Međuispit iz Fizike 1 (28. travnja 2016.)

1. Pitanja višestrukog izbora

Uputa: Odgovore treba zaokružiti **na ovom papiru** i potpisati se na njega. Zadaci 1.1–1.11 nose po jedan bod.

1.1 Ana i Marko stoje na rubu litice. Marko baci loptu vertikalno uvis u istom trenutku kad Ana baci loptu vertikalno prema dolje i to brzinom istog početnog iznosa. Kojom brzinom će lopte udariti u tlo (**jedan** točan odgovor)?

(a) Obje će lopte imati istu brzinu. **točno**

(b) Markova će lopta imati veću brzinu.

(c) Anina lopta će imati veću brzinu.

(d) Nema dovoljno podataka.

1.2 Za vrijeme zadnjeg dijela pada padobranca, nakon što se padobran otvorio, iznos njegove brzine se smanjuje s $48\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ na $26\,\mathrm{m\,s^{-1}}$. Ako je y-os vertikalna i usmjerena uvis, koja je od sljedećih tvrdnji točna (**jedan** točan odgovor):

(a) $v_y > 0$, $a_y > 0$

(b) $v_y > 0$, $a_y < 0$

(c) $v_y < 0$, $a_y < 0$

(d) $v_y < 0$, $a_y > 0$ **točno**

1.3 Pri gibanju čestice stalnom akceleracijom vrijedi tvrdnja (**jedan** točan odgovor):

(a) Čestica će se gibati duž pravca ako su njena akceleracija i njena početna brzina vektori istog ili suprotnog smjera. **točno**

(b) Čestica se giba duž pravca jedino ako je njena početna brzina jednaka nuli.

(c) Čestica će se gibati duž pravca ako su njena akceleracija i početna brzina međusobno okomiti vektori.

(d) Čestica će se gibati duž pravca neovisno o smjeru njene početne brzine.

(e) Putanja čestice će biti zakrivljena neovisno o smjeru njene početne brzine.

1.4 Sitno tijelo bačeno je koso uvis u točki A i postiglo je maksimalnu visinu u točki B. Tada je (zaokružite **jednu** točnu tvrdnju)

(a) vektor centripetalne akceleracije $\mathbf{a}_{\mathrm{cp}}$ u točki A okomit na vektor $\mathbf{g}$ akceleracije sile teže;

(b) vektor $\mathbf{a}_{\mathrm{cp}}$ u točki B jednak vektoru $\mathbf{g}$; **točno**

(c) vektor $\mathbf{a}_{\mathrm{cp}}$ je jednak u A i B po iznosu ali ne i po smjeru;

(d) vektor $\mathbf{a}_{\mathrm{cp}}$ se ne može ovako razmatrati bez poznavanja početne brzine i početnog kuta;

(e) vektor $\mathbf{a}_{\mathrm{cp}}$ uvijek jednak nuli jer je putanja parabola, a ne kružnica.

1.5 Rad u vrtnji krutog tijela oko nepomične osi obavlja (**jedan** točan odgovor):

(a) moment unutrašnje sile u odnosu na os vrtnje;

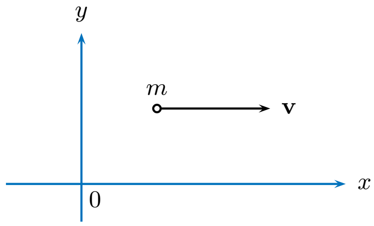
(b) vanjska sila bilo kojeg smjera koja djeluje na tijelo;

(c) unutrašnje sile između čestica tijela koje djeluju jedna na drugu;

(d) moment vanjske sile u odnosu na os vrtnje. **točno**

(e) Ništa od navedenog nije točno.

1.6 Slika prikazuje česticu koja se giba stalnom brzinom u x, y-ravnini (jednoliko pravocrtno gibanje).



Neka je $\mathbf{L}$ vektor kutne količine gibanja čestice u odnosu na ishorište koordinatnog sustava. Zaokružite **dvije** istinite tvrdnje.

(a) Vektor $\mathbf{L}$ je nulvektor.

(b) $\mathbf{L}$ je usmjeren "iz papira".

(c) $\mathbf{L}$ je usmjeren "u papir". **točno**

(d) Smjer $\mathbf{L}$ se podudara sa smjerom brzine čestice.

(e) Iznos L je stalan u vremenu. **točno**

(f) Iznos L se s vremenom povećava.

(g) Iznos L se s vremenom smanjuje.

1.7 Homogeni valjak je "proboden" sa z-osi koja prolazi kroz središta njegovih baza te on može rotirati oko nje. Zaokružite **dvije** točne tvrdnje:

(a) Vektor kutne količine gibanja (KKG) usmjeren je duž z-osi, bez obzira na način vrtnje (ubrzano, usporeno, jednoliko). **točno**

(b) Vektor KKG se mijenja u vremenu po iznosu i po smjeru ako se valjak iz mirovanja počne ubrzano rotirati.

(c) Vektor KKG može obrnuti smjer ako se (npr. pri ubrzanom ili suporenom gibanju) promijeni smjer vrtnje tijela. **točno**

(d) Vektor KKG uvijek je istog iznosa i istog smjera jer je on očuvan pri općenitoj rotaciji.

(e) Iznos vektora KKG se ne mijenja, ali se mijenja njegov smjer pri postepenoj promjeni vrtnje (usporavanje ili ubrzavanje).

1.8 Tanki homogeni štap mase m i duljine d je smješten u pravokutni koordinatni sustav tako da je središte mase štapa u ishodištu, a štap leži na x-osi. Momenti tromosti štapa u vrtnji s obzirom na koordinatne osi iznose (**jedan** točan odgovor):

(a) $I_x = I_y = I_z = 0$

(b) $I_x = I_y = 0,\ I_z = \frac{md^2}{3}$

(c) $I_y = I_z = \frac{md^2}{3},\ I_x = 0$

(d) $I_y = I_z = \frac{md^2}{12},\ I_x = 0$ **točno**

(e) $I_x = I_y = I_z = \frac{md^2}{12}$

1.9 Tijela različitih oblika ali jednake mase kotrljaju se bez klizanja po vodoravnoj podlozi jednakim brzinama. Koje od tih tijela ima najveću kinetičku energiju (**jedan** točan odgovor)?

(a) Kugla (puna, homogena)

(b) Sfera (šuplja kugla)

(c) Disk (homogeni, puni valjak)

(d) Tanki prsten **točno**

(e) Sva tijela imaju jednaku kinetičku energiju

1.10 Okruglo tijelo se bez klizanja dokotrlja niz kosinu s neke visine H. Tada je na dnu kosine (**dvije** točne tvrdnje):

(a) brzina v_{cm} tijela manja od brzine materijalne točke kada bi se ona spustila s iste visine H; **točno**

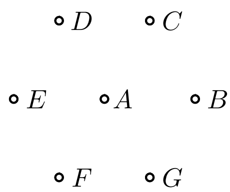
(b) ukupna kinetička energija tijela zbog rotacije veća od kinetičke energije materijalne točke;

(c) kinetička energija rotacije uvijek jednaka kinetičkoj energiji translacije tijela, a njihov je zbroj uvijek jednak kinetičkoj energiji materijalne točke;

(d) nemoguće odrediti odnos kinetičke energije rotacije i translacije tijela bez poznavanja momenta tromosti; **točno**

(e) kinetička energija translacije tijela jednaka kinetičkoj energiji materijalne točke.

1.11 Kruto tijelo se sastoji od sedam čestica jednake mase koje su pravilno raspoređene u istoj ravnini u točkama $A, \dots, G$ kao na slici. Uklonimo li neke od čestica, središte mase tijela će ostati gdje je i bilo, a moment tromosti tijela u odnosu na os koja okomito probada ravninu kroz točku A će se smanjiti na jednu polovinu početne vrijednosti. Koje su to čestice (**dva** točna odgovora)?



(a) B, D, F ili C, E, G **točno**

(b) E, A, B ili F, A, C ili G, A, D

(c) E, B ili F, C ili G, D

(d) A, B, D, F ili A, C, E, G **točno**

(e) Bilo koje tri čestice osim A

3.1 Automobil se giba nizbrdo cestom koja s vodoravnom ravninom zatvara kut $\theta = 10°$. U trenutku u kojem brzina automobila iznosi $v_0 = 60\,\mathrm{km\,h^{-1}}$ vozač pritisne kočnicu kako bi zaustavio automobil (kočnica "blokira" kotače). Odredite duljinu puta kočenja do zaustavljanja automobila te rad koji je pritom obavila sila trenja, ako koeficijent trenja između guma i ceste iznosi $\mu = 0.6$.

Rješenje:

v_0 = 60 km/h = 16,67 m/s
θ = 10°
μ = 0,6

---

s_z = ?

Deceleracija automobila na kosini dana je relacijom

$d = g\,(\mu\cdot\cos\theta - \sin\theta)$ (1)

Brzina automobila pri kočenju dana je relacijom

$v = v_0 - d\cdot t$.

U trenutku zaustavljanja je brzina jednaka nuli pa dobivamo za vrijeme zaustavljanja t_z

$t_z = v_0/d$, a kako je put kočenja automobila dan relacijom

$s = v_0\cdot t - d\cdot t^2/2$

to dobivamo za put kočenja do zaustavljanja automobila s_z

$s_z = v_0\cdot t_z - d\cdot t_z^2/2 = v_0^2/(2d)$

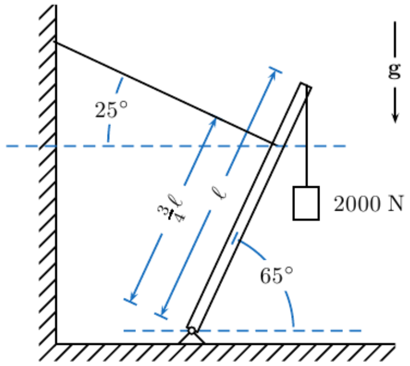
Uvrštavanjem relacije (1) za deceleraciju u gornji izraz konačno dobivamo

$s_z = v_0^2/[2g\cdot(\mu\cdot\cos\theta - \sin\theta)]$

Uvrštavanjem zadanih veličina u gornji izraz dobivamo s_z = 33,93 m.

Sila trenja je po iznosu jednaka $F_{tr} = mg\mu\cdot\cos\theta$ a smjer joj je suprotan smjeru gibanja tako da je rad sile trenja jednak $W = F_{tr}\cdot s_z\cdot\cos\pi = -\,m\mu\cdot v_0^2/[2(\mu - \tan\theta)]$

3.2 Homogeni štap težine $1200\,\mathrm{N}$ je užetom pričvršćen za zid, a na svom donjem kraju je zglobom pričvršćen za tlo (vidi sliku). Tijelo težine $2000\,\mathrm{N}$ visi s njegova vrha. Odredite silu napetosti užeta.



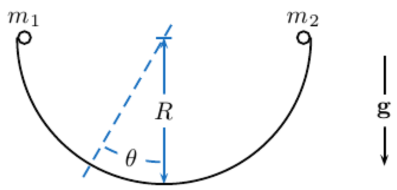
$$\frac{3}{4} l T - \frac{l}{2} mg \sin(90° + 65°) - l\, Mg \sin(90° + 65°) = 0$$

$$\frac{3}{4} T = \left(\frac{m}{2} + M\right) g \sin 155°$$

$$T = \frac{4}{3}\left(\frac{m}{2} + M\right) g \sin 25°$$

$$T = \frac{4}{3}\left(\frac{1200}{2} + 2000\right) \sin 25° \, N = 1465\mathrm{N}$$

3.3 Dva sitna tijela čije su mase m_1 i m_2 nalaze se na suprotnim stranama posude oblika polukugle polumjera zakrivljenosti R. U istom trenutku pustimo tijela s vrha posude da klize niz posudu bez trenja. Na dnu posude tijela se savršeno neelastično sudare i slijepe. Koliki mora biti omjer m_2/m_1 ako se sljepljene mase "popnu" do maksimalnog kuta $\theta = 30^\circ$ u odnosu na okomicu na dno posude (vidi sliku)?



Rješenje:

Na vrhu posude tijela imaju ukupnu energiju jednaku potencijalnoj energiji:

$$E_1 = m_1 gR \ , E_2 = m_2 gR, \tag{1}$$

na dnu posude tijela imaju ukupnu energiju jednaku kinetičkoj energiji:

$$E_1 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \ , E_2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2, \tag{2}$$

slijede brzine:

$$m_1 gR = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \Rightarrow v_1 = \sqrt{2gR}, \tag{3}$$

$$m_2 gR = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \Rightarrow v_2 = \sqrt{2gR}. \tag{4}$$

Iz zakona očuvanja impulsa u točki sudara slijedi:

$$(m_1 + m_2) v' = m_1 v_1 - m_2 v_2 \Rightarrow v' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \sqrt{2gR}, \tag{5}$$

zatim se tijelo penje maksimalno do neke visine h te ima ukupni energiju jednaku potencijalnoj:

$$\frac{1}{2} (m_1 + m_2) v^{2\prime} = (m_1 + m_2) gh, \tag{6}$$

uvrstimo brzinu:

$$\Big(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \Big)^2 2gR = 2gh \Rightarrow h = R \Big(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \Big)^2. \tag{7}$$

Iz trigonometrije problema vrijedi:

$$\cos\theta = \frac{R - h}{R} = 1 - \Big(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \Big)^2, \tag{8}$$

$$\pm \sqrt{1 - \cos\theta} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}. \tag{9}$$

Predznak plus(+) je slučaj kada je $m_1 > m_2$, odnosno kada se sljepljena masa otkloni u desno (prema slici) te dobivamo:

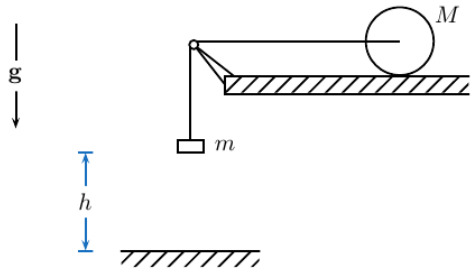
$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{1 - \sqrt{1 - \cos\theta}}{1 + \sqrt{1 - \cos\theta}} = \frac{1 - \sqrt{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}}{1 + \sqrt{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}} = 0.464. \tag{10}$$

Predznak minus(-) odgovara slučaju kada je $m_2 > m_1$, odnosno kada je sustav otklonjen u lijevo (prema slici) i slijedi:

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{1 + \sqrt{1 - \cos\theta}}{1 - \sqrt{1 - \cos\theta}} = \frac{1 + \sqrt{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}}{1 - \sqrt{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}} = 2.15. \tag{11}$$

Napomena! Bilo koja od dva dobivena rješenja se priznaju na ispitu kao cijeli riješeni zadatak!

3.4 Kotač oblika homogenog valjka čija je masa $M = 5.4\,\mathrm{kg}$ se nalazi na stolu po kojem se može kotrljati bez klizanja. Središte kotača je povezano s niti s utegom mase $m = 4.3\,\mathrm{kg}$ koji visi s ruba stola (preko sićušne koloture). Kotač i uteg početno miruju, a uteg se nalazi na visini $h = 35\,\mathrm{cm}$ iznad tla. Odredite brzinu utega kad on udari o tlo.



$$mg - T = ma$$
$$T - F_{tr} = Ma$$
$$F_{tr} \cdot R = I\,\alpha$$
$$a = \alpha R$$
$$mg - F_{tr} = (M + m)a$$
$$mg - \frac{I\,\alpha}{R} = (M + m)a$$
$$mg - \frac{MR^2}{2}\frac{a}{R^2} = (M + m)a$$
$$mg - \frac{Ma}{2} = (M + m)a$$
$$a = \frac{mg}{m + \frac{3}{2}M}$$
$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot mgh}{m + \frac{3}{2}M}}$$
$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 4.3 \cdot 9.81 \cdot 0.35}{4.3 + \frac{3}{2}5.4}} = 1.543\,\mathrm{m/s}$$