Rješenja zadataka ljetnog ispitnog roka iz Fizike 1 četvrtak, 4. 7. 2013.

Zadaci

1. Osobni automobil miruje na semaforu čekajući zeleno svjetlo. U trenutku kada na semaforu zasvijetli zeleno kraj automobila projuri motocikl gibajući se stalnom brzinom od 16 m/s, a automobil se tada počne gibati akceleracijom po zakonu $a(t) = t^2$. Odredite koliko treba vremena automobilu da sustigne motocikl, koliku će tada brzinu imati, te koliki je put što ga je automobil prevalio prije nego je sustigao motociklista? **(7 bodova)**

Rješenje:

Za osobni automobil će vrijediti sljedeće jednadžbe gibanja (integracijom):

$$a(t) = t^2$$

 $v(t) = t^3 / 3$
 $s(t) = t^4 / 12$

Za motocikl će vrijedi sljedeća jednaždba gibanja:

$$v(t) = 16$$

 $s(t) = 16 t$

Auto će sustići motocikl za:

$$16 t = t^4 / 12$$

 $t = 5.7 s$

Brzina automobila će tada biti:

$$v(5.7) = 5.7^3 / 3 = 61 \text{ m/s}$$

I prijeći će put:

$$s(5.7) = 5.7^4 / 12 = 88 \text{ m}$$

2. Drveni blok mase 2 kg miruje na podlozi. Koeficijent trenja je μ = 0,3. Na blok nalijeće metak mase 20 g koji se pri sudaru zabije u drveni blok. Pronađite ulaznu brzinu metka ako znate da se drveni blok nakon pogotka odskliže d = 1 m. **(7 bodova)**

Rješenje:

Iz zakona očuvanja momenta:

$$m v = (m+M) V$$
$$V = mv/(m+M)$$

Gdje je *v* brzina metka, a *V* je brzina drvenog bloka i metka u njemu. Nakon sudara kinetička energija bloka i metka potrošiti će se na savladavanje rada zbog zbog sile trenja.

$$W_{TRENJE}=E_{KIN}$$

$$\mu(m+M)g~d=1/2~(m^2~v^2~)/(M+m)$$
 Iz čega
$$\mathbf{v}=(2\mu~g~\mathbf{d})^{1/2}~(\mathbf{M+m})/\mathbf{m}=\underline{245~m/s}$$

3. Homogeni štap mase *m* i duljine *l* je postavljen u horizontalan položaj s jednim krajem oslonjenim na rub stola, a drugi se kraj drži rukom. U jednom trenutku ruka otpusti kraj štapa koji je držala i štap počne rotirati oko kraja oslonjenog na stol. Kolika je akceleracija centra mase štapa te kolikom silom stol djeluje na kraj štapa koji se oslanja na stol u početnom trenutku? (7 bodova)

Rješenje:

S obzirom na kraj štapa koji se oslanja na stol:

$$M = \frac{l}{2} m g$$
$$I = \frac{m l^2}{3}$$

Jednadžba gibanja za rotaciju štapa

$$M = I \alpha$$

daje:

$$\alpha = \frac{M}{I} = \frac{\frac{l}{2} m g}{\frac{m l^2}{2}} = \frac{3 g}{2 l}$$

Linearna akceleracija centra mase:
$$a_{CM} = \frac{l}{2} \ \alpha = \frac{l}{2} \ \frac{3 \ g}{2 \ l} = \frac{3}{4} \ g$$

Jednadžba translacijskog gibanja štapa u trenutku nakon otpuštanja:

$$m g - N = m a_{CM}$$

$$N = m g - m a_{CM}$$

$$N = m g - m \cdot \frac{3}{4} g = \frac{m g}{4}$$

4. Raketa dužine l=70 m kreće se u odnosu na mirnog promatrača brzinom v=c/2. U nekom trenutku sa stražnjeg kraja rakete prema prednjem dijelu emitiraju se foton i masivna čestica. Brzina masivne čestice je v_M =3c/4 u odnosu na mirnog promatrača. Foton se na prednjem kraju rakete reflektira natrag. Na kojoj se udaljenosti od stražnjeg dijela rakete (u sustavu rakete) foton susretne s masivnom česticom? (7 bodova)

Riešenie:

$$v_f' = c$$

$$v_f = c$$

$$v_M = \frac{3c}{4} = u_x$$

Brzina masivne čestice u sustavu rakete

$$u_x' = \frac{u_x - v}{1 - \frac{v}{c^2} u_x} = \frac{2}{5}c$$

Do susreta s fotonom masivna čestica prijeđe udaljenost x_s', a foton 2l- x_s'.

Dakle,

$$\frac{2l - x_S'}{c} = \frac{x_S'}{\frac{2}{5}c}$$

$$x_{s}^{'} = 40m$$

5. U otvorenoj posudi nalazi se voda. Kroz malu rupu (u odnosu na površinu presjeka posude) voda istječe brzinom od $v_1 = 6,25$ m/s. Kolika je razina vode u posudi iznad rupe? Kolika mora biti razina ulja kojeg dolijemo na vodu ($\rho_{ulja} = 850$ kg/m3) da bi brzina istjecanja iznosila $v_2 = 7,5$ m/s? **(6 bodova)**

Rješenje:

$$\begin{split} p_{atm} + \rho_{vode} \, gh_{vode} &= p_{atm} \, + \frac{\rho_{vode} \, v^2}{2} \\ \\ h_{vode} &= \frac{v_1^2}{2g} \approx 2m \\ \\ p_{atm} + \rho_{ulja} \, gh_{ulja} \, + \rho_{vode} \, gh_{vode} &= p_{atm} \, + \frac{\rho_{vode} \, v_2^2}{2} \\ \\ h_{ulja} &\approx 1m \end{split}$$

- **6.** Tri mola nekog troatomnog plina nalaze se u mjehuriću koji je zatočen na određenoj dubini vode. Nakon zagrijavanja, temperatura vode i mjehurića poraste za 15° C te dolazi do izobarne ekspanzije plina u mjehuriću. Pretpostavite da se radi o idealnom plinu te pronađite:
 - a) Koliko je energije u obliku topline predano mjehuriću plina?
 - b) Koliko iznosi promjena unutrašnje energije plina?
 - c) Koliko iznosi mehanički rad mjehurića plina?
 - (U danim uvjetima broj stupnjeva slobode troatomnog plina je 6.)
 - (6 bodova)

Rješenje:

Troatomni plin ima 6 stupnjeva slobode (3 translacijska i 3 rotacijska) tako da je $C_V = 3R$ i $C_p = 4R$.

$$Q = nC_p\Delta T = 180R = 1496, 5 J.$$

$$\Delta U = nC_V\Delta T = 135R = 1122, 4 J.$$

$$W = Q - \Delta U = 374, 11 J.$$