SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET ELEKTROTEHNIKE I RAČUNARSTVA
Zavod za telekomunikacije

Robert Inkret

«Informacijske mreže» Zbirka zadataka

α.4 verzija
(*nije za službenu upotrebu*)

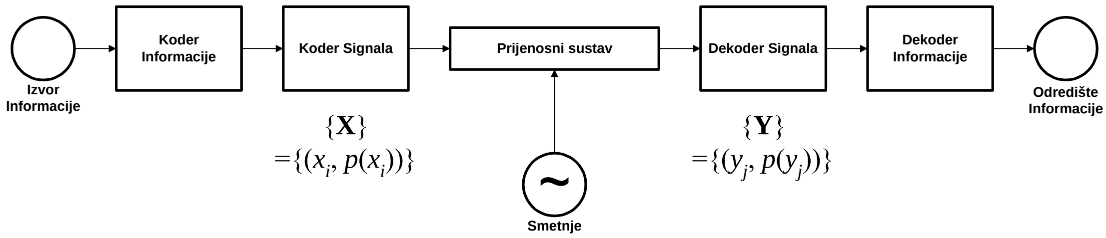
Zagreb, travanj 2003.

Sadržaj:

1. Teorija informacije i informacijske mreže

1.1. Teorija informacije

Komunikacijski sustav



Skup informacijskih jedinica (vijesti) koje se pojavljuju na izvoru informacijskog sustava.

$\{\mathbf{X}\}$

Skup informacijskih jedinica koje se pojavljuju na odredištu informacijskog sustava.

$\{\mathbf{Y}\}$

Općenito vrijedi da skup informacijskih jedinica koji se pojavljuje na izlazu nije jednak onome koji se pojavljuje na izlazu:

$$\{\mathbf{X}\} \neq \{\mathbf{Y}\}$$

Svakoj je informacijskoj jedinici pridružena vjerojatnost pojavljivanja:

$$\{\mathbf{X}\} = \{(x_i, p(x_i)) : i \in 1,...,n\}$$

$$\{\mathbf{Y}\} = \{(y_j, p(y_j)) : j \in 1,...,m\}$$

Skup informacijskih jedinica može biti:

- bit {0,1},
- sekvenca bitova {00,01,10,11} (paket, okvir, ...)
- instrukcija (na procesoru)
- kupac (na blagajni)

Informacijska vrijednost informacijske jedinice - vlastita količina informacije:

$$I(x_i) = -\,\mathrm{ld}\; p(x_i) \;\; [\text{bit}]$$

Prosječna količina informacije sadržana u nekom skupu informacijskih jedinica:

$$I(\mathbf{X}) = -\sum_{i=1}^{n} p(x_i)\,\mathrm{ld}\; p(x_i)$$

$$I(\mathbf{Y}) = -\sum_{j=1}^{m} p(y_j) \operatorname{ld} p(y_j)$$

Intenzitet generiranja informacijskih jedinica - karakteristika izvora:

$$\gamma = \frac{\overline{broj\_informacijskih\_jedinica}}{\Delta t} \quad \text{[erl/s]}$$

Informacijski tok izvora:

$$\varphi(\mathbf{X}) = \gamma \, I(\mathbf{X}) \quad \text{[erl bit/s]}$$

Prosječna dužina informacijskih jedinica:

$$I(\mathbf{X}) = \bar{b}$$

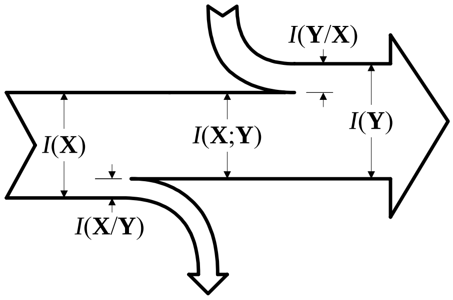
$\bar{b}$ [IPS, MIPS, kIPS, bit, kbit, B, MB, . . .]

Uobičajena oznaka u informacijskim mrežama:

$$\varphi = \gamma \, \bar{b} \quad \text{[erl bit/s]}$$

Kapacitet komunikacijskog sustava - transmisijski, komutacijski, procesorski, . . .

➔ Najveća brzina prijenosa/obrade informacije



$I(\mathbf{X/Y})$ mnogoznačnost

$I(\mathbf{Y/X})$ entropija šuma

Ispravno prenesena količina informacije - transinformacija

$$I(\mathbf{X};\mathbf{Y}) = I(\mathbf{X}) - I(\mathbf{X}/\mathbf{Y}) = I(\mathbf{Y}) - I(\mathbf{Y}/\mathbf{X})$$

Brzina prijenosa informacije, odnosno obrade

$$\varphi = \gamma \, I(\mathbf{X};\mathbf{Y}) \quad \text{[erl bit/s]}$$

➔ Kapacitet

$$C = \max_{p(x_i)} \left\{ \gamma \, I(\mathbf{X};\mathbf{Y}) \right\} = \max_{p(x_i)} \left\{ \gamma \, \left[I(\mathbf{X}) - I(\mathbf{X}/\mathbf{Y}) \right] \right\}$$

$$C = \max_{p(x_i)} \left\{ \varphi(\mathbf{X}) - \varphi(\mathbf{X}/\mathbf{Y}) \right\}$$

$$\Rightarrow \varphi \le C$$

Prosječno vrijeme posluživanja

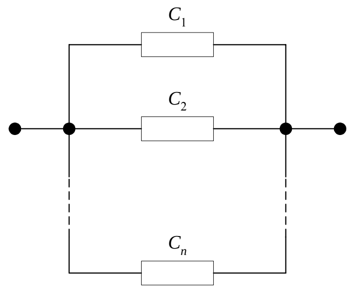
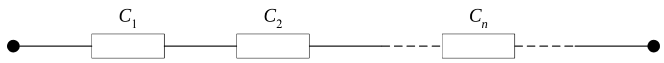
$$T_s = \frac{\bar{b}}{C} \quad \text{[s]}$$

to je vrijeme koje je potrebno da poruka prosječne duljine $\bar{b}$ prođe kroz komunikacijski kanal - VRIJEME PROPAGACIJE SE ZANEMARUJE

Opterećenje komunikacijskog sustava

$$\rho = \frac{\varphi}{C} = \frac{\gamma\,\bar{b}}{C} \quad [\text{erl}]$$ postotak zauzetosti kanala (promatra se određeni vremenski interval)

1.2. Kapaciteti i tokovi u mreži

	$C_{uk} = \sum_{i=1}^{n} C_i$
	$C_{uk} = \min_i \{C_i\}$
općenita struktura	nema pravila, različiti algoritmi

Serijska struktura

Informacijski tok

$$\varphi = \min\{\bar{b}\,\gamma, C\}$$

Vrijeme potrebno da prođe L informacijskih jedinica, čija je prosječna dužina $\bar{b}$

$$T_L = \sum T_i + (L-1)\max\{T_i\}$$

➔ prva jedinica prođe, a zatim ostale zapnu na uskom grlu T_i.

$$T_i = \frac{\bar{b}}{C_i}$$

Propusnost

$$PR = \min\{\varphi, C\}$$

$$PR = \frac{L}{T_L} = \frac{L}{T_1 + (L-1)T_{\max}}, \text{ kada } L \to \infty, \ PR = \frac{1}{T_{\max}}$$

[1.] ZADATAK

Osobno računalo, s procesorom kapaciteta 16 MIPS-a, i uređaj za nadzor proizvodnje, spojeni su sinkronim modemima brzine prijenosa 57.6 kbit/s, a komuniciraju porukama tzv. kodom 2 od 5. Poruke, koje su jednako vjerojatne, se dekodiraju komunikacijskim programom na osobnom računalu.

Vaš je zadatak da:

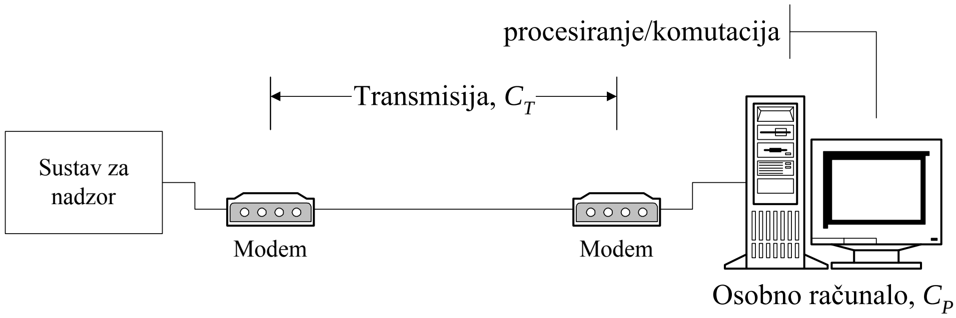
(a) nacrtate binarno stablo odlučivanja

(b) odredite maksimalno dopustive dužine programskih interpretacija grananja i odlučivanja, uz uvjet da opterećenje osobnog računala ne prelazi 1%, te uz pretpostavku da je omjer programskih interpretacija odlučivanja i grananja 2,

(c) odredite prosječno, maksimalno i minimalno trajanje dekodiranja poruka, za programske interpretacije grananja i odlučivanja dobivene u (b) dijelu zadatka.

NAPOMENA: Pretpostavite da poruke dolaze maksimalnim intenzitetom.

RJEŠENJE



C_T=57.6 kb/s

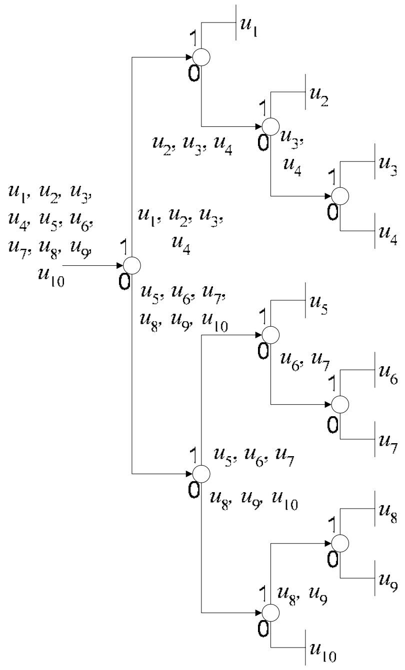
C_P=16 MIPS

(a)

i	u_i	d_i
1	**11000**	$2d_v+d_e$
2	**10100**	$3d_v+2d_e$
3	**10010**	$4d_v+3d_e$
4	**10001**	$4d_v+3d_e$
5	**01100**	$3d_v+2d_e$
6	**01010**	$4d_v+3d_e$
7	**01001**	$4d_v+3d_e$
8	**00110**	$4d_v+3d_e$
9	**00101**	$4d_v+3d_e$
10	**00011**	$3d_v+2d_e$

d_e dužina programske interpretacije grananja

d_v dužina programske interpretacije odlučivanja



(b)

$\rho_p = 0.01$ erl

$\rho_p = \gamma_p T_{sp}$, jer $\rho = \frac{\varphi}{C} = \gamma \frac{\overline{b}}{C} = \gamma T_s$

$$\gamma_p = \frac{C_T}{\overline{b_T}} = \frac{57.6\ \text{kbit/s}}{5\ \text{bit}} = 11.5 \cdot 10^3 \qquad [\text{erl/s}]$$

$$T_{sp} = \frac{\overline{b_p}}{C_p} = \frac{\sum_{i=1}^{10} p(u_i)\, b_i}{C_p} = \frac{\frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10} b_i}{C_p} = \frac{3.5d_v + 2.5d_e}{C_p}$$

$$T_{sp} = \frac{\rho_p}{\gamma_p} = \frac{0.01\ \text{erl}}{11.5 \cdot 10^3\ \text{erl/s}} = 0.869\ \mu\text{s}$$

$\Rightarrow$

$T_{sp}\, C_p = 3.5d_v + 2.5d_e$

$\frac{d_v}{d_e} = 2$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{aligned} d_v &= 2\ \text{I} \\ d_e &= 1\ \text{I} \end{aligned}}$$

(c)

$\boxed{T_{sp} = 0.594\ \mu\text{s}}$

$\rho_p = 0.00683$ erl

$$t_{spMAX} = \frac{b_{pMAX}}{C_p} = \frac{4d_v + 3d_e}{C_p} \Rightarrow \boxed{t_{spMAX} = 0.688\ \mu\text{s}}$$

$$t_{spMIN} = \frac{b_{pMIN}}{C_p} = \frac{2d_v + d_e}{C_p} \Rightarrow \boxed{t_{spMAX} = 0.3125\,\mu s}$$

[2.] ZADATAK

U promatranoj privatnoj paketskoj mreži informacije između čvorova se izmjenjuju paketima sastavljenim od 5 bitnog zaglavlja, odnosno adrese u kodu 3 od 5, te informacijskog sadržaja od 45 bita.

Osnovna komponenta takve mreže je paketski usmjeritelj, koji se sastoji od različitog broja paketskih komutatora 2x2. Zadatak je svakog paketskog komutatora da pročita odgovarajući bit u adresnom polju paketa, te preusmjeri paket u smjeru '0', odnosno '1'. Prije no što pokrene algoritam odlučivanja, komutator mora prihvatiti cijeli paket od 50 bita.

Potrebno je:

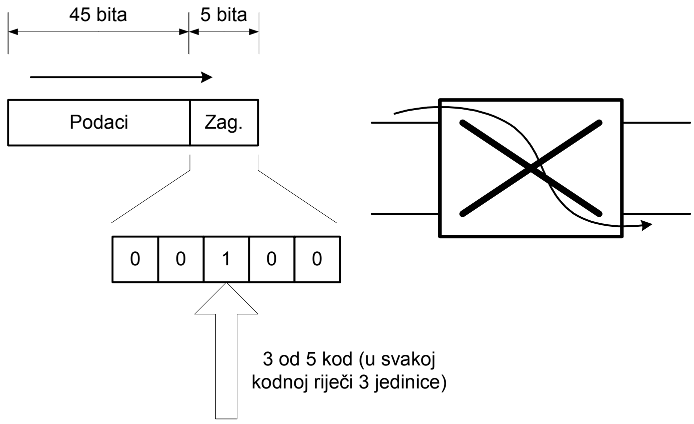
A. Konstruirati paketski usmjeritelj s odgovarajućim brojem i rasporedom paketskih komutatora, a koji ima jedan ulaz i odgovarajući broj izlaza.

B. Odredite potreban broj paketskih komutatora 2x2.

C. Ukoliko su veze između paketskih komutatora brzine 28.8 kbit/s, a za određivanje vrijednosti bita potrebno 1 ms (pretpostavite da je brzina prijenosa unutar komutatora beskonačna), odredite prosječno zadržavanje paketa u prospojniku. Pretpostavite da se adrese pojavljuju s jednakom vjerojatnošću.

D. Odredite opterećenje prospojnika uz pretpostavku da je intenzitet nailazaka 100 paketa/s.

RJEŠENJE

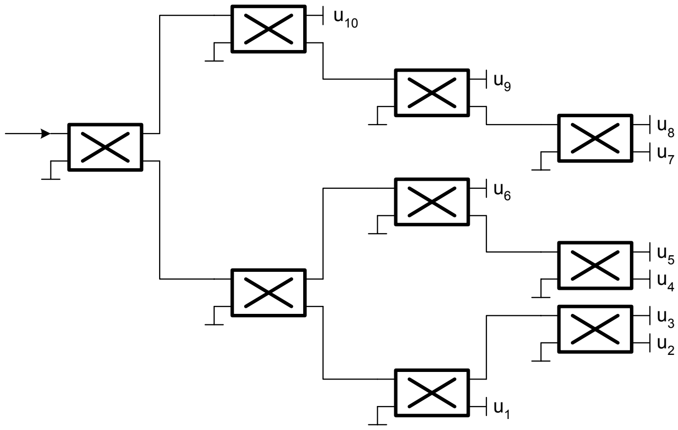


Ukupan broj kodnih riječi: $\binom{5}{3} = 10$

kodna riječ	adresa u_i
11100	u_1
11010	u_2
11001	u_3
10110	u_4
10101	u_5
10011	u_6

01110	u_7
01101	u_8
01011	u_9
00111	u_{10}

Stablo odlučivanja, odnosno prospojnika (pod A)



(B) broj komutatora je 9

(C) Vrijeme zadržavanja u komutatoru T_{sk} = 1ms

Vrijeme zadržavanja na grani, odnosno vezi između komutatora T_{sv} = 50 bit/C_v = 50 bit/28.8 kbit/s = 1.736 ms

Vremena zadržavanja u sustavu su:

kodna riječ	adresa u_i	vrijeme zadržavanja u sustavu	T_{si}
11100	u_1	$3 \cdot T_{sk} + 2 \cdot T_{sv}$	6.472 ms
11010	u_2	$4 \cdot T_{sk} + 3 \cdot T_{sv}$	9.208 ms
11001	u_3	$4 \cdot T_{sk} + 3 \cdot T_{sv}$	9.208 ms
10110	u_4	$4 \cdot T_{sk} + 3 \cdot T_{sv}$	9.208 ms
10101	u_5	$4 \cdot T_{sk} + 3 \cdot T_{sv}$	9.208 ms
10011	u_6	$3 \cdot T_{sk} + 2 \cdot T_{sv}$	6.472 ms
01110	u_7	$4 \cdot T_{sk} + 3 \cdot T_{sv}$	9.208 ms
01101	u_8	$4 \cdot T_{sk} + 3 \cdot T_{sv}$	9.208 ms
01011	u_9	$3 \cdot T_{sk} + 2 \cdot T_{sv}$	6.472 ms
00111	u_{10}	$2 \cdot T_{sk} + T_{sv}$	3.736 ms

$$T_S = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} T_{S_i} = 7.84 \text{ ms}$$

(D) $\rho = \lambda \cdot T_s = 0.784$ erl

[3.] ZADATAK

Dva osobna računala su povezana na lokalnu mrežu pomoću modema, odnosno modem poslužitelja, kapaciteta 33.6 kb/s. Svaki čvor lokalne mreže čini modem poslužitelj i radna stanica na koju je modem poslužitelj spojen. Radne stanice su potpuno povezane s transmisijskim linkovima kapaciteta 2 Mb/s.

Uz pretpostavku da je prosječna dužina paketa 512 b, odredite:

(a) kapacitet puta između osobnih računala, ako su ona spojena na dva različita modem poslužitelja,

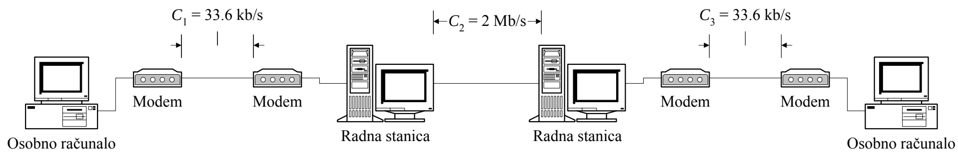
(b) vrijeme prijenosa na svakom dijelu puta, te opterećenje ako svaki korisnik u prosjeku generira 5 paketa u sekundi, te

(c) vrijeme prolaza kroz sustav za 1, 20 i 100 informacijskih jedinica (paketa).

NAPOMENA: Modemi, odnosno modem poslužitelji su FULL-DUPLEX

RJEŠENJE

(a)



$$C = \min\{C_1, C_2, C_3\} = C_1 = C_3$$

$$\boxed{C = 33.6 \text{ kb/s}}$$

(b)

$$T_{s1} = T_{s3} = \frac{512 \text{ b}}{33.6 \text{ kb/s}}$$

$$T_{s2} = \frac{512 \text{ b}}{2 \cdot 10^6 \text{ b/s}}$$

$$\rho_i = \gamma T_{si}, \; \gamma = 5 \text{ erl/s}$$

$$\boxed{T_{s1} = 15.24 \text{ ms}}$$

$$\boxed{T_{s2} = 256 \; \mu\text{s}}$$

$$\boxed{T_{s3} = 15.24 \text{ ms}}$$

$$\boxed{\rho_1 = 0.0762 \text{ erl}}$$

$$\boxed{\rho_2 = 0.00128 \text{ erl}}$$

$$\boxed{\rho_3 = 0.0762 \text{ erl}}$$

(c)

$$T_L = \sum T_i + (L-1)\max\{T_i\}$$

$$T_1 = \sum_{i=1}^{3} T_i = 30.736 \text{ ms}$$

$$\max_i \{T_i\} = 15.24 \text{ ms}$$

L	1	20	100	
T_L	15.24	320.296	1539.496	ms

[4.] ZADATAK

Alarmni sustav se sastoji od određenog broja senzora, koji su spojeni na mikroprocesorski upravljani centralni uređaj. Kapacitet mikroprocesora je 1 MIPS, a u prosjeku senzori (svi zajedno) generiraju 30 poruka u sekundi.

Poruke su binarno i optimalno kodirane:

i	u_i	$p(u_i)$
1	**11**	0.28
2	**10**	0.20
3	**011**	0.16
4	**010**	0.12
5	**001**	0.10
6	**0001**	0.08
7	**0000**	0.06

Uz pretpostavku da se odlučivanje izvodi sa 70 instrukcija, a grananje sa 40, odredite:

(a) prosječno vrijeme potrebno za identifikaciju poruka,

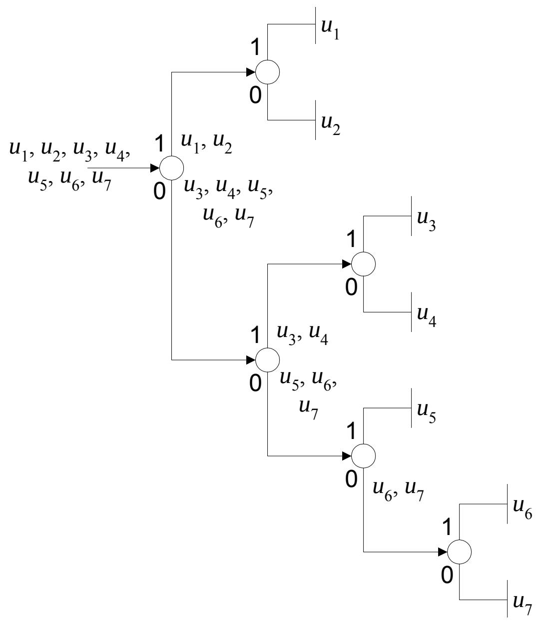
(b) opterećenje procesora, te

(c) veličinu memorije potrebne za pohranu programa, u oktetima, uz pretpostavku da su instrukcije 16 bitne.

NAPOMENA: Nacrtati binarno stablo.

RJEŠENJE

i	$d(u_i)$	$p(u_i)$
1	$2d_v+d_e$	0.28
2	$2d_v+d_e$	0.20
3	$3d_v+2d_e$	0.16
4	$3d_v+2d_e$	0.12
5	$3d_v+2d_e$	0.10
6	$4d_v+3d_e$	0.08
7	$4d_v+3d_e$	0.06



(a)

$d_v = 70\,\mathrm{I}$

$d_e = 40\,\mathrm{I}$

$\bar{b} = 2.66\,d_v + 1.66\,d_e$

$\Rightarrow \bar{b} = 252.6\ \mathrm{I}$

$T_s = \dfrac{\bar{b}}{C}$, $\boxed{T_s = 252.6\ \mu\mathrm{s}}$

(b)

$\gamma = 30$ erl/s

$\rho = \gamma\, T_s$

$\boxed{\rho = 0.00758\ \mathrm{erl}}$

(c)

$M = N_v \cdot 70 \cdot 2 + N_e \cdot 40 \cdot 2,$

N_v broj čvorova/odlučivanja

N_e broj grana/grananja

$\boxed{M = 1240\ \mathrm{oktet}}$

[5.] ZADATAK (11.11.1996)

Osobno računalo (2 MIPS) se koristi za detekciju adresa slijedećih vjerojatnosti pojavljivanja (u zagradi je dan binarni kod adrese): 0.214 (00), 0.181 (010), 0.105 (011), 0.101 (100), 0.1 (101), 0.099 (1100), 0.09 (1101), 0.07 (1110) i 0.04 (1111). Dekoder adrese je implementiran u obliku funkcije napisane u strojnom kodu, s time da se za odlučivanje (čvor) koristi 8 instrukcija, a za grananje (grana) 3 instrukcije.

Odredite:

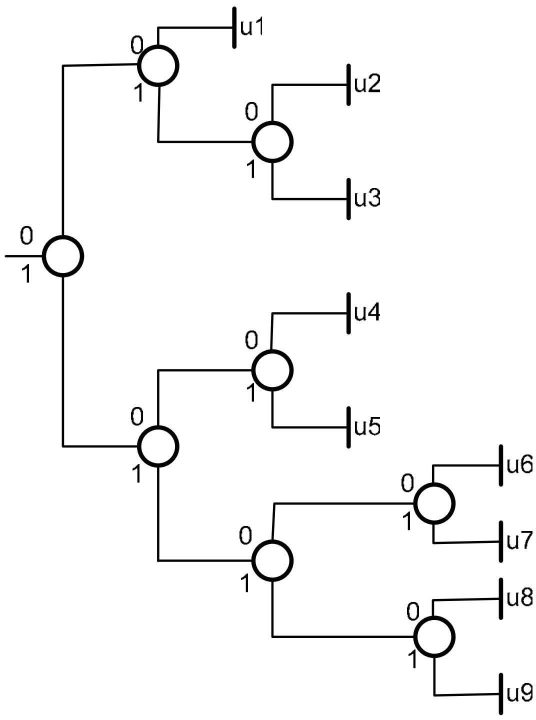
(a) srednje trajanje programa,

(b) dužinu koda,

(c) opterećenje procesora uz pretpostavku 10000 zahtjeva za dekodiranjem adresa u 1 sekundi.

RJEŠENJE

Stablo odlučivanja:



u_1	0.214	00	2č+1g	19 instrukcija
u_2	0.181	010	3č+2g	30 instrukcija
u_3	0.105	011	3č+2g	30 instrukcija
u_4	0.101	100	3č+2g	30 instrukcija
u_5	0.1	101	3č+2g	30 instrukcija
u_6	0.099	1100	4č+3g	41 instrukcija
u_7	0.09	1101	4č+3g	41 instrukcija
u_8	0.07	1110	4č+3g	41 instrukcija
u_9	0.04	1111	4č+3g	41 instrukcija

λ=10000 erl/s

$$\overline{b} = \sum p_i \cdot b_i = 30{,}935 \quad \text{instr.}$$

$$\rho = \lambda \cdot T_S = 10000 \cdot 14{,}4675 = 0{,}154675 \ \text{erl}$$

Dužina koda je 85 instrukcija

8 čvorova=64 instrukcije

7 grana = 21 instrukcije

(a)

T_s = 15.464 ms

(b)

$d = 85$ I

(c)

$\rho = 0.15464$ erl

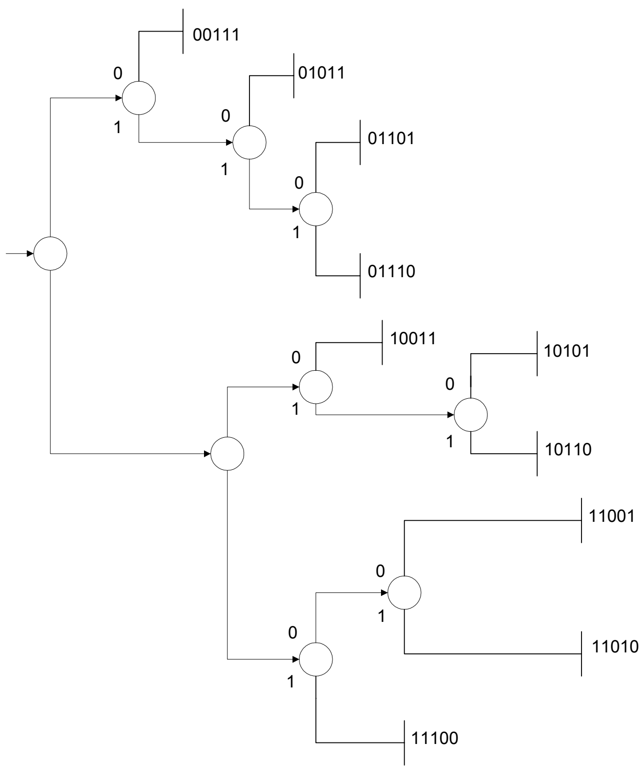
[6.] ZADATAK (16.06.1999)

Osobno računalo komunicira s uređajem za nadzor preko serijskog ulaza brzinom od 57600 bit/s. Poruke su kontinuirani niz paketa od po 5 bita, u kojima se uvijek nalaze točno 3 jedinice (tzv. kod 3 od 5). Vjerojatnosti pojave paketa su jednake, a vjerojatnost pogreške bita je zanemarivo mala. Ako je kapacitet procesora osobnog računala 100 MIPS-a, maksimalno prosječno vrijeme obrade poruka 6 µs, te odnos dužina koda za odlučivanje (čvor) i koda za grananje (grana) 10, odredite:

- maksimalno dopušten broj instrukcija za odlučivanje i grananje, i
- opterećenje procesora.

RJEŠENJE

a)



b)

$$T_{Sp} = 6 \cdot 10^{-6}\,\mu\text{s}$$

$$C_P = 100 \cdot 10^{6}\ \text{IPS}$$

$$C_T = 57\,600\ \text{bit/s}$$

$$\bar{b} = 5\ \text{bit}$$

$$\gamma = \frac{C_T}{\bar{b}} = 1.152 \cdot 10^{4}\ \text{erl/s}$$

$\rho = \gamma \cdot T_{Sp} = 0.06912$ erl

Poruke:

	u_i	d_v	d_e
1	11100	3	2
2	11010	4	3
3	11001	4	3
4	10110	4	3
5	10101	4	3
6	10011	3	2
7	01110	4	3
8	01101	4	3
9	01011	3	2
10	00111	2	1

$\overline{d_v} = 3.5$, $\overline{d_e} = 2.5$

Uz sljedeće uvjete:

$d_v = 10 \cdot d_e$

$\overline{d_v} \cdot d_v + \overline{d_e} \cdot d_e = T_{Sp} \cdot C_p$

dobiva se:

$d_v = 160\,\mathrm{I}$ (odlučivanje),

$d_e = 16\,\mathrm{I}$ (grananje)

i konačno, opterećenje:

$\rho = \gamma \cdot T_{Sp} = 0.06912$ erl

[7.] ZADATAK (29.09.1999.)

Sustav za nadzor koji sadrži dekoder kapaciteta 2 MIPS-a prima signale od 5 uređaja koji dojavljuju svoj ispravan rad. Prvi uređaj dojavljuje ispravno funkcioniranje slanjem poruke 10000, drugi 01000 i tako redom. Prilikom prijenosa poruke moguća je pojava greške koja se očituje invertiranjem samo jednog bita poruke (npr.10000 prelazi u 10100). Pretpostavimo da sustav ne prenosi poruku 00000 (tj. njeno pojavljivanje nije moguće). Vjerojatnosti dolaska takve poruke je 2%. Dolasci ispravnih poruka su jednako vjerojatni. Dekoder poruke je implementiran u obliku funkcije napisane u strojnom kodu, s tim da se za odlučivanje (čvor) koristi 7 instrukcija, a za grananje (grana) 4 instrukcije. Potrebno je odrediti srednje trajanje programa, dužinu koda i opterećenje procesora uz pretpostavku 10 000 zahtjeva za dekodiranjem poruka u 1 sekundi.

RJEŠENJE

Sve moguće poruke:

	Ispravne poruke	Neispravne poruke
1.	u_5 00001	00011
2.	u_4 00010	00101

3.	u_3 00100	01001
4.	u_2 01000	10001
5.	u_1 10000	00110
6.		01010
7.		10010
8.		01100
9.		10100
10.		11000

000000-ne pojavljuje se

Stablo usmjeravanja:

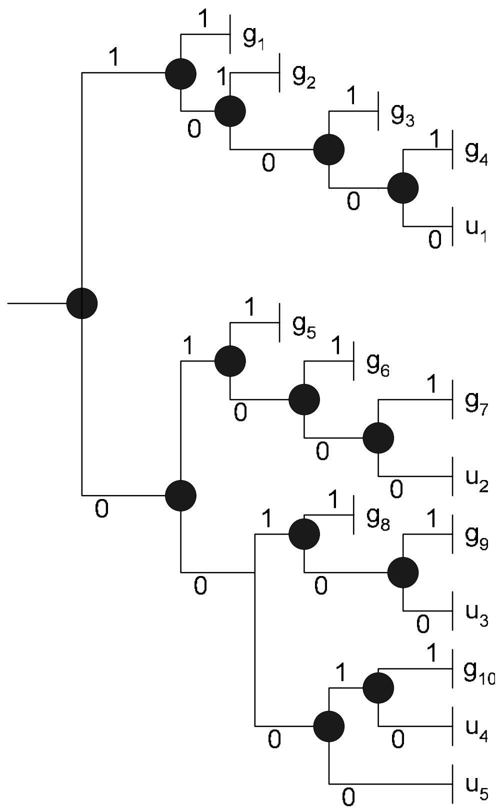


Tabela (dobiva se iz stabla) usmjeravanja za neispravne poruke:

		č	g	p	
g_1	11000	2	1	0.02	18
g_2	10100	3	2	0.02	29
g_3	10010	4	3	0.02	40
g_4	10001	5	4	0.02	51
g_5	01100	3	2	0.02	29
g_6	01010	4	3	0.02	40

g_7	01001	5	4	0.02	51
g_8	00110	4	3	0.02	40
g_9	00101	5	4	0.02	51
g_{10}	00011	5	4	0.02	51

Tabela usmjeravanja za ispravne poruke

		č	g	p	
u_1	10000	5	4	0.16	51
u_2	01000	5	4	0.16	51
u_3	00100	5	4	0.16	51
u_4	00010	5	4	0.16	51
u_5	00001	5	4	0.16	40

$\overline{b} = 400 \cdot 0.02 + 244 \cdot 0.16 = 47.04$ instr.

$$T_s = \frac{b}{C} = \frac{47.04}{2 \cdot 10^6} = 23.52 \mu s$$

$\rho = 0.2352$

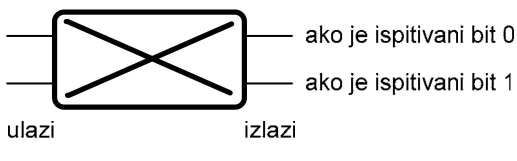
14 čvorova i 13 grana

Duljina koda je $14 \cdot 7 + 13 \cdot 4 = 150$ instr.

[8.] ZADATAK (27.08.2001.)

Zadana je privatna mreža s komutacijom paketa. Svi paketi u mreži su jednake dužine kako je prikazano na slici.

U svakom se čvoru takve paketske mreže nalazi sklop za dekodiranje adresa, koji se sastoji od paketskih komutatora 2x2. Paketski komutator ima zadatak da nakon što je primio cijeli paket, ispita sadržaj odgovarajućeg bita, te proslijedi cijeli paket na gornji izlaz ako je bit jednak 0, odnosno donji, ako je bit jednak 1.



Paketski komutatori međusobno su povezani vezama brzine prijenosa 34Mbit/s. Potrebno je:

(a.) konstruirati sklop za dekodiranje adresa s odgovarajućim brojem i rasporedom paketskih komutatora, a koji imaju jedan ulaz i odgovarajući broj izlaza,

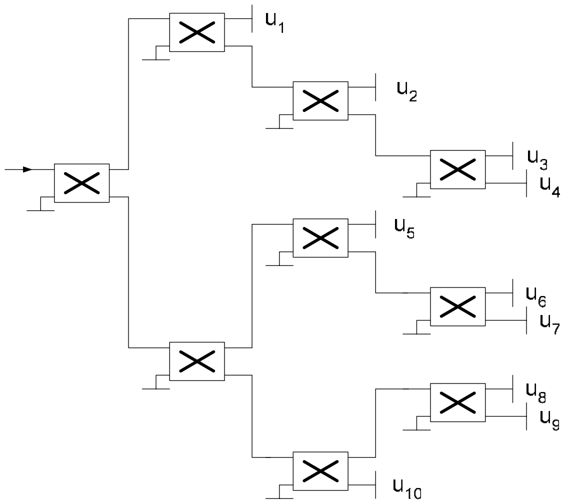
(b.) odrediti potreban broj paketskih komutatora,

(c.) ukoliko je za određivanje vrijednosti bita potrebno 5μs (pretpostaviti da je brzina prijenosa unutar komutatora beskonačna), odrediti prosječno zadržavanje paketa u sklopu za dekodiranje; pretpostavite da se adrese pojavljuju s jednakom vjerojatnošću,

(d.) odrediti opterećenje prospojnika uz pretpostavku da je intenzitet nailazaka 250 paketa/s.

RJEŠENJE

Stablo usmjeravanja:



$C_V = 34 \cdot 10^6$ bit/s

$\lambda = 250$ erl/s

$T_k = 5 \cdot 10^{-6}$ s

$\bar{b} = 5 + 1500 \cdot 8 + 16$ bit

$$T_V = \frac{\bar{b}}{C_V}$$

1	11000	$2 \cdot T_k + T_V$	$3.636 \cdot 10^{-4}$
2	10100	$3 \cdot T_k + 2 \cdot T_V$	$7.221 \cdot 10^{-4}$
3	10010	$4 \cdot T_k + 3 \cdot T_V$	$1.081 \cdot 10^{-4}$
4	10001	$4 \cdot T_k + 3 \cdot T_V$	$1.081 \cdot 10^{-4}$
5	01100	$3 \cdot T_k + 2 \cdot T_V$	$7.221 \cdot 10^{-4}$
6	01010	$4 \cdot T_k + 3 \cdot T_V$	$1.081 \cdot 10^{-4}$
7	01001	$4 \cdot T_k + 3 \cdot T_V$	$1.081 \cdot 10^{-4}$
8	00110	$4 \cdot T_k + 3 \cdot T_V$	$1.081 \cdot 10^{-4}$
9	00101	$4 \cdot T_k + 3 \cdot T_V$	$1.081 \cdot 10^{-4}$
10	00011	$3 \cdot T_k + 2 \cdot T_V$	$7.221 \cdot 10^{-4}$

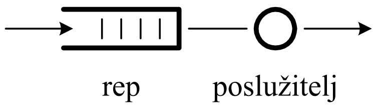
$$T_s = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} T_{si} = 9.014 \cdot 10^{-4} \text{ s}$$

$$\rho = \lambda \cdot T_s = 0.225 \text{ erl}$$

2. Osnove analize sustava posluživanja

Osnovni model sustava posluživanja

- osnova teorije repova
- sustav posluživanja



- rep se stvara kada trenutna veličina zahtjeva za posluživanjem prelazi kapacitet posluživanja

primjeri:

  - poruke koje čekaju na prijenos komunikacijskim kanalom
  - programski blokovi (instrukcije, naredbe) koje čekaju na obradu u procesorskoj jedinici
  - pozivi koji čekaju da budu spojeni kroz komutacijsko polje
  - osobna računala koja čekaju slobodan pristup na lokalnu mrežu sabirničkog tipa (npr. Ethernet)

- u teoriji repova (stohastika) općenitije se govori o informacijskim jedinicama (paket, poruka, poziv, programski blok), odnosno o poslužiteljima takvih informacijskih jedinica (elementima informacijske mreže - komunikacijski kanali, komutacijsko polje, lokalna mreža sabirničkog tipa, memorija, procesorska jedinica)
- veoma je važno pri analizi informacijskog sustava prepoznati informacijsku jedinicu, odnosno poslužitelj
- često je slučaj da sustav koji se analizira u sebi sadržava više informacijskih sustava, koji su u međusobnoj interakciji.
- npr. telefonska centrala

1. poziv -> komutacijsko polje-kanal
2. zahtjev za posluživanjem - centralna procesorska jedinica koja procesira zahtjev za poziv

- tri su faze posluživanja

1. nailazak
2. čekanje -> rep
3. posluživanje -> poslužitelj

- nailazak informacijskih jedinica

dva moguća opisa nailaska informacijskih jedinica

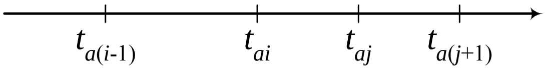
1. preko vjerojatnosti da će se u nekom vremenskom intervalu $(0,t)$ pojaviti na ulazu u poslužitelj n jedinica

$$P(n,t) = \frac{(\lambda\, t)^n}{n!} e^{-\lambda\, t},$$

gdje je

λ . . . srednji broj nailazaka informacijskih jedinica u jedinici vremena, odnosno intentzitet nailazaka jedinica [erl/s]

2. pomoću raspodjele međudolaznog vremena - vremena između nailaska jedinica *i* i *j*, npr.



$t_a = t_{aj} - t_{ai}$

Kolika je vjerojatnost da će se u intervalu t_a pojaviti barem jedna jedinica

$F(t_a) = P\{t_a \le t\} = 1 - P\{t_a > t\} = 1 - e^{-\lambda t}$

(1 - vjerojatnost da se neće pojaviti niti jedna jedinica).

PROCESI BEZ PAMĆENJA - ne postoji zavisnost između različitih t_a

- U informacijskim mrežama se koristi drugi pristup.
- prosječno međudolazno vrijeme

$$T_a = \int_{-\infty}^{+\infty} t\, dF(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} t\, f(t)\, dt$$

f(t) funkcija gustoće vjerojatnosti

- za eksponencijalnu razdiobu međudolaznih vremena, koja se pretpostavlja u informacijskim mrežama,

$$T_a = \frac{1}{\lambda}$$

- čekanje

  stohastička veličina vezana uz rep posluživanja: prosječno vrijeme koje jedinica provede u repu čekajući na posluživanje Tw, odnosno prosječan broj jedinica u repu $L_w = \lambda T_w$

  (t_{wi} - vrijeme koje *i*-ta jedinica provede u repu)

  Najčešće se vrijeme prosječno vrijeme čekanja dobiva iz raspodjele međudolaznog vremena i vremena posluživanja.

- posluživanje

  tsi - vrijeme potrebno za posluživanje i-te jedinice

  Ts - prosjećno vrijeme posluživanja

  raspodjela vremena posluživanja $F_s(t) = P\{t_s \le t\}$

  intenzitet posluživanja $\beta = \dfrac{1}{T_s}$ [erl/s]

- najčešće se zadaju razdiobe međudolaznog vremena i vremena posluživanja, te broj poslužitelja u notaciji poznatoj kao Kendallova notacija

  F/H/m

  F - razdioba međudolaznog vremena

  H - razdioba vremena posluživanja

  m - broj procesora

  Oznake razdioba (F i H)

M - Eksponencijalna

Er - Erlangova, s koeficijentom r (r-tog stupnja)

HR - Hipereksponencijalna R-tog stupnja

D - Deterministička

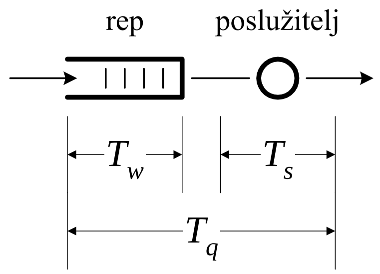
G - općenita

- važnije veličine

prometni intenzitet $A = \frac{T_s}{T_a} = \frac{\lambda}{\beta} = \frac{\lambda}{\mu C}$ [erl], $\mu = \frac{1}{\bar{b}}$

opterećenje $\rho = \min\left\{\frac{\lambda}{m\beta}, 1\right\}$ [erl]

- rezime



srednje vrijeme zadržavanja u sustavu $T_q = T_w + T_s$

prosječan broj jedinica u sustavu $L_q = \lambda\, T_q$

- DIFUZIJSKA APROKSIMACIJA ⇒ POLLACZEK-KHINCHINova FORMULA

$$T_w = \frac{\lambda\, \overline{t_s^2}}{2(1-\rho)}$$

$$\overline{t_s^2} = \sigma_{Ts}^2 + T_s^2 = T_s^2\left(1 + \frac{1}{r}\right)$$

- ostale općenite formule (vrijede vremena čekanja, posluživanja, međunailazaka, uz odgovarajuću razdiobu $F(t)$

$$\sigma_T^2 = \int_0^\infty (t-T)^2\, dF(t),\ \overline{t^2} = \int_0^\infty t^2\, dF(t),\ \overline{t^2} = \sigma_T^2 + T^2$$

2.1. Osnovni model sustava posluživanja

[9.] Zadatak (18.02.1998)

Sustav za nadzor obrađuje alarmantne poruke, zadane tablicom (niže), kodirane nejednolikim kodom, te s prosječnim intenzitetom nailaska od 300 erl/s. Programski kod koji se koristi za dekodiranje poruka realiziran je kao stablo odlučivanja, a odnos dužina programskih interpretacija grananja i odlučivanja je 3/10. Programske su interpretacije konstantnog iznosa.

Vaš je zadatak da:

(a.) nacrtate stablo odlučivanja,

(b.) odredite iznose vremena čekanja i posluživanja poruka, ako je njihov odnos 3/14,

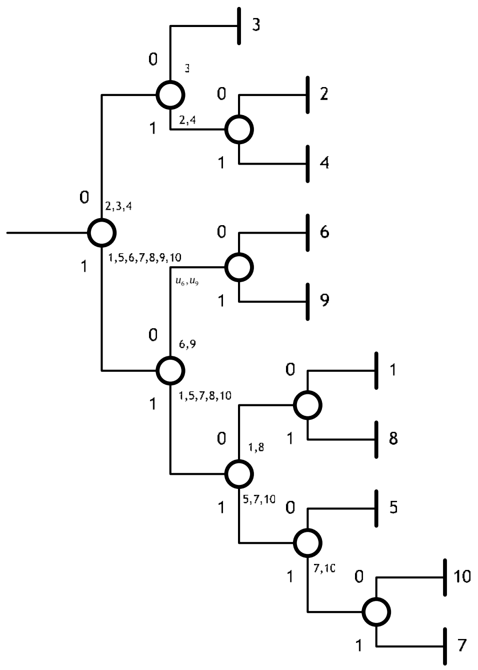
(c.) izračunate opterećenje procesora, te

(d.) izračunate kapacitet procesora, ako je broj instrukcija kojima se izvodi grananje 9I.

i	u_i	$p(u_i)$
1	1100	0.09
2	010	0.15
3	00	0.18
4	011	0.14
5	1110	0.07
6	100	0.12
7	11111	0.03
8	1101	0.08
9	101	0.10
10	11110	0.04

RJEŠENJE

Stablo odlučivanja



$\lambda = 300\ erl/s$,

$$\frac{d_g}{d_e} = \frac{3}{10}$$

(a) dio zadatka

i	u_i	$p(u_i)$	
1	1100	0.09	$4 \cdot d_e + 3 \cdot d_g$
2	010	0.15	$3 \cdot d_e + 2 \cdot d_g$
3	00	0.18	$2 \cdot d_e + d_g$
4	011	0.14	$3 \cdot d_e + 2 \cdot d_g$
5	1110	0.07	$4 \cdot d_e + 3 \cdot d_g$
6	100	0.12	$3 \cdot d_e + 2 \cdot d_g$
7	11111	0.03	$5 \cdot d_e + 4 \cdot d_g$
8	1101	0.08	$4 \cdot d_e + 3 \cdot d_g$
9	101	0.10	$3 \cdot d_e + 2 \cdot d_g$
10	11110	0.04	$5 \cdot d_e + 4 \cdot d_g$

(b) dio zadatka

$$\frac{T_w}{T_s} = \frac{3}{14}, \text{ M/D/1}$$

$$\rho = \lambda \cdot T_s$$

$$T_W = \frac{\rho \cdot T_S}{2 \cdot (1-\rho)} = \frac{\lambda \cdot T_S^2}{2 - 2\lambda \cdot T_S} = A \cdot T_S$$

$$T_S = \frac{2 \cdot A}{\lambda + 2 \cdot A \cdot \lambda} = \frac{0.3}{\lambda}$$

$T_S = 1 \text{ ms}$, $T_W = 214.286\ \mu\text{s}$

(c) dio zadatka

$\rho = \lambda \cdot T_S = 0.3 \text{ erl}$

(d) dio zadatka

$$\bar{b} = 3.2 \cdot d_e + 2.2 \cdot d_g$$

$$\frac{d_g}{d_e} = \frac{3}{10} \Rightarrow d_g = 9 \cdot I, d_e = 30 \cdot I$$

$$\bar{b} = 115.8 \cdot I$$

$$\rho = \lambda \cdot \frac{\bar{b}}{C} \Rightarrow C = \frac{\lambda \cdot \bar{b}}{\rho}$$

$C = 115.8 \text{ kIPS}$

[10.] ZADATAK

U sustav posluživanja ulazi 7 informacijskih jedinica. Međudolazna vremena su {1, 2, 3, 1, 4, 5, 1}, dok su duljine obrade {3, 2, 3, 1, 2, 2, 4}. Vrijeme promatranja sustava je do trenutka kad posljednja jedinica izađe iz sustava.

Vaš zadatak je nacrtati grafove koji prikazuju kumulativan broj jedinica koje ulaze u sustav, izlaze iz sustava, te trenutan broj jedinica u sustavu.

Izračunajte prosječno vrijeme zadržavanja jedinica u repu, prosječno vrijeme posluživanja, te opterećenje procesora.

Napomena: Grafove je potrebno crtati UREDNO, običnom ili tehničkom olovkom (ne kemijskom) te označiti vrijednosti na koordinatama. Neuredni i neoznačeni grafovi neće se priznavati.

RJEŠENJE

Za objašnjenje zadatka možemo koristiti sljedeću tablicu.

	i	1	2	3	4	5	6	7
Međudolazna vremena	T_{ia_i}	1	2	3	1	4	5	1
Apsolutna vremena dolaska	T_{a_i}	1	3	6	7	11	16	17
Vremena posluživanja	T_{s_i}	3	2	3	1	2	2	4
Apsolutno vrijeme početka posluživanja	$T_{s\_start_i}$	1	4	6	9	11	16	18
Apsolutno vrijeme završetka posluživanja	$T_{s\_end_i}$	4	6	9	10	13	18	22
Vremena čekanja	T_{w_i}	0	1	0	2	0	0	1

Prvo je potrebno iz vremena međudolaska izračunati apsolutno vrijeme dolaska jedinice. Ako je T_{ia_i} međudolazno vrijeme *i*-te jedinice, onda je apsolutno vrijeme dolaska *i*-te jedinice

$$T_{a_i} = T_{a_{i-1}} + T_{ia_i},$$

gdje je T_{a_i} apsolutno vrijeme dolaska *i*-te jedinice. Uočite da je $T_{a_0} = 0$, te da u našem slučaju *i* ide od 1 do 7.

Apsolutno vrijeme početka posluživanja *i*-te informacijske jedinice $T_{s\_start_i}$ ovisi o trenutku završetka procesiranja (*i*-1)-te jedinice $T_{s\_end_{i-1}}$, te o vremenu dolaska *i*-te jedinice T_{a_i},

$$T_{s\_start_i} = \max\left(T_{s\_end_{i-1}}, T_{a_i}\right).$$

Naravno, apsolutno vrijeme završetka procesiranje 0-te jedinice je $T_{s\_end_0} = 0$.

Apsolutno vrijeme završetka procesiranja *i*-te informacijske jedinice je jednostavno,

$$T_{s\_end_i} = T_{s\_start_i} + T_{a_i}.$$

Vremena čekanja za svaku informacijsku jedinicu se jednostavno dobije kao razlika od trenutka dolaska informacijske jedinice u sustav, te trenutka početka posluživanja, tj.

$$T_{w_i} = T_{s\_start_i} - T_{a_i}.$$

Prosječno vrijeme posluživanja se može sada izračunati na sljedeći način,

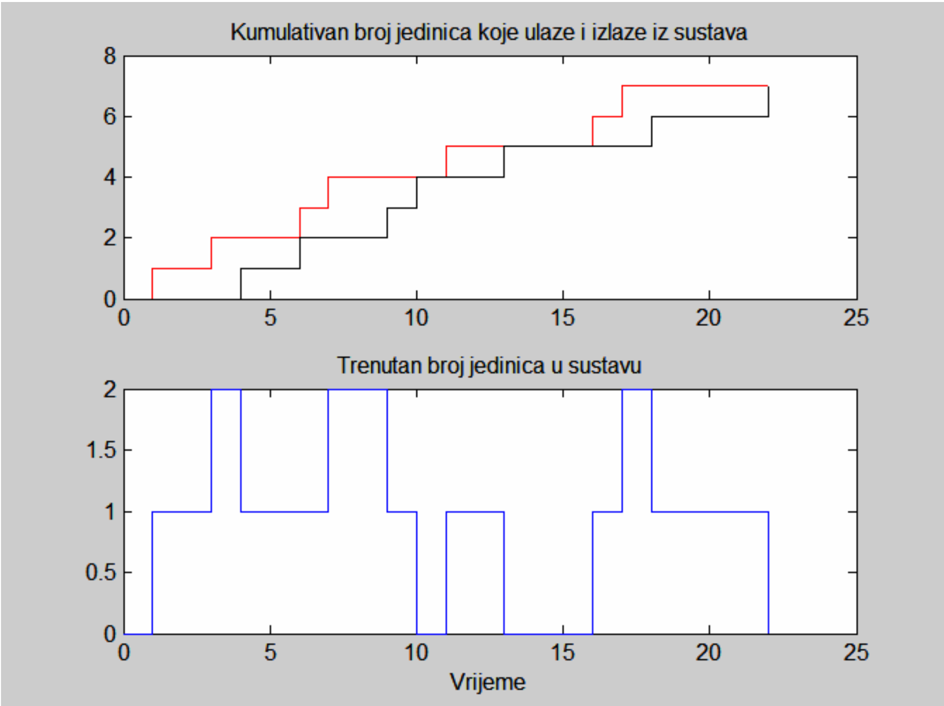
$$T_w = \frac{1}{7}\sum_{i=1}^{7} T_{w_i} = \frac{4}{7} \text{ vremenskih jedinica}$$

Naposljetku, opterećenje se može izračunati na jednostavan način iz grafa koji prikazuje broj jedinica u sustavu. Opterećenje je kvocijent ukupnog vremena u kojem se u procesoru nalazila jedinica i ukupnog vremena promatranja. U našem je slučaju ukupno vrijeme promatranja 22, jer u tom vremenskom trenutku posljednja jedinica napušta sustav. S druge strane, u procesoru se nije nalazila niti jedna informacijska jedinica u onim trenucima u kojima je ukupan broj jedinica u sustavu 0, a takvih je u našem slučaju 5. Drugim riječima, ukupno vrijeme u kojem je procesor bio aktivan možemo dobiti tako da od vremena promatranja oduzmemo ukupno vrijeme neaktivnosti, tj.

$$\rho = \frac{22-5}{22} = \frac{17}{22}$$

Dakle, kao što se može vidjeti stvar je veoma jednostavna jer vrijedi da se informacijske jedinice poslužuju onim redoslijedom kojim su došle na posluživanje.

U nastavku je dana graf koji prikazuje kumulativan broj jedinica koje ulaze u sustav (crveno), te izlaze iz sustava (crno), te trenutan broj jedinica u sustavu (plavo). Odmah iz slika dan je Matlab programski kod koji implementira rješenje ovog zadatka.




```
format compact;
clear all;
%Sustav posluživanja bez prioriteta
%Sva vremena su u ms...
%Vremena me?udolazaka (interarrival times)
Tia=[1 2 3 1 4 5 1];
%Trajanje obrade
Ts= [3 2 3 1 2 2 4];
%Provjere: oba vektora moraju biti iste velicina
NSamples=size(Tia,2);
if NSamples ~= size(Ts,2)
    error('Greska: Velicina Ta nije ista kao velicina Ts');
end
%Racunanje vremena dolaska jedinica
Ta=zeros(1,NSamples);
Ta(1,1)=Tia(1,1);
for i=2:NSamples,
    Ta(1,i)=Ta(1,i-1)+Tia(1,i);
end
%Racunanje vremena pocetka i zavrsetka obrade...
Tstart=zeros(1,NSamples);
Tend=zeros(1,NSamples);
Tstart(1,1)=Ta(1,1);
Tend(1,1)=Tstart(1,1)+Ts(1,1);
for i=2:NSamples,
  Tstart(1,i)=max(Ta(1,i),Tend(1,i-1));
```

```
  Tend(1,i)=Tstart(1,i)+Ts(1,i);
end
%Sada imamo vektor pocetka procesiranja i zavrsetka procesiranja
%Vremena cekanja
Tw=Tstart-Ta;
Tw=mean(Tw)
%Kumulativni dolasci
%velicina polja je jednaka
%trenutku zavrsetka posljednje jedinice
TimeFrame=Tend(1,NSamples);
TimeArr=zeros(1,TimeFrame+1);
NSamples2=size(TimeArr,2);
j=1;
lastVal=0;
for i=1:NSamples2,
    if j <= NSamples && Ta(1,j)==i-1
        TimeArr(1,i)=lastVal+1;
        lastVal=TimeArr(1,i);
        j=j+1;
    else
        TimeArr(1,i)=lastVal;
    end
end
%Kumulativno vrijeme odlazaka
TimeDep=zeros(1,TimeFrame+1);
j=1;
lastVal=0;
for i=1:NSamples2,
    if j <= NSamples && Tend(1,j)==i-1
        TimeDep(1,i)=lastVal+1;
        lastVal=TimeDep(1,i);
        j=j+1;
    else
        TimeDep(1,i)=lastVal;
    end
end
NumInSystem=TimeArr-TimeDep;
%Opterecenje
load=0;
for i=1:NSamples2,
    if NumInSystem(1,i)>0
        load=load+1;
    end
end
load=load/TimeFrame
%Priprema za plot funkciju
%Kako bi plot ljepse izgledao, svaki prijelaz treba "poduplati"
%Npr. u trenutku 5 rast iz 2 u 3 treba prevesti u dvije tocke (5,2) i (5,3)
plotArr=zeros(1,NSamples2*2);
plotDep=zeros(1,NSamples2*2);
plotInSys=zeros(1,NSamples2*2);
xAxis=zeros(1,NSamples2*2);
for i=1:NSamples2,
    xAxis(1,2*i-1)=i-1;
    xAxis(1,2*i)=i-1;
    if i==1
        plotArr(1,2*i-1)=0;
        plotArr(1,2*i)=TimeArr(1,i);
        plotDep(1,2*i-1)=0;
        plotDep(1,2*i)=TimeDep(1,i);
        plotInSys(1,2*i-1)=0;
        plotInSys(1,2*i)=NumInSystem(1,i);
    else
        plotArr(1,2*i-1)=TimeArr(1,i-1);
        plotArr(1,2*i)=TimeArr(1,i);
        plotDep(1,2*i-1)=TimeDep(1,i-1);
        plotDep(1,2*i)=TimeDep(1,i);
        plotInSys(1,2*i-1)=NumInSystem(1,i-1);
        plotInSys(1,2*i)=NumInSystem(1,i);
    end
end
subplot(2,1,1);
plot(xAxis,plotArr,'r',xAxis,plotDep,'k');
title('Kumulativan broj jedinica koje ulaze i izlaze iz sustava');
subplot(2,1,2);
plot(xAxis,plotInSys,'b');
title('Trenutan broj jedinica u sustavu');
xlabel('Vrijeme');
```

[11.] ZADATAK

Na lokalnu mrežu sabirničkog tipa spojeno je 16 osobnih računala, od kojih svako u prosjeku generira 2 paketa u sekundi, prosječne dužine 1024 okteta, 4 radne stanice, od kojih svaka generira u prosjeku 7 paketa u sekundi prosječne dužine 2048 okteta, te poslužitelj koji generira u prosjeku 17 paketa u sekundi prosječne dužine 4096 okteta. Ako je kapacitet sabirnice 2 Mbi/s, a raspodjele dužina paketa za sve vrste jedinica Erlangove s faktorom r = 2, odredite:

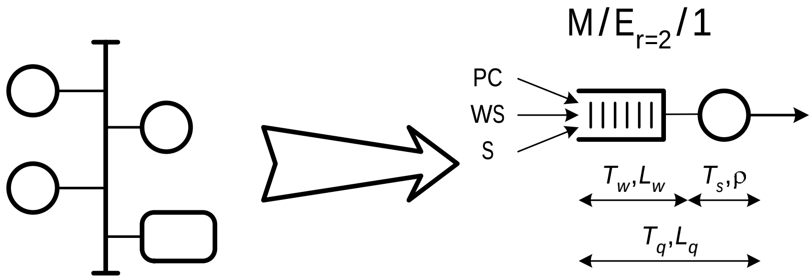
(a) prosječno međudolazno vrijeme, intenzitet posluživanja i prosječno vrijeme zauzeća sabirnice

(b) prosječno vrijeme čekanja, te broj jedinica u repu i sustavu

RJEŠENJE

U bilo kojem trenutku, na sabirnici se može nalaziti samo jedan paket. Drugim riječima, u bilo kojem trenutku sabirnicu može koristiti samo jedna stanica. U informacijskom smislu dakle sabirnica predstavlja poslužitelj.

Nadalje, paketi koje generiraju osobna računala predstavljaju informacijske jedinice.



S obzirom da su dužine paketa raspodijeljene prema Erlangovoj raspodijeli s faktorom r = 2, to će i vremena posluživanja, odnosno prolaska paketa kroz sabirnicu biti raspodijeljena prema istoj razdiobi. Naravno, ovo vrijedi pod uvjetom da je vrijeme propagacije zanemarivo malo.

Potrebno je napomenuti da se unutar kolegija Informacijske mreže, ukoliko se ne kaže drugačije, pretpostavlja da se vremena nailazaka (međudolazna vremena) ravnaju prema eksponencijalnoj razdiobi.

(a)

$\lambda_1 = 16 \times 2\ erl/s = 32\ erl/s$, $b_1 = 1024 \cdot 8\ bit = 8192\ bit$

$\lambda_2 = 4 \times 7\ erl/s = 28\ erl/s$, $b_2 = 2048 \cdot 8\ bit = 16\,384\ bit$

$\lambda_3 = 1 \times 17\ erl/s = 17\ erl/s$, $b_3 = 4096 \cdot 8\ bit = 32\,768\ bit$

Kod Poissonovih procesa (međudolazna vremena prema eksponencijalnoj razdiobi) vrijedi:

$$\lambda = \sum_{i=1}^{3} \lambda_i = 77\ erl/s$$

$$\bar{b} = \frac{1}{\lambda} \sum_{i=1}^{3} \lambda_i \cdot b_i = 16\,596.78\ bit$$

Prosječno međudolazno vrijeme:

$$T_a = \frac{1}{\lambda} \Rightarrow T_a = 12.987\ ms$$

Prosječno vrijeme posluživanja:

$$T_s = \frac{1}{\beta} = \frac{\bar{b}}{C} \Rightarrow T_s = 8.2984\ ms$$

Uočite da vrijeme posluživanja, odnosno u ovome slučaju vrijeme zauzeća sabirnice mora biti manje od prosječnog međudolaznog vremena. Drugim riječima, intenzitet nailazaka mora biti manji od intenziteta procesiranja, koje je u ovome slučaju,

$\beta = 120.51\ erl/s$.

U suprotnom bi opterećenje sabirnice bilo veće od 1, što je dakako nemoguće, a upućuje na to da prosječno vrijeme čekanja teži u beskonačnost.

(b)

Sasvim općenito, uz pretpostavku eksponencijalnih raspodjela vremena međudolazaka, prosječno vrijeme čekanja se može računati na sljedeći način,

$$T_w = \frac{\lambda \cdot \overline{t_s^2}}{2 \cdot (1-\rho)},$$

gdje je,

$$\overline{t_s^2} = T_s^2 \cdot \left(1 + \frac{1}{r}\right).$$

U našem slučaju to je:

$$T_w = \frac{\lambda \cdot T_s^2}{2 \cdot (1-\rho)} \cdot \left(1 + \frac{1}{2}\right) = 0.75 \frac{\rho \cdot T_s}{1-\rho},$$

Kako je opterećenje:

$$\rho = \lambda \cdot T_s = \frac{\lambda}{\beta} = \frac{T_s}{T_a} = 0.63895\ erl,$$

slijedi da je,

$$T_w = 11.01431\ ms.$$

Prosječan broj jedinica u repu (na čekanju), te u sustavu se dobiva na sljedeći način,

$L_w = \lambda \cdot T_w = 0.848$ informacijskih jedinica

$L_q = \rho + L_w = \rho + \lambda \cdot T_w = 1.487$ informacijskih jedinica

Pitanje: Koliko se u prosjeku informacijskih jedinica nalazi na posluživanju?

[12.] ZADATAK

8 terminala je spojeno na poslužitelj preko jednog kanala (sabirnice). Podaci sa terminala se poslužitelju šalju u paketima konstantne dužine od 1000 bita.

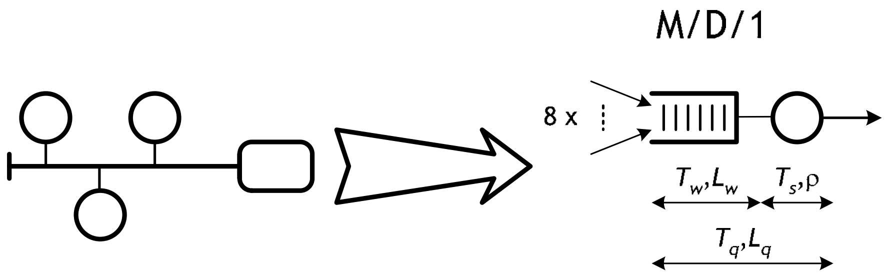
Odredite:

(a) minimalni kapacitet kanala potreban za prijenos podataka ako svi terminali generiraju podatke istim intenzitetom λ_i = 5 erl/s

(b) uz pretpostavku da je kapacitet kanala C = 64 kb/s, odredite opterećenje sabirnice, vrijeme čekanja paketa i veličinu spremnika potrebnog za spremanje jedinica koje čekaju na posluživanje.

(c) za veličinu spremnika dobivenu u *b* dijelu zadatka, vjerojatnost da će jedinica biti izbačena iz repa zbog konačne veličine spremnika,

RJEŠENJE



$$\lambda = 8 \cdot \lambda_i = 40\ erl/s\ ,\ T_a = \frac{1}{\lambda} = 25\ ms$$

$$T_w = \frac{\lambda \cdot \overline{t_s^2}}{2 \cdot (1-\rho)}\ ,\ \overline{t_s^2} = T_s^2 \cdot \left(1 + \frac{1}{r}\right) = \left| r \to \infty \right| = T_s^2$$

$$T_w = \frac{\rho \cdot T_s}{2 \cdot (1-\rho)}\ ,\ \rho \to 1 \Rightarrow T_w \to \infty$$

Pitanje: U kojim okolnostima opterećenje od 1 erl neće značiti da prosječno vrijeme čekanja teži k beskonačnosti?

(a)

$$\rho = \lambda \cdot T_s = \lambda \cdot \frac{\overline{b}}{C} \Rightarrow C = \lambda \cdot \frac{\overline{b}}{\rho}$$

$$C = 40\ kbit/s$$

(b)

$$\rho = \lambda \cdot \frac{\overline{b}}{C} \Rightarrow \rho = 0.625\ erl$$

$$T_w = \frac{\rho \cdot T_s}{2 \cdot (1-\rho)} \Rightarrow T_w = 13.021\ ms$$

$$M = L_w \cdot \overline{b} = \lambda \cdot T_w \cdot \overline{b}$$

$$M = 528.8333\ bit\ (66\ okteta)$$

[13.] Zadatak

U lokalnu mrežu sabirničkog tipa su spojena 2 osobna računala i 2 radne stanice, te mrežni štampač. Kapacitet ispisa mrežnog štampača je 12 strana u minuti. Svako osobno računalo u prosjeku ima 3 ispisa po satu uz prosjek od 12 strana. Razdioba vjerojatnosti dužina ispisa je Erlangova s $r = 4$. Radne stanice (svaka) imaju u prosjeku 9 ispisa dnevno prosječne dužine 150 strana. Razdioba vjerojatnosti dužina dokumenata je Erlangova s $r = 10$.

Odredite:

(a) prosječno vrijeme ispisa

(b) opterećenje mrežnog štampača

(c) prosječno vrijeme čekanja na ispis

Rješenje

Ukupni promet:

$\lambda_{PC} = 2 \cdot 3\,\text{erl}/60\,\text{min} = 0.1\,\text{erl}/s$

$\lambda_{WS} = 2 \cdot 9\,\text{erl}/60\,\text{min} = 0.0125\,\text{erl}/s$

$\lambda = 0.1125\,\text{erl}/s$

(a)

$$\bar{b} = \frac{1}{\lambda}\sum \lambda_i \cdot b_i = \frac{0.1 \cdot 12 + 0.0125 \cdot 150}{0.1125} = 27.333\,\text{str}$$

$T_s = \frac{\bar{b}}{C}$, $\boxed{T_s = 2.28\text{ min}}$

(b)

$\rho = \lambda \cdot T_S$, $\boxed{\rho = 0.25626\text{ erl}}$

(c)

$$T_W = \frac{\sum_{i=1}^{n} \overline{t_{si}^2} \cdot \lambda_i}{2(1-\rho)}, \quad \overline{t_{si}^2} = T_{Si}^2\left(1 + \frac{1}{r_{Si}}\right)$$

$$T_W = \frac{1}{2(1-\rho)}\left(\lambda_{PC} \cdot T_{S\_PC}^2\left(1 + \frac{1}{r_{PC}}\right) + \lambda_{WS} \cdot T_{S\_WS}^2\left(1 + \frac{1}{r_{WS}}\right)\right)$$

$\boxed{T_W = 1.5284\text{ min}}$

NAPOMENA: Sva računala tijekom pokušaja ispisa prosječno «osjete» jednako kašnjenje.

[14.] ZADATAK

Na zajedničku sabirnicu su spojena 16 terminala, 8 grafičkih terminala i 4 radne stanice, s intenzitetima nailazaka paketa od 30, 50 i 75 erl/s (po uređaju). Prosječne dužine paketa su iste za sve tipove uređaja i iznose 1024 bita, s eksponencijalnom (terminali), erlang r=1.75 (grafički terminali) i erlang r=4 (radne stanice) raspodjelom.

Potrebno je dimenzionirati brzinu prijenosa sabirnicom uz uvjet da je prosječno vrijeme zauzeća sabirnice tri puta manja od vremena čekanja.

RJEŠENJE

$\overline{b_1} = \overline{b_2} = \overline{b_3} = 1024b = \bar{b}$

$E_{r=1.75}$

$E_{r=4}$

$480 = 16 \cdot 30 erl/s$

$400 = 8 \cdot 50 erl/s$

$300 = 4 \cdot 75 erl/s$

$$T_{s1} = T_{s2} = T_{s3} = \frac{\overline{b}}{C}$$

$$T_s = \frac{1}{3} T_w$$

$$T_s = \sum_i \frac{\lambda_i}{\lambda} T_{si}$$

$$T_w = \sum \frac{\lambda_i}{\lambda} \cdot \frac{\rho \cdot T_{si}}{2(1-\rho)} (1 + \frac{1}{r_i})$$

$$T_w = \sum \frac{\lambda_i}{\lambda} \cdot \frac{\lambda_i \cdot T_{si}}{2(1-\lambda_i \cdot T_{si})} (1 + \frac{1}{r_i}) = \frac{T_s}{2\lambda} \sum \frac{\lambda_i^2}{1-\lambda_i \cdot T_{si}} (1 + \frac{1}{r_i})$$

$$T_w = \frac{\rho \cdot T_s}{2 \cdot \lambda(1-\rho)} \sum \lambda_i (1 + \frac{1}{r_i})$$

$$T_w = \frac{\sum \lambda \cdot \overline{t_s^2}}{2(1-\rho)} = \frac{T_s^2}{2(1-\rho)} \sum (1 + \frac{1}{r_i}) \lambda_i$$

$$t_s^2 = T_s^2 (1 + \frac{1}{r_i})$$

$$\frac{T_s^2}{2(1-\rho)} = \frac{\rho \cdot T_s^2}{2\lambda(1-\rho)}$$

$$3T_s = \frac{T_s^2}{2(1-\lambda \cdot T_s)} \left[2\lambda_1 + (1 + \frac{1}{1.75})\lambda_2 + (1 + \frac{1}{4})\lambda_2 \right]$$

$$\frac{T_s}{(1-\lambda \cdot T_s)} = \frac{6}{\left[2\lambda_1 + (1 + \frac{1}{1.75})\lambda_2 + (1 + \frac{1}{4})\lambda_2 \right]} = 3.1766 \cdot 10^{-3}$$

$$T_s = (1-\lambda \cdot T_s) \cdot 3.1766 \cdot 10^{-3} \Rightarrow T_s = \frac{3.1766 \cdot 10^{-3}}{1 + \lambda \cdot 3.1766 \cdot 10^{-3}} = 0.669 ms$$

$$\rho = \lambda \cdot T_s$$

$$T_s = \frac{b}{C}$$

$$\underline{C = 1.53 Mbps}$$

[15.] ZADATAK

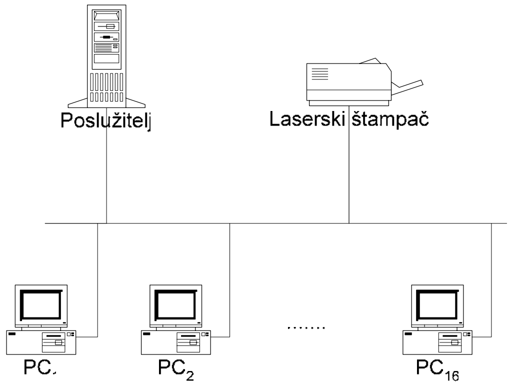
Na lokalnu mrežu sabirničkog tipa (100Mbit/s) je spojeno 16 osobnih računala, poslužitelj i mrežni štampač (vidi sliku). Mrežni štampač ima brzinu ispisa od 12 stranica u minuti, a pretpostavka je da 1 stranica dokumenta odgovara 360 kbit. Svako osobno računalo u prosjeku 1.8 puta u jednom satu štampa dokument prosječne veličine 4 stranice, 0.6 puta u minuti pristupa poslužitelju i dohvaća datoteku prosječe veličine 1000kbit, te pristupa prema ostalim osobnim računalima 0.01 puta u minuti i dohvaća datoteke prosječne veličine 200kbit.

Poslužitelj 0.45 puta u satu ispisuje dokument prosječne dužine od 1 strane, te 0.01 puta u minuti dohvaća datoteke prosječne veličine 150 kbit s preostalih osobnih računala.

Odredite:

(a) opterećenje sabirnice
(b) opterećenje štampača
(c) kapacitet procesora poslužitelja, uz uvjet da njegovo opterećenje bude 1%.

NAPOMENA: Pretpostavite da se prijenos 8 bita obavlja s jednom instrukcijom.

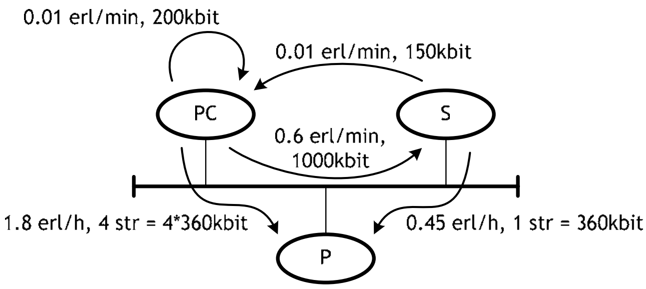


RJEŠENJE

Ovdje postoji nekoliko sustava posluživanja.

1. Sabirnica, $C_{LAN} = 100\ Mbit/s$
2. Štampač, $C_P = 12\ str/min$

Naravno, prilikom analize svakog od sustav moramo prilagoditi jedinicu veličine informacijske jedinice. S obzirom da nije rečeno drugačije, pretpostavljamo da su svi sustavi posluživanja M/M/1 tipa. Svi mogući tokovi su prikazani na slici niže.



(a)

Promotrimo sada informacijske tokove na sabirnici:

$$\lambda_{LAN} = 16 \cdot \left(\lambda_{PC\_S} + \lambda_{PC\_PC} + \lambda_{PC\_P}\right) + \left(\lambda_{S\_PC} + \lambda_{S\_P}\right)$$

$$\lambda_{LAN} = 16 \cdot \left(0.6\frac{erl}{min} + 0.01\frac{erl}{min} + 1.8\frac{erl}{60\ min}\right) + \left(0.01\frac{erl}{min} + 0.45\frac{erl}{60\ min}\right)$$

$$\lambda_{LAN} = 10.5775\ erl/min = 0.17629\ erl/s$$

Sada moramo napraviti jedno pojednostavljenje, koje će smanjiti vjerodostojnost konačnog rezultata. Vjerodostojnost rezultata će biti manja povećanjem opterećenja. Naime, umjesto pretpostavke da se prijenos datoteka razbija na prijenos paketa, mi ćemo pretpostaviti da se prijenos datoteka odvija u «komadu». Na taj način prosječnu dužinu informacijskih jedinica možemo proračunati na sljedeći način:

$$\bar{b} = \frac{1}{\lambda} \cdot \sum \lambda_i \cdot b_i$$

$$= \frac{1}{10.5775} \cdot \left\{ 16 \cdot \left(0.6 \cdot 1000\ kbit + 0.01 \cdot 200\ kbit + \frac{1.8}{60} \cdot 4 \cdot 360\ kbit \right) + \left(0.01 \cdot 150\ kbit + \frac{0.45}{60} \cdot 360\ kbit \right) \right\}$$

$$\bar{b} = 976.355\ kbit/s$$

Opterećenje sabirnice je sada jednostavno izračunati,

$$\rho = \lambda_{LAN} \cdot T_s = \lambda_{LAN} \cdot \frac{\bar{b}}{C}$$

$$\rho = 1.7212 \cdot 10^{-3}\ erl$$

(b)

U slučaju štampača, promatramo samo ispise. Iako će razdioba među-dolaznih vremena biti modificirana prolaskom dokumenta za štampanje kroz sabirnicu, mi ćemo pretpostaviti da se ipak radi o eksponencijalnoj razdiobi. U ovome slučaju intenziteti nailazaka i prosječne dužine informacijskih jedinica su kako slijedi:

$$\lambda_P = 16 \cdot \lambda_{PC\_P} + \lambda_{S\_P} = 16 \cdot 1.8 \frac{erl}{60\ min} + 0.45 \frac{erl}{60\ min}$$

$$\lambda_P = 0.4875\ erl/min$$

$$\bar{b} = \frac{1}{\lambda_P} \cdot \left\{ 16 \cdot \lambda_{PC\_P} \cdot b_{PC\_P} + \lambda_{S\_P} \cdot b_{S\_P} \right\} = \frac{1}{0.4875} \cdot \left\{ 16 \cdot 1.8 \frac{erl}{60\ min} \cdot 4 + 0.45 \frac{erl}{60\ min} \right\}$$

$$\bar{b} = 3.954\ str$$

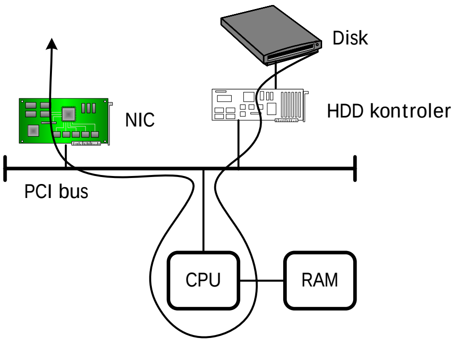
Opterećenje štampača je sada jednostavno izračunati,

$$\rho = \lambda_P \cdot T_s = \lambda_P \cdot \frac{\bar{b}}{C}$$

$$\rho = 0.16063\ erl$$

(c)

U ovom dijelu zadatka promatramo 3. sustav posluživanja. Radi lakšeg objašnjenja zadatka, nacrtana je slika niže koja predstavlja unutarnju strukturu poslužitelja.



Iako u stvarnosti postoji brojne druge mogućnosti (npr. DMA, Direct Memory Access, direktna komunikacija između uređaja unutar PC-a, bez posredovanja procesorske jedinice), mi ovdje pretpostavljamo da procesor (CPU) 8 bit (oktet) s diska dohvaća i šalje na mrežnu karticu (NIC) s 1 instrukcijom. Pritom se dakako zaobilazi memorija (RAM). Drugim riječima, u našem jednostavnom modelu ćemo pretpostaviti da prijenos 1 okteta s poslužitelj zahtjeva 1 instrukciju. Pritom se ne smije ispustiti iz vida da i poslužitelj šalje/prima određenu količinu podataka s osobnih računala, odnosno štampača. Količina bita koji se u jedinici vremena prenose sa i od poslužitelja jednaka je dakle,

$$\lambda_{bit} = 16 \cdot 0.6 \frac{erl}{min} + 0.01 \frac{erl}{min} + 0.45 \frac{erl}{60\ min} = 9.6175\ erl/s\ ,$$

je intenzitet nailazaka zahtjeva za prijenosom datoteka. Prosječna dužina tih datoteka, u kbit, a potom i instrukcijama koje se moraju izvesti je,

$$\bar{b}_{bit} = \frac{1}{9.6175}\left(16 \cdot 0.6 \cdot 1000\ kbit + 0.01 \cdot 150\ kbit + 0.45 \cdot \frac{1}{60} \cdot 360\ kbit\right) = 998.62\ kbit$$

$$\bar{b}_I = \frac{\bar{b}_{bit}}{8} = 124.83\ kI$$

Dalje je jednostavno,

$$C = \lambda \cdot \frac{\bar{b}_I}{\rho} = 9.6175 \cdot \frac{124.83}{0.01}\ ,\ \text{tj.}$$

$$C = 120.055\ MIPS$$

[16.] ZADATAK

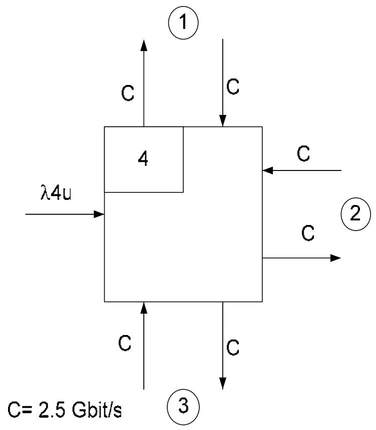
Komutacijski čvor paketske mreže spojen je s tri identična komutacijska čvora transmisijskim vezama kapaciteta 2.5 Gbit/s. Paketi su dužine 53 okteta a intenziteti nailazaka sljedeći: od čvora 1 $9 \cdot 10^5$ paketa u sekundi, od čvora 2 $16 \cdot 10^5$ paketa u sekundi, te od čvora 3 $10 \cdot 10^5$ paketa u sekundi. Unutrašnji promet od čvora 4 prema ostalim čvorovima je $5 \cdot 10^5$ paketa u sekundi.

Zadatak je odrediti :

(a) potreban kapacitet procesora za usmjeravanje paketa, ako je prosječan broj instrukcija potrebnih za usmjeravanje jednog paketa 4 I, a zahtjev da prosječno zadržavanje paketa u čvoru bude 0.4 μs.

(b) veličinu spremnika paketa, te opterećenje i prosječna vremena čekanja na dolaznim i odlaznim transmisijskim vezama, ako je prosječno zadržavanje 1ms. Pretpostavite da je usmjeravanje paketa u komutacijskom čvoru zadano tablicom(broj u *i*-tom retku i *j*-tom stupcu označava postotak dolaznog prometa s *i*-tog čvora koji se usmjerava *j*-tom čvoru).

	1	2	3	4
1	-	30	45	25
2	20	-	50	30
3	35	45	-	20
4	35	30	35	-



Rješenje

$\lambda_{1d} = 9 \cdot 10^5\ erl/s$

$\lambda_{2d} = 16 \cdot 10^5\ erl/s$

$\lambda_{3d} = 10 \cdot 10^5\ erl/s$ M/M/1 sustav, $\lambda_{uk} = \sum_i \lambda_i = 4 \cdot 10^6\ erl/s$

$\lambda_{4u} = 5 \cdot 10^5\ erl/s$

(a) $b = 4I$

prosječno vrijeme čekanja

$$T_w = \frac{\lambda \cdot T_s^2}{1 - \lambda \cdot T_s}$$

ukupno vrijeme provedeno u procesorskoj jedinici: čekanje + posluživanje

$T_q = T_w + T_s = A,\ A = 0.4\mu s$

$$T_s = \frac{A}{A + A \cdot \lambda}$$

$T_s = 0.154\ \mu s$

$T_w = 0.264\ \mu s$

$C = \frac{\overline{b}}{T_s}$,

kapacitet

$C = 26\ MIPS$

(b)

$A = 1\ ms$

$T_s = 0.25\ \mu s$

$T_w \approx 1\ ms$

$l_w = \lambda \cdot T_w = 4000\ paket = 212000\ oktet$

$l_w = 1.696 \cdot 10^6\ bit$

(c) M/D/1 sustav b= 53 oktet =424 bit

odlazni promet

$$\lambda_{10} = \lambda_{2d} \cdot 0.2 + \lambda_{3d} \cdot 0.35 + \lambda_{4u} \cdot 0.35 = 8.45 \cdot 10^5 \ erl/s$$

$$\lambda_{20} = \lambda_{1d} \cdot 0.3 + \lambda_{3d} \cdot 0.45 + \lambda_{4u} \cdot 0.3 = 8.7 \cdot 10^5 \ erl/s$$

$$\lambda_{30} = \lambda_{1d} \cdot 0.45 + \lambda_{2d} \cdot 0.5 + \lambda_{4u} \cdot 0.35 = 13.8 \cdot 10^5 \ erl/s$$

dolazni promet

$$\lambda_{1d} = 9 \cdot 10^5 \ erl/s$$

$$\lambda_{2d} = 16 \cdot 10^5 \ erl/s$$

$$\lambda_{3d} = 10 \cdot 10^5 \ erl/s$$

opterećenje

$$\rho = \lambda \cdot T_s = \lambda \cdot \frac{b}{c}$$

prosječno vrijeme čekanja

$$T = \frac{\rho \cdot T_s}{2(1-\rho)}$$

rezultati

	l_{1d}	l_{2d}	l_{3d}	l_{1o}	l_{2o}	l_{3o}	
ρ	0.15264	0.27136	0.1696	0.1433	0.1475	0.234	erl
T_w	15.3	31.6	17.32	14.2	14.68	25.91	ns

2.2. Višeprocesorski sustavi posluživanja

[17.] ZADATAK

Lokalnu mrežu čini 15 osobnih računala i 8 radnih stanica. Svako osobno računalo ima u prosjeku 2 ispisa u satu na mrežne štampače, s prosječno 12 strana po ispisu. Svaka radna stanica ima u prosjeku 6 ispisa u satu na mrežne štampače, s prosječno 9 strana po ispisu. Ako pretpostavimo da je kapacitet jednog mrežnog štampača 6 strana/minuta, odredite potreban broj mrežnih štampača kako bi vjerojatnost da je u nekom trenutku neki od štampača slobodan za ispis bila veća od 81%.

RJEŠENJE

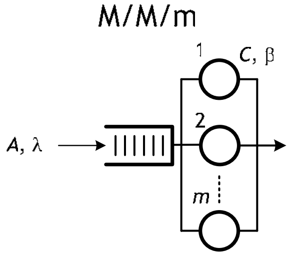
Radi se o višeprocesorskom M/M/m sustavu s čekanjem, gdje je m broj štampača.

Prometni intenzitet A,

$$A = \frac{\lambda}{\beta} = \frac{\lambda}{\mu \cdot C} = m \cdot \rho \ \text{[erl]}$$

$$\rho = \frac{\lambda}{\beta \cdot m} = \frac{\lambda}{\mu \cdot C \cdot m} = \frac{A}{m}.$$

Pritom je C kapacitet jednog od m poslužitelja.



Vjerojatnost da će neka jedinica, od niza onih koji nailaze u sustav posluživanja, morati čekati, tj. da će u trenutku nailaska informacijske jedinice sustav biti popunjen jednaka je:

$$P_m = P_0 \cdot \frac{(m \cdot \rho)^m}{m! \cdot (1-\rho)},$$

gdje je,

$$P_0 = \frac{1}{\left\{ \sum_{i=1}^{m-1} \frac{(m \cdot \rho)^i}{i!} + \frac{(m \cdot \rho)^m}{m! \cdot (1-\rho)} \right\}}$$

tzv. Erlang-C formula. Ova se vrijednost obično čita iz tablice.

U našem slučaju,

$$A = \lambda \cdot T_s$$

$$\lambda = 15 \cdot 2 \frac{erl}{60\, min} + 8 \cdot 6 \frac{erl}{60\, min} = 1.3\, erl/min$$

$$T_s = \frac{\bar{b}}{C} = \frac{1}{C \cdot \lambda} \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \cdot b_i = \frac{0.5 \cdot 12 + 0.8 \cdot 9}{1.3 \cdot 6} = 1.69\, min$$

$A = 2.2\, erl$, a iz tablica za Erlang-C formulu, uz uvjet da $P_m \leq 1 - 0.81 = 0.19$, dobivamo da najmanji m koji zadovoljava ovaj uvjet iznosi,

$m = 5$,

za koji isto tako vrijedi:

$P_m = 0.0839286$

$\rho = 0.44\, erl$

Prosječno vrijeme čekanja, te broj jedinica u sustavu,

$$T_w = P_m \cdot T_0 = P_m \cdot \frac{T_s}{1-\rho}$$

$$T_q = \frac{1}{\mu \cdot C} \cdot \left(1 + \frac{P_m}{1-\rho}\right)$$

$$L_w = m \cdot P_m \cdot \frac{\rho}{1-\rho}$$

$$T_q = m \cdot \rho \cdot \left(1 + \frac{P_m}{1-\rho}\right)$$

[18.] Zadatak

Na privatnu telefonsku centralu su spojena 32 telefonska pretplatnika, od kojih svaki u glavnom prometnom satu ima 3 poziva prosječnog trajanja od 3 minute. Sa koliko je iznajmljenih telefonskih linija potrebno privatnu telefonsku centralu spojiti na javnu ako se želi da se manje od 4 poziva na 100 odbaci zbog zauzetosti javnih linija.

Rješenje

Radi se o više-poslužiteljskom M/M/m sustavu s gubicima. U ovome sustavu nema repa, odnosno čekanja. Ako je poslužitelj pun, tj. ako se u njemu nalazi $l_q = m$ jedinica, sve ostale koje naiđu do trenutka napuštanja barem jedne jedinice se odbacuju. Tipičan primjer primjene ovog modela je telefonska mreža, odnosno telefonski pozivi.

Vjerojatnost da će u sustavu biti $l_q > m$ jedinica, tj. da će doći do odbacivanja informacijskih jedinica, opisuje se tzv. Erlang-B formulom,

$$E(A,m) = \frac{\frac{A^m}{m!}}{\sum_{i=1}^{m} \frac{A^i}{i!}}.$$

Slično kao i u slučaju Erlang-C formule, i ove se vrijednosti mogu čitati iz tablica.

U našem konkretnom slučaju vrijedi,

$$A = \lambda \cdot T_s = \frac{3}{60} \cdot 32 \frac{erl}{min} \cdot 3\, min = 4.8\, erl.$$

Kako je početni uvjet,

$$P_m \le 0.04,$$

iz tablice se može pronaći najmanja vrijednost m za koju je ispunjen ovaj uvjet,

$$m = 9,\ P_m = 0.0314668$$

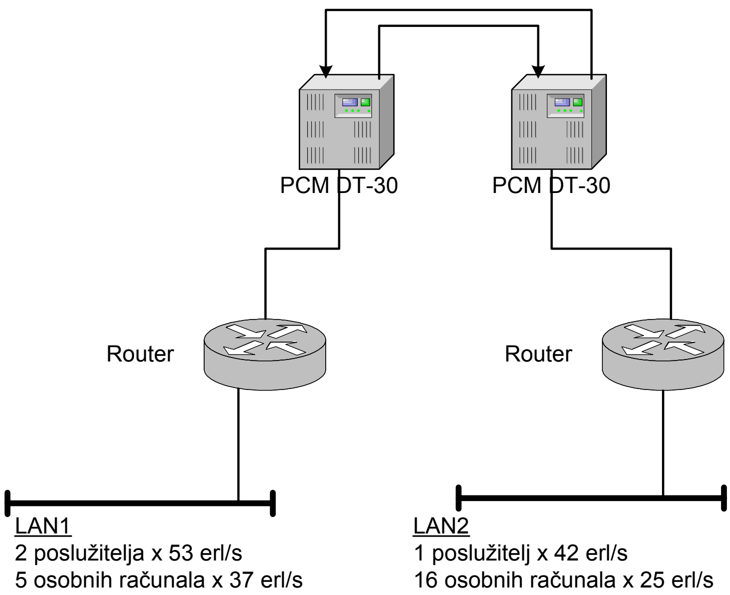
[19.] Zadatak

Zadan je informacijski sustav kao na slici niže, kojeg čine dvije lokalne mreže sabirničkog tipa (~10Mb/s) međusobno povezanih digitalnim transmisijskim sustavom kapaciteta prijenosa do 30 govornih kanala (kapacitet govornog kanala je 64 kb/s).

Slika prikazuje broj i vrstu uređaja koji su spojeni na lokalne mreže, te prosječan broj paketa koje uređaji generiraju u jedinici vremena. Ako se 13.5% prometa prve lokalne mreže (u oba smjera) odnosi na komunikaciju s drugom (u oba smjera), te 23.2% prometa druge lokalne mreže odnosi na komunikaciju s prvom, te ako je prosječna dužina paketa 1000 okteta, odredite:

(a) prosječno vrijeme čekanja i posluživanja za obje lokalne mreže, te

(b) potreban broj govornih kanala, koji će se koristiti za prijenos podataka između lokalnih mreža, uz uvjet da vjerojatnost čekanja bude manja od 30%



RJEŠENJE

$\bar{b} = 1000 \cdot 8 = 8000\ bit$

$T_{s1} = T_{s2} = \dfrac{\bar{b}}{C} = 0.8\ ms$

$\rho = \lambda \cdot T_s$

lokalne mreže možemo opisati kao M/M/1 sustav, te vrijedi

$T_w = \dfrac{\rho \cdot T_s}{1-\rho}$

To znači da sada preostaje računanje tokova:

LAN1

$\lambda_1 = [2 \cdot 53 + 5 \cdot 37] = 291\ erl/s$

$\lambda_{1out} = 0.135 \cdot \lambda_1 = 39.285\ erl/s$

$\lambda_{1uk} = \lambda_1 + \lambda_{2out} = 393.544\ erl/s$

$\rho_1 = \lambda_{1uk} \cdot T_{s1} = 0.315\ erl$

$T_{w1} = 0.368\ ms$

$A_{1out} = \lambda_{1out} \cdot T_{s1out} = \lambda_{1out} \cdot \dfrac{\bar{b}}{C_{ch} = 64\ kbit/s}$

$A_{1out} = 4.911\ erl$

$P_m \le 0.3$, Erlang-C

$m_1 = 8\ (\rho = 0.7, A = 5.6, P_m = 0.270603)$

LAN2

$\lambda_2 = [42 + 16 \cdot 25] = 442\ erl/s$

$\lambda_{2out} = 0.232 \cdot \lambda_2 = 102.544\ erl/s$

$\lambda_{2uk} = \lambda_2 + \lambda_{1out} = 481.285\ erl/s$

$\rho_2 = \lambda_{2uk} \cdot T_{s2} = 0.385\ erl$

$T_{w1} = 0.501\ ms$

$A_{2out} = \lambda_{2out} \cdot T_{s2out} = \lambda_{2out} \cdot \dfrac{\bar{b}}{C_{ch} = 64\ kbit/s}$

$A_{2out} = 12.818\ erl$

$P_m \le 0.3$, Erlang-C

$m_1 = 17\ (\rho = 0.8, A = 13.6, P_m = 0.291504)$

Konačno je rješenje (zbog toga što moramo rezervirati kanale za oba smjera) jednako,

$C = (m_1 + m_2) \cdot C_{ch} = 25 \cdot C_{ch}$

[20.] ZADATAK

Na svaki od četiri koncentratora prvog stupnja spojeno je 64 terminala od kojih svaki u prosjeku generira 8 paketa u sekundi, prosječne dužine 256 bita. Brzine prijenosa odlaznih veza su 14400bps. U koncentratoru drugog stupnja, s brzinom prijenosa odlaznih veza od 2048kbps, provodi se dodatna koncentracija.

Vaš je zadatak da odredite slijedeće:

- broj kanala potrebnih za prijenos poruka ako se postavlja zahtjev da je vjerojatnost čekanja manja od 0.05, te opterećenje po kanalu za svaki stupanj koncentracije,
- prosječno vrijeme čekanja i zadržavanja, te prosječni broj jedinica u repu i sustavu za svaki koncentrator, i
- ukupno prosječno vrijeme kašnjenja poruka (za cijeli sustav)

RJEŠENJE:

$\lambda_1 = 64 \cdot 8 erl/s = 512 erl/s$

$\overline{b} = 256$

$$A_1 = \lambda \cdot T_s = \frac{\lambda \cdot \overline{b}}{C_1}$$

$A_1 = 9.1 erl$

$1.stupanj$

$A_1 = m_i \rho$

$P_m < 0.05(5\%)$

$m_1 = 15, \rho_1 = 0.6, P_m = 0.0482337$

$$T_q = \frac{\overline{b}}{C}\left(1 + \frac{P_m}{1-\rho}\right) = \ldots$$

$$T_w = \frac{\overline{b} \cdot P_m}{C(1-\rho)} = \ldots$$

$$L_q = m \cdot P_m \frac{\rho}{1-\rho} = \ldots$$

$$L_w = m \cdot P_m \frac{\rho}{1-\rho} = \ldots$$

$2.stupanj$

$\lambda_2 = 4\lambda_1 = 2048 erl/s$

$$A_2 = \lambda_2 \cdot T_s = \frac{\lambda_2 \cdot \overline{b}}{C_2} = 0.256$$

$A_2 = m_2 \cdot \rho_2$

$P_m < 0.05$

$m_2 = 2$

$\rho = 0.12$

$P_m = 0.0257143$

[21.] ZADATAK

Na lokalnu centralu spojeno je 16 telefonskih i 3 telefaks uređaja, te 16 podatkovnih terminala. Svaki telefonski korisnik ima 2 zahtjeva u satu, a poziv prosječno traje 3 minute, dok telefaks korisnik ima u prosjeku 4 zahtjeva po satu, od kojih svaki traje u prosjeku 5 minuta. Podatkovni terminali, koji čine zasebnu mrežu s komutacijom paketa, generiraju 30 paketa po 1024 bita u minuti (svaki), i spojeni su na javnu telefonsku mrežu s komutacijom paketa s posebnom linijom i priključenim modemom.

Vaš je zadatak slijedeći:

- odredite potreban broj linija za povezivanje telefonskih i telefaks aparata na javnu mrežu, uz uvjet da je vjerojatnost gubitka zahtjeva za vezom manja od 0.1%,
- odredite kapacitet modema koji je spojen na zasebnu liniju, uz vjerojatnost čekanja manju od 10% (pretpostavite da je jedinični kapacitet 2400 bit/s),
- uz pretpostavku da je prosječno trajanje obrade zahtjeva za telefonskom i telefaks uslugom 170 ms, odnosno 430 ms za terminal, odredite potreban kapacitet procesora lokalne centrale, tako da vrijeme čekanja bude 5 puta duže od vremena posluživanja. Raspodjele posluživanja za telefonsku centralu i telefaks uslugu su eksponencijalne, a za terminale Erlang s r=2.25.

RJEŠENJE

a)

$$\lambda = \frac{2}{60 \cdot 60} \cdot 16 + \frac{60}{60 \cdot 60} \cdot 3$$

$$\lambda = \frac{44}{60 \cdot 60} = 12.22\, erl/s$$

$$A = \lambda T_s$$

$$A = \lambda \left(\frac{\lambda_1}{\lambda} T_{s1} + \frac{\lambda_2}{\lambda} T_{s2} \right) = \lambda_1 T_{s1} + \lambda_2 T_{s2} = \frac{16 \cdot 2}{60 \cdot 60} \cdot 3 \cdot 60 + \frac{3 \cdot 4}{60 \cdot 60} \cdot 5 \cdot 60$$

$$A = 2.6 \qquad \mathrm{P_m} \le 0.001$$

$$\Rightarrow m = 9 \quad \text{ili} \quad m = 10 \qquad \text{Erlang - B}$$

$$\mathrm{P_m} = 0.00111172 \qquad \mathrm{P_m} = 0.000288963 \le 0.001$$

b)

$$\lambda = 0.5\, erl/s \cdot 16 \left(\frac{30}{60} erl/s \right)$$

$$\lambda = 16 \cdot 0.5\, erl/s$$

$$\lambda = 8\, erl/s$$

$$A = m \cdot \rho = \lambda T_s = \frac{\lambda \cdot \overline{b}}{C} = \frac{8 \cdot 1024}{2400} \text{ erl}$$

$$A = 3.413 \text{ erl} \qquad \mathrm{P_m} \le 0.1$$

$$\Rightarrow m = 7 \qquad\qquad m = 6$$

$$\rho = 0.52 \;\; \mathrm{P_m} = 0.090496 \qquad \rho = 0.5 \;\; \mathrm{P_m} = 0.099143$$

c)

$$\left.\begin{array}{l}\lambda_1 = \dfrac{2\cdot 16}{60\cdot 60}\ erl/s \\ \lambda_2 = \dfrac{3\cdot 4}{60\cdot 60}\ erl/s \\ \lambda_3 = \dfrac{30}{60}\cdot 16\ erl/s\end{array}\right\}\lambda = \sum_i \lambda_i = \frac{32}{60\cdot 60} + \frac{12}{60\cdot 60} + \frac{30\cdot 60\cdot 16}{60\cdot 60}$$

$$\lambda = \frac{28844}{60\cdot 60}\ erl/s$$

$$\lambda = 8.012\dot{2}\ erl/s$$

$$\left.\begin{array}{l}T_{s1} = 170ms \\ T_{s2} = 170ms \\ T_{s3} = 430ms\end{array}\right\}T_s = \frac{1}{\lambda}\sum_i \lambda_i T_{si} = \frac{1}{\lambda}\left[\frac{32}{60\cdot 60}\cdot 170 + \frac{12}{60\cdot 60}\cdot 170 + \frac{30\cdot 60\cdot 16}{60\cdot 60}\cdot 430\right]ms =$$

$$= 2.22562\cdot 10^{-3}\left[32\cdot 170 + 12\cdot 170 + 28800\cdot 430\right]ms$$

$$T_s = 429.6\ ms \qquad \Rightarrow \qquad \mathrm{T_w} = 5\cdot T_s = 2.148\ \mathrm{s}$$

[22.] ZADATAK

Na lokalnu mrežu sabirničkog tipa su spojena 8 osobnih računala, 2 radne stanice i poslužitelj datoteka. Prosječne dužine paketa su 1000 okteta, sa erlang $E_{r=1.75}$ raspodjelom. Osobna računala imaju u prosjeku 56 zahtjeva za pristup sabirnici u sekundi (po računalu), radne stanice 117 zahtjeva u sekundi (po stanici), a poslužitelj datoteka ima 214 zahtjeva u sekundi (raspodjele intenziteta nailazaka su eksponencijalne).

Ako je brzina sabirnice 10 Mbit/s odredite:

- opterećenje sabirnice, vrijeme čekanja i posluživanja
- opterećenje sabirnice, vrijeme čekanja i posluživanja uz pretpostavku da se radi o sustavu s prioritetima i to sa slijedećim redoslijedom (viši prioritet prema nižem): poslužitelj, radne stanice, osobna računala.
- uz pretpostavku da se 30% prometa u lokalnoj mreži odnosi na komunikaciju s gradskom mrežom, te da se lokalna mreža može povezati ne gradsku modemima od 64 kbit/s, odredite broj potrebnih modema kako bi vjerojatnost čekanja bila manja od 5%.

RJEŠENJE

$$\lambda_1 = 8\cdot 56 \quad erl/s$$
$$\lambda_2 = 2\cdot 117\ erl/s$$
$$\lambda_3 = 1\cdot 214\ erl/s$$
$$\overline{b} = 1000\cdot 8\ bit$$
$$C = 10\ Mbit/s$$
$$r = 1.75$$

$$\lambda = \sum_i \lambda_i = 448 + 234 + 214 \qquad \lambda = 896\ erl/s$$

$$\rho = \lambda \cdot T_s = \lambda \cdot \frac{\overline{b}}{C} \qquad T_s = \frac{\overline{b}}{C}$$

a)

$$T_s = 0.8\ ms$$

$$\rho = 0.7168\ erl$$

$$T_w = \frac{\sum_i \lambda_i \cdot \overline{t_{s_i}}^2}{2 \cdot (1-\rho)} \qquad \overline{t_{s_i}}^2 = T_{s_i}{}^2 \cdot \left(1 + \frac{1}{r_i}\right)$$

$$T_w = \frac{1}{2 \cdot (1-\rho)} \cdot \left[\lambda_1 \cdot T_{s_1}{}^2 \cdot \left(1+\frac{1}{r_1}\right) + \lambda_2 \cdot T_{s_2}{}^2 \cdot \left(1+\frac{1}{r_2}\right) + \lambda_3 \cdot T_{s_3}{}^2 \cdot \left(1+\frac{1}{r_3}\right)\right]$$

$$= \frac{\left(1+\frac{1}{r}\right)}{2 \cdot (1-\rho)} \cdot \left[\lambda_1 \cdot T_{s_1}{}^2 + \lambda_2 \cdot T_{s_2}{}^2 + \lambda_3 \cdot T_{s_3}{}^2\right] = \frac{\left(1+\frac{1}{r}\right) \cdot \overline{b^2}}{2 \cdot (1-\rho) \cdot C^2} \cdot \sum_i \lambda_i$$

$$T_w = 1.591\ ms$$

b)

$$T_s = 0.8\ ms$$

$$T_0 = \frac{1}{2} \cdot T_s{}^2 \cdot \lambda \cdot \left(1+\frac{1}{r}\right)$$

$$T_0 = 0.45056\ ms$$

$$T_{w_3} = \frac{T_0}{1-\rho_3} \qquad \rho_3 = \lambda_3 \cdot T_{s_3} \qquad \rho_3 = 0.1712$$

$$T_{w_2} = \frac{T_0}{(1-\rho_3) \cdot (1-\rho_3-\rho_2)} \qquad \rho_2 = \lambda_2 \cdot T_{s_2} \qquad \rho_2 = 0.1872$$

$$T_{w_1} = \frac{T_0}{(1-\rho_3-\rho_2)\cdot(1-\rho_3-\rho_2-\rho_1)} \qquad \rho_1 = \lambda_1 \cdot T_{s_1} \qquad \rho_1 = 0.3584$$

$$T_{w_3} = 0.5436 \quad ms$$
$$T_{w_2} = 0.8473 \quad ms$$
$$T_{w_1} = 2.4797 \quad ms$$

$$T_w = \frac{1}{\lambda}\cdot\sum_i \lambda_i \cdot T_{w_i} \qquad T_w = 1.591 \;\; ms$$

c)

$$\lambda' = 0.3\cdot\lambda = 268.8$$

$$T_s' = \frac{\bar{b}}{C'} = \frac{8000}{64\cdot 10^3} \qquad T_s' = 0.125 \;\; s$$

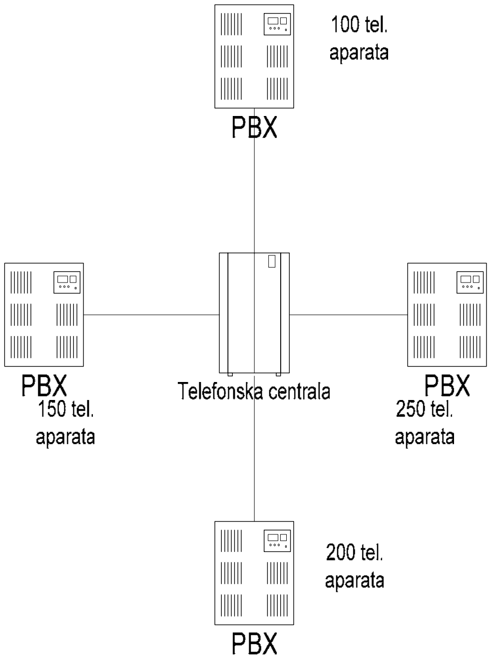
$$A = \lambda'\cdot T_s' = 33.6 = m\cdot\rho$$
$$P_m \leq 0.05 \qquad (Erlang - B) \qquad \Rightarrow \qquad m = 50$$
$$\rho = 0.66$$

[23.] ZADATAK

Na telefonsku centralu su telefonskim linijama spojene 4 lokalne centrale. Na lokalne centrale je spojeno 100,150,200 odnosno 250 telefonskih aparata(vidi sliku).U prosjeku u glavnom prometnom satu svaki korisnik ima 1.8 poziva,koji u prosjeku traju 4 minute.

(a.) Vaš je zadatak da za svaku lokalnu centralu odredite broj potrebnih telefonskih linija za povezivanje na telefonsku centralu, ako se želi odbacivanje svakog 250-tog poziva.

(b.) Ako pretpostavimo da je na neku lokalnu centralu spojeno 256 korisnika od kojih svaki u glavnom prometnom satu u prosjeku ima 1 telefonski poziv od 4 minute,te ako je lokalna centrala sa telefonskom povezana sa 30 telefonskih linija odredite vjerijatnost da je poziv izgubljen.



RJEŠENJE

$$\lambda_{ik} = 1.8 \quad \text{erl/s} \ \frac{1}{3600}$$

N_1 =100 $\qquad\qquad$ $T_s = 4\min = 4\cdot 60$ s= T_{si} =..... T_{s4}

N_2=150

$N_3 = 200$

$N_4 = 250$

(a) $\lambda_1 = \dfrac{1.8\cdot 100}{3600} =$ $\qquad \lambda_1 = 0.05$

$\lambda_2 = \dfrac{1.8\cdot 150}{3600} =$ $\qquad \lambda_2 = 0.075$ $\qquad\qquad P_m \le 0.4\,\%$

$\lambda_3 = \dfrac{1.8\cdot 200}{3600} =$ $\qquad \lambda_3 = 0.1$

$\lambda_4 = \dfrac{1.8\cdot 250}{3600}$ $\qquad \lambda_4 = 0.125$

$A_1 = \lambda_1 T_{s1}$ => $A_1 = 12$ erl => m_1 =22 $\quad (P_m = 0.003027)$

$A_2 = 18$ erl => $m_2 = 22$ $\quad (P_m = 0.00262219)$

$$A_3 = 24\,\text{erl} \quad => \quad m_3 = 40 \quad (P_m = 0.00189101)$$

$$A_4 = 30\,\text{erl} \quad => \quad m_4 = 45 \quad (P_m = 0.00232024)$$

(b)

N=256

$$\lambda_i = \frac{1}{3600} \ \text{erl/s}$$

$$T_s = 4.60 \ \text{s}$$

m=30

[24.] ZADATAK

U lokalnu mrežu, koju čine 32 osobna računala i 9 radnih stanica, je potrebno povezati određen broj mrežnih štampača. Ako u prosjeku osobno računalo u tijeku jednog sata ispisuje 3 dokumenta, prosječne dužine 5 strana, a radna stanica 2 dokumenta prosječne dužine 12 strana, odredite potreban broj štampača, i to uz:

(a) kapacitet štampača od 6 strana/minuta i maksimalno dopuštenu vjerojatnost čekanja 16%

(b) kapacitet štampača od 3 strana/minuta i maksimalno dopuštenu vjerojatnost čekanja 14%

Za oba slučaja odredite prosječno vrijeme čekanja, te srednji broj jedinica u repu i sustavu.

VAŽNA NAPOMENA: Navodite ispravne jedinice veličina.

RJEŠENJE:

$$\lambda_{PC} = 32 \cdot \frac{3}{60} = 1.6 \ \text{erl/s}$$

$$\lambda_{WS} = 9 \cdot \frac{2}{60} = 0.3 \ \text{erl/s}$$

$$\lambda = \lambda_{PC} + \lambda_{WS} = 1.9 \ \text{erl/s}$$

$$\overline{b} = \frac{1}{\lambda} \cdot \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \cdot b_i = 6.1053 \ \text{str}$$

a)

C = 6 str/min

$$T_S = \frac{\overline{b}}{C} = 1.02 \ \text{min}$$

$$A = \lambda \cdot T_S = 1.933 \ \text{erl}$$

m=4 $\rho = 0.48$ P_m<=16 % P_m=0.154856

$$T_W = \frac{P_m \cdot \overline{b}}{C \cdot (1-\rho)} \qquad T_W = 0.3030245614 \text{ min}$$

$$L_W = m \cdot P_m \cdot \frac{\rho}{1-\rho} \qquad L_W = 0.571776 \text{ str}$$

$$L_Q = m \cdot \rho \cdot \left(1 + \frac{P_m}{1-\rho}\right) \qquad L_q = 2.491776 \text{ str}$$

b)

C = 3 str/min
T_S = 2.04 min
s = 3.867 erl

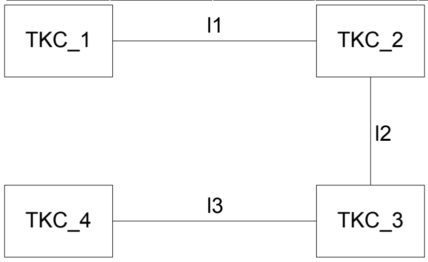
m = 7 ρ = 0.56 P_m = 0.124184

T_w = 0.574376 min L_W = 1.106366545 str L_q = 5.026366547 str

[25.] ZADATAK

Telefonske centrale su međusobno spojne prema slici. Na centralu TKC_1 je spojeno 4x256 korisnika, TKC_2 12x256 korisnika, TKC_3 10x256 korisnika, te TKC_4 3x256 korisnika. U tablici je dan prosječan broj zahtjeva koje korisnik spojen na neku centralu (broj redka) ima za komunikacijom sa korisnikom na drugoj centrali (broj stupca) u toku jednog dana. Ako prosječan telefonski poziv traje 3 minute i 20 sekundi, odredite broj potrebnih govornih kanala za sve komunikacije između telefonskih centrala, uz uvjet da je vjerojatnost blokiranja za svaki link manja od 5%.

	TKC_1	TKC_2	TKC_3	TKC_4
TKC_1	4	0.2	1	0.1
TKC_2	0.5	4.3	1.5	1.3
TKC_3	0.7	0.7	3.9	1.5
TKC_4	0.3	0.9	1.9	3.7



RJEŠENJE

TKC_1=1024korisnika

TKC_2=3072 korisnika

TKC_3=2560 korisnika

TKC_4=768 korisnika

$$\gamma_{jk} = \begin{bmatrix} 47.41 & 2.37 & 11.85 & 1.19 \\ 17.78 & 152.89 & 53.33 & 46.22 \\ 20.74 & 20.74 & 115.56 & 44.44 \\ 2.67 & 8 & 16.89 & 32.89 \end{bmatrix}$$

T_s=200s

P_m=5%

$\lambda_1=\lambda_{12}+\lambda_{13}+\lambda_{14}+\lambda_{41}+\lambda_{31}+\lambda_{21}=56.6 \cdot 10^{-3}$ erl/s

$\lambda_2=\lambda_{13}+\lambda_{23}+\lambda_{24}+\lambda_{42}+\lambda_{32}+\lambda_{31}=160.88 \cdot 10^{-3}$ erl/s

$\lambda_3=\lambda_{43}+\lambda_{42}+\lambda_{41}+\lambda_{14}+\lambda_{24}+\lambda_{34}=119.41 \cdot 10^{-3}$ erl/s

$A=\lambda T_s$

A_1=11.32 erl	P_m=0.0438011	m=16
A_2=32.176 erl	P_m=0.0268384	m=40
A_3=23.882 erl	P_m=0.0142177	m=35

[26.] ZADATAK

Na regionalnu telefonsku centralu je spojeno 10000 korisnika, od kojih svaki ima u prosjeku 0.45 poziva prema tranzitnoj centrali u glavnom prometnom satu. Prosječno trajanje poziva je 3 minute. Odredite:

(a) koliko je potrebno linkova primarnog PCM multipleksa (32 govorna kanala) između regionalne i tranzitne centrale da bi vjerojatnost blokiranja poziva bila manja od 1%,

(b) kolika je vjerojatnost blokiranja ako se broj poziva udvostruči, te

(c) ako svaki zahtjev za komunikacijom pokreće u centralnoj procesorskoj jedinici funkciju prosječne dužine 120 kI, a Erlangove raspodjele vjerojatnosti dužina s r =4, odredite opterećenje procesora kapaciteta 16 MIPS-a, te prosječno vrijeme čekanja zahtjeva za posluživanjem.

RJEŠENJE

$$N = 10000$$
$$C = 64000 bit / s$$
$$\lambda_i = 0.45 \cdot \frac{1}{60 \cdot 60}$$
$$Ts = 180s$$
$$b = 11.52 \cdot 10^6$$
$$\lambda_i = 1.25 \cdot 10^{-4} erl / s$$

a)

$$C = 2048 kbit / s$$
$$T_s = 5.625s$$
$$N = 10000$$
$$\lambda = N \cdot \lambda_i$$
$$\lambda = 1.25 erl / s$$
$$\lambda \cdot T_s = A$$
$$A = 7.03125$$
$$P_m \leq 1\%$$
$$m = 14$$
$$P_m = 000713498\ (0.713498\%)$$

b)

$$\lambda_i = 0.9 \cdot \frac{1}{60 \cdot 60} = 2.5 \cdot 10^{-4} erl / s$$
$$A = 14.0625$$
$$m = 14$$
$$P_m = 0.185804 (18.5804\%)$$

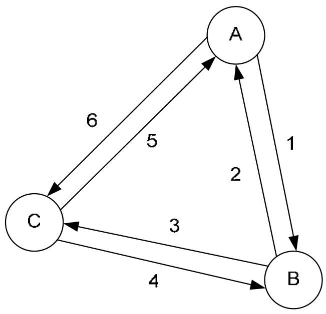
c)

$$\lambda = 1.25 erl / s$$
$$\overline{b} = 120 kI$$
$$C = 16 \cdot 10^6\, IPS$$
$$T_s = \frac{\overline{b}}{C} = 7.5ms$$
$$M / E_r = 4 / 1 \longrightarrow T_w = \frac{\rho \cdot T_s}{2 \cdot (1 - \rho)} \cdot (1 + \frac{1}{r})$$
$$\rho = \lambda \cdot T_s, \rho = 9.375 \cdot 10^{-3} erl$$
$$T_w = 44.36 \mu s$$

[27.] ZADATAK

Mrežu s komutacijom paketa čine tri komutacijska čvora povezana međusobno s određenim brojem modema kapaciteta 33.6 kbit/s. Vaš je zadatak da odredite potreban broj modema za svaku transmisijsku vezu. Intenziteti nailazaka paketa prosječne duljine 1000 okteta su dani u tablici, a maksimalno dozvoljena vrijednost vjerojatnosti čekanja je 15%.Za svaku transmisijsku vezu odredite prosječno vrijeme trajanja transmisije.

	A	B	C
A	-	20	25
B	40	-	35
C	30	15	-



RJEŠENJE

C=33.6 $\cdot 10^3$ bit/s

$\bar{b}$ =1000 *oktet*= 8000 *bit*

$P_m \le 15\,\%$

prosječno vrijeme transmsije – link zamisli kao rep

$T_q = T_w + T_s$

prometni intezitet

$$A = \lambda \cdot T_s = \lambda \cdot \frac{\bar{b}}{C}$$

M/M/m sustav

$$T_q = T_w + T_s = \frac{\bar{b}}{C}\left(1 + \frac{P_m}{1-\rho}\right)$$

Erlang-C tablica

$A_1 = 20 \cdot T_s = 4.762\ erl \quad m_1 = 8 \quad \rho = 0.6 \quad P_m = 0.139542 \quad T_w = 321\ ms$

$A_2 = 40 \cdot T_s = 9.524\ erl \quad m_2 = 14 \quad \rho = 0.68 \quad P_m = 0.12837 \quad T_w = 334\ ms$

$A_3 = 35 \cdot T_s = 8.333\ erl \quad m_3 = 13 \quad \rho = 0.64 \quad P_m = 0.0976124 \quad T_w = 303\ ms$

$A_4 = 15 \cdot T_s = 3.571\ erl \quad m_4 = 7 \quad \rho = 0.52 \quad P_m = 0.090496 \quad T_w = 283\ ms$

$A_5 = 30 \cdot T_s = 7.143\ erl \quad m_5 = 11 \quad \rho = 0.64 \quad P_m = 0.124983 \quad T_w = 321\ ms$

$A_6 = 25 \cdot T_s = 5.952\ erl \quad m_6 = 10 \quad \rho = 0.6 \quad P_m = 0.1011299 \quad T_w = 298\ ms$

2.3. Sustavi posluživanja s prioritetima

[28.] ZADATAK

U sustav posluživanja ulazi 6 informacijskih jedinica u slijedećim vremenskim trenucima {2, 4, 5, 6, 8, 11}. Duljine obrade pojedinih informacijskih jedinica su {3, 2, 3, 1, 2, 2} vremenskih jedinica. Vektor prioriteta informacijskih jedinica je {0, 0, 1, 1, 1, 0}, pri čemu su informacijske jedinice s prioritetom '1' višeg prioriteta. Vrijeme promatranja sustava je do trenutka kad posljednja jedinica izađe iz sustava. Svaka jedinica koja se počela posluživati mora se i dovršiti prije početka obrade slijedeće jedinice (nije dozvoljeno prekidanje posluživanje trenutne informacijske jedinice).

Vaš zadatak je nacrtati grafove koji prikazuju kumulativan broj jedinica koje ulaze u sustav, izlaze iz sustava te trenutan broj jedinica u sustavu.

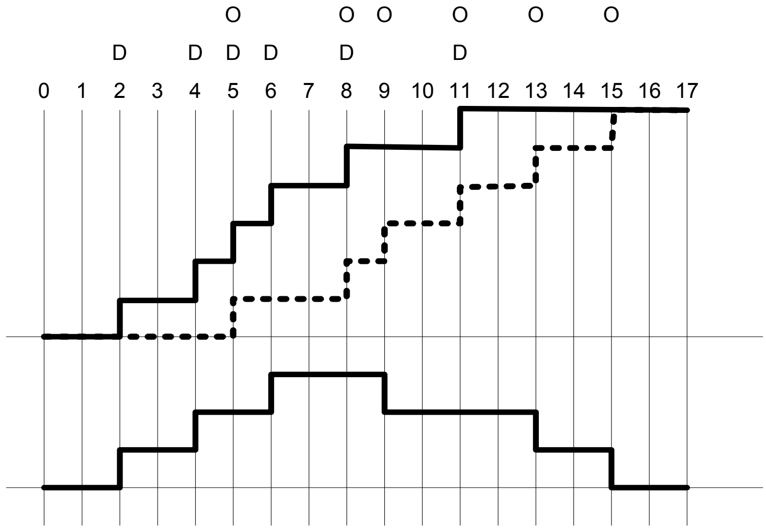
Izračunajte prosječno vrijeme zadržavanja jedinica u repu (za svaki prioritet posebno), prosječno vrijeme posluživanja, te opterećenje procesora.

Napomena: Grafove je potrebno crtati UREDNO, običnom ili tehničkom olovkom (ne kemijskom) te označiti vrijednosti na koordinatama. Neuredni i neoznačeni grafovi neće se priznavati.

RJEŠENJE

U tablici su prikazana sva vremena događaja:

A	Vrijeme dolaska	2	4	5	6	8	11
B	Trajanje	3	2	3	1	2	2
C	Prioritet	0	0	1	1	1	0
D	Početak procesiranja	2	11	5	8	9	13
E	Odlazak (D+B)	5	13	8	9	11	15



$$T_{w0} = \frac{0+7+2}{3} = 3$$

$$T_{w1} = \frac{0+2+1}{3} = 1$$

$$Ts = \frac{3+2+3+1+2+2}{6} = \frac{13}{6} = 2.1666$$

$$\rho = \frac{13}{15} = 0.866$$

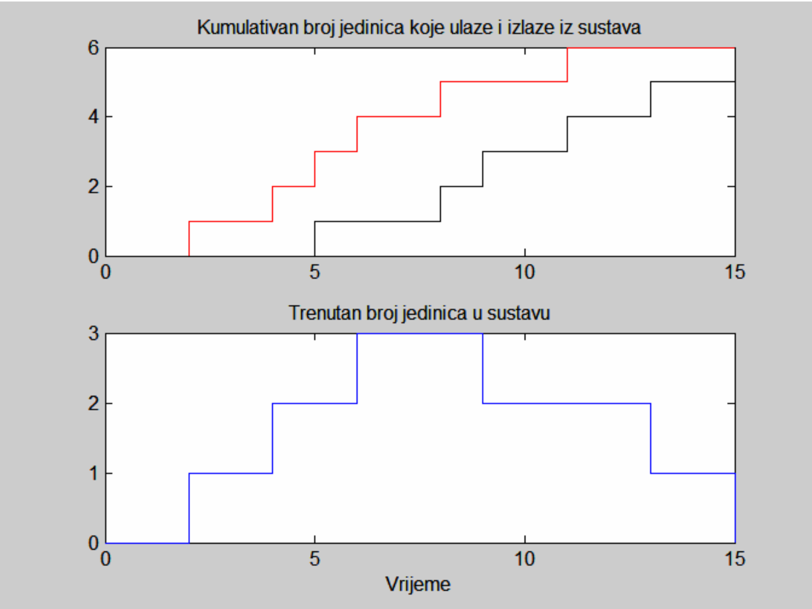
Slijedi i programski kod za Matlab alat koji rješava zadatak:

```
format compact;
clear all;
%Vremena dolaska
%Vremena su u ms
Ta=[2 4 5 6 8 11];
%Trajanje obrade
Ts=[3 2 3 1 2 2];
%Prioriteti (od 0 pa do bilo kojeg integera, no moraju biti pozitivni...
%Veci broj, veci prioritet...
Pt=[0 0 1 1 1 0];
%Provjere, sva tri vektora moraju biti iste dužine
%Broj uzoraka...
NSamples=size(Ta,2);
if NSamples ~= size(Ts,2)
    error('Greska: Velicina Ta nije ista kao velicina Ts');
end
if NSamples ~= size(Pt,2)
    error('Greska: Velicina Ta nije ista kao velicina Pt');
end
%Izracunavanje vremena medjudolaska
Tia=zeros(1,NSamples);
for i=2:NSamples,
    Tia(1,i)=Ta(1,i)-Ta(1,i-1);
end
%Racunanje vremena pocetka i zavrsetka obrade jedinica...
Tstart=zeros(1,NSamples);
Tend=zeros(1,NSamples);
leftQueue=zeros(1,NSamples);
curTime=Ta(1,1); %Trenutno vrijeme, prije ovog nema dogadjaja
qTop=1;%Na vrhu repa je prva jedinica
hQPrt=0;%Najveci prioritet u repu (na pocetku nema repa...
for i=1:NSamples,
  Tstart(1,qTop)=curTime;
  curTime=Tstart(1,qTop)+Ts(1,qTop);
  Tend(1,qTop)=curTime;
  leftQueue(1,qTop)=1;
  %Naci novi qTop : Ta<=qTop
  %Prolazimo sve uzorke koji su usli u sustavu
  qTop=0;
```

```
  for j=1:NSamples,
    if leftQueue(1,j)~=1 && Ta(1,j)<=curTime
      if qTop == 0
        qTop = j;
        hQPrt=Pt(1,j);
      else
        if Pt(1,j)>hQPrt
          qTop=j;
          hQPrt=j;
        end
      end
    elseif Ta(1,j)>curTime
      break;%Vremena dolaska su ionako poredana po velicini
    end
  end
  if qTop==0
    break;%Kraj
  end
end
%Sada imamo vektor pocetka procesiranja i zavrsetka procesiranja
%Vremena cekanja
Tw=Tstart-Ta;
%Pronalazenje broja prioriteta
for i=1:NSamples,
    if i==1
        hQPrt=Pt(1,i);
    elseif Pt(1,i)>hQPrt
        hQPrt=Pt(1,i);
    end
end
%Prosjecna vremena cekanja po prioritetima
Twi=zeros(1,hQPrt+1);
Nwi=zeros(1,hQPrt+1);
for i=1:NSamples,
    Twi(1,Pt(1,i)+1)=Twi(1,Pt(1,i)+1)+Tw(1,i);
    Nwi(1,Pt(1,i)+1)=Nwi(1,Pt(1,i)+1)+1;
end
%Konacno, vremena cekanja za prioritete 0, 1, ...
Twi./Nwi
%Slijedi priprema za ispis
temp=sort(Tend);%Sortirano vrijeme odlazaka
%Kumulativni dolasci
%velicina polja je jednaka
%   1 vremenu posljednjeg dolaska + njegovo trajanje prco, ili
%   2 vremenu prvog dolaska + ukupno trajanje proc svih pak.
% pa koje je od ovog vece
TimeFrame=max(Tend);
TimeArr=zeros(1,TimeFrame+1);
NSamples2=size(TimeArr,2);
j=1;
lastVal=0;
for i=1:NSamples2,
    if j <= NSamples && Ta(1,j)==i-1
        TimeArr(1,i)=lastVal+1;
        lastVal=TimeArr(1,i);
        j=j+1;
    else
        TimeArr(1,i)=lastVal;
    end
end
%Kumulativno vrijeme odlazaka
TimeDep=zeros(1,TimeFrame+1);
j=1;
lastVal=0;
for i=1:NSamples2,
    if j <= NSamples && temp(1,j)==i-1
        TimeDep(1,i)=lastVal+1;
        lastVal=TimeDep(1,i);
        j=j+1;
    else
        TimeDep(1,i)=lastVal;
    end
end
NumInSystem=TimeArr-TimeDep;
%Opterecenje
load=0;
for i=1:NSamples2,
    if NumInSystem(1,i)>0
        load=load+1;
    end
end
load=load/TimeFrame
%Priprema za plot funkciju
%Kako bi plot ljepse izgledao, svaki prijelaz treba "poduplati"
%Npr. u trenutku 5 rast iz 2 u 3 treba prevesti u dvije tocke (5,2) i (5,3)
plotArr=zeros(1,NSamples2*2);
plotDep=zeros(1,NSamples2*2);
```

```
plotInSys=zeros(1,NSamples2*2);
xAxis=zeros(1,NSamples2*2);
for i=1:NSamples2,
    xAxis(1,2*i-1)=i-1;
    xAxis(1,2*i)=i-1;
    if i==1
        plotArr(1,2*i-1)=0;
        plotArr(1,2*i)=TimeArr(1,i);
        plotDep(1,2*i-1)=0;
        plotDep(1,2*i)=TimeDep(1,i);
        plotInSys(1,2*i-1)=0;
        plotInSys(1,2*i)=NumInSystem(1,i);
    else
        plotArr(1,2*i-1)=TimeArr(1,i-1);
        plotArr(1,2*i)=TimeArr(1,i);
        plotDep(1,2*i-1)=TimeDep(1,i-1);
        plotDep(1,2*i)=TimeDep(1,i);
        plotInSys(1,2*i-1)=NumInSystem(1,i-1);
        plotInSys(1,2*i)=NumInSystem(1,i);
    end
end
subplot(2,1,1);
plot(xAxis,plotArr,'r',xAxis,plotDep,'k');
title('Kumulativan broj jedinica koje ulaze i izlaze iz sustava');
subplot(2,1,2);
plot(xAxis,plotInSys,'b');
title('Trenutan broj jedinica u sustavu');
xlabel('Vrijeme');
```

Rezultat programskog koda je prikazan na slici niže



[29.] Zadatak

Radna stanica služi kao poslužitelj 3 internet usluge: WWW, ftp i SMTP (mail poslužitelj). WWW paketi su prosječne dužine $2{\cdot}10^5$ okteta, s $E_{r=20}$ raspodjelom vjerojatnosti dužina, ftp paketi su prosječne dužine $8{\cdot}10^5$ okteta s $E_{r=2}$ raspodjelom dužina, a mail poruke su prosječne dužine $1{\cdot}10^4$ okteta s $E_{r=10}$ raspodjelom dužina.

Intenzitet nailazaka WWW paketa je 0.1 erl/s, ftp paketa 0.05 erl/s, a mail poruka 10 erl/s. Poslužitelj je vezan na Internet pomoću linka kapaciteta C = 2048 kb/s.

Ako pretpostavimo da WWW paketi imaju najviši prioritet, a mail poruke najniži, odredite:

(a) vrijeme čekanja, te broj jedinica u sustavu i repu za sve vrste prioriteta

(b) isto kao i pod (a), ali kada nema prioriteta

Rješenje

$$\lambda_1 = 0.1\ erl/s \quad b_1 = 2\cdot 10^5 \cdot 8\ bit \quad r = 20 \quad T_{s1} = \frac{b_1}{C} = 0.78125\ s \qquad \rho_1 = \lambda_1 \cdot T_{s1} = 0.078125\ erl$$

$$\lambda_2 = 0.05\ erl/s \quad b_2 = 8\cdot 10^5 \cdot 8\ bit \quad r = 2 \quad T_{s2} = \frac{b_2}{C} = 3.125\ s \qquad \rho_2 = \lambda_2 \cdot T_{s2} = 0.15625\ erl$$

$$\lambda_3 = 10\ erl/s \quad b_3 = 1\cdot 10^4 \cdot 8\ bit \quad r = 10 \quad T_{s3} = \frac{b_3}{C} = 39.0625\ ms \quad \rho_3 = \lambda_3 \cdot T_{s3} = 0.390625\ erl$$

$$\rho = \sum_{i=1}^{3} \rho_i = 0.625\ erl$$

$$T_s = \frac{1}{\lambda} \cdot \sum_{i=1}^{3} \lambda_i \cdot T_{si} = 61.576\ ms$$

$$T_0 = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^{3} \lambda_i \cdot \overline{t_{si}^2} = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^{3} \lambda_i \cdot T_{si}^2 \cdot \left(1 + \frac{1}{r_i}\right) = \frac{1}{2} \cdot \left(0.1 \cdot T_{s1}^2 \cdot 1.05 + 0.05 \cdot T_{s2}^2 \cdot 1.5 + 10 \cdot T_{s3}^2 \cdot 1.1\right),$$

$$T_0 = 0.3984\ s$$

(a)

$$T_{w1} = \frac{T_0}{1 - \rho_1} = 0.4322\ s$$

$$T_{w2} = \frac{T_0}{(1 - \rho_1 - \rho_2) \cdot (1 - \rho_1)} = 0.564\ s$$

$$T_{w3} = \frac{T_0}{(1 - \rho_1 - \rho_2 - \rho_3) \cdot (1 - \rho_1 - \rho_2)} = 1.3876\ s$$

$$T_w = \frac{1}{\lambda} \sum_{i=1}^{3} \lambda_i \cdot T_{wi} = 1.374\ s$$

$$L_{wk} = \lambda_k \cdot T_{wk}\,,\ L_{qk} = L_{wk} + \rho_k$$

$$L_{w1} = 0.04322\ erl,\ L_{q1} = 0.121345\ erl$$

$$L_{w2} = 0.0282\ erl,\ L_{q2} = 0.18445\ erl$$

$$L_{w3} = 13.876\ erl,\ L_{q3} = 14.26662\ erl$$

$$L_w = \sum_{i=1}^{3} L_{wi}\,,\ L_q = \sum_{i=1}^{3} L_{qi}$$

$$L_w = 13.94742\ erl,\ L_q = 14.57242\ erl$$

$$L_q - L_w = \rho$$

(b)

$T_{w1} = T_{w2} = T_{w3} = T_w$ (sve jedinice «vide» isto opterećenje)

$$T_w = \frac{\sum_{i=1}^{3} \lambda_i \cdot \overline{t_{si}^2}}{2 \cdot (1 - \rho)} = \frac{T_0}{1 - \rho},\ \rho = 0.625\ erl$$

$$T_w = 1.0624\ s$$

$$L_{wk} = \lambda_k \cdot T_{wk}\ ,\ L_{qk} = L_{wk} + \rho_k$$

$$L_{w1} = 0.10624\ erl\ ,\ L_{q1} = 0.184365\ erl$$

$$L_{w2} = 0.05312\ erl\ ,\ L_{q2} = 0.20937\ erl$$

$$L_{w3} = 10.624\ erl\ ,\ L_{q3} = 11.014625\ erl$$

$$L_w = \sum_{i=1}^{3} L_{wi}\ ,\ L_q = \sum_{i=1}^{3} L_{qi}$$

$$L_w = 10.78336\ erl\ ,\ L_q = 11.40836\ erl$$

Pitanja:

- Može li prosječno vrijeme kašnjenja za jedinice višeg prioriteta biti veće od onog za jedinice nižeg prioriteta? Zašto?
- Može li opterećenje generirano jedinicama višeg prioriteta biti veće od onog koje generiraju jedinice nižeg prioriteta? O čemu to ovisi?
- Može li jedinica nižeg prioriteta «vidjeti» niže opterećenje od onoga koje «vide» jedinice višeg prioriteta?

[30.] ZADATAK

Poslužitelj Internet usluga je potrebno spojiti na mrežu pomoću transmisijske veze. Očekivani intenziteti nailazaka su za WWW uslugu 100 paketa u sekundi, za gopher uslugu 5 paketa u sekundi, te a ftp uslugu 50 paketa u sekundi. Prosječna dužina paketa je za sve usluge 512 okteta, a razdiobe vjerojatnosti dužina paketa su za WWW uslugu Er s r=4, za gopher uslugu Er s r=8, te za ftp uslugu Er s r=2.

Vaš je zadatak da odredite:

(a) minimalni kapacitet transmisijske veze, a da ukupno vrijeme koje paket provede u prijenosu (čekanje u međuspremniku i sam prijenos kroz komunikacijski kanal) ne bude veće od 10 ms

(b) opterećenje, prosječno vrijeme čekanja i prijenosa, ako je kapacitet transmisijske veze 10 Mbit/s

RJEŠENJE

$$usluge = \begin{bmatrix} WWW \\ gopher \\ ftp \end{bmatrix},\ \lambda = \begin{bmatrix} 100 \\ 5 \\ 50 \end{bmatrix} paket/s = erl/s\ ,\ \bar{b} = \begin{bmatrix} 512 \\ 512 \\ 512 \end{bmatrix} oktet\ ,\ r = \begin{bmatrix} 4 \\ 8 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\lambda = \sum_{i=1}^{3} \lambda_i = 155\ erl/s\ ,\ \bar{b} = 512 \cdot 8 = 4096\ bit$$

Uvjet $T_q \le 10\ ms$

$$T_w = \sum_{i=1}^{3} \frac{\lambda_i \cdot \overline{t_{si}^2}}{2\cdot(1-\rho)} = \sum_{i=1}^{3} \frac{\lambda_i \cdot T_{si}^2}{2\cdot(1-\rho)} \cdot \left(1 + \frac{1}{r_i}\right)$$

$$T_w = T_q - T_s = \frac{T_s^2}{2\cdot(1-\lambda\cdot T_s)} \cdot \left[\sum_{i=1}^{3} \lambda_i \cdot \left(1 + \frac{1}{r_i}\right)\right] = \frac{T_s^2}{2\cdot(1-\lambda\cdot T_s)} \cdot G$$

odnosno,

$$\left(2\cdot\lambda - G\right)\cdot T_s^2 - \left(2\cdot\lambda\cdot T_q + 2\right)\cdot T_s + 2\cdot T_q = 0$$

$\left(T_s\right)_1 = 44.56\ ms$ (nije rješenje)

$\left(T_s\right)_2 = 4.3\ ms = T_s$ (je rješenje)

Sada na jednostavan način dobivamo kapacitet.

$$C > \frac{\bar{b}}{T_s} = 952\,563.741\ bit/s,\ \rho = 0.6665\ erl$$

(b) dio zadatka

$C = 10\ Mbit/s$

$$T_s = \frac{\bar{b}}{C} = 0.4096\ ms$$

$T_w = 18.42\ \mu s$

$\rho = 0.063488\ erl$

[31.] ZADATAK

Centralna procesorska jedinica javne telefonske centrale obrađuje zahtjeve za komunikacijom. Zahtjevi su podijeljeni u dvije grupe prioriteta. U toku glavnog prometnog sata u procesorskoj jedinici se pojavi 400 zahtjeva prvog prioriteta, odnosno 1100 zahtjeva drugog prioriteta. Dužine rutina koje obrađuju zahtjeve su 10 kIPS za prvi prioritet te 30 kIPS za drugi prioritet. Raspodjele vjerojatnosti među-dolaznih vremena su eksponencijalne. Uz pretpostavku da je odnos prosječnih vremena čekanja na posluživanje informacijskih jedinica prvog i drugog prioriteta 1/2 odredite:

(a) kapacitet procesora uz uvjet da prosječno vrijeme čekanja bude 20ms

(b) potrebnu veličinu spremnika zahtjeva ako svaki zahtjev zauzima 64 okteta

(c) isto kao pod (b) samo uz pretpostavku da ne postoje prioriteti

(d) usporedite prosječna vremena čekanja te potrebnu veličinu spremnika za (a) i (b) slučaj

RJEŠENJE

λ_1=400 erl/s $\quad$ b_1=10 kIPS

λ_2=1100 erl/s $\quad$ b_2=30 kIPS

λ=1500 erl/s

$$\frac{T_{w1}}{T_{w2}} = \frac{1}{2} \quad => \quad T_{w1} = \frac{1}{2}T_{w2}, T_{w2} = 2T_{w1}$$

M/D/1

$$T_0 = \frac{1}{2}\left[\lambda_1 T_{s1}^2 + \lambda_2 T_{s2}^2\right] = \frac{1}{2C^2}\left[\lambda_1 b_1^2 + \lambda_2 b_2^2\right] = \frac{A}{2C^2}$$

$$A = 1.03 \cdot 10^{12}$$

$$T_{w1} = \frac{T_0}{1-\rho_1} = \frac{T_0}{1-\lambda_1 T_{s1}} = \frac{T_0}{1-\frac{\lambda_1 b_1}{C}} = \frac{A}{2}\frac{1}{C^2 - \lambda_1 b_1 C}$$

$$T_{w2} = 2T_{w1}$$

$$T_w = \frac{\lambda_1}{\lambda}T_{w1} + \frac{\lambda_2}{\lambda}T_{w2} = \frac{\lambda_1}{\lambda}T_{w1} + \frac{2\lambda_2}{\lambda}T_{w1} = \frac{T_{w1}}{\lambda}\left(\lambda_1 + 2\lambda_2\right)$$

$$T_w = \frac{\lambda_1 + 2\lambda_2}{\lambda}\frac{A}{2}\frac{1}{C^2 - \lambda_1 b_1 C}$$

$$C^2 - \lambda_1 b_1 C = \frac{\left(\lambda_1 + 2\lambda_2\right)\cdot A}{2\lambda T_w}$$

$$C_{12} = \frac{4\cdot 10^6 \pm \sqrt{1.6\cdot 10^{13} + 1.7853\cdot 10^{12}}}{2}$$

$$C = 8.974 \text{ MIPS}$$