(t) = A \cdot \frac{t^2}{2} = \frac{dx}{dt}/dt \quad \int dx = \frac{A}{2} \int t^2 \cdot dt$$

$$x(t) = \frac{A}{6} t^3 \quad v(t) = A \cdot \frac{t^2}{2}$$

$$x(14 \text{ s}) = 360 \text{ m} = \frac{A}{6} 14^3 \rightarrow A = \frac{6 \cdot 360}{2744} = 0.787$$

$$v(t) = 0.787 \cdot \frac{14^2}{2} = 77.14 \text{ m/s}$$

Stalna sila

$$p_x = mv_x \quad p = mv = m\dot{x}$$

$$\frac{d}{dt} m\dot{x} = F_0 \quad \frac{d\dot{x}}{dt} = \frac{F_0}{m} \quad x(0) = x_0 \quad v(0) = v_0$$

$$\int dv = \frac{F_0}{m} \int dt \quad v(t) + C_1 = \frac{F_0}{m} t + C_2 \quad C_2 - C_1 = C_3$$

$$v(t) = \frac{F_0}{m} t + C_3 \quad C_3 = v_0 \quad v(t) = \frac{F_0}{m} t + v_0$$

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = \frac{F_0}{m} t + v_0/dt$$

$$dx = \frac{F_0}{m} \int t dt + v_0 \int dt \quad x(t) = \frac{F_0}{m} \frac{t^2}{2} + v_0 t + x_0 \quad x(t) = a \frac{t^2}{2} + v_0 t + x_0$$

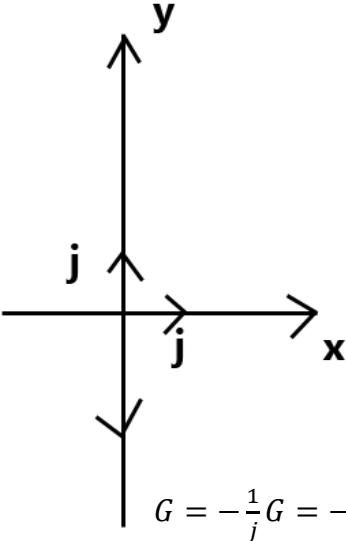
$$v(t) = \frac{F_0}{m} t + v_0$$

Za objašnjenje pročitati u knjizi od Horvata 1.3 Rješavanje jednačbi gibanja

Sila teža

$$\frac{dp}{dt} = F_{\text{teža}} \rightarrow \text{sve sile (zanemaruje otpor zraka)}$$

$$m \rightarrow F_{\text{sila teža}} \rightarrow G = mg \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2$$



$$m \frac{d}{dt} v_y = G$$

$$m \frac{d}{dt} v_y \hat{j} = -\hat{j} m g$$

$$\frac{dv_y}{dt} = -g$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = -g$$

$$G = -\frac{1}{j} G = -j m g$$

Jednadžbe trebaju početne uvjete

Slobodni pad

$$y(0) = 0 \quad v_y(0) = 0 \quad dy = -g dt$$

$$v_y = -gt \quad y(t) = -\frac{gt^2}{2} + C_2 \quad C_2 = 0 \rightarrow \text{zbog početnih uvjeta}$$

$$\frac{dv_y}{dt} = -g \quad y(t) = -\frac{gt^2}{2}$$

$$\int dv_y = -g \int dt \quad v_y(t) = -gt + C_1 \quad C_1 = 0 \rightarrow \text{zbog početnih uvjeta}$$

$$v_y(t) = \frac{dy}{dt} = -gt \quad \int dy = -g \int t dt \quad y(t) = -\frac{gt^2}{2} + C_2$$

$$y(t) = -\frac{gt^2}{2} \quad v_y(t) = -gt$$

Hitac prema gore

Knjiga Horvat Str. 1-18, Vertikalni Hici

- Ako ima grešaka ili nešto nedostaje (moguće da nije sve zapisano) ili imate neku ideju, javite mi na PM ili direktno mailom na Telefunken@fer2.net