

Rješenja zadataka jesenskog ispitnog roka iz Fizike 1
srijeda, 9. rujna 2015.

1. Kuglica mase $m = 0.1$ kg visi na niti duljine $l = 0.5$ m. Udarena je tako da dobije početnu brzinu $v_0 = 6$ m/s u (isključivo) horizontalnom smjeru, nakon čega se giba po vertikalnoj kružnici. Kolika je sila napetosti niti na vrhu kružnice?

(6 bodova)

Rješenje:

Na vrhu kružnice, na kuglicu u istom smjeru (prema dolje) djeluju sila napetosti niti T i sila teže mg . Njihov vektorski zbroj daje centripetalnu silu koja kuglici u tom trenutku omogućava da ostane na kružnoj putanji gibajući se brzinom v_{vrh} :

$$F_{\text{cp}} = T + mg ,$$

$$F_{\text{cp}} = \frac{m v_{\text{vrh}}^2}{l} .$$

Sila napetosti niti T u svakom trenutku pokazuje prema središtu kružnice, tj. okomito na smjer gibanja, pa ona ne obavlja rad. Dakle, samo sila teže obavlja rad. Izjednačavanjem ukupne energije na dnu i na vrhu kružnice nalazimo brzinu na vrhu (točke na razlici visine $\Delta y = 2l$):

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_{\text{vrh}}^2}{2} + mg(2l) .$$

Upotrebom gornjih izraza možemo izraziti napetost niti na vrhu kružnice pomoću poznatih veličina:

$$T = \frac{mv_0^2}{l} - 5mg .$$

Za zadane brojeve $T = 2.30$ N.

2. Lagano uže je omotano oko šupljeg valjka mase 4 kg koji može rotirati bez trenja oko horizontalne osi. Valjak je pričvršćen za os pomoću držača zanemarivog momenta tromosti i na početku miruje. Slobodni kraj užeta se povlači konstantnom silom i kad on prevali udaljenost 5,00 m, u tom času se giba brzinom $6,00 \text{ ms}^{-1}$. Ako se uže ne skliže po površini cilindra, koliko iznosi sila kojom povlačimo kraj užeta?

(6 bodova)

Rješenje:

$$F_S = \frac{1}{2} I \omega^2$$

$$F_S = \frac{1}{2} M R^2 \left(\frac{v}{R} \right)^2$$

$$F = \frac{M v^2}{2 s}$$

$$F = \frac{4 \cdot 36}{2 \cdot 5} \text{ N} = 14,4 \text{ N}$$

3. Dva Zemljina satelita, A i B, svaki mase m , trebaju se lansirati u kružnu orbitu oko središta Zemlje. Satelit A treba kružiti na visini jednakoj Zemljinom radijusu, a satelit B treba kružiti na visini jednakoj dva Zemljina radijusa. Kolika je razlika u ukupnim energijama satelita ako je masa $m=13 \text{ kg}$?

(7 bodova)

Rješenje:

$$h_A = R_Z$$

$$h_B = 2 R_Z$$

$$G \frac{m M_Z}{(R_Z + R_Z)^2} = \frac{m v_A^2}{R_Z + R_Z}$$

$$v_A^2 = \frac{G M_Z}{2 R_Z}$$

$$G \frac{m M_Z}{(R_Z + 2 R_Z)^2} = \frac{m v_B^2}{R_Z + 2 R_Z}$$

$$v_B^2 = \frac{G M_Z}{3 R_Z}$$

$$E_{k,A} = \frac{m v_A^2}{2} = \frac{G M_Z m}{4 R_Z}$$

$$E_{k,B} = \frac{m v_B^2}{2} = \frac{G M_Z m}{6 R_Z}$$

$$E_{p,A} = -G \frac{M_Z m}{2 R_Z}$$

$$E_{p,B} = -G \frac{M_Z m}{3 R_Z}$$

$$E_A = E_{k,A} + E_{p,A} = \frac{G M_Z m}{4 R_Z} (1 - 2) = -\frac{G M_Z m}{4 R_Z}$$

$$E_B = E_{k,B} + E_{p,B} = \frac{G M_Z m}{6 R_Z} (1 - 2) = -\frac{G M_Z m}{6 R_Z}$$

$$E_B - E_A = \frac{G M_Z m}{2 R_Z} \left(-\frac{1}{3} + \frac{1}{2} \right) = \frac{G M_Z m}{12 R_Z}$$

$$E_B - E_A = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,96 \cdot 10^{24} \cdot 13}{12 \cdot 6,37 \cdot 10^6} \text{ J} = 6,761 \cdot 10^7 \text{ J}$$

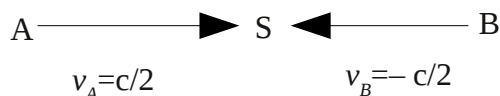
4. Dva svemirska broda približavaju se Zemlji iz suprotnih smjerova, brzinom $\pm c/2$. Ako svaki brod svoju duljinu mjeri da je $L_0 = 500$ m, koliku duljinu prvog broda mjeri drugi brod?
(8 bodova)

Rješenje:

Prvo moramo izračunati relativnu brzinu brodova, tj. brzinu koju brod A u svome sustavu mjeri za brod B (tj. prebacujemo se iz sustava Zemlje S u sustav jednog od brodova S' , te u tom sustavu mjerimo brzinu drugog broda):

$$v_{AB} = -\frac{v_A + v_B}{1 + v_A v_B / c^2},$$

gdje su brzine v_A i v_B brzine mjerene sa Zemlje. Slijedi da je $v_{AB} = -\frac{4}{5}c$.



$$v_B = \frac{v_A - v_{AB}}{1 - \frac{v_A v_{AB}}{c^2}} = -\frac{4}{5}c$$

Sada možemo izračunati kontrakciju vlastite duljine L_0 mjereno iz sustava koji se giba brzinom v_{AB} :

$$L' = \frac{L_0}{\gamma} = L_0 \sqrt{1 - \beta^2} = L_0 \sqrt{1 - (v_{AB}/c)^2} = L_0 \sqrt{1 - (4/5)^2} = \frac{3}{5} L_0.$$

Za zadanu duljinu brodova $L' = 300$ m.

5. Šuplji cilindrični plovak promjera 0,2 m pliva tako da je 0,1 m iznad površine vode kada mu se na dno objesi komad željeza mase 10 kg. Koliko će plovak biti iznad vode ako se taj komad željeza stavi u plovak? Gustoća željeza je 7800 kg/m^3 .
(6 bodova)

Rješenje:

$$2R = 0,2 \text{ m}$$

$$h_1 = 0,1 \text{ m}$$

$$m_z = 10 \text{ kg}$$

$$\rho_z = 7800 \text{ kg/m}^3$$

$$h_2 = ?$$

Zadatak ćemo riješiti izjednačavanjem sume težina plovka i komada željeza s uzgonom u slučaju 1 kada je komad željeza u vodi i slučaju 2 kada je komad željeza u plovku.

Za 1. slučaj vrijedi:

$$(M_p + m_z) \cdot g = \rho_v \cdot R^2 \pi \cdot (h - h_1) \cdot g + \rho_v \cdot V_z \cdot g \quad (1)$$

gdje su:

M_p masa plovka, h visina plovka, ρ_v gustoća vode, V_z volumen komada željeza.

Za 2 slučaj vrijedi:

$$(M_p + m_z) \cdot g = \rho_v \cdot R^2 \pi \cdot (h - h_2) \cdot g \quad (2)$$

Izjednačavanjem desnih strana izraza (1) i (2) te uzimanjem u obzir da je $V_z = m_z / \rho_z$ dobivamo nakon kratkog računanja konačnu formulu za visinu plovka iznad vode h_2 :

$$h_2 = h_1 - m_z / (\rho_z \cdot R^2 \pi)$$

Uvrštavanjem zadanih veličina u gornji izraz dobivamo $h_2 = 0,059 \text{ m}$.

6. Kolika je ukupna promjena entropije sustava kada se 10 g leda temperature -20°C (početno stanje) pretvori u vodenu paru temperature 100°C (konačno stanje)? Specifični toplinski kapacitet leda je $2,1 \cdot 10^3 \text{ J/(kgK)}$. Specifična toplina taljenja leda je $3,35 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$. Specifična toplina isparavanja vode je $2,26 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$. Specifični toplinski kapacitet vode je $4,19 \cdot 10^3 \text{ J/(kgK)}$.
(7 bodova)

Rješenje:

$$m = 10 \text{ g} = 10^{-2} \text{ kg}$$

$$t_1 = -20^\circ\text{C}, T_1 = 253 \text{ K}$$

$$t_2 = 100^\circ\text{C}, T_2 = 373 \text{ K}$$

$$c_l = 2,1 \cdot 10^3 \text{ J/(kgK)}$$

$$l_t = 3,35 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$$

$$l_i = 2,26 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$$

$$c_v = 4,19 \cdot 10^3 \text{ J/(kgK)}$$

$$\Delta S = ?$$

Promjena entropije sustava jednaka je zbroju promjena entropija za 4 procesa kojim se sustav prevodi iz početnog u konačno stanje. Ti su procesi zagrijavanje leda od početne temperature do temperature ledišta $T_0 = 273 \text{ K}$, taljenje leda u vodu pri temperaturi ledišta, zagrijavanje vode od temperature ledišta do temperature vrelišta i isparavanje vode u vodenu paru pri temperaturi vrelišta.

Promjene entropija za svaki od procesa su:

$$\Delta S_1 = \int m \cdot c_l \cdot dT/T = m \cdot c_l \cdot \ln(T_0/T_1)$$

$$\Delta S_2 = Q_v / T_0 = m \cdot l_v / T_0$$

$$\Delta S_3 = \int m \cdot c_v \cdot dT / T = m \cdot c_v \cdot \ln(T_2 / T_0)$$

$$\Delta S_4 = Q_i / T_2 = m \cdot l_i / T_2$$

Uvrštavanjem zadanih veličina u gornje izraze dobivamo:

$$\Delta S_1 = 1,598 \text{ J/K}$$

$$\Delta S_2 = 12,271 \text{ J/K}$$

$$\Delta S_3 = 13,077 \text{ J/K}$$

$$\Delta S_4 = 60,590 \text{ J/K}$$

Promjena entropije

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 + \Delta S_3 + \Delta S_4 = 87,536 \text{ J/K}$$