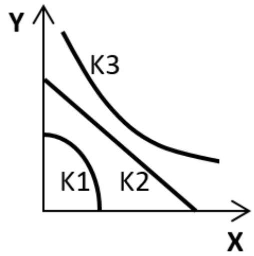
Inženjerska ekonomika, 2018/19.

Auditorne vježbe, 3.7.2019., zadaci s uputama za rješavanje. Točan odgovor je podvučen i osjenčan.

1. U vrlo pojednostavnjenom modelu, neko društvo proizvodi samo dva dobra, X i Y, kojima zadovoljava sve svoje potrebe. Pretpostavimo da ono angažira sve proizvodne resurse. Kako na grafikonu X - Y izgledaju krivulje koje povezuju sve ostvarive kombinacije količina proizvedenih dobara, ako za oba dobra vrijedi da: (i) učinkovitost dodatne proizvodnje ne ovisi o količini koja se već proizvodi; (ii) učinkovitost dodatne proizvodnje pada s porastom količine koja se već proizvodi? Uz to, odgovorite (iii) koji je uobičajeni naziv te krivulje.
   a. (i) K2; (ii) K3; (iii) Krivulja graničnog proizvoda
   b. (i) K2; (ii) K1; (iii) Granica proizvodnih mogućnosti
   c. (i) K2; (ii) K1; (iii) Krivulja proizvodnih mogućnosti
   d. (i) K3; (ii) K1; (iii) Granica međusobne zamjenjivosti
   e. (i) K1; (ii) K2; (iii) Granica proizvodnih mogućnosti



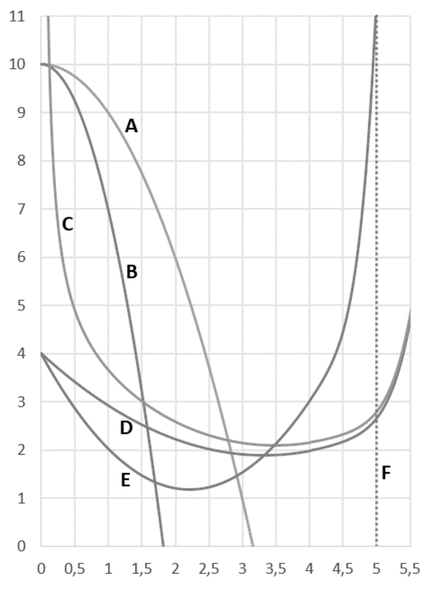
2. Potrošač kupuje samo dva dobra, *A* i *B*. Jedinične cijene tih dobara su: $P(A) = 100$ kn/kg, $P(B) = 200$ kn/kg. Raspoloživ mjesečni dohodak potrošača iznosi $Y = 6000$ kn. Familija njegovih krivulja indiferencije dana je jednadžbom: $A\,B = k$, gdje je k proizvoljna konstanta. Koju kombinaciju količina dobara *A* i *B* taj potrošač kupuje u jednom mjesecu?
   a. $A = 10$ kg, $B = 25$ kg.
   b. $A = 20$ kg, $B = 20$ kg.
   c. $A = 30$ kg, $B = 15$ kg.
   d. $A = 40$ kg, $B = 10$ kg.
   e. $A = 50$ kg, $B = 5$ kg.

3. Potrošačeve funkcije korisnosti koju on ostvaruje konzumacijom proizvoda *A* i *B* dane su jednadžbama: $U(A) = r\sqrt{A}$, odnosno $U(B) = s\sqrt{B}$. Ovdje su *r* i *s* konstante nepoznatih iznosa, a *A* i *B* su količine dobara u kilogramima mjesečno. Pretpostavimo da su dvije navedene funkcije međusobno neovisne, tj. da *U*(*A*) ne ovisi o *B*, te da *U*(*B*) ne ovisi o *A*. Recimo, dalje, da je jedinična cijena dobra *A* četiri puta veća od jedinične cijene dobra *B*. Koliki će biti omjer količina dobara koje će potrošač kupovati, *A/B*?
   a. $\frac{A}{B} = 16\left(\frac{s}{r}\right)^2$.
   b. $\frac{A}{B} = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{r}{s}}$.
   c. $\frac{A}{B} = \left(\frac{4r}{s}\right)^2$.
   d. $\frac{A}{B} = \left(\frac{r}{4s}\right)^2$.
   e. $\frac{A}{B} = 4\sqrt{\frac{s}{r}}$.

4. Neka je tržišna funkcija potražnje opisana jednadžbom $P(Q) = 10 - Q^2$, za svaki $Q \geq 0$ i $P(Q) \geq 0$, te za razdoblje od jedne godine. Dalje, neka je monopolistov granični trošak proizvodnje u dugom roku opisan jednadžbom $C_M(Q) = 0{,}574Q^2 - 2{,}547Q + 4$, i neka taj izraz vrijedi za $0 \leq Q \leq 4$. Količine Q izražene su u milijunima komada, a cijene i prosječni te granični troškovi u stotinama kuna po komadu. Koliki će biti godišnji opseg proizvodnje Q_0 u dugom roku, ako je monopolistu dopušteno da o tome samostalno odlučuje? Koliki će biti njegov Lernerov indeks, L_0?
   a. Q_0 = 2,7 milijuna komada; L_0 = 0,95.
   b. Q_0 = 0,9 milijuna komada; L_0 = 0,76.
   c. Q_0 = 2,2 milijuna komada; L_0 = 0,88.
   d. Q_0 = 1,7 milijuna komada; L_0 = 0,81.
   e. Q_0 = 1,5 milijuna komada; L_0 = 0,81.

5. (***Teža varijanta prethodnog zadatka.***)
   Neka je tržišna funkcija potražnje opisana jednadžbom $P(Q) = 10 - Q^2$, za svaki $Q \geq 0$ i $P(Q) \geq 0$, te za razdoblje od jedne godine. Dalje, neka je monopolistov granični trošak proizvodnje u dugom roku opisan jednadžbom $C_M(Q) = 0{,}574Q^2 - 2{,}547Q + 4$, i neka taj izraz vrijedi za $0 \leq Q \leq 4$. Količine Q izražene su u milijunima komada, a cijene i prosječni te granični troškovi u stotinama kuna po komadu. Koliki će biti godišnji opseg proizvodnje Q_0 u dugom roku, ako je monopolistu dopušteno da o tome samostalno odlučuje, te koliki će biti njegov godišnji profit, π_0? Koliki će pritom biti njegov Lernerov indeks, L_0?
   a. Q_0 = 1,9 milijuna komada; π_0 = 850 milijuna kuna; L_0 = 0,88.
   b. Q_0 = 0,15 milijuna komada; π_0 = 72 milijuna kuna; L_0 = 0,92.
   c. Q_0 = 1,7 milijuna komada; π_0 = 803 milijuna kuna; L_0 = 0,81.
   d. Q_0 = 2,7 milijuna komada; π_0 = 962 milijuna kuna; L_0 = 0,75.
   e. Q_0 = 2,2 milijuna komada; π_0 = 70,2 milijuna kuna; L_0 = 0,75.

6. Na priloženoj slici nacrtano je nekoliko krivulja. Koji odgovor točno opisuje njihovo značenje. Na apscisnoj osi su količine proizvoda, a na ordinatnoj su jedinične cijene te prosječni i granični troškovi, odnosno prihodi.
   a. A = potražnja; B = granični prihod; C = prosječni ukupni trošak; D = prosječni varijabilni trošak; E = granični trošak; F = proizvodni kapacitet
   b. A = ponuda; B = granični trošak; C = prosječni varijabilni trošak; D = prosječni ukupni trošak; E = granični prihod; F = proizvodni kapacitet
   c. A = potražnja; B = granični prihod; C = prosječni ukupni trošak; D = prosječni granični trošak; E = ukupni granični trošak; F = proizvodni kapacitet
   d. A = granični prihod; B = potražnja; C = ukupni trošak; D = varijabilni trošak; E = granični trošak; F = proizvodni trošak
   e. A = granični prihod; B = prosječni trošak; C = potražnja; D = varijabilni trošak; E = ukupni prosječni trošak; F = proizvodni trošak



7. Proizvođač sladoleda lansirao je na tržište novi sladoled sa zdravijim sastojcima od većine već ponuđenih. Ubrzo je utvrdio da mu u prosjeku 20% dnevno proizvedene količine ostaje neprodano. Zbog toga je spustio cijenu za 15%. Na taj način osigurao je prodaju čitave proizvedene količine, a trgovine nisu zabilježile dodatnu nezadovoljenu potražnju kupaca. Još dvije godine nakon snižavanja cijene prodaja je porasla za dodatnih 10% u odnosu na maksimalno ranije zabilježenu razinu. Procijenite, najbolje što možete iz zadanih podataka, kolika je po apsolutnoj vrijednosti: (i) kratkoročna cjenovna elastičnost potražnje, E_k, za tim sladoledom; (ii) dugoročna cjenovna elastičnost potražnje, E_d, za njime.
   a. (i) E_k = 2,67; (ii) E_d = 2,94;
   b. (i) E_k = 2,31; (ii) E_d = 2,75;
   c. (i) E_k = 1,42; (ii) E_d = 1,68;
   d. (i) E_k = 0,82; (ii) E_d = 1,73;
   e. (i) E_k = 1,37; (ii) E_d = 1,95.

8. Tržišna potražnja za nekim proizvodom modelirana je funkcijom $P(Q) = 100 - Q$. Jedinična cijena P izražena je u kn/kom., a godišnja isporučena količina Q u tisućama kom. Vrijedi: $Q \in [0,100]$, pa je stoga i $P \in [0,100]$. Količinski postotak, k, od ukupne prodane količine na tom tržištu, kojeg ostvaruje jedno konkretno poduzeće između onih koja proizvode promatrani proizvod, ovisi o cijeni po kojoj ga ono nudi, i to kao: $k(P) = 0{,}3\ [100 - P(Q)]$. Granični trošak kojeg ostvaruje promatrano poduzeće pri nama zanimljivim opsezima proizvodnje približno je konstantan i iznosi C_M = 20 kn/kom., a prosječni trošak je pedeset posto veći od graničnog. Koliku količinu Q_0 će promatrano poduzeće proizvoditi u godini dana, i koliki će pritom ostvarivati profit π_0?
   a. Q_0 = 85,3 tisuće kom.; π_0 = 1,425 milijuna kn;
   b. Q_0 = 5,69 tisuća kom.; π_0 = 94,8 tisuća kn;
   c. Q_0 = 26,5 tisuća kom.; π_0 = 441,8 tisuća kn;
   d. Q_0 = 17,1 tisuću kom.; π_0 = 284,4 tisuće kn;
   e. Q_0 = 8,53 tisuće kom.; π_0 = 142,5 tisuća kn.

9. (***Lakša varijanta prethodnog zadatka.***)
   Tržišna potražnja za nekim proizvodom modelirana je funkcijom $P(Q) = 100 - Q$. Jedinična cijena P izražena je u kn/kom., a godišnja isporučena količina Q u tisućama kom. Vrijedi: $Q \in [0,100]$, pa je stoga i $P \in [0,100]$. Pri svakoj razini cijena, jedno od poduzeća koje snabdijeva ovo tržište isporučuje četvrtinu od ukupno prodane količine. Granični trošak kojeg ostvaruje promatrano poduzeće pri nama zanimljivim opsezima proizvodnje približno je konstantan i iznosi C_M = 20 kn/kom., a prosječni trošak je pedeset posto veći od graničnog. Koliku količinu Q_0 će promatrano poduzeće proizvoditi u godini dana, i koliki će pritom ostvarivati profit π_0?
   a. Q_0 = 20 tisuća kom.; π_0 = 600 tisuća kn;
   b. Q_0 = 10 tisuća kom.; π_0 = 300 tisuća kn;
   c. Q_0 = 20 tisuća kom.; π_0 = 300 tisuća kn;
   d. Q_0 = 20 tisuća kom.; π_0 = – 200 tisuća kn (gubitak);
   e. Q_0 = 10 tisuća kom.; π_0 = – 300 tisuća kn (gubitak).

10. Tržišna potražnja za nekim proizvodom modelirana je funkcijom $P(Q) = 100 - Q$. Jedinična cijena P izražena je u kn/kom., a godišnja isporučena količina Q u tisućama kom. Vrijedi: $Q \in [0,100]$, pa

je stoga i $P \in [0,100]$. Neko poduzeće koje proizvodi za to tržište ima granični trošak proizvodnje od 10 kn/kom., a prosječni 20 kn/kom. Ono je u promatranoj godini ostvarilo profit od 315 tisuća kuna. Koliki je bio njegov količinski tržišni udio (odnosno, udio u ukupno isporučenoj robi na čitavom tržištu), ako je on jednak pri svim razinama cijena?

a. 10%
b. 15%
c. 20%
d. 30%
e. 45%

11. Tržišna potražnja za nekim proizvodom modelirana je funkcijom $P(Q) = 100 – Q$. Jedinična cijena P izražena je u kn/kom., a godišnja isporučena količina Q u tisućama kom. Vrijedi: $Q \in [0,100]$, pa je stoga i $P \in [0,100]$. Pretpostavimo da pri svakoj razini cijena jedno od poduzeća koje snabdijeva ovo tržište isporučuje 100r postotaka od ukupno prodane količine. Granični trošak kojeg ostvaruje promatrano poduzeće pri nama zanimljivim opsezima proizvodnje približno je konstantan i iznosi $C_M = 20$ kn/kom., a prosječni trošak je x puta veći od graničnog. Kako ovisi ravnotežni profit ovog poduzeća o veličinama r i x?

a. $\pi_0 = 40r\,(40 – 20x)$
b. $\pi_0 = 40r\,(60 + 20x)$
c. $\pi_0 = 20r\,(60 – 40x)$
d. $\pi_0 = 40r\,(60 – 20x)$
e. $\pi_0 = 40r\,(60 + 20x)$

12. Na savršeno konkurentnom tržištu funkcija ponude ima oblik $P_s(Q^*) = 2Q^*$, dok funkcija potražnje ima oblik $P_d(Q^*) = 10 – 3Q^*$. S Q^* označene su ukupne količine proizvoda kojima se trguje na tom tržištu. Granični trošak nekog poduzeća koje djeluje kao proizvođač na tom tržištu modeliran je funkcijom $C_M(Q) = 0{,}5Q^2 – 1{,}5Q + 4$, gdje su sa Q označene količine koje može proizvoditi samo to pojedinačno poduzeće. Fiksni prosječni trošak iznosi $0{,}75/Q$. Količine Q izražene su u tisućama komada, a cijene i prosječni te granični troškovi u stotinama kuna po komadu. Za ravnotežne vrijednosti Q_0^* i Q_0 uvijek vrijedi: $Q_0^* >>> Q_0$. Koliki profit π_0 ostvaruje to poduzeće u krakom roku (i), a koliki u dugom (ii)?

a. (i) π_0 = 150 tisuća kn (kratki rok); (ii) π_0 = nepoznat jer nema dovoljno podataka (dugi rok).
b. (i) π_0 = 275 tisuća kn (kratki rok); (ii) π_0 = nepoznat jer nema dovoljno podataka (dugi rok).
c. (i) π_0 = 300 tisuća kn (kratki rok); (ii) π_0 = 0 kn (dugi rok).
d. (i) π_0 = 275 tisuća kn (kratki rok); (ii) π_0 = 150 tisuća kn (dugi rok).
e. (i) π_0 = 150 tisuća kn (kratki rok); (ii) π_0 = 0 kn (dugi rok).

13. Na savršeno konkurentnom tržištu funkcija ponude ima oblik $P_s(Q^*) = 2Q^*$, dok funkcija potražnje ima oblik $P_d(Q^*) = 9 – Q^*$. S Q^* označene su ukupne količine proizvoda kojima se trguje na tom tržištu. Granični trošak nekog poduzeća koje djeluje kao proizvođač na tom tržištu modeliran je funkcijom $C_M(Q) = 0{,}5Q^2 – 1{,}5Q + 6$, gdje su sa Q označene količine koje može proizvoditi samo to pojedinačno poduzeće. Količine Q izražene su u tisućama komada, a cijene i prosječni te granični troškovi u stotinama kuna po komadu. Za ravnotežne vrijednosti Q_0^* i Q_0 uvijek vrijedi: $Q_0^* >>> Q_0$. Zaokružite točnu izjavu.

a. Poduzeće uopće neće proizvoditi.
b. Poduzeće će proizvoditi godišnju količinu od 3 tisuće komada.
c. Poduzeće će proizvoditi godišnju količinu između 2 i 2,5 tisuće komada.
d. Poduzeće će proizvoditi godišnju količinu od 6 tisuća komada.
e. Nije moguće izračunati jer nema dovoljno podataka.

14. (***Varijanta prethodnog zadatka.***)
Na savršeno konkurentnom tržištu funkcija ponude ima oblik $P_s(Q^*) = 1$ za $Q^* \in [0,3]$, odnosno $P_s(Q^*) = 2Q^* - 5$ za $Q^* > 3$, dok funkcija potražnje ima oblik $P_d(Q^*) = 4 - Q^*$ za $Q^* \in [0,4]$. S Q^* označene su ukupne količine proizvoda kojima se trguje na tom tržištu. Granični trošak nekog poduzeća koje djeluje kao proizvođač na tom tržištu modeliran je kao $C_M(Q) = 0{,}5Q^2 - 1{,}5Q + 1$, gdje su sa Q označene količine koje može proizvoditi samo to pojedinačno poduzeće. Količine Q izražene su u tisućama komada, a cijene i prosječni te granični troškovi u stotinama kuna po komadu. Za ravnotežne vrijednosti Q_0^* i Q_0 uvijek vrijedi: $Q_0^* >>> Q_0$. Zaokružite točnu izjavu.
a. Poduzeće uopće neće proizvoditi.
b. Poduzeće će proizvoditi godišnju količinu od 3 tisuće komada.
c. Poduzeće će proizvoditi godišnju količinu između 2 i 3 tisuće komada.
d. Poduzeće će proizvoditi godišnju količinu od 4 tisuća komada.
e. Nije moguće izračunati jer nema dovoljno podataka.

15. Funkcije ukupnog proizvoda kojeg tvornica ostvaruje korištenjem, među ostalim, dvaju inputa, A i B, dane su jednadžbama: $Q(A) = \alpha\sqrt{A}$, odnosno $Q(B) = \beta\sqrt{B}$. Ovdje su α i β konstante nepoznatih iznosa, a A i B su količine inputa. Pretpostavimo da su dvije navedene funkcije međusobno neovisne, tj. da $Q(A)$ ne ovisi o B, te da $Q(B)$ ne ovisi o A. Recimo, dalje, da je jedinična cijena inputa A dva puta veća od jedinične cijene inputa B. Koliki će biti omjer količina dvaju promatranih inputa koje će proizvođač koristiti kada je u ravnoteži?
a. $\frac{A}{B} = 4\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^2$.
b. $\frac{A}{B} = \left(\frac{\alpha}{2\beta}\right)^2$.
c. $\frac{A}{B} = \left(\frac{4\beta}{\alpha}\right)^2$.
d. $\frac{A}{B} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\beta}{\alpha}}$.
e. $\frac{A}{B} = 2\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}$.

Rješenja

1. **b**

   (i) K2 jer pri svakoj već dostignutoj razini proizvodnje npr. dobra X neku dodatnu količinu njega možemo proizvesti odustajanjem od proizvodnje uvijek iste količine dobra Y.
   (ii) K1 jer pri nekoj već dostignutoj razini proizvodnje npr. dobra X dodatnu količinu njega možemo proizvesti odustajanjem od proizvodnje sve veće količine dobra Y, s obzirom da je proizvodnja dobra X sve manje efikasna (tj. za nju trebamo sve više resursa koje možemo dobiti jedino odustajanjem od proizvodnje dijela količine Y, s obzirom da smo na granici proizvodnih mogućnosti). Zbog toga je krivulja to zakrenutija prema osi X, što je već dostignuta količina X veća.
   (iii) Vidi skriptu ili slajdove.

2. **c**

   Zadani problem ima tri jednadžbe i tri nepoznanice (A, B, k). Prve dvije jednadžbe su (i) jednadžba budžetskog ograničenja te (ii) jednadžba familije indiferencijiskih krivulja, dok se treća (iii) dobiva deriviranjem jednadžbe indiferencijskih krivulja i izjednačavanjem derivacije s nagibom pravca budžetskog ograničenja:
   (i) $100A + 200B = 6000$
   (ii) $AB = k$
   (iii) $B = k/A \Rightarrow B' = -k/A^2 = -2 \Rightarrow A^2 = 2k$
   Pomnoži li se (i) s faktorom $A/100$, slijedi:
   $A^2 + 2AB = 60A \quad \Rightarrow \quad A^2 + 2k = 60A$ (zbog (ii)) $\Rightarrow \quad 2A^2 = 60A$ (zbog (iii)) $\quad \Rightarrow \quad A = 30$ kg
   Iz toga jednostavno slijedi: $B = 15$ kg.
   Napomena: Student koji zna da treba pronaći u kojoj točki neka indidferencijska krivulja tangira budžetski pravac te koji zna da treba naći sjecište (i) i (ii) uz uvjet (iii), može jednostavno provjeriti ponuđena rješenja uvrštavanjem brojeva i sve tri jednadžbe, tako da mu je i ta opcija rješavanja zadatka na raspolaganju.

3. **d**

   Student treba znati da u točki ravnoteže krivulja indiferencije ima isti nagib kao pravac budžetskog ograničenja. Osim toga, on treba znati da su krivulje indiferencije one na kojima je ukupna korisnost konstantna. S obzirom da je zadano da su funkcije korisnosti neovisne, krivulje indiferencije definirane su izrazom:
   $U(A) + U(B) = konst.$ Totalni diferencijal ovog izraza je:
   $r\frac{\partial U(A)}{\partial A}\mathrm{d}A + s\frac{\partial U(B)}{\partial B}\mathrm{d}B = 0.$ Deriviranjem zadanih izraza za funkcije U te sređivanjem slijedi:
   $\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}A} = -\frac{r}{s}\sqrt{\frac{B}{A}}.$
   Iz zadanih podataka o odnosu jediničnih cijena dobara A i B vidi se da nagib pravca budžetskog ograničenja, koji mora biti jednak $\mathrm{d}B/\mathrm{d}A$, iznosi –4, iz čega izravno slijedi rješenje zadatka.

4. **d**

   Potrebno je izjednačiti granični prihod i granični trošak, iz čega će slijediti Q_0. S obzirom da je ukupan prihod jednak $R(Q) = Q\,P(Q) = 10Q - Q^3$, granični prihod je jednak $R_M(Q) = 10 - 3Q^2$. To treba izjednačiti sa zadanom formulom za granični trošak, iz čega slijedi kvadratna jednadžba: $3{,}574Q^2 - 2{,}547Q - 6 = 0$. Ona ima samo jedno pozitivno rješenje:

$$Q_0 = \frac{2,547 + \sqrt{(2,547)^2 - 4 \cdot 3,574 \cdot (-6)}}{2 \cdot 3,574} = 1,7 .$$

Taj broj treba pomnožiti još sa zadanom mjernom jedinicom za količine (milijuni komada), pa slijedi rješenje Q_0 = 1,7 milijuna komada. Cijena koju će monopolist zaračunavati za svoj proizvod dobiva se iz funkcije potražnje: $P_0 = 10 - Q_0^2 = 10 - (1,7)^2 = 7,11$. To treba pomnožiti mjernom jedinicom za cijene, tj. sa 100 kn/kom. Stoga je P_0 = 711 kn/kom. Formula za granični trošak je zadana, pa slijedi: $C_M(Q_0) = 0,574Q_0^2 - 2,547Q_0 + 4 = 0,574 \times (1,7)^2 - 2,547 \times 1,7 + 4 = 1,33$. Dakle, granični trošak pri količini Q_0 iznosi 133 kn/kom. Lernerov indeks je jednak $L = (P - C_M)/P$, pa pri opsegu proizvodnje od Q_0 on iznosi: $L_0 = (711 - 133)/711 = 0,81$.

5. c

Sve je isto kao u objašnjenju rješenja zadatka 4. Dodatno, potrebno je izračunati prosječni trošak pri Q_0, kako bi se mogao izračunati profit kao $Q_0\,[P_0 - C_A(Q_0)]$. Stoga je potrebno doći do formule za prosječni trošak. Da bi to učinio, student mora znati da su u dugom roku svi troškovi varijabilni te da zbog toga prosječni i granični trošak za Q = 0 imaju istu vrijednost.
Prosječni trošak jednak je $C_A(Q) = C_{uk}(Q)/Q$, dok je granični trošak jednak $C_M(Q) = \mathrm{d}C_{uk}(Q)/\mathrm{d}Q$. Slijedi:

$$C_A(Q) = \frac{1}{Q}\int C_M(Q)\cdot \mathrm{d}Q = \frac{1}{Q}\int \left(0,574Q^2 - 2,547Q + 4\right)\cdot \mathrm{d}Q = \frac{1}{Q}\left(\frac{0,574}{3}Q^3 - \frac{2,547}{2}Q^2 + 4 + konst.\right) =$$

$$= \frac{0,574}{3}Q^2 - \frac{2,547}{2}Q \ + 4 + \frac{konst.}{Q}.$$

U posljednjem članu mora biti *konst.* = 0, jer nema fiksnog troška, tj. jer vrijedi: $C_A(0) = C_M(0) = 4$. Naime, *konst.*/Q bi bio fiksni prosječni trošak, odnosno vrijednost konstante integracije (*konst.*) bila bi jednaka fiksnom trošku. (Uz *konst.* = 0, neodređeni izraz 0/0 u limesu je jednak nuli zbog L'Hospitalovog pravila.) Stoga, prosječni trošak je: $C_A(Q) = 0,1913Q^2 - 0,849Q + 4$, što za vrijednosti Q_0 iznosi: $C_A(Q_0) = 0,1913 \times (1,7)^2 - 0,849 \times 1,7 + 4 = 2,388$. Razlika između prodajne cijene i prosječnog troška proizvodnje iznosi $P_0 - C_A(Q_0) = 7,11 - 2,388 = 4,722$, tj. 472,2 kn. Profit je stoga jednak π_0 = 1,7 mil. × 472,2 = 803 milijuna kuna. U rješenju zadatka 4 vidi se postupak i za ostale tražene vrijednosti, koje iznose: Q_0 = 1,7 milijuna komada i L_0 = 0,81.

6. a

A i B su padajuće krivulje. Jedna od njih je potražnja, a druga je granični prihod. Potražnja je A jer je za svaki apscisni iznos (dvostruko) manje strma, kako i treba biti. B je stoga granični prihod. A i B kreću iz iste točke, što je također ispravno. Što su ostale krivulje, na prvi je pogled evidentno iz skripte i sa slajdova, pa za njih nije potrebno posebno dodatno objašnjenje.

7. e

Tetivna formula za cjenovnu elastičnost je najbolja aproksimacija koja se može upotrijebiti kad su zadane samo dvije točke (P,Q). Njen apsolutni iznos je: $E = \frac{P_2 + P_1}{Q_2 + Q_1}\cdot\left|\frac{Q_2 - Q_1}{P_2 - P_1}\right|$. Iz izraza se vidi da mjerene jedinice veličina P i Q nisu važne, jer se sve međusobno pokrate. Stoga se može napisati:
- za kratki rok: P_1 = 1; P_2 = 0,85; Q_1 = 0,8; Q_2 = 1. Slijedi da je E_k = (1,85 × 0,2)/(1,8 × 0,15) = 1,37.
- za dugi rok: P_1 = 1; P_2 = 0,85; Q_1 = 0,8; Q_2 = 1,1. Slijedi da je E_d = (1,85 × 0,3)/(1,9 × 0,15) = 1,95.

8. e

Najprije treba naći funkciju rezidualne potražnje. S obzirom da je funkcija potražnje zadana kao $P(Q) = 100 - Q$, vrijedi: $Q = 100 - P(Q)$. Količine koje pri svakoj razini cijena $P(Q)$ isporučuje promatrano poduzeće bit će stoga jednake [100 – $P(Q)$] × $k(P)$/100 = 0,3[100 – $P(Q)$]/100. Stoga rezidualna potražnja ima oblik: $100Q = 0{,}3[100 - P(Q)]^2$. Iz toga se lako dobije „standardni“ oblik funkcije rezidualne potražnje: $P(Q) = 100 - \frac{10}{\sqrt{0{,}3}} \cdot \sqrt{Q}$. Funkcija ukupnog prihoda stoga glasi:

$R(Q) = QP(Q) = 100Q - \frac{10}{\sqrt{0{,}3}} \cdot \sqrt{Q^3}$, što znači da je granični prihod jednak:

$R_M(Q) = R'(Q) = 100 - \frac{3}{2} \cdot \frac{10}{\sqrt{0{,}3}} \cdot \sqrt{Q}$. Njega treba izjednačiti s C_M, za kojeg je zadano da je jednak 20, kako bi se dobio iznos Q_0: $100 - \frac{3}{2} \cdot \frac{10}{\sqrt{0{,}3}} \cdot \sqrt{Q_0} = 20 \quad \Rightarrow \quad Q_0 = 0{,}3 \cdot \left(\frac{80}{15}\right)^2 = 8{,}53$.

Cijena koju poduzeće postiže pri toj razini isporuke pronalazi se na njegovoj rezidualnoj funkciji potražnje: $P(Q_0 = 8{,}53) = 100 - \frac{10}{\sqrt{0{,}3}} \cdot \sqrt{8{,}53} = 46{,}6$. Profit po jednom prodanom proizvodu jednak je razlici prodajne cijene i prosječnog troška, za kojeg je zadano da je 50% veći od graničnog. Stoga je $\pi_0 = Q_0 [P(Q_0) - 1{,}5C_M]$ = 8,53 (46,7 – 30) = 142,5. Kako su cijene zadane u kunama, a količine u tisućama komada, konačni rezultati su:
Q_0 = 8,53 tisuće kom., π_0 = 142,5 tisuća kn.

9. b

Najprije treba naći funkciju rezidualne potražnje. S obzirom da je funkcija potražnje zadana kao $P(Q) = 100 - Q$, te da promatrano poduzeće pri svakoj razini cijena isporučuje jednu četvrtinu od ukupne količine proizvoda tražene na tržištu, njegova rezidualna funkcija potražnje ima oblik $P(Q) = 100 - 4Q$. Kako se radi o linearnoj funkciji, odmah se vidi da je granični prihod jednak: $R_M(Q) = 100 - 8Q$. Njega treba izjednačiti s graničnim troškom, za kojeg je zadano da iznosi 20. $100 - 8Q_0 = 20 \;\Rightarrow\; Q_0 = 10$. Cijena koja odgovara toj količini pronalazi se na rezidualnoj funkciji potražnje: $P(Q_0) = 100 - 4 \times 10 = 60$. Za prosječni trošak zadano je da je 50% veći od graničnog, pa prema tome iznosi 30. Profit po jednom prodanom proizvod stoga iznosi 60 – 30 = 30, a ukupan profit dobiva se množenjem tog broja s brojem prodanih proizvoda, te iznosi 10 × 30 = 300. Kako su u zadatku cijene zadane u kunama, a količine u tisućama komada, konačni odgovori su:
Q_0 = 10 tisuća kom., π_0 = 300 tisuća kn.

10. c

Ako uz zadani oblik funkcije potražnje, $P(Q) = 100 - Q$, poduzeće pri svakoj razini cijena ima jednak tržišni udio, tada će njegova rezidualna funkcija potražnje biti: $P(Q) = 100 - kQ$, gdje je k realni broj veći od 1. Tržišni udio pri svakoj razini cijene tada će očito iznositi $100/k$ postotaka. Funkcija graničnog prihoda tada će biti: $R_M(Q) = 100 - 2kQ$, i nju treba izjednačiti s graničnim troškom: $100 - 2kQ_0 = 10 \;\Rightarrow\; Q_0 = 45/k$. Ukupan profit iznosi: $\pi_0 = Q_0 [P(Q_0) - C_A]$, gdje je $P(Q_0)$ rezidualna funkcija potražnje. Dakle: $315 = (45/k)\,[100 - k(45/k) - 20] = 35 \times 45/k$. Iz toga slijedi: $k = 35 \times 45/315 = 5$, pa je prema tome traženi postotni tržišni udio jednak 100/5 = 20%.

11. d

Zadana je funkcija tržišne potražnje, $P(Q) = 100 - Q$. Ako pri svakoj razini cijena poduzeće ostvaruje tržišni udio od $100r$ postotaka ukupno prodane količine, njegova rezidualna funkcija potražnje je: $P(Q) = 100 - Q/r$. Stoga je granični prihod: $R_M(Q) = 100 - 2Q/r$. Kako bi se izračunala ravnotežna količina Q_0, njega treba izjednačiti s graničnim troškom, za kojeg je zadano da iznosi 20, pa vrijedi: $100 - 2Q_0/r = 20 \;\Rightarrow\; Q_0 = 40r$. Prosječni trošak je x puta veći od graničnog, a kako je profit po prodanom proizvodu jednak razlici između prodajne cijene i prosječnog troška, te kako prodajnu cijenu pronalazimo na rezidualnoj funkciji potražnje, slijedi izraz za ukupni profit: $\pi_0 = Q_0\,[P(Q_0) - C_A] = 40r\,[100 - Q_0/r - xC_M] = 40r\,[100 - 40r/r - 20x] = 40r\,[60 - 20x]$.

12. e

Najprije treba pronaći tržišnu cijenu, koju određuju sveukupna ponuda i potražnja, $P_s(Q^*)$ i $P_d(Q^*)$. Dakle: $10 - 3Q_0^* = 2Q_0^* \;\Rightarrow\; Q_0^* = 2$. Iz bilo koje od tih dviju funkcija slijedi tržišna cijena: $P_0 = 4$. Kako je tržište savršeno konkurentno, granični prihod je konstantan i jednak: $R_M = P_0 = 4$. Poduzeće postiže ravnotežu kod opsega proizvodnje kod kojeg je granični trošak jednak graničnom prihodu: $0{,}5\,Q_0^2 - 1{,}5Q_0 + 4 = 4 \;\Rightarrow\; Q_0 = 3$. Formulu za prosječni trošak treba izračunati, koristeći se činjenicom da je granični trošak derivacija ukupnog. Stoga:

$$C_A(Q) = \frac{C(Q)}{Q} = \frac{1}{Q}\int C_M(Q)\cdot \mathrm{d}Q = \frac{1}{Q}\int\left(0{,}5Q^2 - 1{,}5Q + 4\right)\mathrm{d}Q = \frac{1}{Q}\left[\frac{0{,}5}{3}Q^3 - \frac{1{,}5}{2}Q^2 + 4Q + konst.\right] =$$

$$= \frac{1}{6}Q^2 - \frac{3}{4}Q + 4 + \frac{konst.}{Q}.$$

S obzirom da je ukupni trošak uz $Q = 0$ jednak fiksnom trošku, iz zadanih podataka izlazi da je konstanta integracije jednaka *konst.* = 0,75 = ¾. Stoga je konačna formula za prosječni trošak:

$$C_A(Q) = \frac{3}{4Q} + \frac{1}{6}Q^2 - \frac{3}{4}Q + 4.$$ Iz nje se izračuna prosječni trošak u ravnoteži:

$$C_A(Q_0) = \frac{3}{4\cdot 3} + \frac{1}{6}3^2 - \frac{3}{4}\cdot 3 + 4 = \frac{7}{2} = 3{,}5.$$ Prema tome, profit je $\pi_0 = Q_0\,[P_0 - C_A(Q_0)] =$ $= 3 \times (4 - 3{,}5) = 1{,}5$. S obzirom na zadane mjerne jedinice cijena i količina, ukupan profit u kratkom roku iznosi $\pi_0 = 150$ tisuća kn. U dugom roku, profit ostvaren na savršeno konkurentnom tržištu jednak je nuli kad je poduzeće u ravnoteži. (To student treba znati.)

13. b

Ovdje je potrebno provjeriti je li poduzeće iznad točke prestanka proizvodnje, tj. je li mu prosječni varijabilni trošak niži od tržišne cijene. Najprije treba pronaći tržišnu cijenu, iz ravnoteže ukupne tržišne ponude i potražnje: $2Q_0^* = 9 - Q_0^* \;\Rightarrow\; Q_0^* = 3$. Slijedi (npr. iz zadane funkcije tržišne ponude): $P_0 = 2Q_0^* = 6$. Stoga je i granični prihod $R_M = 6$. Izjednačivanje njega s graničnim troškom daje: $0{,}5Q_0^2 - 1{,}5Q_0 + 6 = 6 \;\Rightarrow\; Q_0 = 3$. Funkcija prosječnog varijabilnog troška dobiva se kao:

$$C_{AV}(Q) = \frac{1}{Q}\int C_M(Q)\cdot \mathrm{d}Q = \frac{1}{Q}\int\left(0{,}5Q^2 - 1{,}5Q + 6\right)\mathrm{d}Q = \frac{1}{Q}\left[\frac{0{,}5}{3}Q^3 - \frac{1{,}5}{2}Q^2 + 6Q + konst.\right] =$$

$$= \frac{1}{6}Q^2 - \frac{3}{4}Q + 6 + \frac{konst.}{Q}.$$

Konstantu integracije izjednačavamo s nulom jer nam fiksni dio troška nije potreban (niti poznat), pa je: $C_{AV}(Q) = \frac{1}{6}Q^2 - \frac{3}{4}Q + 6.$ Prosječni varijabilni trošak u ravnoteži je jednak:

$$C_{AV}(Q_0) = \frac{1}{6}\cdot 3^2 - \frac{3}{4}\cdot 3 + 6 = \frac{21}{4} = 5{,}25$$, a to je manje od tržišne cijene P_0, koja iznosi 6. Stoga će poduzeće proizvoditi 3 tisuće komada proizvoda u godini. (Zaključak o profitu se ne može donijeti bez poznavanja fiksnog troška, ali to se u zadatku ni ne pita.)

14. b

Ovdje je također potrebno provjeriti je li poduzeće iznad točke prestanka proizvodnje, tj. je li mu prosječni varijabilni trošak niži od tržišne cijene. Najprije treba pronaći tržišnu cijenu, iz ravnoteže ukupne tržišne ponude i potražnje. Kako je funkcija tržišne ponude zadana kao lomljena, treba provjeriti s kojim njenim dijelom se siječe funkcija tržišne potražnje. Ispada da je sjecište točno u koljenu, pri $Q_0^* = 3$, pa se odmah vidi i da je $P_0 = 1$. Stoga je i granični prihod $R_M = 1$. Izjednačivanje njega s graničnim troškom daje: $0{,}5Q_0^2 - 1{,}5Q_0 + 1 = 1 \Rightarrow Q_0 = 3$. Funkcija prosječnog varijabilnog troška dobiva se analognim postupkom onom opisanom u rješenju prethodnog zadatka, te glasi: $C_{AV}(Q) = \frac{1}{6}Q^2 - \frac{3}{4}Q + 1.$ U ravnoteži poduzeća taj trošak iznosi:

$C_{AV}(Q_0) = \frac{1}{6}\cdot 3^2 - \frac{3}{4}\cdot 3 + 1 = \frac{1}{4} = 0{,}25$, a to je manje od tržišne cijene P_0, koja iznosi 1. Stoga će poduzeće proizvoditi 3 tisuće komada proizvoda u godini. (Zaključak o profitu se ne može donijeti bez poznavanja fiksnog troška, ali to se u zadatku ni ne pita.)

15. b

Student treba znati da u točki ravnoteže izokvanta ima isti nagib kao pravac budžetskog ograničenja poduzeća. Osim toga, on treba znati da su izokvante krivulje na kojima je ukupan proizvod konstantan. S obzirom da je zadano da su funkcije proizvoda neovisne, izokvante su definirane izrazom:

$Q(A) + Q(B) = \mathit{konst}.$ Totalni diferencijal ovog izraza je:

$\alpha \frac{\partial Q(A)}{\partial A} \mathrm{d}A + \beta \frac{\partial Q(B)}{\partial B} \mathrm{d}B = 0.$ Deriviranjem zadanih izraza za funkcije Q te sređivanjem slijedi:

$$\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}A} = -\frac{\alpha}{\beta}\sqrt{\frac{B}{A}}.$$

Iz zadanih podataka o odnosu jediničnih cijena dobara A i B vidi se da nagib pravca budžetskog ograničenja, koji mora biti jednak $\mathrm{d}B/\mathrm{d}A$, iznosi –2, iz čega izravno slijedi rješenje zadatka.

Dubravko Sabolić