Rješenja zadataka dekanskog ispitnog roka iz Fizike 1
srijeda, 16. rujna 2015.

1. U trenutku $t = 0$, tijelo mase $m = 3$ kg nalazi se u ishodištu i miruje. Na njega djeluje sila čija je x-komponenta dana izrazom

$$F_x[t] = -F_0 + At,$$

gdje je t vrijeme, a $F_0 = 30$ N i $A = 36$ Ns^{-1} su konstante. Odredi najveću udaljenost od ishodišta koju će tijelo postići na negativnoj strani x-osi.
(7 bodova)

Rješenje:

Jednadžba gibanja:

$$ma_x = m\dot{v}_x = -F_0 + At.$$

Prva integracija (da dobijemo brzinu):

$$v_x[t] = \int_0^t \frac{-F_0 + At'}{m}\,\mathrm{d}t' = -\frac{F_0 t}{m} + \frac{At^2}{2m}$$

Trenutak zaustavljanja:

$$v_x[t_{\mathrm{stop}}] = 0 \qquad \Longrightarrow \qquad t_{\mathrm{stop}} = \frac{2F_0}{A}$$

Druga integracija (da dobijemo položaj):

$$x[t] = \int_0^t v_x[t']\,\mathrm{d}t' = \int_0^t \left(-\frac{F_0 t'}{m} + \frac{At'^2}{2m}\right)\mathrm{d}t' = -\frac{F_0 t^2}{2m} + \frac{At^3}{6m}$$

Položaj u trenutku zaustavljanja:

$$x[t_{\mathrm{stop}}] = -\frac{F_0}{2m}\left(\frac{2F_0}{A}\right)^2 + \frac{A}{6m}\left(\frac{2F_0}{A}\right)^3 = -\frac{2F_0^3}{3mA^2}.$$

Za zadane vrijednosti:

$$x[t_{\mathrm{stop}}] = -4.62\,\mathrm{m}$$

Najveća udaljenost je $4.62\,\mathrm{m}$.

2. Hokejska pločica mase 0,025 kg giba se uzduž x-osi brzinom 5,5 ms^{-1} i sudara se s hokejskom pločicom mase 0,050 kg koja miruje. Nakon sudara, prva pločica se giba pod kutom od 65° prema x-osi, a druga pločica se giba pod kutom 37° prema x-osi s druge strane x-osi. Koliki su iznosi brzina hokejskih pločica nakon sudara?
(7 bodova)

Rješenje:

$$m_A v_A = m_A v'_{Ax} + m_B v'_{Bx}$$

$$0 = m_A v'_{Ay} + m_B v'_{By}$$

$$m_A v_A = m_A v'_A \cos\theta_A + m_B v'_B \cos\theta_B$$
$$0 = m_A v'_A \sin\theta_A - m_B v'_B \sin\theta_B$$

$$v'_A = v_A \frac{\sin\theta_B}{\sin(\theta_A + \theta_B)}$$
$$v'_B = v_A \frac{m_A}{m_B} \frac{\sin\theta_A}{\sin(\theta_A + \theta_B)}$$

$$v'_A = 5{,}5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \frac{\sin 37°}{\sin 102°} = 3{,}384 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$
$$v'_B = 5{,}5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \frac{0{,}025}{0{,}050} \frac{\sin 65°}{\sin 102°} = 2{,}548 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

3. Satelit mase 150 kg kruži oko Zemlje na visini od 800 km iznad tla. Koliku energiju bi trebalo dati satelitu da napusti Zemljino gravitacijsko polje? Gravitacijska konstanta iznosi $6{,}672 \cdot 10^{-11}$ Nm^{2}kg^{-2}. Srednji polumjer Zemlje je $6{,}37 \cdot 10^6$ m, a masa Zemlje je $5{,}96 \cdot 10^{24}$ kg.
(7 bodova)

Rješenje:

m = 150 kg
h = 800 km = $8 \cdot 10^5$ m
G = $6{,}672 \cdot 10^{-11}$ Nm^{2}kg^{-2}
R = $6{,}37 \cdot 10^6$ m
M = $5{,}96 \cdot 10^{24}$ kg
____
ΔE = ?

Ukupna energija tijela mase m u gravitacijskom polju tijela mase M jednaka je zbroju kinetičke energije i gravitacijske potencijalne energije.

$E = mv^2/2 – GmM/r$ (1)

r je udaljenost centra masa tijela mase m i M i u ovom je slučaju jednaka R+h, dakle r=R+h.
r je i radius putanje satelita te izjednačavanjem centripetalne i gravitacijske sile dobivamo

$mv^2/r = GmM/r^2$ odnosno $v^2 = GM/r$

Ukupna energija satelita koji se giba po kružnoj putanji dobije se uvrštavanjem gornjeg izraza za v^2 u relaciju (1) i korištenjem relacije r=R+h i iznosi

$E = - GmM/[2(R+h)]$

Prema zakonu sačuvanja energije energija koju treba dati satelitu da napusti Zemljino gravitacijsko polje jednaka je razlici između energija koju satelit ima izvan Zemljinog gravitacijskog polja s kinetičkom energijom jednakom nuli i energije koju ima na početku tj. kada se giba po kružnoj putanji.

$\Delta E = E_{kon} - E_{poč}$

Pošto je $E_{kon} = 0$ (jer su i kinetička i potencijalna energija jednake nuli) a
$E_{poč} = - GmM/[2(R+h)]$ to za ΔE dobivamo sljedeću relaciju

$\Delta E = GmM/[2(R+h)]$

Uvrštavanjem zadanih veličina dobivamo

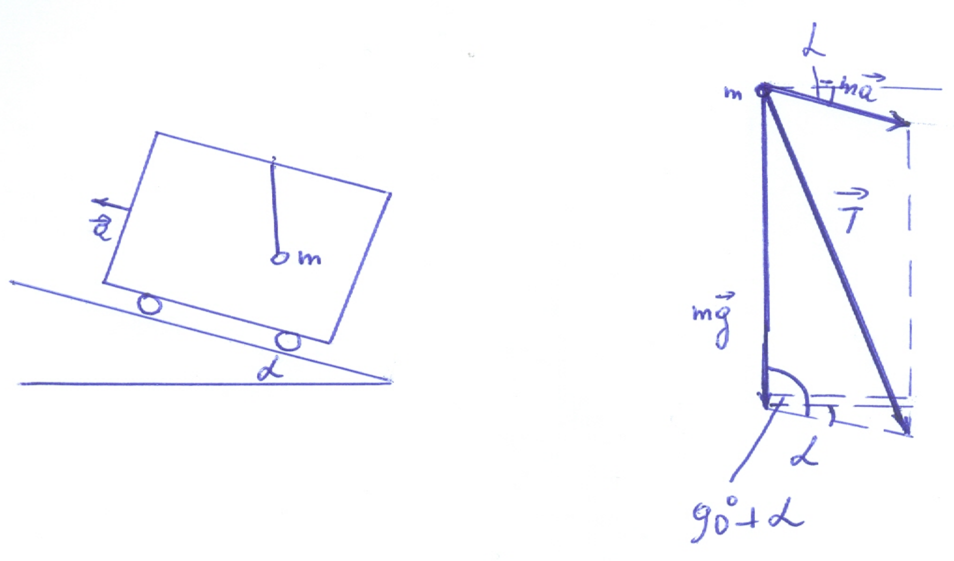
$\Delta E = 4{,}16 \cdot 10^9$ J

4. Vagon se giba s ubrzanjem 0,88 ms^{-2} uzbrdo po pruzi, čiji je nagib 15° prema horizontali. O stropu vagona je na niti obješen uteg mase 0,2 kg. Kolika je napetost niti? Ubrzanje sile teže je 9,81 ms^{-2}.
(7 bodova)

Rješenje:

$a = 0{,}88\ ms^{-2}$
$\alpha = 15°$
$m = 0{,}2$ kg
$g = 9{,}81\ ms^{-2}$
____
$T = ?$

Pošto je uteg na niti vezan uz neinercijalni sustav koji se giba s ubrzanjem a to će na uteg djelovati inercijalna sila iznosa m·a u smjeru suprotnom od smjera gibanja vagona. Napetost niti jednaka je vektorskom zbroju inercijske sile i težine utega kao što je prikazano na donjoj slici.



Korištenjem kosinusova poučka dobivamo

$T^2 = (mg)^2 + (ma)^2 - 2 \cdot mg \cdot ma \cdot \cos(90° + \alpha)$

Pošto je $\cos(90°+\alpha) = -\sin\alpha$ dobivamo konačni izraz za napetost niti
$T = m\cdot(g^2+a^2+2\cdot g\cdot a\cdot\sin\alpha)^{1/2}$

Uvrštavanjem zadanih veličina dobivamo
$T = 2{,}015$ N

5. Voda teče brzinom 5 m/s kroz cijev polumjera 1,5 cm. Cijev se polako spušta i povećava joj se polumjer. Polumjer cijevi 10 m niže je 3 cm. Ako je tlak u gornjem dijelu cijevi $1{,}5\cdot10^5$ Pa, koliki je tlak u donjem dijelu cijevi?
(6 bodova)

Rješenje:

Iz jednadžbe kontinuiteta nalazimo brzinu u donjem dijelu cijevi:

$$S_1 v_1 = S_2 v_2,$$

$$v_2 = v_1 \frac{S_1}{S_2} = 1{,}25\,\text{m/s}$$

Iz Bernoullijeve jednadžbe nalazimo traženi tlak p_2 u donjem dijelu cijevi:

$$\rho g h_1 + \frac{\rho}{2} v_1^2 + p_1 = \rho g h_2 + \frac{\rho}{2} v_2^2 + p_2 \quad ,$$

$$p_2 = p_1 + \rho g (h_1 - h_2) + \frac{\rho}{2}(v_1^2 - v_2^2)$$

Za zadane brojeve $p_2 = 2{,}60\cdot10^5$ Pa.

6. Carnotov stroj radi izmedu dva spremnika temperatura 240ºC i 120 ºC. Tijekom svakog ciklusa, kada je u dodiru s toplijim spremnikom, apsorbira se $6{,}3\cdot10^4$ J topline. Koliki rad može ovaj stroj obaviti tijekom svakog ciklusa?
(6 bodova)

Rješenje:

Za Carnotov stroj vrijede sljedeće jednakosti:

$$\eta = 1 - \frac{|Q_H|}{|Q_T|} = 1 - \frac{T_H}{T_T} = \frac{W}{|Q_T|} \quad ,$$

gdje su $(T, Q)_{H,T}$ temperature i topline hladnog i toplog spremnika.
Slijedi da je rad koji je moguće obaviti u svakom ciklusu:

$$W = |Q_T|\left(1 - \frac{T_H}{T_T}\right) \quad .$$

Za zadane brojeve $W = 1{,}47\cdot10^4$ J.