**3 Zadatak:** Pri dnu uspravno postavljene, cilindrične, odozgo otvorene posude promjera $D = 0.4\,\mathrm{m}$ nalazi se mali kružni otvor promjera $d = 1\,\mathrm{cm}$ kroz koji voda iz posude slobodno istječe u atmosferu. U početnom trenutku visina vode u posudi je $H_0 = 0.2\,\mathrm{m}$ iznad njezina dna. Odredi nakon koliko će vremena sva voda iz posude isteći. (Ubrzanje gravitacijske sile $g = 9.81\,\mathrm{m\,s^{-2}}$.)

**Postupak:** Neka je $h$ visina vode u posudi, $v_1 = -\mathrm{d}h/\mathrm{d}t$ neka je iznos brzine spuštanja površine, a $v_2$ neka je iznos brzine istjecanja vode pri dnu posude. Jednadžba kontinuiteta $Sv = const.$ primijenjena pri površini vode u posudi i pri njenom dnu daje uvjet $S_1 v_1 = S_2 v_2$, gdje je $S_1 = D^2\pi/4$ i $S_2 = d^2\pi/4$, odnosno

$$v_1 = -\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}t} = \frac{S_2}{S_1} v_2 = \frac{d^2}{D^2} v_2.$$

Nadalje, Bernoullijeva jednadžba $p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g h = const.$ primijenjena pri površini vode u posudi (lijeva strana) i pri njenom dnu (desna strana) daje uvjet

$$p_{\mathrm{atm.}} + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h = p_{\mathrm{atm.}} + \frac{1}{2}\rho v_2^2,$$

gdje s obzirom na $v_1 \ll v_2$ zanemarujemo član s $v_1^2$ te dobivamo izraz za brzinu istjecanja kroz otvor pri dnu,

$$v_2 = \sqrt{2gh},$$

(što je tzv. Torricellijev zakon istjecanja). Slijedi

$$v_1 = -\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}t} = \frac{d^2}{D^2}\sqrt{2gh}.$$

Provodimo separaciju varijabli

$$-\frac{\mathrm{d}h}{\sqrt{h}} = \frac{d^2}{D^2}\sqrt{2g}\,\mathrm{d}t,$$

a nakon integracije od početnog stanja ($t = 0$, visina vode $h = H$) do konačnog stanja ($t = T$, $h = 0$) imamo

$$-2\sqrt{h}\,\Big|_H^0 = \frac{d^2}{D^2}\sqrt{2g}\,t\,\Big|_0^T,$$

iz čega slijedi trajanje istjecanja vode iz posude,

$$T = \frac{D^2}{d^2}\sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

Za zadane vrijednosti $T \simeq 323.1\,\mathrm{s}$.

**Rješenje:** $T = (D/d)^2\sqrt{2h/g} \simeq 323.1\,\mathrm{s}$