Rješenja zadataka završnog ispit iz Fizike 1
ponedjeljak, 19. 6. 2017.

Teorijska pitanja

1.1 Planet X ima dva mjeseca koji imaju isti promjer. Srednja gustoća mjeseca A dva je puta veća od srednje gustoće mjeseca B. Mjesec A kruži oko planeta X po kružnoj putanji polumjera $2R$, a mjesec B po kružnoj putanji polumjera R. Kolika je sila kojom planet X privlači mjesec A u odnosu na silu kojom privlači mjesec B? (Zaokružite točnu tvrdnju.)
(1 bod)

a) četiri puta veća;
b) dva puta veća;
c) jednaka;
d) dva puta manja;
e) četiri puta manja.

(Točan odgovor je d).)

1.2 Galileijeve transformacije se dobiju iz relativističkih kada (zaokružite točnu tvrdnju):
(1 bod)

a) brzina svjetlosti teži beskonačnosti,
b) brzina svjetlosti teži nuli,
c) brzina tijela teži beskonačnosti,
d) masa tijela teži nuli,
e) računamo brzine svjetlosti emitirane iz sustava koji se giba nekom brzinom.

(Točan odgovor je a).)

1.3 U specijalnoj teoriji relativnosti kinetička energija (zaokružite točnu tvrdnju):
(1 bod)

a) dana je kao zbroj ukupne relativističke energije i energije mirovanja;
b) jednaka je po zapisu njutnovskoj, ali je izraz za masu relativistički;
c) nije definirana već je dana samo ukupna relativistička energija;
d) dana je kao razlika ukupne relativističke energije i energije mirovanja;
e) dana je kao razlika energije mirovanja i ukupne relativističke energije.

(Točan odgovor je d).)

1.4 Pri laminarnom strujanju idealnog fluida maseni protok je (zaokružite točnu tvrdnju):
(1 bod)

a) najveći u najširem dijelu cijevi.
b) najveći u najužem dijelu cijevi.
c) svuda jednak.
d) najmanji u najširem dijelu cijevi.
e) najmanji u najužem dijelu cijevi.

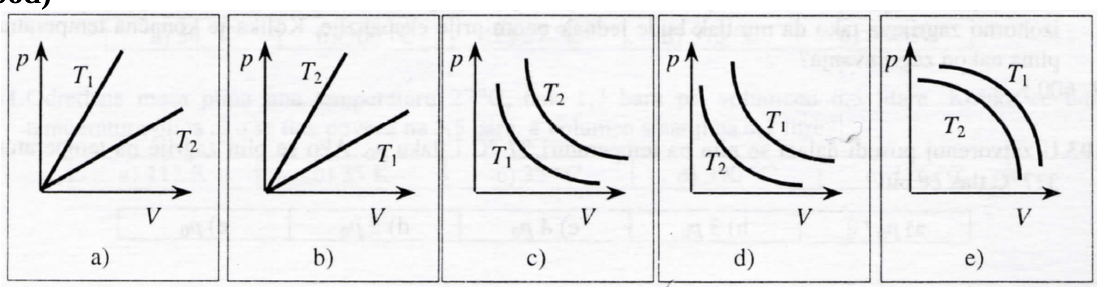
(Točan odgovor je c).)

1.5 Tri kocke od različitog materijala i jednakog volumena stavljene su u posudu s vodom. Kocka A pluta na površini vode, kocka B lebdi ispod površne vode, a kocka C nalazi se na dnu posude. Usporedite sile uzgona na te tri kocke. (Zaokružite točnu tvrdnju.)
(1 bod)

a) $F_{UA} = F_{UB} = F_{UC}$
b) $F_{UA} > F_{UB} > F_{UC}$
c) $F_{UA} = F_{UB} > F_{UC}$
d) $F_{UB} > F_{UC} > F_{UA}$
e) $F_{UB} = F_{UC} > F_{UA}$

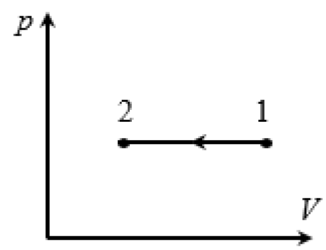
(Točan odgovor je e).)

1.6 Koji od predloženih p – V grafova opisuje izotermni proces određene mase idealnog plina za dvije različite temperature T_1 i T_2 pri čemu je $T_1 < T_2$? (Zaokružite točnu tvrdnju.)
(1 bod)



(Točan odgovor je c).)

1.7 Idealni plin prelazi iz stanja 1 u stanje 2 kao što je prikazano u p-V dijagramu. Što vrijedi za taj proces? (Zaokružite točnu tvrdnju.)
(1 bod)



a) $\Delta U > 0$ i $Q > 0$
b) $\Delta U > 0$ i $Q = 0$
c) $\Delta U = 0$ i $Q < 0$
d) $\Delta U < 0$ i $Q > 0$
e) $\Delta U < 0$ i $Q < 0$

(Točan odgovor je e).)

1.8 Mayerova relacija pokazuje (zaokružite točnu tvrdnju):
(1 bod)

a) zakon očuvanja toplinske energije;
b) da je ukupni obavljeni rad u reverzibilnom kružnom procesu jednak nuli;
c) da izmjena topline ovisi o procesu (a ne samo o početnom i konačnom stanju);
d) da vrijedi Dulong-Petitovo pravilo;
e) da prvi zakon termodinamike ima ograničenja dana drugim zakonom.

(Točan odgovor je c).)

1.9 Koeficijent iskorištenja Carnotovog procesa ovisi o (zaokružite točnu tvrdnju):
(1 bod)

a) omjeru početnog i konačnog volumena plina;
b) omjeru odvedene topline i izvršenog rada;
c) omjeru temperatura hladnijeg i toplijeg spremnika unutarnje energije (topline);
d) omjeru početnog tlaka i konačnog volumena plina;
e) ništa od navedenog.

(Točan odgovor je c).)

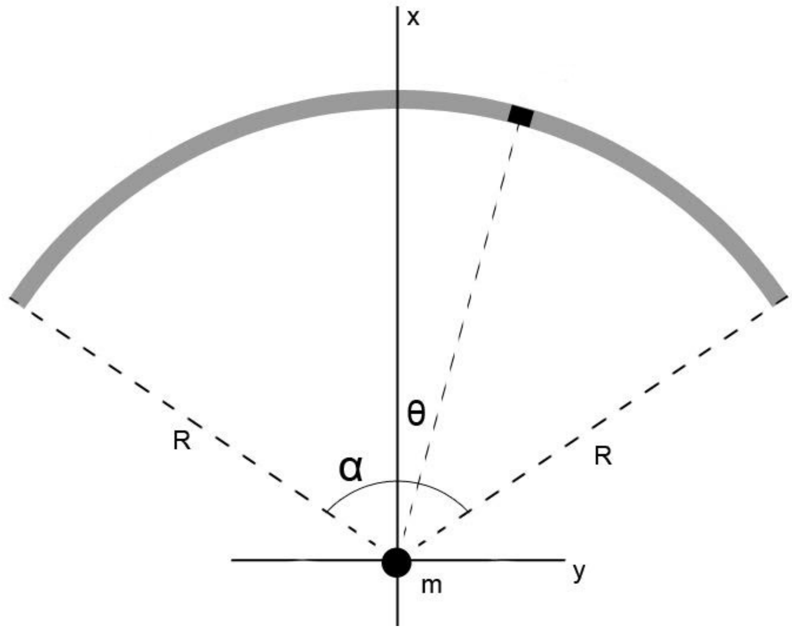
1.10 Prema molekulsko-kinetičkoj teoriji topline, u izrazu za temperaturu idealnog plina $T = \frac{Mv^2}{3R}$ je (zaokružite točnu tvrdnju):
(1 bod)

a) M masa molekule plina,
b) M prosječna masa svih molekula u plinu,
c) v najvjerojatnija brzina molekula plina,
d) v srednja brzina molekula plina,
e) v korijen iz srednje vrijednosti kvadrata iznosa brzina molekula plina.

(Točan odgovor je e).)

Zadaci

1. Pronađite izraz za gravitacijsku silu kojom homogeni tanki luk linearne gustoće λ (masa po jedinici duljine) i kružnog isječka kuta α, privlači sitno tijelo mase m smješteno u centru kružnog isječka. Radijus kružnog isječka je R.?
(5 bodova)



Rješenje:
Između djelića mase na luku dM i tijela mase m javlja se sila dF:

$$dF = G\frac{m\,dM}{R^2}$$

Silu dF možemo rastaviti na komponente.

$$dF_y = dF\sin\theta$$
$$dF_x = dF\cos\theta$$

Zbog simetrije problema, sve komponente sile u y-smjeru međusobno će se poništiti, pa će ostati samo x-komponente. Stoga je gravitacijska sila koju tražimo:

$$F = \int dF\cos\theta$$

Luk je homogene gustoće. Uvodimo konstantu proporcionalnosti linearne gustoće λ koja je jednaka masi luka po jedinici duljine:

$$\lambda = \frac{dM}{R\,d\theta}$$

Odnosno: $dM = \lambda R\,d\theta$

Uvrštavanjem dM možemo napisati silu F:

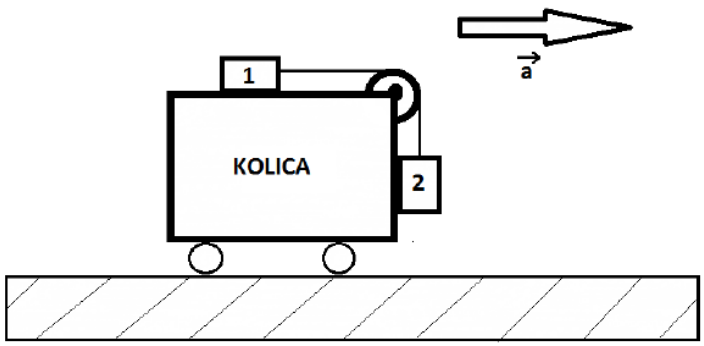
$$F = \int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} G\frac{m}{R}\lambda\,d\theta\,cos\theta$$

Rješavanjem integrala dobivamo silu:

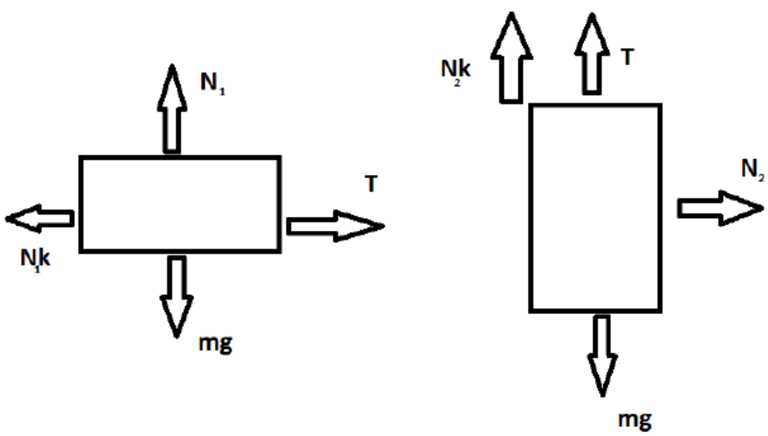
$$F = G\frac{mM\lambda}{R}\int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} cos\theta\,d\theta = \frac{Gm\lambda}{R}\left[\sin\theta\right]_{-\alpha/2}^{\alpha/2}$$

$$F = \frac{2Gm\lambda \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{R}$$

2. Kolikom se minimalnom horizontalnom akceleracijom, prema desno, kolica moraju gibati po podlozi tako da tijela 1 i 2 ostanu u mirovanju u odnosu na kolica? Mase oba tijela *m* su jednake i koeficijent trenja između kolica i tijela je *μ*. Možete zanemariti mase koloture i niti.
(5 bodova)



Rješenje:



$N1 = mg$
$T - N1\,\mu = ma$
$T - mg\,\mu = ma$
$N2 = ma$
$T + N2\,\mu = mg$
$T + ma\,\mu - mg = 0$
$ma + mg\,\mu + ma\,\mu - mg = 0$
$a(1 + \mu) = g(1 - \mu)$
$a = g(1 - \mu)/(1 + \mu)$

3. Cilindrična posuda površine baze $S = 0.01\ \mathrm{m}^2$ postavljena je uspravno, odozgo je otvorena, a do neke visine je napunjena uljem gustoće $\rho = 850\ \mathrm{kg\ m^{-3}}$ i viskoznosti $\mu = 0.25$ Pa s. Pri samom dnu posude ulje istječe u atmosferu kroz vodoravnu cjevčicu duljine $l = 2.5$ cm i unutarnjeg promjera $2R = 2$ mm. Pretpostavljajući da ulje korz cjevčicu teče u skladu s Poiseuilleovim zakonom (laminarni tok viskoznog fluida kroz cijev), odredi nakon koliko vremena će polovica ulja isteći iz posude.
(5 bodova)

Rješenje:

- Prema Poiseuilleovom zakonu, volumni tok fluida kroz cijev dan je s

$$q_V = \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = \frac{\pi R^4}{8\eta}\left|\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x}\right|,$$

  gdje je $\mathrm{d}V$ volumen fluida koji protječe kroz cijev u $\mathrm{d}t$, a $|\mathrm{d}p/\mathrm{d}x|$ opisuje pad tlaka fluida duž cijevi.

- Volumen ulja u posudi možemo izraziti kao umnožak površine baze posude S i visine h ulja u posudi (vrijednost veličine h nije zadana),

$$V = Sh, \qquad \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = S\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}t}.$$

- Pad tlaka ulja duž cijevi možemo izraziti kao omjer razlike tlakova pri krajevima cijevi i ukupne duljine cijevi ℓ. S obzirom je pri izlasku iz cijevi tlak ulja jednak atmosferskom te da je pri ulasku u cijev on uvečan za $\rho g h$, imamo

$$\left|\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x}\right| = \frac{\rho g h}{\ell}.$$

- S obzirom da je volumen ulja koje je proteklo kroz cijev jednak negativnoj promjeni volumena ulja u posudi, Poiseuilleov zakon ovdje vodi na diferencijalnu jednadžbu

$$-S\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}t} = \frac{\pi R^4}{8\eta}\frac{\rho g h}{\ell}$$

  koju separacijom varijabli možemo napisati u obliku

$$-\frac{\mathrm{d}h}{h} = \frac{\pi R^4 \rho g}{8\eta\ell S}\,\mathrm{d}t.$$

  Integracijom gornje jednadžbe od početnog stanja ($h = h_0$, $t = t_0$) do konačnog stanja ($h = h_1$, $t = t_1$) dobivamo

$$-\ln\frac{h_1}{h_0} = \frac{\pi R^4 \rho g}{8\eta\ell S}(t_1 - t_0).$$

  S obzirom da ovdje imamo $h_1 = h_0/2$ te pišući $t_1 = t_0 + \tau$, trajanje istjecanja τ možemo izraziti kao

$$\tau = \frac{8\ln 2\eta\ell S}{\pi R^4 \rho g} \simeq 13230\,\mathrm{s} \simeq 3.675\,\mathrm{h}.$$

4. Dva mola idealnog dvoatomnog plina nalaze se na tlaku 1.2 atm i volumenu 30 L. Plin se zatim komprimira adijabatski na 1/3 početnog volumena. Kolika je promjena unutarnje energije plina, te da li se temperatura plina povećala ili smanjila tokom ovog procesa? ($\kappa = 1.4$, 1 atm = 1.013×10^5 Pa). **(5 bodova)**

Rješenje:

Za adijabatski proces,

$W = (p_1V_1 - p_2V_2) / (\kappa - 1)$ i

$p_1V_1^{\kappa} = p_2V_2^{\kappa}$.

$Q = \Delta U + W = 0$ za adijabatski proces, dakle

$\Delta U = -W = (p_2V_2 - p_1V_1) / (\kappa - 1)$

$p_2 = p_1 (V_1/V_2)^{\kappa} = 5.68 \times 10^5$ Pa.

Kad to uvrstimo dobijemo

$\Delta U = 5.05 \times 10^3$ J.

Unutarnja energija poveća se jer se rad izvršio na plinu.

Temperatura se povećala jer se unutarnja energija povećala.