

Informacijske mreže (34457)

Ak. god. 2009./2010.

1. međuispit – 21. listopada 2009.

Ime i prezime: _____ JMBAG: _____

Izjavljujem da tijekom izrade ove zadaće neću od drugog primati niti drugome pružiti pomoć, te da se neću koristiti nedopuštenim sredstvima. Ove su radnje teška povreda Kodeksa ponašanja te mogu uzrokovati i trajno isključenje s Fakulteta. Također, izjavljujem da mi zdravstveno stanje dozvoljava pisanje ove zadaće.

Vlastoručni potpis: _____

Napomena:

- Trajanje ispita: 90 minuta
- Ukupni broj zadataka: 5

- [15%]** Na benzinsku stanicu sa samo jednom pumpom korisnici dolaze sukladno Poissonovom procesu sa srednjom brzinom dolazaka λ . Vrijeme posluživanje se ravna po eksponencijalnoj razdiobi sa srednjom vrijednosti $1/\mu$. Pridošli korisnici ne napuštaju red čekanja sve dok ne kupe benzin (nikad ne odustanu pa odu na drugu benzinsku stanicu). Vlasnik benzinske stanice želi povećati zaradu nastojeći povećati λ pa provodi sljedeće dvije zanimljive politike:
 - [7.5%]** Ako korisnik treba čekati cijena litre benzina bit će 0.9α kn (popust od 10% po litri), a ako ne treba čekati cijena je α kn (puna cijena). Kolika će biti prosječna cijena litre benzina?
 - [7.5%]** Pridošli korisnik dobit će n kuna ako je već n vozila na benzinskoj stanici. Odredite koliko kuna može očekivati pojedini korisnik. U oba slučaja odredite opće izraze i numeričke vrijednosti za $\lambda = 15$ vozilo/h, $1/\mu = 3$ min/vozilo i $\alpha = 8$ kn.
- [20%]** Uočeno je da u autopraonicu vozila dolaze sukladno Poissonovoj razdiobi sa srednjom brzinom 5 auta na sat. Trajanje pranja svakog vozila varira ali je ustanovljeno da se ono ravna po eksponencijalnoj razdobi s parametrom 10 minuta po vozilu. Praonica može istovremeno posluživati najviše jedno vozilo. Odredite:
 - [2%]** Očekivani broj vozila u redu čekanja;
 - [5%]** Koliko bi trebalo imati minimalno parkirnih mjesta pa da za svako dolazeće vozilo u 80% vremena ima mjesta na parkiralištu?
 - [3%]** Koliki dio vremena je praonica nezaposlena?
 - [3%]** Koliko vremena pojedino vozilo (tj. korisnik) prosječno provede u praonici?
 - [3%]** Odredite vjerojatnost da će dolazeće vozilo morati čekati na posluživanje.
 - [4%]** Ako postoji šest mjesta za parkiranje (izvan same praonice) odredite kolika je vjerojatnost da dolazeće vozilo neće naći slobodno parkirno mjesto.
- [25%]** Zadan je proces rađanja i umiranja sa sljedećim parametrima: brzine dolazaka (rađanja) su $\lambda_0 = 2$, $\lambda_1 = 3$, $\lambda_2 = 2$, $\lambda_3 = 1$ i $\lambda_n = 0$ za $n > 3$, a brzine odlazaka (umiranja) su $\mu_1 = 3$, $\mu_2 = 4$, $\mu_3 = 1$ i $\mu_n = 2$ za $n > 3$.
 - [2%]** Nacrtajte Markovljev lanac za taj proces;
 - [3%]** Napišite jednadžbe globalne ravnoteže;
 - [3%]** Napišite jednadžbe lokalne ravnoteže;
 - [4%]** Izračunajte sve vjerojatnosti stacionarnih stanja p_0, p_1, \dots ;
 - [5%]** Izračunajte srednji broj korisnika u sustavu (N) i redu čekanja (N_Q);
 - [5%]** Srednju brzinu dolazaka (rađanja);
 - [3%]** Srednje vrijeme boravka u sustavu (kašnjenje) W i srednje vrijeme čekanja W_Q .

4. [25%] Neka tvrtka raspolaže s četiri privatne telefonske linije za povezivanje svojih lokacija. Pretpostavljamo da zahtjevi za tim linijama dolaze brzinom jedan poziv svake 2 minute sukladno Poissonovom procesu, a duljine poziva ravnaju se po eksponencijalnoj razdiobi sa srednjom vrijednosti 4 minute. Kad su sve linije zauzete, pozivi se stavljaju na čekanje (red čekanja) sve dok se neka linija ne oslobodi (postane raspoloživa).
- (a) [8%] Odredite vjerojatnost čekanja poziva.
- (b) [10%] Kolika je vjerojatnost da poziv čeka dulje od jedne minute?
- (c) [7%] Razmotrite sada sljedeći slučaj: kad poziv naiđe na zauzete sve četiri linije automatski se preusmjeri na javne telefonske linije. Koliki dio poziva se tako preusmjeri?
5. [15%] Fakultet ima pet linija za videokonferencijski prijenos između svoja dva odjela. Svaka videokonferencija zahtijeva brzinu od 1 Mbit/s i traje prosječno jedan sat. Pojava zahtjeva za videokonferencijom može se opisati Poissonovim procesom brzine 3 poziva na sat. Odredite vjerojatnost da će poziv biti blokiran zbog nedovoljno linija.

Korisne formule:

$$\sum_{n=0}^N x^n = \frac{1-x^{N+1}}{1-x}, \quad \text{za svaki } x \neq 1; \quad \sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x}, \quad \text{za } |x| < 1$$

$$\text{Erlang-B: } B(c, a) = p_c = \frac{a^c}{c!} \left[\sum_{k=0}^c \frac{a^k}{k!} \right]^{-1}, \quad a = \frac{\lambda}{\mu}$$

$$\text{Erlang-C: } C(c, a) = P_Q = \sum_{n=c}^{\infty} p_n = \frac{a^c}{(c-1)!(c-a)} p_0, \quad p_0 = \left[\sum_{k=0}^{c-1} \frac{a^k}{k!} + \frac{a^c}{(c-1)!(c-a)} \right]^{-1}, \quad 0 \leq a < c$$

$$\text{M/M/1: } T = \frac{N}{\lambda} = \frac{1}{\mu - \lambda}, \quad N_Q = \lambda W = \frac{\rho^2}{1 - \rho}, \quad \rho = \lambda / c\mu = \lambda / \mu \quad (c=1)$$