Vježbe iz Fizike

Josip Ivšinović 2009.

Ako je put koji je neko tijelo prevalilo opisan sa:

$$X = \begin{cases} 11\ m; & t<0 \\ 0{,}2\ t^3 - 1{,}6\ t^2 + 11; & 0<t<5{,}33\ s \\ -4{,}17\ m; & t>5{,}33\ s \end{cases}$$

Izračunaj brzinu i ubrzanje tijela te skiciraj grafički njegovo gibanje

$v = \frac{dx}{dt}$, pa odmah imamo

$$v = \begin{cases} 0 & ;\ t<0 \\ 0{,}6t^2 - 3{,}2t\ ; & 0<t<5{,}33\ s \\ 0 & t>5{,}33\ s \end{cases}$$

$$a = \begin{cases} 0; & t<0 \\ 1{,}2\ t - 3{,}2\ ; & 0<t<5{,}33\ s \\ 0; & t>5{,}33\ s \end{cases}$$

Ako je ubrzanje nekog tijelo opisano sa:

$$a = \begin{cases} 0; & t < 5\ s \\ 1{,}2\ t - 3{,}2; & 5 < t < 65\ s \\ 0; & t > 65\ s \end{cases}$$

Izračunaj brzinu i prevaljeni put i grafički ih skiciraj. Uzmite da je tijelo za t<0 s mirovalo u x=20m, a za v=0 t<5 s (prvi početni uvjet)

$v = \int a\,dt = 6\int (t-5)dt - 0{,}1\int (t-5)^2 dt$ za ; $5 < t < 65$ s

$v = 3(t-5)^2 - 0{,}0333(t-5)^3 + c$ [m/s]

c odredimo iz uvjeta v=0 za t=5 dobivamo c=0 na kraju za t>65 s brzina se ne mijenja.

Ubrzanje je 0! Pa je nađemo kao v(65):

$v = 3(65-5)^2 - 0{,}0333(65-5)^3 = 3600$ m/s za t>65 s

na kraju put je

x=20 za t<5 s

$x = \int v\,dt = 3\int (t-5)^2\,dt - 0{,}0333\int (t-5)^3\,dt$

$x = (t-5)^3 - 0{,}00833(t-5)^4 + c$

c odredimo iz uvjeta da je x_0=20 m (u t=0), pa dobijemo:

c=20m

$x = (t-5)^3 - 0{,}00833(t-5)^4 + 20$ [m] za 5<t<65 s

za t>65 brzina je konstantna pa je x(65):

$x(65) = (65-5)^3 - 0{,}00833(65-5)^4 + 20 = 108\,020$ m

na kraju još nađemo trenutak max ubrzanja:

$\frac{da}{dt}$= 6- 0,2 (t_m-5)= 0

30= t_m -5 => t_m= 35 s

I njen iznos je:

a_m= 6(35-5) – 0,1(35-5)^2= 90 m/s^2

Grafika

Za hitac u vis nađi ovisnost max visine o početnoj brzini:

S=v_0t-g/2t^2

$\frac{ds}{dt}$=v_o –gt

Na max visini je $\frac{ds}{dt}$=0 jer je

t_m=v_0/g

s_m=v_0^2/g **-** g/2 v_0^2/g2= 0,5 v_0^2/g

Satelit kruži oko Zemlje na visini od 500 km i zemlju obiđe za 95 min. Izračunaj ubrzanje sile teže na toj visini. R=6,371 10^6 m

pošto je a_g=a_c imamo:

$$a_g = \frac{v^2}{R}$$

prvo nađemo polumjer staze:

R=6,38 10^6 + 5 10^5 = 6,88 10^6 m

sad nađemo obodnu brzinu:

$v=\frac{2R\Pi}{T}= \frac{2*6{,}88\ 106*3{,}14}{95*60}$= 7585 m/s

$$a_g=\frac{7610^2}{6{,}88\ 10^6}=8{,}36\ m/s$$

Putnici na vrtuljku sjedne u stolicama koji su lancem pričvršćeni za centralni kotač. Kotač se vrti pa se putnici voze po horizontalnom krugu, pri čemu lanac zatvara kut a prema vertikali. Sa kojom frenkencijom se mora okretati kotač da bi lanac zatvarao kut od 60 ° prema vertikali? Dužina lanca je 8 m, a masa putnika i stolca 150 kg. Utječe li masa putnika na kut? Koje ukupno ubrzanje djeluje na putnika (u jednicama g)?

Napetost lanca označimo s N. Horizontalna komonenta napetosti jednaka je centripetalnom ubrzanju prema sredini:

$$N\sin\alpha=\frac{mv^2}{r}=\frac{mr^2\omega^2}{r}=mr\omega^2$$

r= L sina, pa je

N sina=n L sina ω^2

N=m L ω^2

S druge strane,

Ncosa= m g

N = $\frac{m\ g}{cos\alpha}$, pa je

m L ω^2= $\frac{m\ g}{cos\alpha}$

$\omega=\sqrt{\frac{g}{L\ cos\alpha}}$

2Πf= ω

$f = \frac{1}{2\Pi}\sqrt{\frac{g}{L\,cos\alpha}}$

sad uvrštavamo podatke iz zadatka:

a= 60 °

L=8 m

g= 9,81 m/s^2

$f = \frac{1}{2\Pi}\sqrt{\frac{g}{L\,cos\alpha}}$=0,25 Hz

masa putnika ne utječe na kut! (zanemarivo)

ukupno ubrzanje:

$a_U = (g^2 + a_c^2)^{1/2}$ (po iznosu)

$a_U = (g^2 + \omega^4 r^2)^{1/2} = (g^2 + L^2 sin^2 a\, g^2 / L^2 cos^2 a)^{1/2} = g(1+tan^2 a)^{1/2}$

sređivanjem dobijemo:

$a_U = \frac{g}{cos\alpha} = 2g$

Koliki rad učini sila od 500 N koja pod kutem od 20 ° prema horizontali pomakne sanduk mase 100 kg za 2,5 m? Koliki bi rad bio da je sila kolinearna?

a) $W = F\,\Delta x = F\,cos a\,\Delta X$

$W = 500 \quad cos20° \quad 2,5 = 1175$ J

b) $W = F\;\Delta x = 500\;\; 2,5 = 1250$ J

Sila,

$$\vec{F} = 3500\,\vec{i} + 400\,\vec{j} + 850\,\vec{k}$$

djeluje na putu,

$$\vec{s} = 800\,\vec{i} + 500\,\vec{j} - 680\,\vec{k}$$.

Koliki rad je sila izvršila?

$W = F\,s = F_x\,s_x + F_y\,s_y + F_k\,s_k$

$W = 3500 * 800 + 400*500 – 850*680$

$W = 2,42\ 10^6$ J

Na putu x na neko tijelo djeluje sila:

$$F(x)=\begin{cases} 0; \quad x<5 \text{ m} \\ 6(x-5) - 0{,}1\,(x-5)^2 \text{ N} \quad \text{za } 5<x<95 \text{ m} \\ 0; \quad x>95 \text{ m} \end{cases}$$

Izračunaj učinjeni rad u ovisnosti o putu x, maksimalni izvršeni rad i ukupni rad nakon cjelog puta?

a) $W(x)= \int_5^x F(x)dx = \int_5^x 6(x-5)dx - \int_5^x 0{,}1(x-5)^2 dx$

$$W(x)= 3\,\Big|_5^x (x-5)^2 - \frac{1}{30}\Big|_5^x (x-5)^3 + W_0$$

$$W(x)= 3(x-5)^2 - 0{,}0333\,(x-5)^3 + W_0$$

Za x=5 je W=0 pa je W_0=0 i

$$W(x)= (x-5)2\left(\frac{95-x}{30}\right) \qquad 5<x<95$$

b) **Tražimo ekstrem pa mora biti $\frac{dW}{dx}$=0** ili

$$\frac{dW(x)}{dx}= 2(x-5)\left(\frac{95-x}{30}\right) - \frac{1}{30}(x-5)^2=0$$

$$(x-5)\left[\frac{190-2x-x+5}{30}\right]=0$$

Prvo rješenje x=0 je početak procesa pa ga zanemarivamo.

195-3x=0 => x=65

Rad je maksimalan za x=65 m i iznosi

$W(65) = 602\ (\frac{35}{30}) = 4200\ J$

c) Ukupni rad je:

$W(95) = 0$!

Koji rad učini tijelo mase 10 kg ako ga stavimo na oprugu konstante k=100 N/cm koja stoji na vodoravnoj podlozi?

$F = G = m\ g$

Opruga

$F = -\ k\ x$

$x = -\ \frac{m\ g}{k} = \frac{10\ 9{,}81}{100} = 0{,}98$ cm

Rad utega:

$W = k\ x^2/2$ [Ncm]

$W = 48\ 0{,}01 = 0{,}48$ J

Rad je pozitivan jer je izvršen rad na opruzi!

Vozilo je zaglavilo u blatu na lošoj cesti. Vozač je prednji kraj vozila zavezao napetim užetom za drvo ispred njega i sredinu užeta pomaknuo u stranu silom od 400 N i tako izvukao vozilo iz blata. Koja je bila sila izvlačenja ako se uže ugnulo za 10 ° od prvobitnog smjera?

Skica

Sile moraju biti u ravnoteži, pa je (po iznosu)

F= 2 N sin a

$N=\frac{F}{2\sin\alpha}=\frac{400}{2\sin 10^{\circ}}= 1150$ N

Automobil koji se giba brzinom od 60 km/h mora savladati trenje (otpor zraka+ trenje kotrljanja) od 520 N. Koju snagu mora motor tog automobila prenijeti na kotače?

v=60 km/h= 60000/3600= 16,7 m/s

P= F v= 520 16,7 = 8680 W

NAPOMENA: gubici u prijenosu snage kod motora su često 75%! Korisna snaga od 10-15 ks (1 ks=746 W) je dovoljna za vožnju po horizontalnoj cesti.

Prvi avion na ljudski pogon koji je preletio engleski kanal bio je Gossamer Albatros. Pokretao se pedalama slično kao bicikl. „Pilot“ je morao razvijati stalnu snagu od 0,3 ks cijelo vrijeme leta koji je trajao 2 h 49 min. Ljudski mišići imaju efikasnost od oko 20%. A) koji je ukupni rad pilot napravio? B) Big Mac hamburger ima oko 500 kcal. Koliko je takvih hamburgera pilot morao pojesti da dobije dovoljno energije za pokretanje?

A) t= 2 h 49 min= 10140 s

W= P t = 0,3 * 746 * 10140= 2,27 10^6 J

0,2E=W => E=1,13 10^7 J

B) 1 cal= 4,2 J

n=1,13 10^7/ 5 10^5 * 4,2 =5,4 komada

Atrrood-ov mašina (primjer u predavanju)

Skica $m_2>m_1$

na početku je teža masa na visini h iznad poda, i obje mase miruju. Sa kojom brzinom se mase gibaju kad teža udari u pod. Neka je m_1=4 kg, m_2=6 kg i h=3m?

Koristimo teorem o radu:

$PE_1 + KE_1 = PE_2 + KE_2$

$m_1gh_1 + m_2gh + 0 = m_1g(h_1+h)+0+0{,}5\,(m_1+m_2)v^2$

$v=\sqrt{2\left(\frac{m2-m1}{m2+m1}\right)gh}$

v= 3,4 m/s

U zabavnom parku kolica krenu sa visine h i prolaze kroz kružnu petlju. Koja je najmanja visina h potrebna da kolica ne padnu van iz petlje. Polumjer petlje je R.

Centripetalna sila u točci T mora biti jednaka sili teži. Dakle,

$mg=mv^2/R$ ili $v^2= gR$ (1)

brzina u točci T nađemo iz teorema o radu:

$mgh + 0 = 2\,mgR + 0{,}5\,mv^2$

uvrstimo (1)

$gh = 2gR + gR/2$

$h = \frac{5}{2}R$

rezultat ne ovisi o g!

Paket mase m bačen je na pokretnu traku koja se giba brzinom v. Koeficijent trenja između paketa i trake je μ. Kako daleko se paket giba prije nego što stane na traci? Koji rad je napravila traka na paketu (uključujući trenje)?

U početku paket nema horizontalnu brzinu i traka klizu ispod njega. Trenje ubrzava paket dok ne dostigne brzinu v.

$F_t = \mu\, m\, g = m\, a$

ili $a = \mu\, g$

vrijeme klizanja nađemo iz:

$v = a\, t \Rightarrow t = \frac{v}{\mu g}$

put koji paket prijeđe kližući se po traci (prema okolini):

$s = \frac{a}{2} t^2 = \frac{\mu g}{2}\, v^2/(\mu g)^2$

$s = \frac{v^2}{2\mu g}$

put koji za to vrijeme prijeđe traka:

$$s_t = v\,t = \frac{v^2}{2\mu g}$$

put koji paket prijeđe po traci

$$S_p = s_t - s = \frac{v^2}{2\mu g}$$

ukupni rad:

$W = W_f + KE = F_t\, s_p + 0{,}5mv^2$

$$W = \mu mg \frac{v^2}{2\mu g} + 0{,}5mv^2 = mv^2$$

Na oprugu je obješena masa m tako da oscilira sa amplitudom A. Kolika je maksimalna brzina mase m ako je konstanta opruge K?

Po teoremu o radu zbroj KE i PE je konstantan:

$0{,}5\, k\, x^2 + 0{,}5\, m\, v^2 = E =$ const.

Otuda vidimo da će KE biti najveća kad je PE=0 i obratno pa je:

$0{,}5\, k\, A^2 = 0{,}5\, m\, v^2$

$v = \sqrt{\frac{k}{m}}\ A$