Moment sile

$$M = k \cdot F$$
$$(k = r \sin \varphi)$$
$$M = r \cdot F \cdot \sin \varphi$$
$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$$
$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{r} \times (\vec{F}_1 + \ldots + \vec{F}_n) =$$
$$= \vec{r} \times \vec{F}_1 + \vec{r} \times \vec{F}_2 + \ldots + \vec{r} \times \vec{F}_n =$$
$$= \vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \ldots + \vec{M}_n =$$
$$= \sum_{i=1}^{n} M_i$$

Težište krutog tijela

$$x_{CM} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{n} x_i m_i$$
$$y_{CM} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{n} y_i m_i$$
$$z_{CM} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{n} z_i m_i$$

$m_i \to \Delta m \to 0$
$n \to \infty$ → uzimamo beskonačno mnogo djelića mase (krutog tijela koje promatramo)

$$x_{CM} = \frac{1}{M} \lim_{\substack{\Delta m \to 0 \\ n \to \infty}} \sum_{i=1}^{n} \Delta m_i x_i \to x_{CM} = \frac{1}{M} \int x dm$$
$$y_{CM} = \frac{1}{M} \lim_{\substack{\Delta m \to 0 \\ n \to \infty}} \sum_{i=1}^{n} \Delta m_i y_i \to y_{CM} = \frac{1}{M} \int y dm$$
$$z_{CM} = \frac{1}{M} \lim_{\substack{\Delta m \to 0 \\ n \to \infty}} \sum_{i=1}^{n} \Delta m_i z_i \to z_{CM} = \frac{1}{M} \int z dm$$

Ravnoteža krutog tijela

Tijelo je u ravnoteži (ne rotira i ne translatira u nekom inercijalnom sustavu) ako je vektorski zbroj (vanjskih) sila na tijelo jednak 0 i ako je vektorski zbroj (vanjskih) momenata sila jednak 0:

$$\sum_i \vec{F}_i = 0$$
$$\sum_i \vec{M}_i = 0$$

Vrste ravnoteže: stabilna ($E_p = \min$), labilna ($E_p = \max$), indiferentna ($E_p = konst.$)

Ukupni moment paralelnih sila

$\vec{M} = \sum_{i=1}^{n} \vec{r}_i \times \vec{F}_i = (\vec{r}_1 \cdot \vec{F}_1 + \vec{r}_2 \cdot \vec{F}_2 + ... + \vec{r}_n \cdot \vec{F}_n) \times \hat{n}$ → sve ove sile su paralelne i «počinju» na istom pravcu, ali gledaju u suprotnim smjerovima. Vektorom n možemo prikazati sve ove sile, tako da pomnožimo n sa iznosom sile i sa (-1) ili (+1) ovisno o tome u kojem smjeru gleda sila u odnosu na vektor n.

$\vec{M} = \vec{r}_R \times \vec{R}$ → ne znamo točno kako izgleda rezultanta, pa označavamo sa $\vec{r}_R$ krak rezultante i vektorski ga množimo sa vektorom rezultante (R). Budući da smo uveli vektor n imamo relaciju:

$$\vec{R} = \sum_i \vec{F}_i = \sum_i F_i \hat{n}$$
$$\vec{r}_R \times (F_1 + F_2 + ... + F_n) \cdot \hat{n} = (\vec{r}_1 F_1 + \vec{r}_2 F_2 + ... + \vec{r}_n F_n) \times \hat{n}$$
$$\vec{r}_R (F_1 + F_2 + ... + F_n) = (\vec{r}_1 F_1 + \vec{r}_2 F_2 + ... + \vec{r}_n F_n)$$
$$\vec{r}_R = \frac{\sum r_i F_i}{\sum_i F_i}$$
$$\vec{R} = \hat{n} \cdot \sum_i F_i$$

Rotacija čvrstog tijela oko čvrste osi

Kruto tijelo probodemo sa npr. z-osi. Smjer kutne brzine gleda u prema pozitivnom dijelu osi z. Uzmemo djelić tijela Δm_i koji je na udaljenosti $\vec{r}_i^{\,'}$ od osi (dakle, $\vec{r}_i^{\,'}$ je okomit na os z i polumjer je rotacije tog djelića tijela Δm_i). Svi djelići tijela imaju istu kutnu brzinu $\vec{\omega}$. Dobijemo relacije:

$$\vec{v}_i^{\,'} = \vec{\omega} \times \vec{r}_i^{\,'}$$
$$\vec{l}_i = \vec{r}_i \times \Delta m_i \cdot \vec{v}_i^{\,'}$$

Ukupna z-komponenta kutne količine gibanja cijelog tijela od n djelića je dakle:

$$\vec{L}=\sum_{i=1}^{n}\vec{l}_i^{\,'}=\sum_{i=1}^{n}\vec{r}_i^{\,'}\times\Delta m_i\cdot\vec{v}_i^{\,'}$$

Budući da kutna brzina ima komponentu samo u smjeru z-osi odnosno $\omega=(0,0,\omega_z)\_tj.\_\omega=\hat{k}\omega_z$, pomoću formule za dvostruki vektorski produkt $[(\vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{c})=\vec{b}(\vec{a}\cdot\vec{c})-\vec{c}(\vec{a}\cdot\vec{b})]$ možemo gornju formulu raspisati ovako:

$$\vec{L}=\sum_{i=1}^{n}\Delta m_i\cdot\vec{r}_i^{\,'}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}_i^{\,'})$$

$$\vec{L}=\sum_{i=1}^{n}\Delta m_i\cdot(\vec{r}_i^{\,'})^2\,\vec{\omega}-\sum_{i=1}^{n}\Delta m_i\cdot(\vec{r}_i^{\,'}\vec{\omega})\vec{r}_i^{\,'}$$

$$\vec{L}=\sum_{i=1}^{n}\Delta m_i\cdot(\vec{r}_i^{\,'})^2\,\vec{\omega}_z\hat{k}$$

Drugi član je jednak nuli jer je $\vec{r}_i^{\,'}$ okomit na $\vec{\omega}$.
Uvedemo još koordinate od $\vec{r}_i^{\,'}$ i dobijemo moment tromosti komadića mase Δm_i:

$$\vec{L}=\sum_{i=1}^{n}\Delta m_i\cdot(x_i^2+y_i^2)\cdot\omega_z\hat{k}$$

$$\vec{L}=\sum_{i=1}^{n}I_i^{(z)}\omega_z\hat{k}$$

Ukupni moment tromosti I_z

Ukupni moment tromosti I_z je jednak zbroju svih malih djelića mase (kojih ima beskonačno mnogo), tražimo ga preko cijelog volumena tijela V:

$$I_z=\lim_{\substack{\Delta m\to 0\\ n\to\infty}}\sum_{i=1}^{n}\Delta m_i(x_i^2+y_i^2)=\int_V(x^2+y^2)dm=\int_V dm(\vec{r}^{\,2}-z^2)$$

$$\begin{pmatrix}\vec{p}=m\cdot\vec{v}\\ \vec{L}=I\cdot\vec{\omega}\end{pmatrix}$$

$$\vec{L}=L_z\cdot\hat{k}=I_z\omega_z\hat{k}$$

Uzmemo izraz za vremensku derivaciju kutne količine gibanja za materijalnu točku:

$$\frac{d}{dt}\vec{L}=\frac{d}{dt}(\vec{r}\times m\vec{v})=$$

$$=m\cdot\vec{r}\times\frac{d}{dt}\vec{v}=$$

$$=\vec{r}\times(m\vec{a}_t)=$$

$$=\vec{r}\times\vec{F}_t=\vec{M}_v$$

gdje je $\vec{a}_t$ - smjer tangencijalan (u smjeru $\vec{v}$)

$\vec{F}_t$ - tangencijalna vanjska sila

$\vec{M}_v$ - vanjski moment sile

te dobijemo:

$$\frac{d}{dt}\vec{L} = I_z \frac{d}{dt}\omega_z \hat{k} = I_z(\hat{k} \cdot \alpha) = I_z(\alpha_z \hat{k})$$

I zatim za kruto tijelo dobijemo jednadžbu rotacije oko čvrste osi:

$$\frac{d}{dt}\vec{L} = \vec{M}$$
$$\frac{d}{dt}L_z\hat{k} = M_z\hat{k} = I_z\alpha \cdot \hat{k}$$
$$\vec{M} = \hat{k} \cdot M_z = I_z \cdot \alpha \cdot \hat{k}$$

Steinerov poučak

Os vrtnje tijela najčešće ne prolazi kroz težište tijela, pa se moment tromosti može računati formulom:

$$I = I_0 + md^2$$

I_0 je moment tromosti za os kroz težište, *I* je neka os koja je paralelna sa tom osi kroz težište, *m* je masa tijela, a *d* je udaljenost osi kroz težište do osi oko koje tražimo moment tromosti.

Dokaz:

Tijelo stavimo u koordinatni sustav tako da mu se z-os poklopi sa osi koja prolazi kroz težište tijela. Poznat nam je I_0, i tražimo I koji je dakle paralelan sa I_0. Stavimo da nam *I* prolazi kroz točku A (sa pripadnim x i y koordinatama), a koordinate djelića mase m_i označimo sa (x_i, y_i). Kvadrat udaljenosti tog djelića mase od točke A je jednak $((x_i - x_A)^2 + (y_i - y_A)^2)$ prema Pitagorinom poučku.

$$I = \sum_{i=1}^{n} m_i((x_i - x_A)^2 + (y_i - y_A)^2) =$$
$$= \sum_{i=1}^{n} m_i(x_i^2 + x_A^2 - 2x_i x_A + y_i^2 + y_A^2 - 2y_i y_A) =$$
$$= \sum_{i=1}^{n} m_i(x_i^2 + y_i^2) - 2x_A\sum_{i=1}^{n} m_i x_i - 2y_A\sum_{i=1}^{n} m_i y_i + (\sum_{i=1}^{n} m_i)(x_A^2 + y_A^2)$$

Prvi član je jednak momentu tromosti kroz težište I_0, drugi i treći član su koordinate težišta (formula težište krutog tijela) i jednaki su nuli, a zadnji član - $m(x_A^2 + y_A^2) = md^2$.

$$I_0 = \sum_{i=1}^{n} m_i (x_i^{\,2} + y_i^{\,2})$$

$$I = I_0 + md^2, Q.E.D$$

Teorem o okomitim osima

→ primjenjiv samo na tijela čija je debljina zanemariva (npr. tanka ploča)

Zbroj momenata inercije plošnog tijela oko dvije okomite osi koje leže u ravnini tijela jednak momentu inercije oko osi koja je okomita na ravninu tijela i prolazi presjecištem osi u ravnini tijela. Ako je tijelo u x-y ravnini onda je:

$$I_z = I_x + I_y$$

gdje je I_z moment inercije oko z-osi

RAD ENERGIJA I SNAGA PRI ROTACIJI

Kinetička energija

Uzimamo djelić tijela mase Δm_i, koji u nekom trenutku ima brzinu v_i i imamo izraz za njegovu kinetičku energiju:

$$E_{k/i} = \frac{\Delta m_i \cdot v_i^{\,2}}{2}$$

$$\vec{v}_i = \vec{\omega} \times \vec{r}_i^{\,'} - \vec{\omega} \times \vec{r}_i$$

Opet gledamo rotaciju krutog tijela tako da mu se os rotacije poklapa sa z-osi koordinatnog sustava:

$$E_{k/i} = \frac{1}{2} \Delta m_i (\vec{\omega} \times \vec{r}_i)^2 =$$

$$= \frac{1}{2} \Delta m_i \cdot \omega^2 \cdot r_i^{\,2} =$$

$$= \frac{1}{2} \omega^2 (\Delta m_i (x_i^2 + y_i^2)) =$$

$$= \frac{1}{2} \omega^2 I_{z/i}$$

Konačan izraz za rotaciju oko z-osi:

$$E_k = \frac{1}{2} I_z \omega^2$$

Uzmemo li da ta os prolazi upravo kroz centar mase dobijemo brzinu djelića mase u odnosu na inercijalni sustav u kojem rotira:

$\vec{v}_i = \vec{v}_{CM} + \vec{v}_i^{'}$

$\vec{v}_{CM}$ - brzina CM u odnosu na mirni inerc.sustav

$\vec{v}_i^{'}$ - brzina djelića u odnosu na CM

Kinetička energija i-tog djelića:

$$E_{k/i} = \frac{1}{2}\Delta m_i (\vec{v}_i)^2$$

$$ukupna \rightarrow E_k = \sum_i E_{k/i} = \frac{1}{2}\Delta m_i (\vec{v}_i)^2 =$$

$$= \frac{1}{2}\sum_i \Delta m_i (\vec{v}_{CM})^2 + \sum_i m_i \vec{v}_{CM} \cdot \vec{v}_i^{'} + \frac{1}{2}\sum_i \Delta m_i (\vec{v}_i{'}_i)^2 =$$

$$= \frac{1}{2} m v_{CM}^2 + \underbrace{\left[\vec{v}_{CM} \cdot \sum_i \Delta m_i v_i^{'} \right]}_{=0} + \underbrace{\sum_i \frac{1}{2}\Delta m_i (v_i^{'})^2}_{=\frac{1}{2} I_{CM} \cdot \omega^2} =$$

$$\Rightarrow E_k = \frac{1}{2} m v_{CM}^2 + \frac{1}{2} I_{CM} \omega^2$$

Rad

Uzmimo da na djelić tijela Δm_i djeluje neka sila $\vec{F}$ te ga pomakne za $dr_i \approx dl_i$. Po definiciji rada možemo napisati:

$$dW = \vec{F} d\vec{s} = \vec{F} \cdot \vec{l}_i = \vec{F} d\vec{r}_i = \left|\vec{F}\right| \cdot \left|d\vec{r}_i\right| \cdot \cos\alpha$$

$$\left|d\vec{r}_i\right| = \left|\vec{r}_i\right| \cdot d\phi$$

$$dW_i = \left|\vec{F}\right| \cdot \left|d\vec{r}_i\right| \cdot \cos\alpha = \left|\vec{F}\right| \cdot \left|\vec{r}_i\right| \cdot \cos\alpha \cdot d\phi$$

$$(\alpha + \phi = \frac{\pi}{2})$$

$$\Rightarrow dW = (\left|\vec{F}\right| \cdot \left|\vec{r}_i\right| \cdot \sin\phi) \cdot d\phi$$

$$dW_i = \left|\vec{M}_i\right| \cdot d\phi$$

$$W_{p,k} = \int_p^k M d\phi$$

Snaga

$$dW = Md\phi$$

$$P = \frac{dW}{dt} = M\frac{d\phi}{dt} = M\omega = \vec{M}\cdot\vec{\omega}$$

Zakon očuvanja kutne količine gibanja

Uzmemo materijalnu točku koja se giba po kružnici. Za silu koja djeluje po spojnici te točke sa centrom rotacije je količina gibanja očuvana:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = 0 = \vec{r}\times(m\frac{d\vec{v}}{dt}) = \vec{r}\times\vec{F}_C$$

Sada tu relaciju raspišemo za kruto tijelo preko momenta vanjske sile:

$$\frac{d}{dt}\vec{L} = \vec{M}_v$$

Vidimo da je kutna količina gibanja očuvana kada ne postoji vanjski moment sile, te rotaciju oko osi z možemo raspisati ovako:

$$\vec{M}_v = 0$$

$$\frac{d}{dt}L_z = 0$$

$$L_z = konst = I_z \cdot \omega_z \_\_ili \_\_$$

$$I_{z/1}\omega_{z/1} = I_{z/2}\omega_{z/2} = I_{z/3}\omega_{z/3} = \ldots$$

Princip virtualnog rada

Gledamo što bi se dogodilo kada bi neke sile djelovale na tijelo i pomaknule ga («virtualni pomak»), kakav bi rad izvršile («virtualni rad»).

Formulacija principa virtualnog rada:
Sustav na koji djeluju sile i/ili momenti sila je u ravnoteži ako je virtualni rad primijenjenih sila i momenata jednak nuli

$$\sum_i \vec{F}_i \cdot \delta\vec{r}_i = 0\_za\_mat.tocku, tj$$

$$\sum_i \vec{F}_i \cdot \delta\vec{r}_i + M_i\delta\theta_i = 0\_za\_kruto\_tijelo$$

$\delta\vec{r}_i$ -virtualni pomak

$\delta\vec{\theta}$ -odgovarajući kut zaokreta

Keplerovi zakoni

1. Planeti se oko Sunca gibaju po elipsama, a u jednom žarištu elipse nalazi se Sunce.
2. Radijus-vektor planeta u jednakim vremenskim razmacima prebrisuje jednake površine.
3. Kvadrati ophodnih vremena dvaju planeta oko Sunca se odnose kao kubovi njihovih srednjih udaljenosti od Sunca.

Newtonov opći zakon gravitacije

Prema prvom Keplerovom zakonu – sila Sunce-planet - je centripetalna sila koja glasi:

$\vec{F}_{CP} = -\hat{r}m \cdot \frac{v^2}{r}$ → uzrokuje kružno gibanje

Prema trećem Keplerovom zakonu:

$$F_{CP} = m \cdot r\omega^2 = \frac{4\pi^2 \cdot m \cdot r}{T^2} = \frac{4\pi^2}{A} \cdot \frac{m}{r^2}, \_\_ A = \frac{T^2}{r^3}$$

Prema trećem Newtonovom aksiomu, planet istom silom djeluje na Sunce, dakle u gornjoj konstanti je i masa Sunca:

$$F = konst \cdot \frac{M_S \cdot m}{r^2}, \_\_ M_S - masa\_Sunca$$

Sada formuliramo opći zakon gravitacije: Između svih tijela u svemiru se javlja privlačna sila, proporcionalna je umnošku njihovih masa, a obrnuto proporcionalna kvadratima njihove udaljenosti:

$$\vec{F} = -G \cdot \frac{m_1 m_2}{r^2} \cdot \hat{r}$$

Rad i potencijalna energija gravitacijske sile

Premještamo tijelo mase *m* u blizini tijela mase *M* iz položaja r_1 na r_2:

$$W_{1,2} = \int_{r1}^{r2} \vec{F} \cdot d\vec{l} = -\int_{r1}^{r2} \frac{GM \cdot m}{r^2} \cdot \hat{r} \cdot (\hat{r}dr + \hat{\phi}r \cdot d\phi) =$$

$$= -GM \cdot m \cdot \int_{r1}^{r2} \frac{dr}{r^2} = GM \cdot m \frac{1}{r}\Big|_{r1}^{r2} = -GM \cdot m \cdot (\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2})$$

Dakle, u nekoj točki u prostoru oko mase *M* tijelo mase *m* ima gravitacijsku potencijalnu energiju:

$$E_p(r) = -\frac{G \cdot M \cdot m}{r}$$

Budući da je gravitacijska sila konzervativna, iz potencijalne energije možemo dobiti gravitacijsku silu:

$$\vec{F} = -\nabla E_p = -\hat{r} \cdot \frac{d}{dr} \cdot (-\frac{GM \cdot m}{r}) = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} \cdot \hat{r}$$

$$\nabla - nabla = \hat{r}\frac{d}{dr}$$

Ukupna energija tijela mase *m* u području mase *M* je zbroj kinetičke i potencijalne energije:

$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2} m (\frac{d}{dt} \vec{r})^2 + (-GM \cdot m) \cdot \frac{1}{r}$$

Za kružne putanje kada je Fcp = Fg:

$$\Rightarrow (-\hat{r}) \cdot \frac{mv^2}{r} = (-\hat{r} \frac{GM \cdot m}{r^2})$$

$$v^2 = \frac{GM}{r}$$

$$E = -\frac{1}{2} \cdot \frac{GM \cdot m}{r}$$

Drukčije računanje konzervativnosti sile, preko uloženog rada:

$$W = \int_{r1}^{r2} \vec{F} d\vec{r} = -\Delta E_p = -\int_{r1}^{r2} dV(\vec{r}) = \int_{r1}^{r2} dE_p$$

$$F \cdot d\vec{r} = -dV(\vec{r})$$

$$\vec{F} = -\nabla V(\vec{r}) = -gradV(\vec{r}),\_\nabla(\vec{r}) - skalarna\_f : E_p(\vec{r})$$

$$\nabla x \vec{F} = 0\_ili\_rot\vec{F} = 0$$

Gravitacijsko polje i gravitacijski potencijal

$$\vec{F} = -G \cdot \frac{m_1 m_2}{r^2} \cdot \hat{r}$$

Možemo reći da na tijelo m_2 djeluje sila ($\vec{F}_{1,2}$) koja «dolazi» od gravitacijskog polja tijela m_1:

$$\vec{F} = (-\frac{Gm_1}{r^2} \cdot \hat{r}) \cdot m_2$$

$$\vec{\chi}_1 = \frac{-Gm_1}{r^2} \cdot \hat{r} - grav.polje$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{1,2} = \vec{\chi}_1 \cdot m_2$$

Budući da je ta sila konzervativna, možemo to i ovako raspisati:

$$\vec{F} = -\nabla E_p = -\nabla \cdot (-\frac{Gm_1 m_2}{r})$$

$$\vec{F} = \left[-\nabla(-\frac{Gm_1}{r}) \right] \cdot m_2 = \vec{\chi}_1 \cdot m_2$$

$$\vec{\chi}_1 = -\nabla(-\frac{Gm_1}{r}) = -\nabla \phi_1(r)$$

Iz čega dobivamo izraz za gravitacijski potencijal tijela mase m na udaljenosti r :

$$\phi(r) = -\frac{Gm}{r}$$

3.Keplerov zakon za kružne putanje

Uspoređujemo putanje dvaju planeta i njihovo gibanje oko Sunca (izvodimo treći Keplerov zakon pomoću općeg zakona gravitacije):

$$-G \cdot \frac{M_S M_i}{r_i^2} \cdot \hat{r} = \frac{M_i v_i^2}{r_i}, \_\_(i = 1,2)$$

$$O_i = 2r_i\pi = v_i T_i, \_\_(i = 1,2, \_O_i - duljina\_putAnje)$$

$$v_i^2 = \frac{4r_i^2\pi^2}{T_i^2}$$

$$GM_S = r_i \frac{4r_i^2\pi^2}{T_i^2}$$

$$\frac{GM_S}{4\pi^2} = \frac{r_i^3}{T_i^2}, \_\_(i = 1,2)$$

$$\frac{r_1^3}{r_2^3} = \frac{T_1^2}{T_2^2}$$

Galilejeve transformacije

Promatramo dva koordinatna sustava: S i S'. Sustav S miruje u odnosu na mirnog promatrača i u njemu se nalazi materijalna točka A (x_A, y_A, z_A). Sustav S' se giba brzinom $\vec{v}_0$ u odnosu na S. Tražimo opis djelovanja sile u sustavu S' ako znamo opis djelovanja sile u S. U trenutku t = 0 ishodišta O i O' bila u istom mjestu. Uzimamo neki drugi trenutak t:

$$x_A = x_A' + v_0 \cdot t \rightarrow x_A' = x_A - v_0 \cdot t$$

$$y_A = y_A' \rightarrow y_A' = y_A$$

$$z_A = z_A' \rightarrow z_A' = z_A$$

$$(t_A = t_A') \rightarrow (t_A' = t_A)$$

Deriviramo li to po vremenu dobiti ćemo vezu između brzine točke A u sustavu S odnosno u sustavu S', a drugom derivacijom dobijemo akceleracije u jednom i drugom sustavu:

$$\frac{d}{dt}x_A = v_{A/x} = \frac{d}{dt}x_A{}' + v_0$$
$$\frac{d}{dt}y_A = v_{A/y} = \frac{d}{dt}v_{y'}$$
$$\frac{d}{dt}z_A = v_{A/z} = \frac{d}{dt}v_{z'}$$

$$\frac{d^2}{dt^2}x'_A(t) = \frac{d^2}{dt^2}x_A(t)$$
$$\frac{d^2}{dt^2}y'_A(t) = \frac{d^2}{dt^2}y_A(t)$$
$$\frac{d^2}{dt^2}z'_A(t) = \frac{d^2}{dt^2}z_A(t)$$

S... $m_A \cdot (\frac{d^2}{dt^2}x_A\hat{i} = \frac{d^2}{dt^2}y_A\hat{j} + \frac{d^2}{dt^2}z_A\hat{k}) = \vec{F}$

S'... $m_A \cdot (\frac{d^2}{dt^2}x'_A\,\hat{i} = \frac{d^2}{dt^2}y'_A\,\hat{j} + \frac{d^2}{dt^2}z'_A\,\hat{k}) = \vec{F}'$

$\Rightarrow \vec{F} = \vec{F}'$ → jednadžbe gibanja (2. Newtonov aksiom) u sustavima su jednake.

Coriolisova sila

$$\vec{a}_0 = -R\omega^2\hat{r} + 2\dot{R}\omega\hat{\varphi}$$
$$\vec{F}_i = m\cdot(-\vec{a}_0) = m\cdot(R\omega^2\hat{r} - 2\dot{R}\omega\hat{\varphi}) =$$
$$= m\cdot(-\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{R}) - 2\dot{R}\omega\hat{\varphi}) = \vec{F}_{cf} + \vec{F}_{cor}$$

Coriolisova sila je inercijalna sila u rotirajućem koordinatnom sustavu, a javlja se zbog gibanja tijela u rotirajućem sustavu:

$$\vec{F}_{cor} = -2m\dot{R}\omega\hat{\varphi}$$

$$v' = \dot{R} \Rightarrow \vec{F}_{cor} = 2m\vec{v}'\times\vec{\omega}$$