Fizika završni

Inercijski i neinercijski sustavi

Stvarne i prividne sile

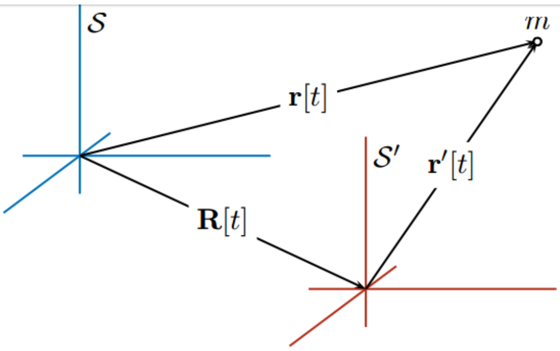
Inercijski referentni okvir i stvarne sile: Kad gibanje čestica promatramo u odnosu na inercijski referentni okvir (referentni okvir u kojem vrijedi prvi Newtonov aksiom, vidi poglavlje 3.1), ono je u skladu s Newtonovom jednadžbom gibanja (NJG, vidi poglavlje 3.2) koja glasi

$$m\mathbf{a} = \mathbf{F} = \mathbf{F}_{\text{stvarna}}, \tag{8.1}$$

Neinercijski referentni okvir i prividne sile: Kad gibanje čestice promatramo u neinercijskom referentnom okviru, ono nije u skladu s NJG u njenom izvornom obliku, već je u jednadžbu gibanja potrebno uključiti i član koji zovemo prividnom silom. Jednadžba gibanja čestice mase m u neinercijskom referentnom okviru općenito glasi

$$m\mathbf{a}' = \mathbf{F}_{\text{stvarna}} + \mathbf{F}_{\text{prividna}}, \tag{8.2}$$

Translacijsko ubrzano gibanje ref. okvira



Jednadžba gibanja čestice u neinercijskom referentnom okviru $\mathcal{S}'$ glasi

$$m\mathbf{a}' = \mathbf{F}_{\text{stvarna}} - m\mathbf{A}, \tag{8.3}$$

gdje je $\mathbf{A} = \mathrm{d}^2\mathbf{R}/\mathrm{d}^2t$ akceleracija referentnog okvira $\mathcal{S}'$ u odnosu na $\mathcal{S}$, a $\mathbf{a}' = \mathrm{d}^2\mathbf{r}/\mathrm{d}^2t$ je akceleracija čestice u odnosu na $\mathcal{S}'$. Drugi član na desnoj strani gornje jednadžbe gibanja prepoznajemo kao prividnu silu $\mathbf{F}_{\text{prividna}} = -m\mathbf{A}$.

Rotacijsko ubrzano gibanje ref. okvira

Jednadžba gibanja i prividne sile: Kad gibanje čestice mase m opisujemo u referentnom okviru $\mathcal{S}'$ koji se vrti stalnom kutnom brzinom u odnosu na inercijski referentni okvir $\mathcal{S}$, jednadžba gibanja čestice glasi

$$m\mathbf{a}' = \mathbf{F}_{\text{stvarna}} + \mathbf{F}_{\text{prividna}}, \qquad \mathbf{F}_{\text{prividna}} = \mathbf{F}_{\text{cf}} + \mathbf{F}_{\text{Cor}}. \tag{8.6}$$

Centrifugalna sila

Kada sustav S′ rotira kutnom brzinom ω, na materijalnu točku mase m djeluje inercijska centrifugalna sila

$$\vec{F}_{\text{cf}} = m\,\omega^2\,\vec{r}\,', \tag{4}$$

gdje je $\vec{r}\,'$ vektor od ishodišta sustava S′ do materijalne točke.

Coriolisova sila

Giba li se tijelo brzinom $\vec{v}\,'$ s obzirom na rotirajući sustav, na njega, uz centrifugalnu silu, djeluje i Coriolisova sila

$$\vec{F}_{\text{Cor}} = 2\,m\,\vec{v}\,' \times \vec{\omega}. \tag{5}$$

Gravitacija

Newtonov opći zakon gravitacije

$$F = G_{\text{N}} \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

$$G_{\text{N}} \simeq 6.673 \times 10^{-11}\,\text{N}\,\text{m}^2\,\text{kg}^{-2}$$

Gravitacijsko polje

$$\mathbf{F}[\mathbf{r}] = m\,\mathbf{g}[\mathbf{r}],$$

gdje vektorsku veličinu

$$\mathbf{g}[\mathbf{r}] = G_{\text{N}} \sum_i \frac{m_i(\mathbf{r}_i - \mathbf{r})}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}|^3}$$

zovemo *gravitacijskim poljem* u točki $\mathbf{r}$.

Gravitacijska potencijalna energija

Gravitacijska potencijalna energija para čestica: Ako su čestice čije su mase m_1 i m_2 jedna od druge udaljene r, njihovu gravitacijsku potencijalnu energiju možemo napisati kao

$$U[r] = -G_{\mathrm{N}}\frac{m_1 m_2}{r}. \tag{7.22}$$

Gravitacijski potencijal

$$U[\mathbf{r}] = m\Phi[\mathbf{r}], \tag{7.25}$$

Potencijalna energija

$$\Phi[\mathbf{r}] = -G_{\mathrm{N}}\sum_i \frac{m_i}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}|} = -G_{\mathrm{N}}\int \frac{1}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|}\,\rho\,\mathrm{d}V' \tag{7.26}$$

nazivamo *gravitacijskim potencijalom* u točki $\mathbf{r}$. Može se reći da je gravitacijski potencijal u danoj točki porstora jednak omjeru gravitacijske potencijalne energije koju bi čestica imala u toj točki i njene mase.

Prvi Keplerov zakon

Orbite planeta su elipse sa Suncem u jednom od žarišta.

Drugi Keplerov zakon

> *Vektor položaja planeta u odnosu na Sunce prebrisuje jednake površine u jednakim intervalima vremena.*

Ovaj je zakon istovjetan tvrdnji da je kutna količina gibanja planeta u odnosu na Sunce očuvana veličina, što je svojstvo svake centralne sile. Površinu $\mathrm{d}S$ koju vektor $\mathbf{r}$ prebriše u intervalu vremena $\mathrm{d}t$ možemo napisati kao polovicu površine paralelograma što ga razapinju vektori $\mathbf{r}$ i $\mathbf{v}\,\mathrm{d}t$,

$$\mathrm{d}S = \frac{1}{2}|\mathbf{r}\times\mathbf{v}\,\mathrm{d}t| = \frac{1}{2m}|\mathbf{r}\times m\mathbf{v}|\,\mathrm{d}t = \frac{1}{2m}|\mathbf{r}\times\mathbf{p}|\,\mathrm{d}t = \frac{1}{2m}|\mathbf{L}|\,\mathrm{d}t, \tag{7.30}$$

Treći Keplerov zakon

Kvadrat ophodnog vremena planeta razmjeran je tre´coj potenciji velike poluosi orbite.

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{R_1^3}{R_2^3}$$

Relativistička mehanika

Načelo relativnosti u fizici zahtijeva da zakoni fizike imaju isti oblik u svim inercijskim referentnim okvirima.

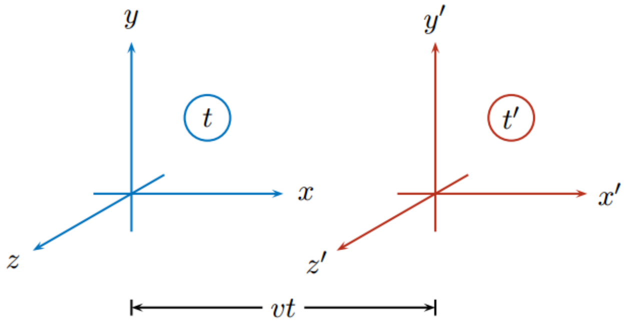
Iznos brzine širenja svjetlosti u vakuumu jednak je u svim referentnim okvirima.

U specijalnoj relativnosti uvriježeno je trodimenzionalni prostor i vrijeme shvaćati kao četverodimenzionalno prostorvrijeme. Takoder je uvriježeno o položaju u prostoru i trenutku u vremenu govoriti kaoo događaju u prostorvremenu.

Neistovremenost događaja: Događaji koji su istovremeni u jednom referentnom okviru, nisu nužno istovremeni u nekom drugom referentnom okviru.

Lorentzove transformacije

Lorentzove transformacije: Neka je $\mathcal{S}$ imercijski referentni okvir, a referentni okvir $\mathcal{S}'$ neka se u odnosu na $\mathcal{S}$ giba stalnom brzinom iznosa v. U tim referentnim okvirima možemo uvesti pravokutne koordinatne sustave tako da su im osi paralelne i da se gibanje referentnog okvira $\mathcal{S}'$ u odnosu $\mathcal{S}$ odvija u smjeru x-osi.



$$x' = \gamma(x - vt), \qquad y' = y, \qquad z' = z, \qquad t' = \gamma(t - vx/c^2), \tag{9.4}$$

gdje je c brzina svjetlosti, a tzv. Lorentzov faktor γ i parametar potiska β su dani izrazima

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}, \qquad \beta = \frac{v}{c} < 1. \tag{9.5}$$

Dilatacija vremena

Vlastito vrijeme i dilatacija vremena: Mirnom opažaču se čini da za nekoga tko se u odnosu na njega giba vrijeme teče sporije. Vrijeme koje protječe za opažača koji miruje u nekom inercijskom referentnom okviru zovemo njegovim vlastitim vremenom. Ako mirni opažač u referentnom okviru $\mathcal{S}'$ u nekom trenutku pokrene i ubrzo nakon toga zaustavi zaporni sat, vremenski razmak $\Delta t'$ među tim događajima koje on izmjeri odgovara njegovom vlastitom vremenu, a s obzirom da on miruje, prostorni razmak među tim događajima je $\Delta x' = 0$. Sada s pomoću transformacija (9.8) možemo izračunati vremenski razmak među istim događajima u referentnom okviru $\mathcal{S}$. Dobivamo

$$\Delta t = \gamma \, \Delta t' = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \qquad \text{(dilatacija vremena)}, \qquad (9.10)$$

Kontrakcija duljine

Vlastita duljina i kontrakcija duljine: Predmet koji se giba pričinja se kraćim od istog predmeta kad on miruje. Zamislimo mirni štap položen paralelno s x'-osi u referentnom okviru $\mathcal{S}'$. S obzirom da štap miruje, x'-koordinate njegovih krajeva možemo zabilježiti u proizvoljnim trenucima vremena t', a razliku tih koordinata $\Delta x'$ smatramo vlastitom duljinom štapa. Nasuprot tomu, u referentnom okviru $\mathcal{S}$ u odnosu na koji se taj štap giba, smisleno je govoriti o duljini štapa Δx jedino ako njegove krajeve shvatimo kao istovremene događaje. To znači da u $\mathcal{S}$ imamo $\Delta t = 0$. Sada s pomoću transformacija (9.7) kao vlastitu duljinu štapa dobivamo $\Delta x' = \gamma \, \Delta x$. To znači da je duljina štapa Δx u referentnom okviru $\mathcal{S}$ u odnosu na koji se on giba brzinom iznosa v dana s

$$\Delta x = \frac{1}{\gamma} \Delta x' = \sqrt{1-(v/c)^2} \, \Delta x' \qquad \text{(kontrakcija duljine)}, \qquad (9.11)$$

Zbrajanje brzina

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - u_x v/c^2}, \qquad u'_y = \frac{u_y}{\gamma(1 - u_x v/c^2)}, \qquad u'_z = \frac{u_z}{\gamma(1 - u_x v/c^2)}, \qquad (9.14)$$

gdje je Lorentzov faktor γ dan izrazom (9.5). Inverzne transformacije su

$$u_x = \frac{u'_x + v}{1 + u'_x v/c^2}, \qquad u_y = \frac{u'_y}{\gamma(1 + u'_x v/c^2)}, \qquad u_z = \frac{u'_z}{\gamma(1 + u'_x v/c^2)}. \qquad (9.15)$$

Količina gibanja

Relativistički izraz za količinu gibanja čestice mase m koja se giba brzinom $\mathbf{u}$ glasi

$$\mathbf{p} = \gamma m \mathbf{u}, \qquad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-(u/c)^2}}, \qquad \text{(Količina gibanja)} \qquad (9.16)$$

Energije

Kinetička:

Relativistički izraz za kinetičku energiju čestice mase m koja se giba brzinom iznosa u glasi

$$K = (\gamma - 1)mc^2, \qquad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-(u/c)^2}}, \qquad \text{(Kinetička energija)} \tag{9.18}$$

Ukupna:

Relativistička energija čestice mase m definirana je izrazom

$$E = \gamma mc^2 = mc^2 + K, \tag{9.23}$$

gdje je γ Lorentzov faktor, K je kinetička energija (9.18), a član mc^2 je tzv. **energija mirovanja** čestice. Koristeći relacije (9.16) i (9.23) može se pokazati da vrijedi

$$E^2 = (mc^2)^2 + (pc)^2. \tag{9.24}$$

Statika fluida

Tlak je omjer sile i površine na koju ta sila okomito djeluje

$$p = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta F}{\Delta S} = \frac{dF}{dS}. \tag{1}$$

Jedinica za tlak je paskal (znak: Pa).

Tlak u fluidu izazvan vanjskom silom (tzv. vanjski ili hidraulički tlak) širi se u fluidu jednako na sve strane (Pascalov zakon).

Gibanje fluida pri kojem je vektor brzine fluida u bilo kojoj točki prostora stalan u vremenu zovemo **stacionarnim tokom**. Kad se vektor brzine fluida u nekoj točki prostora mijenja u vremenu kažemo da je tok fluida **nestacionaran**.

Tok fluida koji možemo prikazati kao usporedno gibanje njegovih slojeva zovemo **laminarnim tokom**. Nasuprot laminarnom toku imamo **turbulentni tok** u kojem na prividno slučajan način nastaju i nestaju vrtlozi.

Jednadžba stanja idealnog plina povezuje tlak plina p, volumen V posude u kojoj se plin nalazi i temperaturu plina T,

$$pV = nRT = NkT, \tag{10.2}$$

Hidrostatski tlak

Jednadžba ravnoteže fluida u gravitacijskom polju: Zbog prisutnosti gravitacijske sile, tlak mirnog fluida se smanjuje s visinom. Kad se radi o stlačivom fluidu, s visinom se smanjuje i njegova gustoća. Tlak p statičnog fluida zadovoljava diferencijalnu jednadžbu

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}h} = -\rho g, \tag{10.3}$$

Hidrostatski tlak: Rješenje jednadžbe ravnoteže (10.3) za nestlačiv fluid odnosno za fluid čija gustoća ρ ne ovisi o tlaku glasi

$$p[h] = p_0 - \rho g(h - h_0), \tag{10.6}$$

Uzgon

Prema Arhimedovu zakonu je uzgon na tijelo uronjeno u fluid

$$F_u = \rho_f g V, \tag{7}$$

gdje je ρ_f gustoća fluida, V volumen uronjenog tijela, a g akceleracija sile teže.

Površinska napetost

$$\sigma = \frac{\Delta W}{\Delta S}, \tag{8}$$

gdje je ΔW rad potreban za povećanje površine ΔS.

$$\sigma = \frac{F_n}{l}$$

Tok fluida

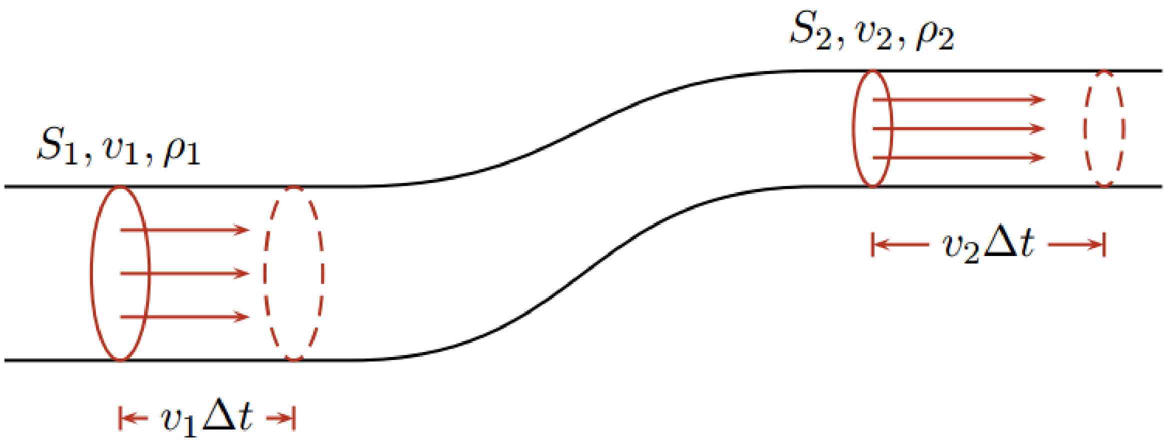
Volumni tok:

$$q_V = \frac{\Delta V}{\Delta t}.$$

Maseni tok:

$$q_m = \frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{\rho \, \Delta V}{\Delta t} = \rho q_V .$$

Jednadžba kontinuiteta



Na mjestu na kojem cijev ima površinu poprečnog presjeka S, u intervalu vremena Δt njome protječe volumen fluida $\Delta V = Sv\Delta t$, gdje v brzina fluida. To znači da je volumni tok fluida kroz cijev na tom mjestu $q_V = \Delta V / \Delta t = Sv$. Ako je na tom mjestu gustoća fluida ρ, maseni tok fluida kroz cijev je

$$q_m = \rho q_V = \rho S v. \tag{10.11}$$

$$\rho_1 S_1 v_1 = \rho_2 S_2 v_2 .$$

Kad se radi o nestlačivom fluidu njegova je gustoća svuda jednaka te jednadžba kontinuiteta poprima jednostavniji oblik

$$q_V = Sv = \text{konst}, \qquad (\rho = \text{konst}) \tag{10.14}$$

što znači da je u tom slučaju volumni tok svuda duž cijevi jednak. Možemo također pisati

$$S_1 v_1 = S_2 v_2, \tag{10.15}$$

Dinamika fluida

Bernoullijeva jednadžba

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2.$$

Torricellijev zakon istjecanja

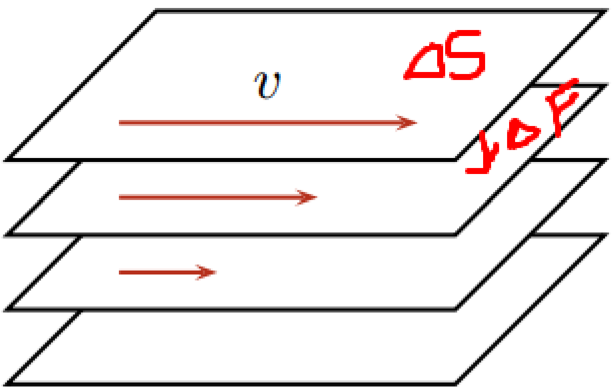
(uvjet: fluid istječe iz posude s velikom površinom presjeka, ali istječe kroz malu rupicu na dnu)

$$v = \sqrt{2gh},$$

Bernoullijev princip

Bernoullijev princip izražen je tvrdnjom o tome da **većoj brzini** fluida općenito odgovara **manji tlak**.

Viskoznost fluida



Iznos viskozne sile ΔF kojom susjedni slojevi djeluju jedan na drugog razmjeran je površini promatranog sloja ΔS, gradijentu brzine $\mathrm{d}v/\mathrm{d}z$ te **koeficijentu dinamičke viskoznosti fluida** μ,

$$\Delta F = \mu \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}z} \Delta S. \tag{10.20}$$

Stokesov zakon

Stokesov zakon (sila): Kad se dovoljno malena sfera dovoljno sporo giba kroz viskozni fluid na nju djeluje sila otpora opisana tzv. Stokesovim zakonom, ili kraće Stokesova sila. Njen iznos dan je izrazom

$$\boxed{F = 6\pi\mu R v} \tag{10.21}$$

gdje je R polumjer sfere, v njena brzina u odnosu na fluid, a μ je koeficijent dinamičke viskoznosti fluida. Obično se uzima da je Stokesov zakon primjenjiv ako je **Reynoldsov broj za gibanje sfere kroz fluid**,

$$\boxed{\mathrm{Re} = \frac{2\rho_\mathrm{f} v R}{\mu},} \tag{10.22}$$

gdje je ρ_f gustoća fluida, manji od 10.

Poiseuilleov zakon protjecanja

Kad viskozni fluid dovoljno sporo teče kroz cijev, tok fluida je laminaran. Fluid uz stijenku cijevi miruje, a u *sredini cijevi brzina fluida poprima maksimalnu brzinu.*

Zbog viskoznih sila među slojevima fluida prisutan je otpor pri njegovom protjecanju kroz cijev. Kako bi se taj otpor savladao i tok fluida kroz cijev održao stalnim, tlak $p[x]$ sa stražnje strane promatranog elementa fluida duljine Δx mora biti veći od tlaka $p[x+\Delta x]$ s prednje strane promatranog elementa fluida. Drugim riječima, tlak duž cijevi se smanjuje u smjeru u kojem fluid teče. Kad fluid teče u smjeru x-osi, smanjenje tlaka duž cijevi opisujemo omjerom

$$\left|\frac{\Delta p}{\Delta x}\right| = \frac{p[x] - p[x+\Delta x]}{\Delta x}, \tag{10.23}$$

$$q_V = \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = \frac{\pi R^4}{8\mu}\left|\frac{\Delta p}{\Delta x}\right|.$$

$$\bar{v} = \frac{R^2}{8\mu}\left|\frac{\Delta p}{\Delta x}\right|.$$

Ilijić izveo:

$$v(r) = \frac{\Delta p}{4 \cdot \Delta x} \cdot (R^2 - r^2)$$

R - rub cijevi

r - gdje gledamo brzinu

Poiseuilleov zakon primjenjiv je kad je tok fluida kroz cijev dovoljno spor da ga možemo smatrati laminarnim => **Reynoldsov broj za tok fluida kroz cijev polumjera R**

$$\mathrm{Re} = \frac{2\rho_{\mathrm{f}}\bar{v}R}{\mu},$$

Kada je **Re < 2100** smatramo tok laminarnim.

Toplina i temperatura

Zbroj srednje kinetičke i potencijalne energije molekula nakoga tijela naziva se **unutrašnja energija U**.

Unutrašnja energija se može promijeniti na dva načina: prijenosom topline i vanjskim radom. Unutrašnja energija u procesima prijenosa topline se promijeni za **količinu topline Q**.

$$T = \frac{t}{C^\circ} + 273.15K$$

Linearno rastezanje

$$l_t = l_0 (1 + \alpha \Delta T).$$

Volumno rastezanje

$$V_t = V_0 (1 + \gamma t),$$

Toplina

(energija koja prelazi s jednog tijela na drugo zbog njihove temperaturne razlike)

Pri zagrijavanju i hlađenju primljena, odnosno predana toplina jest

$$Q = c m \Delta T,$$

Zagrijavanjem pri stalnom volumenu sva se dovedena količina topline utroši za povećanje unutrašnje energije, pa je

$$Q = \Delta U = m c_v \Delta T; \qquad V = \text{konst.},$$

$$c_v = \frac{1}{m} \frac{\Delta U}{\Delta T}$$

Dovođenjem topline pri stalnom tlaku tijelo se i grije i obavlja rad, pa je $Q > \Delta U$. Specifičan toplinski kapacitet c_p tada se definira izrazom

$$c_p = \frac{1}{m} \frac{Q}{\Delta T}; \qquad p = \text{konst.}$$

Toplina taljenja i isparavanja

Toplina taljenja je

$$Q = m L_t, \tag{15}$$

gdje je m masa tijela, a L_t specifična toplina taljenja. Jednaku toplinu predaje tekućina pri očvršćivanju. Slično je i toplina isparivanja, odnosno kondenzacije

$$Q = m L_i, \tag{16}$$

Termodinamika

Prvi zakon termodinamike

$$\mathrm{d}U = \mathrm{d}Q - \mathrm{d}W, \tag{1}$$

gdje su $\mathrm{d}U$ promjena unutrašnje energije, $\mathrm{d}Q$ dovedena (odvedena) toplina i $\mathrm{d}W = p\,\mathrm{d}V$ obavljeni rad.

Molarni toplinski kapacitet

veliko C

$$\Delta Q = C \cdot n \cdot \Delta T$$

$$C_{p,V} = \frac{1}{n} \cdot \left(\frac{dQ}{dT}\right)_{p,V}$$

(p,V u indeksu znači za stalni ili volumen ili tlak)

$$C_p > C_v$$

Drugi zakon termodinamike

Ne postoji proces koji može pretvoriti svoju toplinu u rad

Procesi

Proces je niz stanja kroz koja je plin prošao između početnog i konačnog stanja. Proces je put kojim je put došao od početnog do konačnog stanja

Rad plina

$$dW = p \cdot dV$$

Stanje plina

"točka u pV dijagramu"

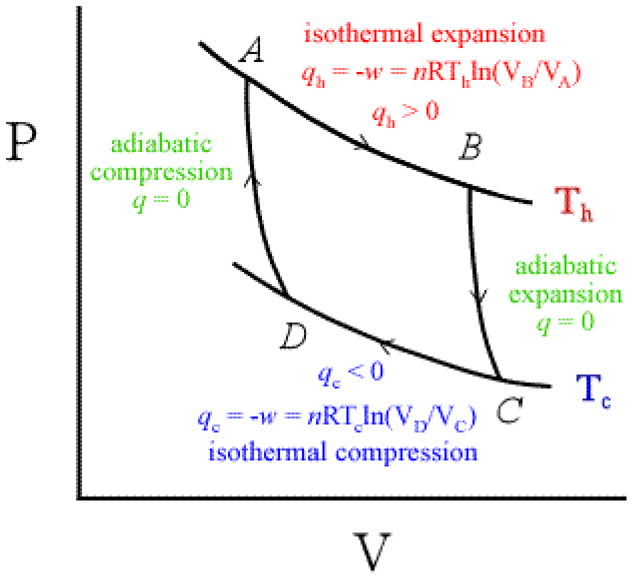
1. IzohornidV = 0dQ = dU
2. Izobarni procesdp = 0
3. Izotermni procesdT = 0
4. $$p_1 \cdot V_1^{\kappa} = p_2 \cdot V_2^{\kappa}$$

   Adijabatski procesdQ = 0

(u žutim formulama su sve formule za sve procese pa nema potrebe ovdje pisati)

Carnotov kružni proces

Ima najveću korisnost od svih procesa



adijabatska ekspanzija -> izotermna ekspanzija -> adijabatska kompresija -> izotermna kompresija

$$W_{1,2} = nRT_H \cdot ln(\frac{V_2}{V_1}) = Q_H > 0$$

$$W_{2,3} = \frac{nR}{\kappa - 1}(T_H - T_C) > 0$$

$$W_{3,4} = nRT_H \cdot ln(\frac{V_4}{V_3}) = Q_C < 0$$

$$W_{4,1} = \frac{nR}{\kappa - 1}(T_C - T_H) < 0$$

$$W = Q_H + Q_C$$

$$\frac{Q_H}{Q_C} = -\frac{T_H}{T_C}$$

Kinetičko-molekularna teorija

Mayerova relacija

$$C_p = C_v + R$$

Računanje Cv i Cp kod idealnih plinova

Molarni toplinski kapaciteti prema kinetičkoj teoriji plinova iznose:

$$C_v = \frac{i}{2} R, \qquad C_p = \frac{i+2}{2} R, \qquad \kappa = \frac{C_p}{C_v} = \frac{i+2}{i},$$

Unutrašnja energija idealnog plina

Unutrašnja energija idealnog plina iznosi

$$U = n \frac{i}{2} R T, \tag{2}$$

jednoatomni plin: **i = 3**

dvoatomni: **i = 5**

troatomni: **i = 6**

Maxwellova raspodjela molekula po brzinama jest

$$N_v = \frac{dN}{dv} = \frac{4N}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{m_m}{2kT} \right)^{\frac{3}{2}} v^2 e^{-\frac{m_m v^2}{2kT}}, \tag{6}$$

gdje je m_m masa molekule, v njezina brzina, N_v broj molekula koje se gibaju brzinama između v i $v + dv$, N ukupan broj molekula, T apsolutna temperatura i $k = 1{,}38 \cdot 10^{23}$ J/K Boltzmannova konstanta.

Najvjerojatnija je brzina v_m ona za koju raspodjela ima maksimum

$$v_m = \sqrt{\frac{2kT}{m_m}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}. \tag{7}$$

Srednja je brzina dana relacijom

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_m}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}. \tag{8}$$

Tlak plina

$$p = \frac{1}{V} \cdot \frac{2}{3} \cdot N \cdot \overline{K}$$

Srednja kinetička energija translacijskog gibanja molekula idealnog plina proporcionalna je s apsolutnom temperaturom

$$\overline{E_{\mathrm{k}}} = \frac{m_{\mathrm{m}} \overline{v^2}}{2} = \frac{3}{2} k T. \tag{4}$$

$$pV = N k T,$$