

3. PREDIKATNA LOGIKA \rightarrow upsić, počela sam s frećim \cup

SVAKI PROFESOR JE ZAPOSLENIL TOČNO JEDNOG FAKULTETA, A
PREDAJE NA JEDNOM ILI VIŠE.

$PROF(x)$ - x je prof.

$F(x)$ - x je fakultet

$Z(x,y)$ - x je zaposlen na y

$PREDAJE(x,y)$ - x predaje na y

$=(x,y)$ - x je jednako y

$$\forall x [PROF(x) \Rightarrow \underbrace{\exists y [F(y) \wedge Z(x,y) \wedge \neg \exists z (F(z) \wedge Z(x,z) \wedge \neg (y=z))]}_{\text{zaposlenje}} \wedge \underbrace{\exists y [F(y) \wedge PREDAJE(x,y)]}_{\text{predavanja}}]$$

prijevod: svaki profesor x povlači da postoji y takav da je y fakultet i profesor x je zaposlen na fakultetu y i ne postoji z takav da je z fakultet i profesor x je zaposlen na fakultetu z i fakultet z je različit od fakulteta y . I da postoji y takav da je fakultet y i profesor x predaje na fakultetu y .

* primjetite da tu nema uvjeta $y \neq z$

U NEKOM PROGRAMU DEFINIRANA SU NAJMANJE DVA RAZLICITA RAZREDA

$P(x)$ - x je program

$R(x)$ - x je razred

$DEF(x, y)$ - x je definiran u y

$=(x, y)$ - x je jednak y

$$\exists x \exists y \exists z [P(x) \wedge R(y) \wedge R(z) \wedge DEF(y, x) \wedge DEF(z, x) \wedge \neg = (y, z)]$$

SVATKO VOLI ~~SVATKO~~^{NEKOG} / NITKO NE VOLI SVAKOG

$VOLI(x, y)$ - x voli y

$$\forall x \forall y [VOLI(x, y)] \wedge \neg \exists x \forall y [VOLI(x, y)]$$

① PROPOZICIJSKA LOGIKA

PRETVORI U CNF (konjunktivski normalni oblik) \rightarrow sve mora biti

$$(P \Rightarrow (Q \Rightarrow R)) \Rightarrow (P \Rightarrow (R \Rightarrow Q))$$

$$\equiv (P \Rightarrow (\neg Q \vee R)) \Rightarrow (P \Rightarrow (\neg R \vee Q))$$

$$\equiv (\neg P \vee (\neg Q \vee R)) \Rightarrow (\neg P \vee (\neg R \vee Q))$$

$$\equiv (P \wedge (Q \wedge \neg R)) \vee (\neg P \vee (\neg R \vee Q))$$

$$\equiv (\underbrace{P \vee \neg P}_{1} \vee \underbrace{\neg R \vee R}_{1} \vee Q) \wedge (Q \vee \neg P \vee \neg R \vee Q) \wedge (\neg R \vee \neg P \vee \neg R \vee Q)$$

$$\equiv (Q \vee \neg P \vee \neg R) \wedge (\neg R \vee \neg P \vee Q)$$

$$\equiv (Q \vee \neg P \vee \neg R)$$

povezano s \vee
unutar zagrade i
1 izvan zagrade

$$(A \Rightarrow B) = (\neg A \vee B)$$

$$(A \Leftrightarrow B) = ((A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A))$$

2)

$$P \wedge (P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow S) \wedge (\neg S)$$

$$\equiv P \wedge (\neg P \vee Q) \wedge (\neg Q \vee S) \wedge (\neg S)$$

$$\equiv [\underbrace{(P \wedge \neg P)}_0 \vee (P \wedge Q)] \wedge [(\neg Q \wedge \neg S) \vee \underbrace{(S \wedge \neg S)}_0]$$

$$\equiv (P \wedge Q) \wedge (\neg Q \wedge \neg S)$$

$$\equiv (P \wedge \underbrace{Q \wedge \neg Q}_{0} \wedge \neg S)$$

$0 \rightarrow$ sve je $0 \Rightarrow s$ je logička posljedica

4. CTL Logika

a) $P \wedge \neg q \vee EXp$

-ispravno

kvantifikator $\left\{ \begin{array}{l} E - \text{postoji put} \\ A - \text{za svaki put} \end{array} \right.$

b) $AF(Gp \Rightarrow GFq)$

-neispravno, operator stanja

operator stanja $\left\{ \begin{array}{l} X - \text{u sljedećem stanju} \\ G - \text{za sva stanja} \\ F - \text{postoji stanje} \\ U - \text{od ovog stanja do nekog stanja} \end{array} \right.$

UVIJEK dolazi u paru s kvantifikatorom

c) $AGAFEX(p \wedge q)$

-ispravno

d) $A((pUq) \vee (qUtr))$

-neispravno, za CTL uz svaki U mora stajati kvantifikator, dok bi u CTL* ovo vrijedilo

e) $E[p \Rightarrow E(q \Rightarrow r)]$

-neispravno, kvantifikatori nemaju operator stanja uz sebe

f) $A((q \wedge r)U(p \wedge r))$

-ispravno, jedan operator stanja U ima svoj kvantifikator

(5.)

- a) UVIJEK U SVIM STANJIMA SUSTAVA VRIJEDI DA P NE VRIJEDI
DOK NE POČNE VRIJEDITI Q

$$AG[A(\neg P \vee Q)]$$

- b) POSTOJI PUT U KOJEM SE ^(postoji stanje) KONAČNO DOLAZI DO STANJA U KOJEM
VRIJEDI P I OD KOJEG DALJE P NE VRIJEDI U SLIJEDEĆA 2
STANJA

$$EF(P \wedge \underbrace{AX(\neg P \wedge AX(\neg P))}_{\substack{\hookrightarrow \text{to je} \\ \text{za prvo sljedeće stanje}}})$$

\hookrightarrow to je za drugo stanje

- c) U POČETNOM STANJU VRIJEDI P, A ZATIM POSTOJI PUT NA KOJEM
U SLIJEDEĆEM STANJU NE VRIJEDI Q

$$P \wedge EX(\neg Q)$$

\hookrightarrow početno stanje

6. LTL Logika

- a) NIJE MOGUĆE DOĆI U STANJE Gdje VRIJEDI P I NE VRIJEDI Q
(nikad)

$$\neg G(P \wedge \neg Q) \equiv \neg F(P \wedge \neg Q)$$

LTL ima samo vremenske
operatore

- b) UVIJEK SE KONAČNO DOLAZI U STANJE Gdje F - konačno
VRIJEDI P, A NAKON TOG STANJA P VRIJEDI G - uvijek
BESKONAČNO ČESTO

$$F(P \wedge GF(P))$$

X - u sljedećem koraku
U - P dok ne počne vrijediti Q

- c) UVIJEK AKO VRIJEDI P, Q ĆE VRIJEDITI OD
TOG STANJA DOK P NE PRESTANE VRIJEDITI
 $G(P \Rightarrow Q \vee \neg P)$

u LTL-u kvantifikator a
je implicitan (podrazumijeva
se), a kvantifikator E ne
postoji

⑦ FIKSNA TOČKA I BESKONAČNO IZRAČUNAVANJE STANJA

$E_p \cup r$

FIXNA točka - za ta stanja vrijedi euklidijski uvjet

$Z_0 = \emptyset$ - uzimamo uvijek kada imamo U , da smo imali EG
 \rightarrow skup stanja kada vrijedi r u skupu bi bili svi

$$Z_{k+1} = Q(r) \cup (Q(p) \cap R^{-1}(Z_k))$$

$$Q(r) = \{1, 3, 4\}$$

$$Q(p) = \{0, 1\}$$

$$R^{-1}(Z_0) = \emptyset$$

\rightarrow iz kojih stanja možemo doći u to stanje
 \rightarrow za EG se razlikuje!

$$Z_{k+1} = Q(r) \cap R^{-1}(Z_k)$$

$$Z_1 = \{1, 3, 4\} \cup (\{0, 1\} \cap \emptyset) = \{1, 3, 4\}$$

$$R^{-1}(Z_1) = \{0, 2, 1, 4, 3\}$$

\rightarrow gledam po slici

$$Z_2 = \{1, 3, 4\} \cup (\{0, 1\} \cap \{0, 2, 1, 4, 3\}) = \{1, 3, 4\} \cup \{0, 1\} = \{0, 1, 3, 4\}$$

$Z_1 \neq Z_2$ - nismo došli do fiksne točke

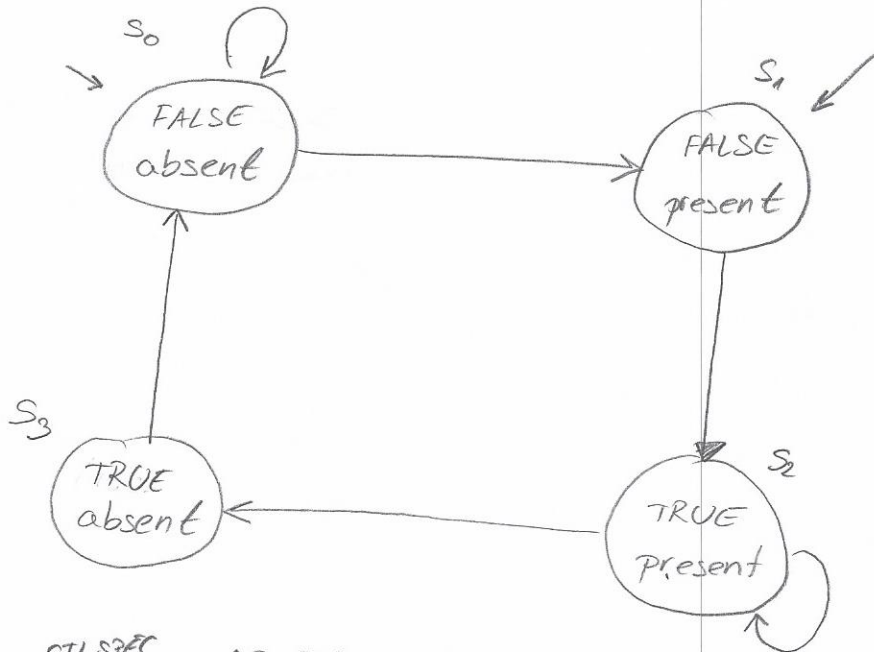
$$R^{-1}(Z_2) = \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

$$Z_3 = \{0, 1, 3, 4\} \cup (\{0, 1\} \cap \{0, 1, 2, 3, 4\}) = \{0, 1, 3, 4\} \rightarrow Z_2 = Z_3$$

DOŠLI SMO DO
FIXNE TOČKE

⑧ Sustav NUSMV

~~XXXXXX~~ ~~XXXXXX~~



a) CTLSPEC $AF EG \text{ material} = \text{present}$

Za svaki put postoji stanje iz kojeg postoji put gdje za sva stanja vrijedi $\text{material} = \text{present}$

vrijedi - iz S_1 dođemo u S_2 gdje možemo zapeti u vječnoj petlji, dakle postoji put

b) CTLSPEC $AG (\text{line_on} \rightarrow EX (AX ! \text{line_on}))$ - Da, S_2

9.

- 1) NoSMV -int
- 2) read_model -i ex1.smv
- 3) go
- 4) print_reachable_states
- 5) check_spec -n 1

10.

typedef enum ^{stanja} {START, LISTEN, BUSY} conn_state;

module server_connection (clk, listen, established, ready, reset, stop);

input clk;

input listen;

input established;

input stop, reset;

output ready;

conn_state reg state;

wire listen, established, stop, ready, reset;

assign ready = [(state = START && listen) ||
(state = LISTEN && listen) ||
(state = BUSY && stop)];

initial state = START;

always @(posedge clk) begin

if (reset) state = START;
else if (listen) state = LISTEN;
else if (established) state = BUSY;
else if (stop) state = LISTEN;

end
endmodule

svi inputi i outputi

OVO JE MEALY MODEL, na crti je input/output
da je bio MOORE model nacrti bi bio input,
a output bi pisao u stanju.

← *Assign uvijek ide
na outpute kao kombinacija
stanja i inputa

*moglo biti napisano

case(state)

START: if (listen) state = LISTEN;
else if (reset) state = START;

LISTEN: if (reset) state = START;
else if (listen) state = LISTEN;
else if (established) state = BUSY;

BUSY: if (stop) state = LISTEN;
else if (reset) state = START;
else if (established) state = BUSY;
end case;

(11)

- 1) read-bliff_mv server-connection_mv
- 2) print-models
- 3) init-verify
- 4) read-fairness server-connection fair
module-check -i server-connectionctl

① U formalnim metodama usredotočenost je na statičko (simbolično) rasuđivanje o sustavima.

② Klasifikacija formalnih metoda:

- 1) FORMALNA SPECIFIKACIJA (ASM)
- 2) FORMALNA SINTEZA (SDL)
- 3) FORMALNA VERIFIKACIJA (SAT)

③ 2 metoda formalne specifikacije

Sheme

- 1) State schema - globalne izjave o sustavu
- 2) Operation schema - opisuje učinak određenih operacija koje mijenjaju stanje podataka u sustavu
- 3) Observation schema - opisuje dohvat informacija, podaci u sustavu se ne mijenjaju

Logika

: koristi logiku predikata

④ KAKAV SM JE ISPRAVAN I KOMPLETAN

Formalni sustav $\{\Gamma, L\}$ je ISPRAVAN (sound) ako je svaki teorem logičku posljedica skupa formula $\Gamma \vdash_L w_i \Rightarrow \Gamma \models w$

Formalni sustav $\{\Gamma, L\}$ je KOMPLETAN (complete) ako je svaku logičku posljedicu skupa moguće dohvatiti pravilima L tj. $\Gamma \models w_i \Rightarrow \Gamma \vdash_L w_i$

⑤ a) $A \Rightarrow B \Rightarrow C$ koristimo lijevu asocijativnost

$$A \Rightarrow (B \Rightarrow C) \equiv \neg A \vee (B \Rightarrow C) = \neg A \vee \neg B \vee C \rightarrow \text{to je i CNF (s jednim članom) i DNF (s tri člana)}$$

$$b) \neg P \Rightarrow (P \Rightarrow Q) \equiv \neg P \vee (P \Rightarrow Q) \equiv \underbrace{\neg P \vee \neg P \vee Q}_{1} \equiv 1$$

→ U ISPRAVNOM I KOMPLETNOM sustavu vrijedi

$\Gamma \models w_i = \Gamma \vdash_L w_i$ (Logička posljedica je jednako teorem i obratno)

⑥ a) $\neg(P(c) \vee Q(c)) = \neg P(c) \wedge \neg Q(c)$ ✓ - negacija može u zagradu

b) $\exists x (P(x) \Rightarrow Q(x)) = \exists x (\neg P(x) \vee Q(x))$ ✓ - egzistencijski kvantifikator može ući u zagradu ako je disjunkcija (\vee) da je bila konjunkcija $\exists x$ nebi mogao u zagradu, ali bi mogao $\forall x$ (universalni kvant.)

c) $\forall x (P(x) \Rightarrow Q(x) \Rightarrow R(x)) = \forall x ((P(x) \wedge Q(x)) \Rightarrow R(x))$.

↑
uvijek pretvorena implikacija trebalo bi biti $\neg P(x) \vee Q(x)$

⑦ a) ANTE IMA BAREM DVIJE SESTRE

sestra(x) - x je Antina sestra

$\exists x \exists y [sestra(x) \wedge sestra(y) \wedge \neg (x=y)]$

b) ZA SVAKI BRJEG U HRVATSKOJ POSTOJI VIŠI BRJEG U HERCEGOVINI

HR(x) - x je brjeg u Hrvatskoj

HERC(x) - x je brjeg u Hercegovini

VISI(x,y) - x je viši od y

$\forall x \exists y [HR(x) \wedge HERC(y) \wedge VISI(y,x)]$ - zašto ovo ne valja??

$\forall x [HR(x) \Rightarrow \exists y [HERC(y) \wedge VISI(y,x)]]$

implikacija povlači da y nužno postoji?

⑧ a) AF preko EG

$$AFp \equiv \neg EG(\neg p)$$

b) AG preko EF

$$AGp \equiv \neg EF(\neg p)$$

c) AF preko AU

$$AFp \equiv A(\text{TRUE} \cup p)$$

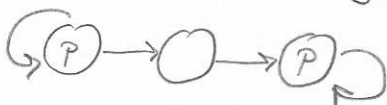
d) EG preko AU

$$EGp \equiv \neg A(\text{false} \cup \neg p)$$

⑨ LTL FGp i CTL $AF(AGp)$ usporedba

FGp konačno globalno (stalno) p

$AF(AG)p$ - na svim putevima uvijek dolazimo konačno do stanja iz kojega je dalje stalno $p = T$



$\left\{ \begin{array}{l} A - \text{svi putevi} \\ E - \text{postoji put} \\ F - \text{postoji stanje} \\ G - \text{sva stanja} \\ X - \text{sljedeće stanje} \\ U - \text{vrijedi dok nije} \end{array} \right.$

PREMA WIKIPEDIJI

$$EFp \equiv E[\text{TRUE} \cup p]$$

$$AXp \equiv \neg EX(\neg p)$$

$$AGp \equiv \neg EF(\neg p) \equiv \neg E(\text{TRUE} \cup (\neg p))$$

$$AFp \equiv A(\text{TRUE} \cup p) \equiv \neg EG(\neg p)$$

$$A(p \cup q) \equiv E[\neg q \cup \neg(p \vee q)] \vee EG(\neg q)$$

10. a) Uvijek vrijedi: ako je crveno svjetlo onda svjetli dok se ne upali žuto

$$AG[crveno \Rightarrow A(crveno \cup žuto)]$$

- b) Uvijek vrijedi: ako je crveno svjetlo tada u sljedeća dva stanja ne smije biti zeleno

$$AG[crveno \Rightarrow AX(\neg zeleno \wedge AX(\neg zeleno))]$$

11. a) Prvi i četvrti filozof nikad ne mogu jesti istovremeno

$$AG \neg (E1 \wedge E4)$$

- b) Drugi filozof uvijek jede prvi

$$\neg (E1 \wedge E3 \wedge E4 \wedge E5) \vee E2$$

- ne vrijedi dok se ne osvan
E2. Mislim da je moglo A
ispred svega

12. a) $AF R$ ✓

- za svaki put konačno ćemo doći
do stanja u kojem vrijedi R

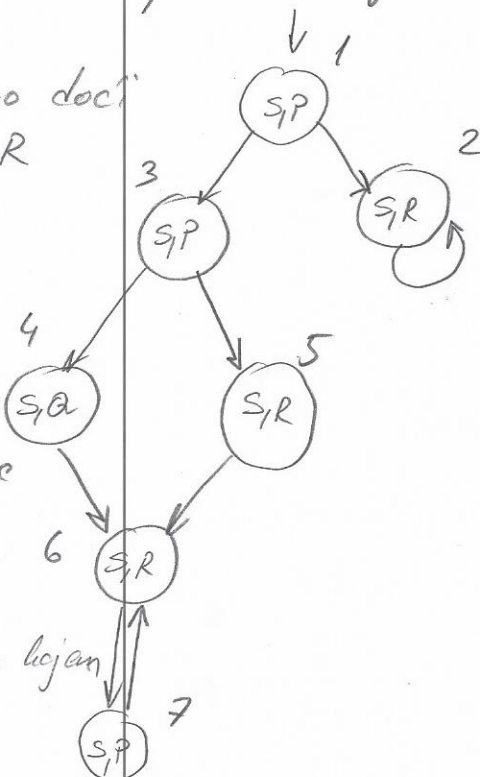
- b) $AGEF p$ X

- za svaki put za sva stanja postoji
put u kojem ćemo konačno doći
do p → ne zbog stanja 2 gdje
zapravo i ne vrijedi p

- c) $AGEF R$ ✓

- uvijek možemo doći do stanja u kojem
vrijedi R

- d) $E[p \vee (R \cup p)]$ ✓



13. EG r

$$Z_0 = \{0, 1, 2, 3, 4\}, Q(1) = \{1, 3, 4\}$$

$$Z_{k+1} = Q(r) \cap R^{-1}(Z_k)$$

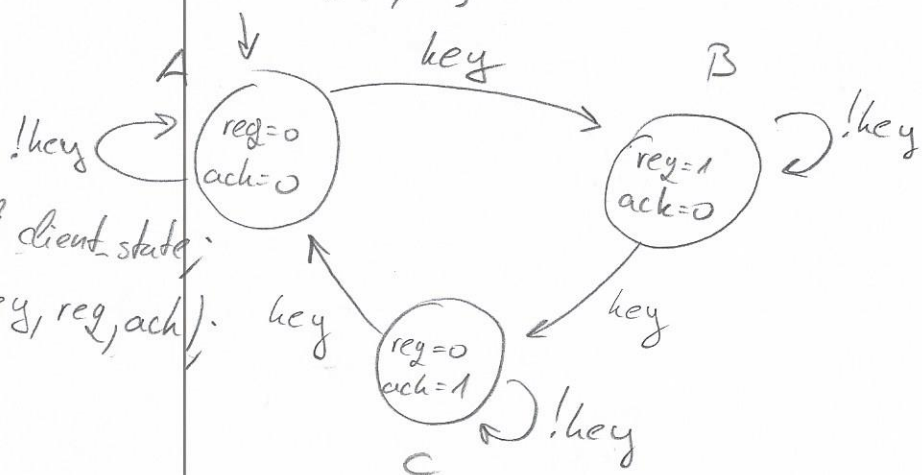
$$R^{-1}(Z_0) = \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

$$Z_1 = \{1, 3, 4\} \cap \{0, 1, 2, 3, 4\} = \{1, 3, 4\}$$

$$R^{-1}(Z_1) = \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

$$Z_2 = \{1, 3, 4\} \cap \{0, 1, 2, 3, 4\} = \{1, 3, 4\}$$

14.



```

typedef enum {A,B,C} client_state;
module client(clk, key, req, ack);
input key;
input clk;
output req;
output ack;
client_state reg state;
wire key, req, ack;

```

```

assign req = [state=A && key];

```

```

assign ack = [state=B && key];

```

```

initial state = A;

```

```

always @(posedge clk) begin

```

```

    case (state)

```

```

        A: if (key) state = B;

```

```

        B: if (key) state = C;

```

```

        C: if (key) state = A;

```

```

    end case

```

```

end

```

```

end module

```

15. Ima primera na predavayi
+ prvi labos izjestej

(15.)

ima prijava na predavanja + 1. čas

① NABROJATI FORMALNE METODE, U KOJU SPADA ASM?

FORMALNA SPECIFIKACIJA (ASM)
 FORMALNA SINTEZA (SDL)
 FORMALNA VERIFIKACIJA (SAT)

② NABROJATI TIPOVE SISTEMA KOD 2 MODELA

- 1) STATE SHEMA - globalne izjave o sustavu
- 2) OPERATION SHEMA - opisuju učinak određenih operacija koje mijenjaju stanje podataka u sustavu
- 3) OBSERVATION SHEMA - opisuju dohvat informacija, podaci u sustavu se ne mijenjaju

③ LAGANE, SREDNJE I TEŠKE TEHNIKE, KOJE SU ISPRAVNE, A KOJE KOMPLETNE

VRLO LAGANE - Neispravne i nekompletne
 SREDNJE TEŠKE - Ispravne i nekompletne
 TEŠKE - Ispravne i kompletne

④ ŠTO JE LOGIČKA POSLJEDICA
 Skup formula Γ implicira ili povlači formulu w ako je svaki model od Γ ujedno model od w . Formula w je tada logička posljedica skupa formula Γ

⑤ KAKVA JE PROPOZICIJSKA LOGIKA S OBZIROM NA ISPRAVNOST I KOMPLETNOST

Propozicijska logika je ispravna, kompletna i određiva jer operira s konačnim skupom simbola

⑥ ŠTO JE SAT PROBLEM?

Tržimo model skupa formula Γ (interpretacija koja evalira sve formule u skupu Γ istinito)

⑦ PREDIKATNA LOGIKA - NE POSTOJI CIGLA KOJA JE NA CIGLI KOJA JE TAKOĐER NA CIGLI

$C(x)$ - x je cigla

$NA(x, y)$ - x stoji na y

$$\neg \exists x \exists y \exists z (C(x) \wedge C(y) \wedge C(z) \Rightarrow (NA(x, y) \wedge NA(y, z)))$$

⑧ PREDIKATNA LOGIKA - AKO JE CIGLA NA ~~CIGLI~~ TADA ~~NISE~~ NA STOLU

$C(x)$ - x je cigla

$STOL(x)$ - x je na stolu

$NA(x, y)$ - x je na y

$$\forall x \forall y \forall z [(C(x) \wedge C(y) \wedge NA(x, y)) \Rightarrow \neg STOL(x)]$$

⑨ SVATKO VOLI NEKO GA I NITKO NE VOLI SVAKOGA

$VOLI(x, y)$ - x voli y

$$\forall x \exists y [VOLI(x, y)] \wedge \neg \exists x \forall y [VOLI(x, y)]$$

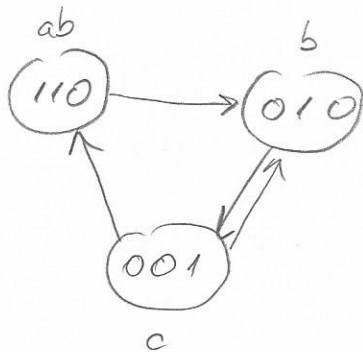
⑩ NAPISATI FORMULU KORISTEĆI JEDNAKOST $=(x, y)$
PERO IMA BAREM DVIJE SESTRJE

$SESTRA(x, PERO)$ - x je Perina sestra

$$\exists x \exists y (SESTRA(x, PERO) \wedge SESTRA(y, PERO) \wedge \neg = (x, y))$$

13

	a	b	c		a	b	c
	0	0	0		0	0	1
	0	0	1		0	1	0
	0	1	0		0	0	1
	0	1	1		0	1	0
	1	0	0		1	0	1
	1	0	1		1	1	0
start →	1	1	0		0	1	0
	1	1	1		0	1	1



$$AG(b \rightarrow EX(b|c)) \checkmark$$

Na svim putevima, u svim stanjima
ako je b tada postoji put za
koji je u sljedećem stanju b|c

$$AG(c|b) \checkmark$$

Na svim putevima u svim stanjima
je c ili b

$$AG(AF(a \wedge b)) \text{ NE}$$

-ne jer možemo zapeti između
stanja c i b

$$EX(AX(c)) \checkmark$$

-postoji put (iz inicijalnog stanja) za koji
vrijedi da iz sljedećeg stanja ^{za}sva
sljedeća stanja vrijedi c

$$EF(EG(b|c)) \checkmark$$

-postoji put kojim ćemo konačno doći u
stanje iz kojeg postoji put za koji
u svim stanjima vrijedi b ili c

$$EX(c) \text{ NE}$$

-ne jer iz inicijalnog stanja nemamo
sljedeće stanje u kojem vrijedi c

