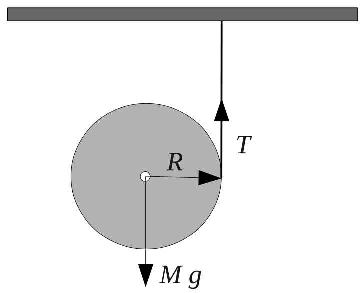
Rješenja zadataka ljetnog ispitnog roka iz Fizike 1
srijeda, 9. srpnja 2014.

1. Oko okrugle ploče (diska) je namotana lagana nit. Jedan kraj niti je pričvršćen na oslonac, a okrugla je ploča iz mirovanja puštena da pada tako da se nit odmotava kako ploča pada (vidi sliku). Kolika je akceleracija središta mase ploče? **(6 bodova)**



Rješenje:

$$Mg - T = Ma$$

$$RT = I\alpha = \frac{1}{2}MR^2 \frac{a}{R}$$

$$T = \frac{Ma}{2}$$

$$Mg - \frac{Ma}{2} = Ma$$

$$a = \frac{2}{3}g$$

2. Kugla mase m_2 miruje, a s njom se centralno savršeno elastično sudari kugla manje mase m_1=1,3 kg. Kugla m_1 pri tome izgubi 19% kinetičke energije. Kolika je masa m_2? **(8 bodova)**

Rješenje:

Kako prva kugla prema zadatku ima manju masu od druge možemo pisati zakon očuvanja na sljedeći način

$$m_1 v_1 = -m_1 v'_1 + m'_2 v'_2$$

odnosno za energiju

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 v'^2_1}{2} + \frac{m_2 v'^2_2}{2}$$

Vrijedi

$$\frac{m_1 v'^2_1}{2} = x\frac{m_1 v_1^2}{2}$$

gdje je prema zadatku x=0.81.

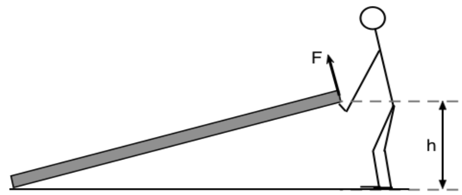
Iz toga se korištenjem zakona očuvanja kinetičke energije može dobiti

$$v'_2 = v_1\sqrt{\frac{m_1}{m_2}}\sqrt{1-x}$$

Uvrštavanjem ovog rezultata u zakon očuvanja količine gibanja dobija se

$$m_2 = m_1\frac{\left(1+\sqrt{x}\right)^2}{1-x} = 24.7 \text{ kg}$$

3. Čovjek podržava homogenu gredu djelujući silom na jedan njezin kraj. Sila je okomita na gredu (vidi sliku). Kraj grede se nalazi na visini 1 m iznad tla. Greda je dugačka 3 m. Koliki je najmanji statički koeficijent trenja između grede i tla potreban, a da greda ne proklizne? **(6 bodova)**



Rješenje:

Ako greda ne proklizava, vrijede uvijeti statičke ravnoteže: $\Sigma\vec{F} = 0$ i $\Sigma\vec{M} = 0$.

Raspišimo prvo uvjet $\Sigma\vec{F} = 0$:

$$F_{tr} = F \sin\alpha \ ,$$

$$N = mg - F\cos\alpha \ .$$

gdje je $\alpha = \arcsin(h/L)$ kut između grede i tla, h je visina kraja grede iznad tla, L duljina grede, a m je masa grede.

Raspišimo sada uvjet za momente sila $\Sigma\vec{M} = 0$:

$$mg\cos\alpha \cdot \frac{L}{2} = F \cdot L \ ,$$

gdje smo momente sila računali oko točke u kojoj greda dodiruje tlo.

Iz gornjih izraza slijedi da je traženi koeficijent trenja

$$\mu = \frac{\sin(2\alpha)}{2(1 + \sin^2\alpha)} \ .$$

Za zadane brojeve $\alpha = 19.5^o$, a $\mu = 0.28$.

4. Udarom kozmičke zrake u molekulu u visokom dijelu atmosfere nastaje neutralni pion energije E = 10 TeV(= 10^{13} eV). U vlastitom sustavu, pion se raspadne nakon $8.5 \cdot 10^{-17}$ s. Gledano sa Zemlje (mirni promatrač), koliki put je prešao pion prije nego što se raspao? Energija mirovanja neutralnog piona je mc^2 = 134.98 MeV. **(6 bodova)**

Rješenje:

Ukupna energija relativističke čestice dana je izrazom $E = \gamma mc^2$.

Dilatacija vremena daje vezu između vremenskog intervala proteklog u sustavu piona Δt_0 (vrijeme za koje se pion raspadne u vlastitom sustavu) i vremenskog intervala proteklog gledano sa Zemlje Δt:

$$\Delta t = \gamma \Delta t_0 \ ,$$

gdje je $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$, a v je brzina čestice u odnosu na Zemlju.

Slijedi da je vrijeme proteklo do raspada piona, gledano sa Zemlje $\Delta t = \Delta t_0\, mc^2/E = 6.30 \cdot 10^{-12}$ s (možemo izračunati i $\gamma = 74085$).

Udaljenost koju je pion za to vrijeme prošao je $\Delta s = v\Delta t$. Brzina je vrlo blizu brzine svjetlosti, pa možemo za ovaj dio računa uzeti $\Delta s \simeq c\Delta t = 1.89$ mm.

5. Sa dubine h = 0.6 m pustite lopticu da izroni iz vode. Ako je gustoća loptice 30% gustoće vode pronađite na koju visinu se iznad razine vode popne loptica. Zanemarite sile otpora vode, otpora zraka i gubitke u energiji koji nastaju kad loptica odleti u zrak (stvaranje valova i kapljica). **(6 bodova)**

Rješenje:

Ukupna sila koja djeluje na lopticu je uzgon umanjen za gravitacijsku silu.

$$F = U - G = \rho V q - mg = \rho[m/(0.30*\rho)]g - mg = 10/3\ mg - mg = 7/3\ mg$$

Akceleracija tog gibanja je a = 7/3g. Iz jednažbi gibanja za jednoliko ubrzano gibanje dobije se početna brzina loptice kojom izranja u zrak:

$$v = (2\ a\ h)^{1/2}$$
$$v = 5.24 \text{ m/s}$$

Uvjet za maksimalnu visinu dobije se izjednačavanjem kinetičke i potencijalne energije:

$$mgH = m\, v^2/2$$

Iz čega se dobije konačna visina:

$$\mathbf{H = v^2/(2g) = 1.4\ m}$$

6. Horizontalno položeni cilindrični spremnik duljine *L* podijeljen je u dva dijela pomoću tankog klipa koji je u početnom trenutku pričvršćen na udaljenosti L/3 od lijevog zida spremnika. U lijevom dijelu nalazi se 1 mol idealnog plina čiji je tlak $5 \cdot 10^5$ Pa, a desni dio je ispunjen idealnim plinom čiji je tlak 10^5 Pa. Spremnik je uronjen u vodu tako da se svi procesi odvijaju na stalnoj temperaturi. Kada se klip otpusti, sistem dođe u novi ravnotežni položaj. Na kojoj udaljenosti od lijevog zida spremnika će se zaustaviti klip? **(8 bodova)**

Rješenje:

$$p_L V_L = n_L RT$$
$$p_D V_D = n_D RT$$

$$\frac{p_L V_L}{p_D V_D} = \frac{n_L}{n_D}$$
$$\frac{\frac{L}{3} \cdot 5}{\frac{2}{3} L \cdot 1} = \frac{n_L}{n_D}$$
$$\frac{n_L}{n_D} = \frac{5}{2}$$

Kad se klip otpusti, tlak na obje strane spremnika je jednak.

$$p_{kon} = \frac{n_L RT}{V_{L\,kon}} = \frac{n_D RT}{V_{D\,kon}}$$
$$\frac{V_{L\,kon}}{V_{D\,kon}} = \frac{n_L}{n_D} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{d_L}{d_D} = \frac{5}{2}$$
$$d_L + d_D = L$$
$$d_L = \frac{5}{7} L$$