

# FIZIKA 1 – ZI 2008./2009. – 2. dio

## 3. TOPLINA I TEMPERATURA

### 3.1. UVOD

Veza između Kelvina i Celsiusa:

$$\frac{T}{K} = 273.15 + \frac{t}{^{\circ}C}, \quad \Delta t = \Delta T \quad (K = ^{\circ}C)$$

### 3.2. TOPLINSKO RASTEZANJE ČVRSTIH TVARI I TEKUĆINA

#### 3.2.1. LINEARNO RASTEZANJE

Kod tijela gdje su dvije dimenzije znatno manje od treće (npr. štapovi, šipke, cijevi i sl.).

$$l = l_0 (1 + \alpha \Delta T)$$

$l$  – konačna duljina;  $l_0$  – početna duljina;  $\alpha$  – koeficijent linearnog rastezanja;  $\Delta T$  – promjena temperature.

Kad su krajevi takovog tijela učvršćeni tako da se ne može mijenjati njegova duljina, pri temperaturnim promjenama dolazi do mehaničkih napetosti koje štap mogu deformirati, pa i slomiti. Napetosti možemo izračunati preko Hookeovog zakona:

$$p = \frac{\Delta F}{S} = E \frac{\Delta l}{l} = E \alpha \Delta T.$$

$E$  – Youngov modul elastičnosti materijala.

#### 3.2.2. POVRŠINSKO RASTEZANJE

Izvodimo iz linearnog:

$$S_0 = a_0 b_0$$

$$S = ab = a_0 (1 + \alpha \Delta T) b_0 (1 + \alpha \Delta T) = S_0 (1 + \alpha \Delta T)^2 = S_0 (1 + 2\alpha \Delta T + \alpha^2 \Delta T^2)$$

$$\alpha^2 \Delta T^2 \rightarrow 0, \quad 2\alpha = \beta$$

$$S = S_0 (1 + \beta \Delta T).$$

$S$  – konačna površina;  $S_0$  – početna površina;  $\beta$  – koeficijent površinskog rastezanja;  $\Delta T$  – promjena temperature.

#### 3.2.3. VOLUMNO RASTEZANJE

Također izvodimo iz linearnog:

$$V_0 = a_0 b_0 c_0$$

$$V = abc = a_0 (1 + \alpha \Delta T) b_0 (1 + \alpha \Delta T) c_0 (1 + \alpha \Delta T) = V_0 (1 + \alpha \Delta T)^3 = V_0 (1 + 3\alpha \Delta T + 3(\alpha \Delta T)^2 + (\alpha \Delta T)^3)$$

$$V = V_0 (1 + 3\alpha \Delta T) = V_0 (1 + \gamma \Delta T).$$

$V$  – konačna površina;  $V_0$  – početna površina;  $\gamma$  – koeficijent volumnog rastezanja;  $\Delta T$  – promjena temperature.

### 3.3. PLINSKI ZAKONI

#### 1. Boyle – Mariotteov zakon ( $T = \text{konst.}$ ; izotermna promjena):

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \Rightarrow pV = \text{konst.}$$

#### 2. Gay – Lussacov zakon ( $p = \text{konst.}$ ; izobarna promjena):

Kada se plin izobarno zagrijava, volumen mu se linearno povećava prema sljedećem zakonu:

$$V = V_0 (1 + \alpha t)$$

$\alpha$  - toplinski koeficijent širenja plina (približno isti za razne vrste plinova); iznosi oko  $\frac{1}{273K}$

$$V = V_0 \left( 1 + \frac{t}{273K} \right) = V_0 \frac{t + 273K}{273K} = V_0 \frac{T}{T_0}$$

$$\frac{V}{V_0} = \frac{T}{T_0} \Rightarrow \frac{V}{T} = \text{konst.}$$

#### 2. Charlesov zakon ( $V = \text{konst.}$ ; izohorna promjena):

Slično kao za izobarnu promjenu:

$$p = p_0 (1 + \beta t)$$

$\beta$  - toplinski koeficijent promjene tlaka – za idealne plinove jednak  $\alpha$

$$p = p_0 \left( 1 + \frac{t}{273K} \right) = p_0 \frac{t + 273K}{273K} = p_0 \frac{T}{T_0}$$

$$\frac{p}{p_0} = \frac{T}{T_0} \Rightarrow \frac{p}{T} = \text{konst.}$$

### 3.3. STANDARDNI UVJETI. JEDNADŽBA STANJA IDEALNOG PLINA

Standardni uvjeti (s.u.) su:  $T_0 = 273.15K$  i  $p_0 = 101325Pa$ .

1 molu idealnog plina najprije izobarno:

$$V' = V_0 \frac{T}{T_0} \quad (1),$$

a zatim izotermno promijenimo stanje:

$$pV = p_0 V' \quad (2),$$

te uvrstimo (1) u (2), dobijemo:

$$pV = p_0 V_0 \frac{T}{T_0} \Leftrightarrow \frac{pV}{T} = \frac{p_0 V_0}{T_0}.$$

To je jedan oblik jednadžbe stanja idealnog plina.

Upotrebom Avogadrovog zakona ta se jednadžba može svesti na još pogodniji oblik.

Avogadrov zakon: *Jednaki volumeni svih plinova pri istoj temperaturi i tlaku imaju jednak broj čestica.*

Iz toga zakona proizlazi da količina tvari 1 mol bilo kojeg plina u istim uvjetima ima jednak volumen koji se zove molarni volumen plina  $V_m$ . Pri s.u. molarni volumen je  $V_{m0} = 22.4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 / \text{mol}$ .

Univerzalna plinska konstanta  $R$ :

$$R = \frac{p_0 V_{m0}}{T_0} = \frac{101325 \cdot 22.4 \cdot 10^{-3}}{273.15} \text{ J / (molK)} = 8.314 \text{ J / (molK)}.$$

Za  $n$  molova vrijedi:

$$pV = nRT.$$

Ako uvrstimo  $n = \frac{m}{M}$ , tada plinska jednadžba poprima oblik:

$$pV = \frac{m}{M} RT.$$

Ako umjesto  $n$  uvrstimo  $\frac{N}{N_A}$ , gdje je  $N$  broj čestica koje sadrži sustav, a  $N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$  Avogadrova konstanta, onda jednadžba stanja idealnog plina poprima oblik:

$$pV = \frac{N}{N_A} RT = N \frac{R}{N_A} T = N k_B T,$$

gdje je  $k_B = \frac{R}{N_A} = \frac{8.314}{6.022 \cdot 10^{23}} \text{ J / K} = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J / K}$  Boltzmanova konstanta.

### 3.4. DALTONOV ZAKON PARCIJALNIH TLAKOVA

Ukupan tlak smjese plinova jednak je sumi tlakova pojedinih plinova u posudi volumena  $V$  i temperature  $T$ .

$$n_{uk} = n_1 + \dots + n_k$$

$$p_{uk} = \frac{n_{uk} RT}{V} = p_1 + \dots + p_k.$$

### 3.5. KOLIČINA TOPLINE. SPECIFIČNI TOPLINSKI KAPACITET

Toplinski kapacitet nekog tijela definira se kao omjer topline  $Q$ , koju je potrebno dovesti tijelu da bi mu se povisila temperatura za  $\Delta T$ , i temperaturne razlike  $\Delta T$ :

$$C_t = \frac{Q}{\Delta T}.$$

Specifični toplinski kapacitet dobijemo tako da se toplinski kapacitet podijeli s masom:

$$c = \frac{C_t}{m} = \frac{\frac{Q}{\Delta T}}{m} = \frac{Q}{m\Delta T}.$$

Toplina  $Q$  koju dovodimo nekom tijelu, ili od tog tijela odvodimo jest:

$$Q = mc\Delta T.$$

Općenito je specifični toplinski kapacitet funkcija temperature, te se gornje jednadžbe pišu u obliku:

$$c = \frac{1}{m} \frac{dQ}{dT}$$

$$Q = m \int_{T_1}^{T_2} c dT$$

Molarni toplinski kapacitet  $C$  jest omjer toplinskog kapaciteta i množine tvari:

$$C = \frac{1}{n} \frac{dQ}{dT} = \frac{1}{n} mc = \frac{m}{n} c = Mc.$$

Dulong – Petitovo pravilo:

Specifični toplinski kapacitet pri stalnom tlaku:

$$c_p = \frac{1}{m} \left( \frac{dQ}{dT} \right)_{p=\text{konst.}}$$

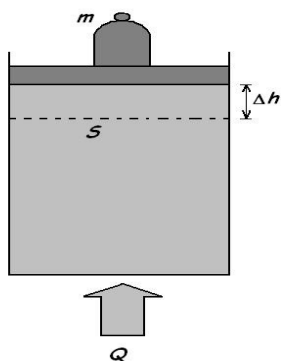
Specifični toplinski kapacitet pri stalnom tlaku:

$$c_v = \frac{1}{m} \left( \frac{dQ}{dT} \right)_{V=\text{konst.}}$$

Veza između  $c_p$  i  $c_v$ :

$$c_p - c_v = 3R.$$

Toplinski kapacitet plinova:



$$dW = Fdh = pSdh = pdV$$

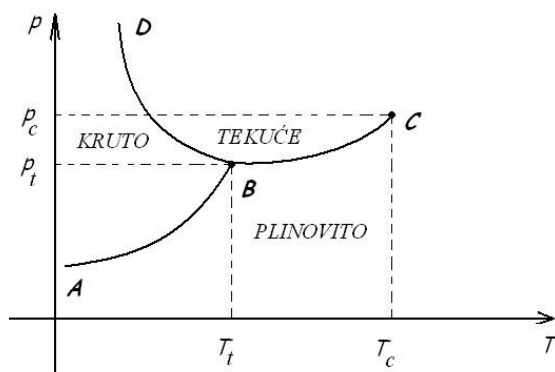
$$dQ = dW = pdV$$

$$c_p - c_v = \frac{1}{m} \left( \frac{dQ}{dT} \right)_{p=\text{konst.}} = \frac{1}{m} \frac{pdV}{dT} = \frac{1}{m} nR = \frac{1}{M} R, \quad C = Mc$$

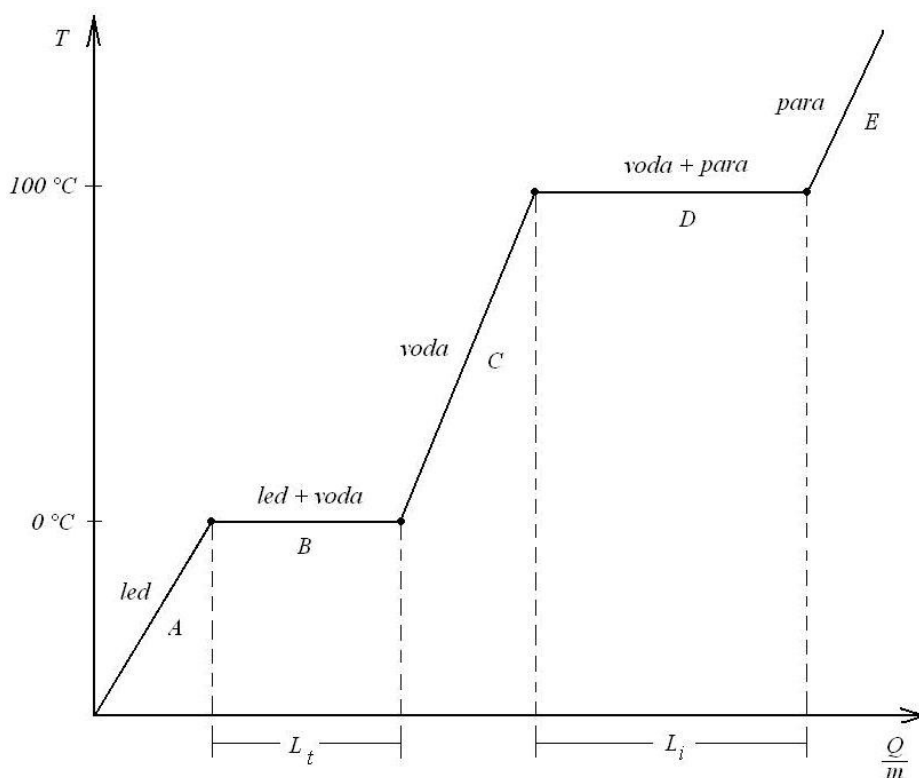
$$C_p - C_v = R.$$

### 3.6. FAZNI DIJAGRAM

Fazni dijagram vode:



### 3.7. PROMJENA AGREGATNOG STANJA. LATENTNA TOPLINA



**A:**  $Q_A = m_{led} c_{led} \Delta T_1$

**B:**  $Q_B = m_{led} L_t$  -  $L_t$  - latentna toplina taljenja

**C:**  $Q_C = m_{voda} c_{voda} \Delta T_2$  ( $m_{led} = m_{voda}$ )

**D:**  $Q_D = m_{voda} L_i$  -  $L_i$  - latentna toplina isparavanja

**E:**  $Q_E = m_{para} c_{para} \Delta T_3$  ( $m_{voda} = m_{para}$ )

### 3.8. PRIJENOS TOPLINE

Konvekcija (strujanje) topline: Toplinu prenosi fluid (plin, tekućina).

$q$  – gustoća toplinskog toka

$\phi$  – toplinski tok

$h_c$  – koeficijent konvekcije

$T_p$  – temperatura plohe

$T_f$  – temperatura fluida

$R_c$  – konvektivni toplinski otpor

$$q = h_c (T_p - T_f) = h_c \Delta T$$

$$\phi = qS = h_c S \Delta T = \frac{1}{R_c} \Delta T$$

Zračenje (radijacija): Infracrveni spektar elektromagnetskog zračenja

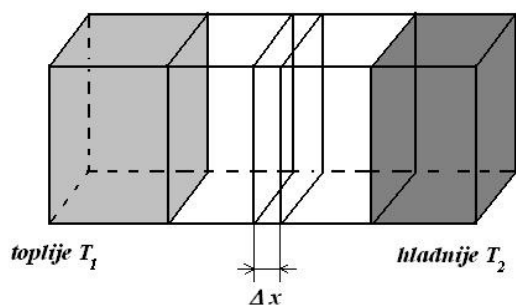
$I$  – intenzitet zračenja

$\sigma$  – Stefan – Boltzmanova konstanta

$\varepsilon$  – koeficijent emisivnosti ( $0 < \varepsilon < 1$ )

$$I = \varepsilon \sigma T^4$$

Vođenje (kondukcija) topline:



$$\Delta Q \propto S$$

$$\Delta Q \propto t$$

$$\Delta Q \propto \Delta T$$

$$\Delta Q \propto \frac{1}{\Delta x}$$

$$Q = \lambda \frac{\Delta T}{\Delta x} S t$$

$$\phi = \frac{Q}{S} = \lambda \frac{\Delta T}{\Delta x} t \quad (1)$$

$$q = \frac{\phi}{S} = \frac{Q}{S t} = \lambda \frac{\Delta T}{\Delta x} \quad (2)$$

Iz (1) i (2):

$$\phi = \frac{|\Delta T|}{\frac{\Delta x}{\lambda S}} = \frac{|\Delta T|}{R_v}$$