1. Za varijablu programa zadanu kao podskup cijelih brojeva S = {3..11} odredi karakterističnu Booleovu funkciju i zatim nacrtaj njezin ROBDD uz proizvoljno uređenje varijabli.

2. Za funkciju **S** sume potpunog zbrajala zadanu tablično, nacrtaj ROBDD te provedi komplementiranje lukova uz uređenje x < y < cin.

x	y	cin	S
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	0	0
0	0	1	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	1	1

3. Za funkciju **F = acd + bc + a'd'** izgradi ROBDD primjenom ITE- algoritma (rekurzivni postupak, uz potrebna pojednostavljenja) i uz uređenje a < d < c < b.

Napomena: potrebno je napisati cjelokupni rekurzivni postupak i nacrtati konačni ROBDD.

4. Pokaži je li zadana formula u CNF-obliku zadovoljiva ili ne korištenjem osnovnog DPLL-rješivača. Prije svake odluke najprije provedi propagaciju jediničnih klauzula, a zatim uklanjanje čistih literala. Oba postupka provesti dokle je god moguće. Izbor varijable grananja, ako je ono potrebno, provedi proizvoljno.

$\Gamma = (x1 \vee \neg x2 \vee x3) \wedge (\neg x1 \vee \neg x2 \vee x3) \wedge (x1) \wedge (x1 \vee \neg x2) \wedge (\neg x2 \vee \neg x4) \wedge (\neg x1 \vee x2 \vee x4)$

5. Pokaži je li zadani skup klauzula zadovoljiv ili ne korištenjem Chaff-rješivača. Pritom koristi sve značajke algoritma osim uklanjanja naučenih klauzula i pretrage iznova.

$K_1 = (\neg x_1 \vee x_2 \vee x_4)$

$K_2 = (\neg x_1 \vee x_2 \vee \neg x_4)$

$K_3 = (\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee x_4)$

$K_4 = (\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_4)$

$K_5 = (x_1 \vee x_3)$

$K_6 = (x_1 \vee \neg x_3)$

6. Imate na raspolaganju SAT-rješivač GRASP. Za zadani početni skup klauzula K_1-K_8 i za trenutno pridruživanje $\{x_3=0@1, x_7=0@2, ...\}$:

a) Nacrtajte graf implikacija ako je trenutna odluka o pridruživanju $x_2 = 1@4$

b) Odredite naučene konfliktne klauzule za otkrivene konflikte na kraju grafova implikacija

c) Odredite jedinstvenu implikacijsku točku za konflikte prouzročene varijablom x_2 te razinu odluke δ na koju će algoritam skočiti nakon konflikata

Napomene: "..." označavaju dodatna pridruživanja ili klauzule koje nisu bitne za rješenje. Na lukovima grafa obavezno označite klauzulu koja se razmatra.

$K_1 = (\neg x_1 \vee x_5 \vee x_9)$

$K_2 = (\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_4)$

$K_3 = (x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3)$

$K_4 = (x_5 \vee x_2 \vee x_3)$

$K_5 = (\neg x_5 \vee x_8)$

$K_6 = (x_4 \vee x_8)$

$K_7 = (x_7 \vee \neg x_8 \vee \neg x_9)$

$K_8 = (\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_5)$

$K_9 = (x_2 \vee \neg x_5 \vee \neg x_8)$

...

Napomena: Zadaci će biti rješavani na zadnjem predavanju.

(1)

$S = \{3 \ldots 11\}$ -> 9 elemenata (trebamo 4 varijable)

	x_1	x_2	x_3	x_4
1. element	0	0	0	0
zadnji element	1	0	0	0

x_1	x_2	x_3	x_4		
0	–	–	–	(3-10)	} za minimizaciju
1	0	0	0	11	

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \underbrace{x_1'}_{3-10} + \underbrace{x_1 x_2' x_3' x_4'}_{11}$$ KARAKTERISTIČNA FUNKCIJA

ROBDD

proizvoljna uređenost $(x_1 < x_2 < x_3 < x_4)$

↳ x_1 je prva varijabla cijepanja

Shannon kofaktori $f = x_1 f_{x_1} + x_1' f_{x_1'}$ – tražimo što sve u funkciji stoji uz varijablu cijepanja. Ako postoji produkt koji u sebi ne sadrži neki oblik varijable cijepanja, tada ga zapisujemo u oba kofaktora.

$f_{x_1} = x_2' x_3' x_4'$

$f_{x_1'} = 1$

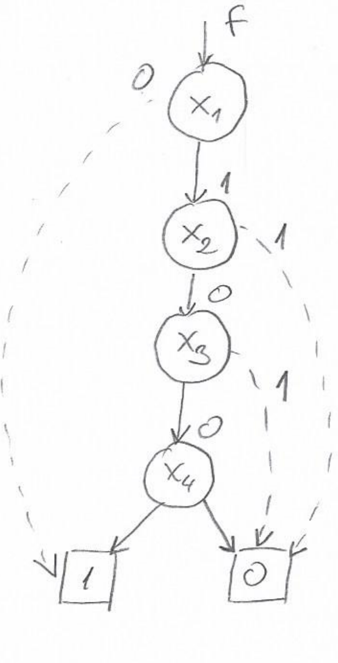
$f_{x_1 x_2} = 0$

$f_{x_1 x_2'} = x_3' x_4'$

$f_{x_1 x_2' x_3} = 0$

$f_{x_1 x_2' x_3'} = x_4'$

0 – komplement
1 – normalni



2.

x	y	cin	s
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	0	0
0	0	1	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	1	1

$s = x'ycin' + xy'cin' + x'y'cin + xycin$

$x < y < cin$

$s_x = y'cin' + ycin$

$s_{x'} = ycin' + y'cin$

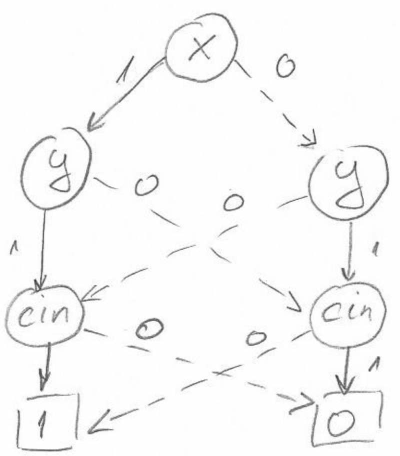
$s_{xy} = cin$

$s_{xy'} = cin'$

$s_{x'y} = cin'$

$s_{x'y'} = cin$

citanje ROBDD



ROBDD s komplementiranim lukovima

-umjesto da povlačimo put za 0 u novo stanje, koje je zapravo isto kao i za 1, pišemo drugu strelicu s ● oznakom za komplement u isto stanje

(3)

$F = acd + bc + a'd'$, $a < d < c < b$

$ite(f,g,h) = fg + f'h$ (If f Then g Else h)

$ite(f,g,h) = (v, ite(f_v, g_v, h_v), ite(f_{\bar{v}}, g_{\bar{v}}, h_{\bar{v}}))$

$F = ite(acd, 1, bc + a'd') = (a, ite(cd, 1, bc), ite(0, 1, bc + d')) =$

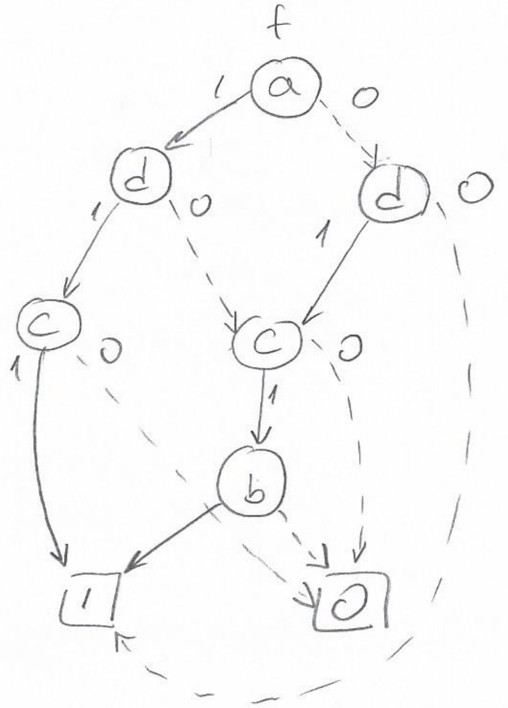
$= (a, ite(cd, 1, bc), bc + d') =$

$= (a, (d, \underbrace{ite(c, 1, bc)}_{c}, \underbrace{ite(0, 1, bc)}_{bc}), ite(bc, 1, d')) =$

$= (a, (d, c, bc), (d, \underbrace{ite(bc, 1, 0)}_{bc}, \underbrace{ite(bc, 1, 1)}_{1})) =$

$= (a, (d, c, bc), (d, bc, 1)) =$

$= (a, (d, c, ite(c, b, 0)), (d, ite(c, b, 0), 1))$



(4)

$\Gamma = (x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3) \wedge (x_1) \wedge (x_1 \vee \neg x_2) \wedge (\neg x_2 \vee \neg x_4) \wedge (\neg x_1 \vee x_2 \vee x_4)$

klauzulama koje sadrže samo jedan literal pridružujemo vrijednost koja čini tu klauzulu istinitom

1) PJK $\{x_1 = T\}$

$\Gamma_{x_1=T} = (\neg x_2 \vee x_3) \wedge (\neg x_2 \vee \neg x_4) \wedge (x_2 \vee x_4)$

2) x_3 je čisti literal – u svim svojim pojavama ima istu polarnost

$\Gamma_{x_1=T, x_3=T} = (\neg x_2 \vee \neg x_4) \wedge (x_2 \vee x_4)$

3) Proizvoljan izbor varijable granaja

$x_2 = T$

$\Gamma_{x_1=T, x_3=T, x_2=T} = \neg x_4 \quad \Rightarrow \quad x_4 = F$

$\boxed{\text{SAT}}$

$\{x_1 = T, x_3 = T, x_2 = T, x_4 = F\}$

(5) Chaff algoritam

1) Proizvoljno u svakoj klauzuli odaberi dva literala za promatranje
2) Provjeri ima li jediničnih klauzula → postavi na F – ako ih nema, najčešći literal postavi na T
3) Razmotri klauzule u kojima se prethodno odabrani (kojem smo fiksirali vrijednost) literal promatra – fiksiraj sljedeći promatrani literal
4) Klauzule kod kojih bi sljedeći odabrani literal dao vrijednost T ne treba više razmatrati
5) Ponavljaj dok ne dođe do konflikta (ako ne dođe SAT vrijedi)
6) Ako dođe do konflikta negiraj prethodno odabranu varijablu
↳ ako i na prvoj razini dođe do konflikta → SAT NE VRIJEDI

5

$K_1=(\neg X_1 \vee X_2 \vee X_4)$

$K_2=(\neg X_1 \vee X_2 \vee \neg X_4)$

$K_3=(\neg X_1 \vee \neg X_2 \vee X_4)$

$K_4=(\neg X_1 \vee \neg X_2 \vee \neg X_4)$

$K_5=(X_1 \vee X_3)$

$K_6=(X_1 \vee \neg X_3)$

* u praksi zanemarite proizvoljno i odaberite ona dva kojih ima najviše

1. $\{X_1=T\}$

$K_1=(X_2 \vee X_4)$

$K_2=(X_2 \vee \neg X_4)$

$K_3=(\neg X_2 \vee X_4)$

$K_4=(\neg X_2 \vee \neg X_4)$

$\left.\begin{array}{l} K_5=T \\ K_6=T \end{array}\right\}$ njih više ne gledamo

2. $\{X_1=T, X_2=F\}$

$\left.\begin{array}{l} K_1=(X_4) \\ K_2=(\neg X_4) \end{array}\right\}$ KONFLIKT!

$K_3=T$

$K_4=T$

3. $\{X_1=T, X_2=T\}$

$K_1=T$

$K_2=T$

$\left.\begin{array}{l} K_3=(X_4) \\ K_4=(\neg X_4) \end{array}\right\}$ KONFLIKT!

4. $\{X_1=F\}$

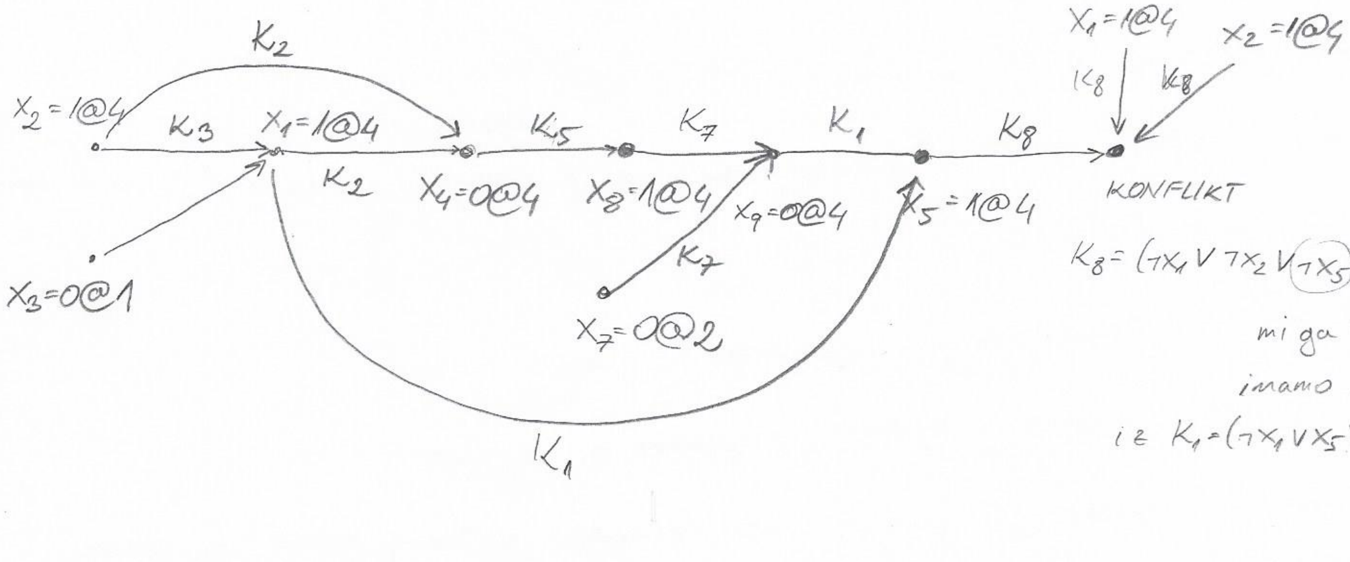
$K_1=\ldots=K_4=T$

$\left.\begin{array}{l} K_5=(X_3) \\ K_6=(\neg X_3) \end{array}\right\}$ KONFLIKT!

- nemamo više što promijeniti
  ->NIJE SAT

6

a) $\{X_3=0@1,\ X_7=0@2,\ X_2=1@4\}$



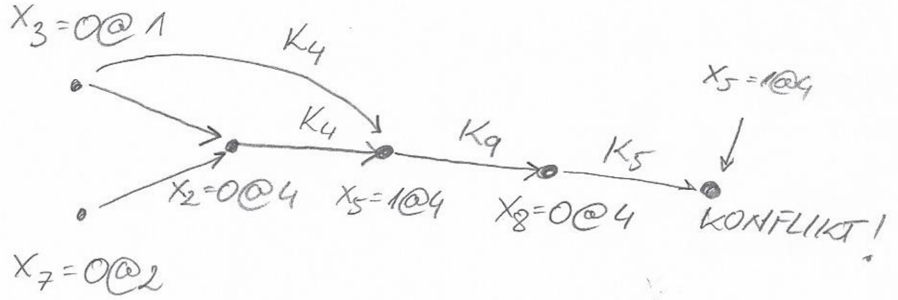
$K_8=(\neg X_1 \vee \neg X_2 \vee \neg X_5)$

mi ga već imamo kao 1 iz $K_1=(\neg X_1 \vee X_5 \vee X_9)$

b) Naučena nova klauzula koja će izbjeći konflikt u budućnosti jednaka je negaciji konfliktnog pridruživanja (oni koji su u listi)

$K_{new} = \neg KP = \neg(X_2 \vee \neg X_3 \vee \neg X_7) = \neg X_2 \vee X_3 \vee X_7$

$\{x_2 = 0@4,\ x_3 = 0@1,\ x_7 = 0@2\}$



c) $KP' = \{X_3 = 0@1,\ X_7 = 0@2\}$

$X_2 = 1@4$ – SIT (jedinstvena implikacijska točka

δ = SIT razina – 1 (razina koja postoji prije nje) = 2

GRASP ALGORITAM

1) Pronaći klauzulu u kojoj je (uz poznate odluke o pridruživanju) moguće dobiti oblik $K_n = (0 \vee 0 \vee X)$ i napiši izračunati korak tako da X bude 1

2) Možeš koristiti ove što si izračunao

3) Piši klauzule prema kojima se obavlja prijelaz

4) izračunati literal je uvijek na trenutno zadanoj razini (u ovom zadatku to je 4)