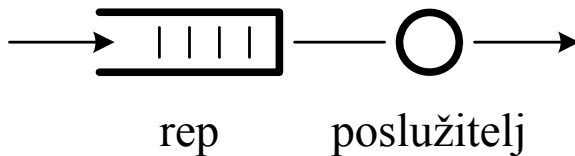


Osnove analize sustava posluživanja

Osnovni model sustava posluživanja (1)

- osnova teorije repova
- sustav posluživanja



- rep se stvara kada trenutna veličina zahtjeva za posluživanjem prelazi kapacitet posluživanja

primjeri:

- poruke koje čekaju na prijenos komunikacijskim kanalom
- programski blokovi (instrukcije, naredbe) koje čekaju na obradu u procesorskoj jedinici
- pozivi koji čekaju da budu spojeni kroz komutacijsko polje
- osobna računala koja čekaju slobodan pristup na lokalnu mrežu sabirničkog tipa (npr. Ethernet)

Osnovni model sustava posluživanja (2)



Zavod za telekomunikacije

- u teoriji repova (stohastika) općenitije se govori o informacijskim jedinicama (paket, poruka, poziv, programski blok), odnosno o poslužiteljima takvih informacijskih jedinica (elementima informacijske mreže - komunikacijski kanali, komutacijsko polje, lokalna mreža sabirničkog tipa, memorija, procesorska jedinica)
- veoma je važno pri analizi informacijskog sustava prepoznati informacijsku jedinicu, odnosno poslužitelj
- često je slučaj da sustav koji se analizira u sebi sadržava više informacijskih sustava, koji su u međusobnoj interakciji.
- npr. telefonska centrala
 1. poziv -> komutacijsko polje-kanal
 2. zahtjev za posluživanjem - centralna procesorska jedinica koja procesira zahtjev za poziv

Opis sustava posluživanja (1)



Zavod za telekomunikacije

- tri su faze posluživanja
 1. nailazak
 2. čekanje -> rep
 3. posluživanje -> poslužitelj
- nailazak informacijskih jedinica

dva moguća opisa nailaska informacijskih jedinica

1. preko vjerojatnosti da će se u nekom vremenskom intervalu $(0, t)$ pojaviti na ulazu u poslužitelj n jedinica

$$P(n, t) = \frac{(\lambda t)^n}{n!} e^{-\lambda t},$$

gdje je

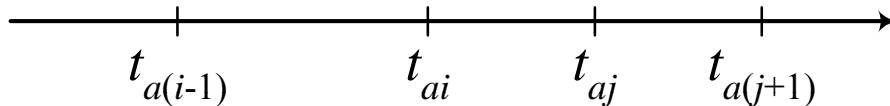
$\lambda \dots$ srednji broj nailazaka informacijskih jedinica u jedinici vremena, odnosno intenzitet nailazaka jedinica [erl/s]

Opis sustava posluživanja (2)



Zavod za telekomunikacije

2. pomoću raspodjele međudolaznog vremena - vremena između nailaska jedinica i i j , npr.



$$t_a = t_{aj} - t_{ai}$$

Kolika je vjerojatnost da će se u intervalu t_a pojaviti barem jedna jedinica

$$F(t_a) = P\{t_a \leq t\} = 1 - P\{t_a > t\} = 1 - e^{-\lambda t}$$

(1 - vjerojatnost da se neće pojaviti niti jedna jedinica).

PROCESI BEZ PAMĆENJA - ne postoji zavisnost između različitih t_a

U informacijskim mrežama se koristi drugi pristup.

Opis sustava posluživanja (3)



Zavod za telekomunikacije

- prosječno međudolazno vrijeme

$$T_a = \int_{-\infty}^{+\infty} t dF(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} t f(t) dt$$

$f(t)$ funkcija gustoće vjerojatnosti

- za eksponencijalnu razdiobu međudolaznih vremena, koja se pretpostavlja u informacijskim mrežama,

$$T_a = \frac{1}{\lambda}$$

Opis sustava posluživanja (4)



Zavod za telekomunikacije

- čekanje

stohastička veličina vezana uz rep posluživanja: prosječno vrijeme koje jedinica provede u repu čekajući na posluživanje T_w , odnosno prosječan broj jedinica u repu

$$L_w = \lambda T_w$$

(t_{wi} - vrijeme koje i -ta jedinica provede u repu)

Najčešće se vrijeme prosječno vrijeme čekanja dobiva iz raspodjele međudolaznog vremena i vremena posluživanja.

- posluživanje

t_{si} - vrijeme potrebno za posluživanje i -te jedinice

T_s - prosječno vrijeme posluživanja

raspodjela vremena posluživanja $F_s(t) = P\{t_s \leq t\}$

intenzitet posluživanja $\beta = \frac{1}{T_s}$ [erl/s]

Opis sustava posluživanja (5)



Zavod za telekomunikacije

- najčešće se zadaju razdiobe međudolaznog vremena i vremena posluživanja, te broj poslužitelja u notaciji poznatoj kao Kendallova notacija

F/H/m

F - razdioba međudolaznog vremena

H - razdioba vremena posluživanja

m - broj procesora

Oznake razdioba (F i H)

M - Eksponencijalna

Er - Erlangova, s koeficijentom r (r-tog stupnja)

HR - Hiperekspencijalna R-tog stupnja

D - Deterministička

G - općenita

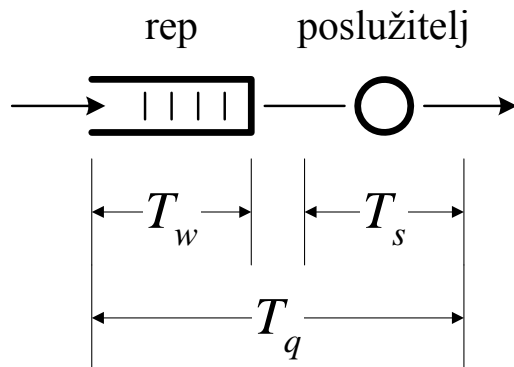
Opis sustava posluživanja (6)

- važnije veličine

prometni intenzitet $A = \frac{T_s}{T_a} = \frac{\lambda}{\beta} = \frac{\lambda}{\mu C}$ [erl], $\mu = \frac{1}{b}$

opterećenje $\rho = \min\left\{\frac{\lambda}{m\beta}, 1\right\}$ [erl]

- rezime



srednje vrijeme zadržavanja u sustavu $T_q = T_w + T_s$

prosječan broj jedinica u sustavu $L_q = \lambda T_q$

Opis sustava posluživanja (7)



Zavod za telekomunikacije

- DIFUZIJSKA APROKSIMACIJA \Rightarrow POLLACZEK-KHINCHINova FORMULA

$$T_w = \frac{\lambda \overline{t_s^2}}{2(1-\rho)}$$

$$\overline{t_s^2} = \sigma_{T_s}^2 + T_s^2 = T_s^2 \left(1 + \frac{1}{r} \right)$$

- ostale općenite formule (vrijede vremena čekanja, posluživanja, međunailazaka, uz odgovarajuću razdiobu $F(t)$)

$$\sigma_T^2 = \int_0^{\infty} (t - T)^2 dF(t), \quad \overline{t^2} = \int_0^{\infty} t^2 dF(t), \quad \overline{t^2} = \sigma_T^2 + T^2$$

9. Zadatak (18.02.1998.)

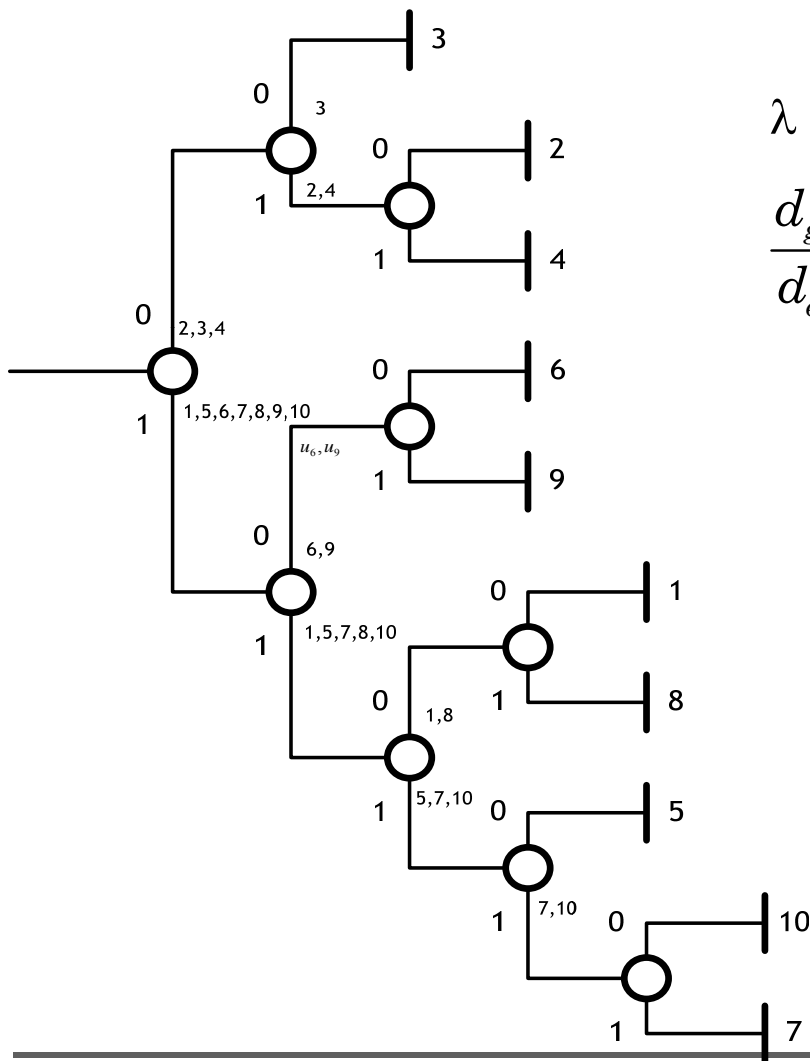
Sustav za nadzor obrađuje alarmantne poruke, zadane tablicom (niže), kodirane nejednolikim kodom, te s prosječnim intenzitetom nailaska od 300 erl/s. Programski kod koji se koristi za dekodiranje poruka realiziran je kao stablo odlučivanja, a odnos dužina programskih interpretacija grananja i odlučivanja je 3/10. Programske su interpretacije konstantnog iznosa.

Vaš je zadatak da:

- (a.) nacrtate stablo odlučivanja,
- (b.) odredite iznose vremena čekanja i posluživanja poruka, ako je njihov odnos 3/14,
- (c.) izračunate opterećenje procesora, te
- (d.) izračunate kapacitet procesora, ako je broj instrukcija kojima se izvodi grananje 9I.

i	u_i	$p(u_i)$
1	1100	0.09
2	010	0.15
3	00	0.18
4	011	0.14
5	1110	0.07
6	100	0.12
7	11111	0.03
8	1101	0.08
9	101	0.10
10	11110	0.04

9. Zadatak – Rješenje (1/2)



$$\lambda = 300 \text{ erl/s},$$

$$\frac{d_g}{d_e} = \frac{3}{10}$$

(a) dio zadatka

i	u_i	$p(u_i)$	
1	1100	0.09	$4 \cdot d_e + 3 \cdot d_g$
2	010	0.15	$3 \cdot d_e + 2 \cdot d_g$
3	00	0.18	$2 \cdot d_e + d_g$
4	011	0.14	$3 \cdot d_e + 2 \cdot d_g$
5	1110	0.07	$4 \cdot d_e + 3 \cdot d_g$
6	100	0.12	$3 \cdot d_e + 2 \cdot d_g$
7	11111	0.03	$5 \cdot d_e + 4 \cdot d_g$
8	1101	0.08	$4 \cdot d_e + 3 \cdot d_g$
9	101	0.10	$3 \cdot d_e + 2 \cdot d_g$
10	11110	0.04	$5 \cdot d_e + 4 \cdot d_g$

9. Zadatak – Rješenje (2/2)

(b) dio zadatka

$$\frac{T_w}{T_s} = \frac{3}{14}, \text{ M/D/1}$$

$$\rho = \lambda \cdot T_s$$

$$T_w = \frac{\rho \cdot T_s}{2 \cdot (1 - \rho)} = \frac{\lambda \cdot T_s^2}{2 - 2\lambda \cdot T_s} = A \cdot T_s$$

$$T_s = \frac{2 \cdot A}{\lambda + 2 \cdot A \cdot \lambda} = \frac{0.3}{\lambda}$$

$$T_s = 1 \text{ ms}, T_w = 214.286 \mu\text{s}$$

(c) dio zadatka

$$\rho = \lambda \cdot T_s = 0.3 \text{ erl}$$

(d) dio zadatka

$$\bar{b} = 3.2 \cdot d_e + 2.2 \cdot d_g$$

$$\frac{d_g}{d_e} = \frac{3}{10} \Rightarrow d_g = 9 \cdot I, d_e = 30 \cdot I$$

$$\bar{b} = 115.8 \cdot I$$

$$\rho = \lambda \cdot \frac{\bar{b}}{C} \Rightarrow C = \frac{\lambda \cdot \bar{b}}{\rho}$$

$$C = 115.8 \text{ kIPS}$$

10. Zadatak



Zavod za telekomunikacije

U sustav posluživanja ulazi 7 informacijskih jedinica. Meududolazna vremena su {1, 2, 3, 1, 4, 5, 1}, dok su duljine obrade {3, 2, 3, 1, 2, 2, 4}. Vrijeme promatranja sustava je do trenutka kad posljednja jedinica izađe iz sustava.

Vaš zadatak je nacrtati grafove koji prikazuju kumulativan broj jedinica koje ulaze u sustav, izlaze iz sustava, te trenutni broj jedinica u sustavu.

Izračunajte prosječno vrijeme zadržavanja jedinica u repu, prosječno vrijeme posluživanja, te opterećenje procesora.

Napomena: Grafove je potrebno crtati UREDNO, običnom ili tehničkom olovkom (ne kemijskom) te označiti vrijednosti na koordinatama. Neuredni i neoznačeni grafovi neće se priznavati.

10. Zadatak – Rješenje (1/4)

Prvo je potrebno iz vremena međudolaska izračunati apsolutno vrijeme dolaska jedinice. Ako je T_{ia_i} međudolazno vrijeme i -te jedinice, onda je apsolutno vrijeme dolaska i -te jedinice

$$T_{a_i} = T_{a_{i-1}} + T_{ia_i},$$

gdje je T_{a_i} apsolutno vrijeme dolaska i -te jedinice. Uočite da je $T_{a_0} = 0$, te da u našem slučaju i ide od 1 do 7.

Apsolutno vrijeme početka posluživanja i -te informacijske jedinice $T_{s_start_i}$ ovisi o trenutku završetka procesiranja $(i-1)$ -te jedinice $T_{s_end_{i-1}}$, te o vremenu dolaska i -te jedinice T_{a_i} ,

$$T_{s_start_i} = \max(T_{s_end_{i-1}}, T_{a_i}).$$

Naravno, apsolutno vrijeme završetka procesiranja 0-te jedinice je $T_{s_end_0} = 0$.

Apsolutno vrijeme završetka procesiranja i -te informacijske jedinice je jednostavno,

$$T_{s_end_i} = T_{s_start_i} + T_{a_i}.$$

Vremena čekanja za svaku informacijsku jedinicu se jednostavno dobije kao razlika od trenutka dolaska informacijske jedinice u sustav, te trenutka početka posluživanja, tj.

$$T_{w_i} = T_{s_start_i} - T_{a_i}.$$

10. Zadatak – Rješenje (2/4)

	i	1	2	3	4	5	6	7
Međudolazna vremena	T_{ia_i}	1	2	3	1	4	5	1
Apsolutna vremena dolaska	T_{a_i}	1	3	6	7	11	16	17
Vremena posluživanja	T_{s_i}	3	2	3	1	2	2	4
Apsolutno vrijeme početka posluživanja	$T_{s_start_i}$	1	4	6	9	11	16	18
Apsolutno vrijeme završetka posluživanja	$T_{s_end_i}$	4	6	9	10	13	18	22
Vremena čekanja	T_{w_i}	0	1	0	2	0	0	1

10. Zadatak – Rješenje (3/4)

Prosječno vrijeme posluživanja se može sada izračunati na sljedeći način,

$$T_w = \frac{1}{7} \sum_{i=1}^7 T_{w_i} = \frac{4}{7} \text{ vremenskih jedinica}$$

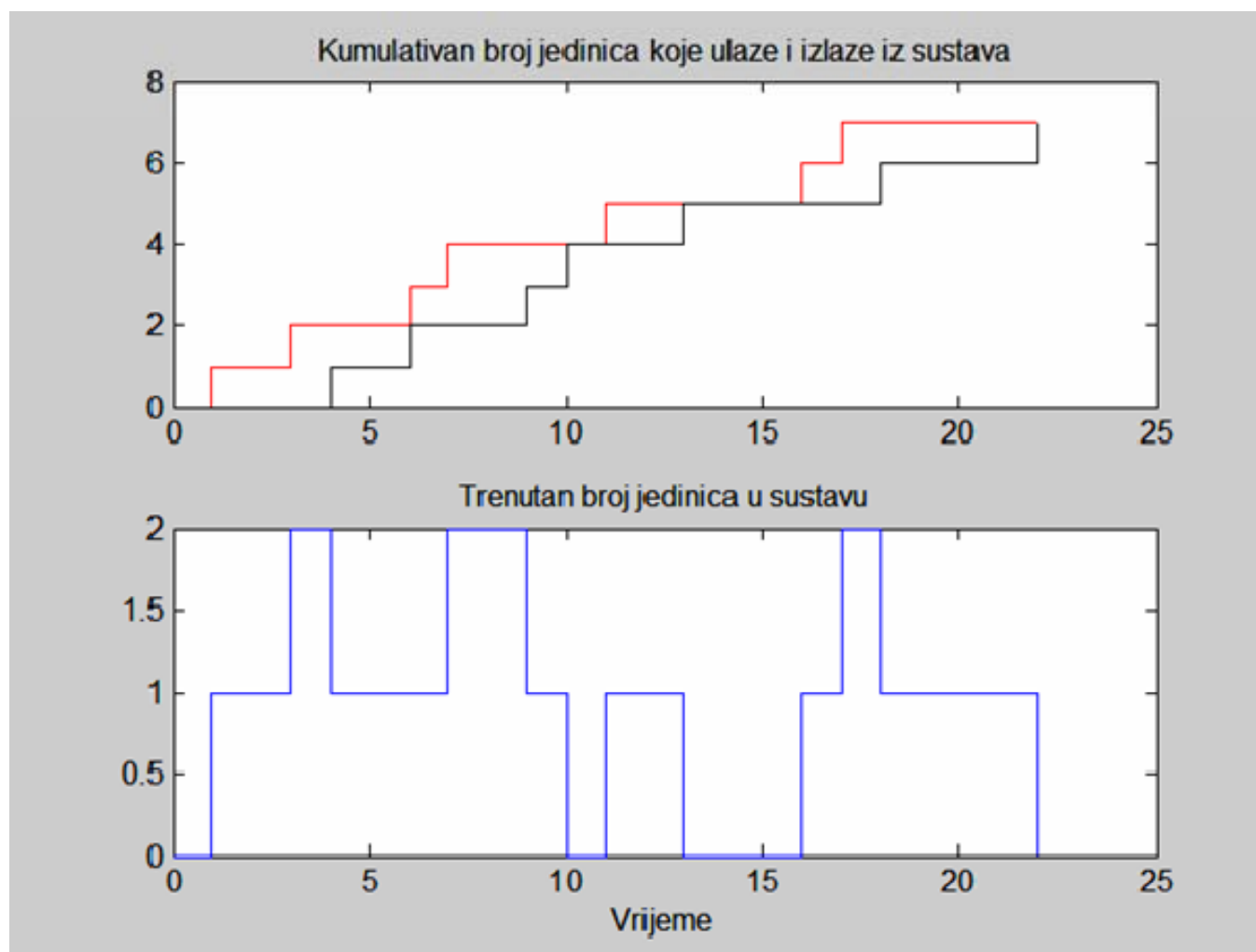
Naposljetku, opterećenje se može izračunati na jednostavan način iz grafa koji prikazuje broj jedinica u sustavu. Opterećenje je kvocijent ukupnog vremena u kojem se u procesoru nalazila jedinica i ukupnog vremena promatranja. U našem je slučaju ukupno vrijeme promatranja 22, jer u tom vremenskom trenutku posljednja jedinica napušta sustav. S druge strane, u procesoru se nije nalazila niti jedna informacijska jedinica u onim trenucima u kojima je ukupan broj jedinica u sustavu 0, a takvih je u našem slučaju 5. Drugim riječima, ukupno vrijeme u kojem je procesor bio aktivan možemo dobiti tako da od vremena promatranja oduzmemo ukupno vrijeme neaktivnosti, tj.

$$\rho = \frac{22 - 5}{22} = \frac{17}{22}$$

Dakle, kao što se može vidjeti stvar je veoma jednostavna jer vrijedi da se informacijske jedinice poslužuju onim redoslijedom kojim su došle na posluživanje.

U nastavku je dana graf koji prikazuje kumulativan broj jedinica koje ulaze u sustav (crveno), te izlaze iz sustava (crno), te trenutni broj jedinica u sustavu (plavo). Odmah iz slika dan je Matlab programski kod koji implementira rješenje ovog zadatka.

10. Zadatak – Rješenje (4/4)



11. Zadatak



Zavod za telekomunikacije

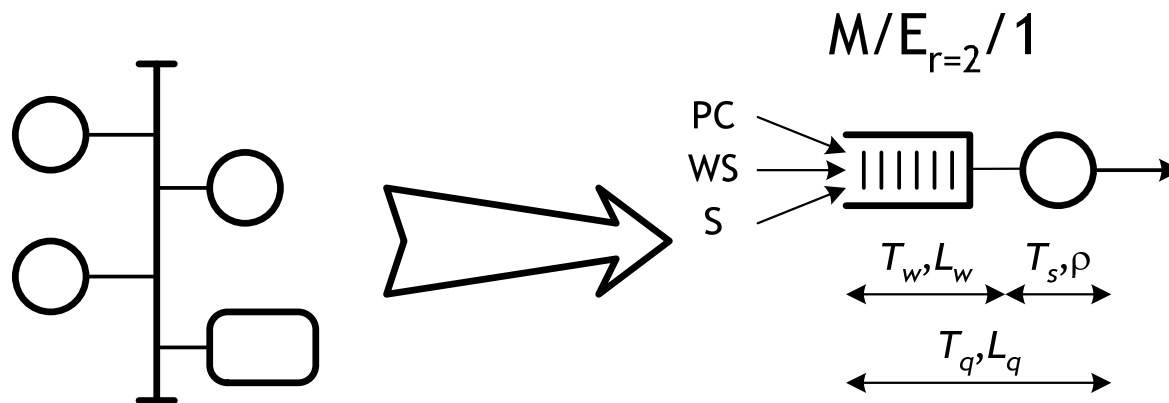
Na lokalnu mrežu sabirničkog tipa spojeno je 16 osobnih računala, od kojih svako u prosjeku generira 2 paketa u sekundi, prosječne dužine 1024 okteta, 4 radne stanice, od kojih svaka generira u prosjeku 7 paketa u sekundi prosječne dužine 2048 okteta, te poslužitelj koji generira u prosjeku 17 paketa u sekundi prosječne dužine 4096 okteta. Ako je kapacitet sabirnice 2 Mbit/s, a raspodjele dužina paketa za sve vrste jedinica Erlangove s faktorom $r = 2$, odredite:

- (a) prosječno međudolazno vrijeme, intenzitet posluživanja i prosječno vrijeme zauzeća sabirnice
- (b) prosječno vrijeme čekanja, te broj jedinica u repu i sustavu

11. Zadatak – Rješenje (1/5)

U bilo kojem trenutku, na sabirnici se može nalaziti samo jedan paket. Drugim riječima, u bilo kojem trenutku sabirnicu može koristiti samo jedna stanica. U informacijskom smislu dakle sabirnica predstavlja poslužitelj.

Nadalje, paketi koje generiraju osobna računala predstavljaju informacijske jedinice.



S obzirom da su dužine paketa raspodijeljene prema Erlangovoj raspodijeli s faktorom $r = 2$, to će i vremena posluživanja, odnosno prolaska paketa kroz sabirnicu biti raspodijeljena prema istoj razdiobi. Naravno, ovo vrijedi pod uvjetom da je vrijeme propagacije zanemarivo malo.

Potrebno je napomenuti da se unutar kolegija Informacijske mreže, ukoliko se ne kaže drugačije, pretpostavlja da se vremena nailazaka (međudolazna vremena) ravnaaju prema eksponencijalnoj razdiobi.

11. Zadatak – Rješenje (2/5)

(a)

$$\lambda_1 = 16 \times 2 \text{ erl/s} = 32 \text{ erl/s}, \quad b_1 = 1024 \cdot 8 \text{ bit} = 8192 \text{ bit}$$

$$\lambda_2 = 4 \times 7 \text{ erl/s} = 28 \text{ erl/s}, \quad b_2 = 2048 \cdot 8 \text{ bit} = 16\,384 \text{ bit}$$

$$\lambda_3 = 1 \times 17 \text{ erl/s} = 17 \text{ erl/s}, \quad b_3 = 4096 \cdot 8 \text{ bit} = 32\,768 \text{ bit}$$

Kod Poissonovih procesa (međudolazna vremena prema eksponencijalnoj razdiobi) vrijedi:

$$\lambda = \sum_{i=1}^3 \lambda_i = 77 \text{ erl/s}$$

$$\bar{b} = \frac{1}{\lambda} \sum_{i=1}^3 \lambda_i \cdot b_i = 16\,596.78 \text{ bit}$$

Prosječno međudolazno vrijeme:

$$T_a = \frac{1}{\lambda} \Rightarrow T_a = 12.987 \text{ ms}$$

Prosječno vrijeme posluživanja:

$$T_s = \frac{1}{\beta} = \frac{\bar{b}}{C} \Rightarrow T_s = 8.2984 \text{ ms}$$

11. Zadatak – Rješenje (3/5)



Zavod za telekomunikacije

Uočite da vrijeme posluživanja, odnosno u ovome slučaju vrijeme zauzeća sabirnice mora biti manje od prosječnog međudolaznog vremena. Drugim riječima, intenzitet nailazaka mora biti manji od intenziteta procesiranja, koje je u ovome slučaju,

$$\beta = 120.51 \text{ erl/s} .$$

U suprotnom bi opterećenje sabirnice bilo veće od 1, što je dakako nemoguće, a upućuje na to da prosječno vrijeme čekanja teži u beskonačnost.

11. Zadatak – Rješenje (4/5)

(b)

Sasvim općenito, uz pretpostavku eksponencijalnih raspodjela vremena međudolazaka, prosječno vrijeme čekanja se može računati na sljedeći način,

$$T_w = \frac{\lambda \cdot \overline{t_s^2}}{2 \cdot (1 - \rho)},$$

gdje je,

$$\overline{t_s^2} = T_s^2 \cdot \left(1 + \frac{1}{r}\right).$$

U našem slučaju to je:

$$T_w = \frac{\lambda \cdot T_s^2}{2 \cdot (1 - \rho)} \cdot \left(1 + \frac{1}{2}\right) = 0.75 \frac{\rho \cdot T_s}{1 - \rho},$$

Kako je opterećenje:

$$\rho = \lambda \cdot T_s = \frac{\lambda}{\beta} = \frac{T_s}{T_a} = 0.63895 \text{ erl},$$

slijedi da je,

$$T_w = 11.01431 \text{ ms}.$$

11. Zadatak – Rješenje (5/5)



Zavod za telekomunikacije

Prosječan broj jedinica u repu (na čekanju), te u sustavu se dobiva na sljedeći način,

$$L_w = \lambda \cdot T_w = 0.848 \text{ informacijskih jedinica}$$

$$L_q = \rho + L_w = \rho + \lambda \cdot T_w = 1.487 \text{ informacijskih jedinica}$$

Pitanje: Koliko se u prosjeku informacijskih jedinica nalazi na posluživanju?

12. Zadatak



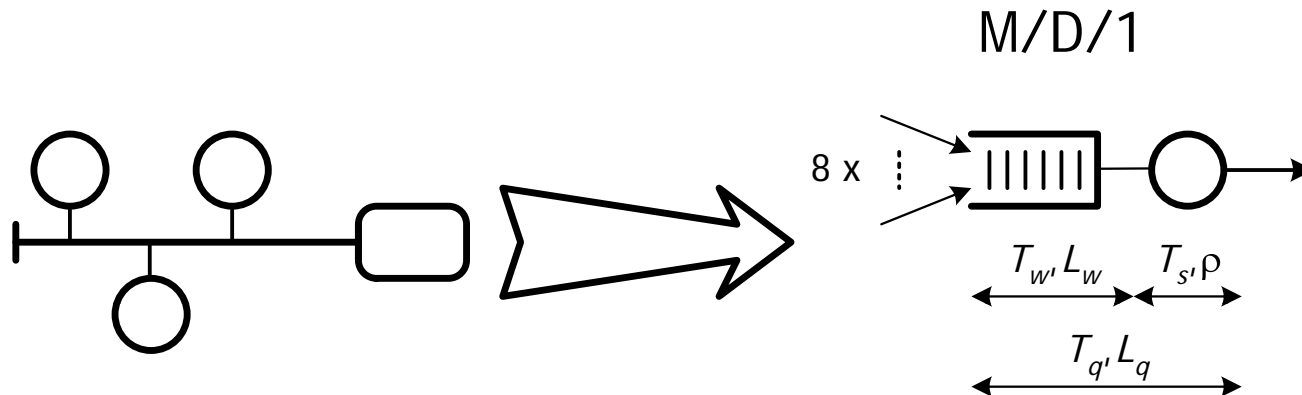
Zavod za telekomunikacije

8 terminala je spojeno na poslužitelj preko jednog kanala (sabirnice). Podaci sa terminala se poslužitelju šalju u paketima konstantne dužine od 1000 bita.

Odredite:

- (a) minimalni kapacitet kanala potreban za prijenos podataka ako svi terminali generiraju podatke istim intenzitetom $\lambda_i = 5 \text{ erl/s}$
- (b) uz pretpostavku da je kapacitet kanala $C = 64 \text{ kb/s}$, odredite opterećenje sabirnice, vrijeme čekanja paketa i veličinu spremnika potrebnog za spremanje jedinica koje čekaju na posluživanje.

12. Zadatak – Rješenje (1/2)



$$\lambda = 8 \cdot \lambda_i = 40 \text{ erl/s}, \quad T_a = \frac{1}{\lambda} = 25 \text{ ms}$$

$$T_w = \frac{\lambda \cdot \overline{t_s^2}}{2 \cdot (1 - \rho)}, \quad \overline{t_s^2} = T_s^2 \cdot \left(1 + \frac{1}{r}\right) = \left|r \rightarrow \infty\right| = T_s^2$$

$$T_w = \frac{\rho \cdot T_s}{2 \cdot (1 - \rho)}, \quad \rho \rightarrow 1 \Rightarrow T_w \rightarrow \infty$$

Pitanje: U kojim okolnostima opterećenje od 1 erl neće značiti da prosječno vrijeme čekanja teži k beskonačnosti?

12. Zadatak – Rješenje (2/2)

(a)

$$\rho = \lambda \cdot T_s = \lambda \cdot \frac{\bar{b}}{C} \Rightarrow C = \lambda \cdot \frac{\bar{b}}{\rho}$$

$$C = 40 \text{ kbit/s}$$

(b)

$$\rho = \lambda \cdot \frac{\bar{b}}{C} \Rightarrow \rho = 0.625 \text{ erl}$$

$$T_w = \frac{\rho \cdot T_s}{2 \cdot (1 - \rho)} \Rightarrow T_w = 13.021 \text{ ms}$$

$$M = L_w \cdot \bar{b} = \lambda \cdot T_w \cdot \bar{b}$$

$$M = 528.8333 \text{ bit (66 okteta)}$$

13. Zadatak



Zavod za telekomunikacije

U lokalnu mrežu sabirničkog tipa su spojena 2 osobna računala i 2 radne stanice, te mrežni štampač. Kapacitet ispisa mrežnog štampača je 12 strana u minuti. Svako osobno računalo u prosjeku ima 3 ispisa po satu uz prosjek od 12 strana. Razdioba vjerojatnosti dužina ispisa je Erlangova s $r = 4$. Radne stanice (svaka) imaju u prosjeku 9 ispisa dnevno prosječne dužine 150 strana. Razdioba vjerojatnosti dužina dokumenata je Erlangova s $r = 10$.

Odredite:

- (a) prosječno vrijeme ispisa
- (b) opterećenje mrežnog štampača
- (c) prosječno vrijeme čekanja na ispis

13. Zadatak – Rješenje (1/2)

Ukupni promet:

$$\lambda_{PC} = 2 \cdot 3 \text{ erl} / 60 \text{ min} = 0.1 \text{ erl} / s$$

$$\lambda_{WS} = 2 \cdot 9 \text{ erl} / 60 \text{ min} = 0.0125 \text{ erl} / s$$

$$\lambda = 0.1125 \text{ erl} / s$$

(a)

$$\bar{b} = \frac{1}{\lambda} \sum \lambda_i \cdot b_i = \frac{0.1 \cdot 12 + 0.0125 \cdot 150}{0.1125} = 27.333 \text{ str}$$

$$T_s = \frac{\bar{b}}{C}, \boxed{T_s = 2.28 \text{ min}}$$

(b)

$$\rho = \lambda \cdot T_s, \boxed{\rho = 0.25626 \text{ erl}}$$

13. Zadatak – Rješenje (2/2)

(c)

$$T_W = \frac{\sum_{i=1}^n \overline{t_{si}^2} \cdot \lambda_i}{2(1-\rho)}, \quad \overline{t_{si}^2} = T_{Si}^2 \left(1 + \frac{1}{r_{Si}} \right)$$

$$T_W = \frac{1}{2(1-\rho)} \left(\lambda_{PC} \cdot T_{S_PC}^2 \left(1 + \frac{1}{r_{PC}} \right) + \lambda_{WS} \cdot T_{S_WS}^2 \left(1 + \frac{1}{r_{WS}} \right) \right)$$

$$\boxed{T_W = 1.5284 \text{ min}}$$

NAPOMENA: Sva računala tijekom pokušaja ispisa prosječno «osjete» jednako kašnjenje.

14. Zadatak



Zavod za telekomunikacije

Na zajedničku sabirnicu su spojena 16 terminala, 8 grafičkih terminala i 4 radne stanice, s intenzitetima nailazaka paketa od 30, 50 i 75 erl/s (po uređaju). Prosječne dužine paketa su iste za sve tipove uređaja i iznose 1024 bita, s eksponencijalnom (terminali), erlang $r=1.75$ (grafički terminali) i erlang $r=4$ (radne stanice) raspodjelom.

Potrebno je dimenzionirati brzinu prijenosa sabirnicom uz uvjet da je prosječno vrijeme zauzeća sabirnice tri puta manja od vremena čekanja.

14. Zadatak – Rješenje (1/2)

$$\overline{b_1} = \overline{b_2} = \overline{b_3} = 1024b = \overline{b}$$

$$E_{r=1.75}$$

$$E_{r=4}$$

$$480 = 16 \cdot 30 \text{erl} / s$$

$$400 = 8 \cdot 50 \text{erl} / s$$

$$300 = 4 \cdot 75 \text{erl} / s$$

$$T_{A1} = T_{A2} = T_{A3} = \frac{\overline{b}}{C}$$

$$T_s = \frac{1}{3} T_v$$

$$T_s = \sum_i \frac{\lambda_i}{\lambda} T_{A_i}$$

$$T_v = \sum \frac{\lambda_i}{\lambda} \cdot \frac{\rho \cdot T_{A_i}}{2(1-\rho)} \left(1 + \frac{1}{r_i}\right)$$

$$T_v = \sum \frac{\lambda_i}{\lambda} \cdot \frac{\lambda_i \cdot T_{A_i}}{2(1-\lambda_i \cdot T_{A_i})} \left(1 + \frac{1}{r_i}\right) = \frac{T_s}{2\lambda} \sum \frac{\lambda_i^2}{1-\lambda_i \cdot T_{A_i}} \left(1 + \frac{1}{r_i}\right)$$

$$T_v = \frac{\rho \cdot T_s}{2 \cdot \lambda(1-\rho)} \sum \lambda_i \left(1 + \frac{1}{r_i}\right)$$

$$T_v = \frac{\sum \lambda \cdot T_s^2}{2(1-\rho)} = \frac{T_s^2}{2(1-\rho)} \sum \left(1 + \frac{1}{r_i}\right) \lambda_i$$

14. Zadatak – Rješenje (2/2)

$$T_s^2 = T_s^2 \left(1 + \frac{1}{r_f}\right)$$

$$\frac{T_s^2}{2(1-\rho)} = \frac{\rho \cdot T_s^2}{2\lambda(1-\rho)}$$

$$3T_s = \frac{T_s^2}{2(1-\lambda \cdot T_s)} \left[2\lambda_1 + \left(1 + \frac{1}{1.75}\right)\lambda_2 + \left(1 + \frac{1}{4}\right)\lambda_2 \right]$$

$$\frac{T_s}{(1-\lambda \cdot T_s)} = \frac{6}{\left[2\lambda_1 + \left(1 + \frac{1}{1.75}\right)\lambda_2 + \left(1 + \frac{1}{4}\right)\lambda_2 \right]} = 3.1766 \cdot 10^{-3}$$

$$T_s = (1 - \lambda \cdot T_s) \cdot 3.1766 \cdot 10^{-3} \Rightarrow T_s = \frac{3.1766 \cdot 10^{-3}}{1 + \lambda \cdot 3.1766 \cdot 10^{-3}} = 0.669 \text{ ms}$$

$$\rho = \lambda \cdot T_s$$

$$T_s = \frac{b}{C}$$

$$\underline{C = 1.53 \text{ Mbps}}$$

15. Zadatak

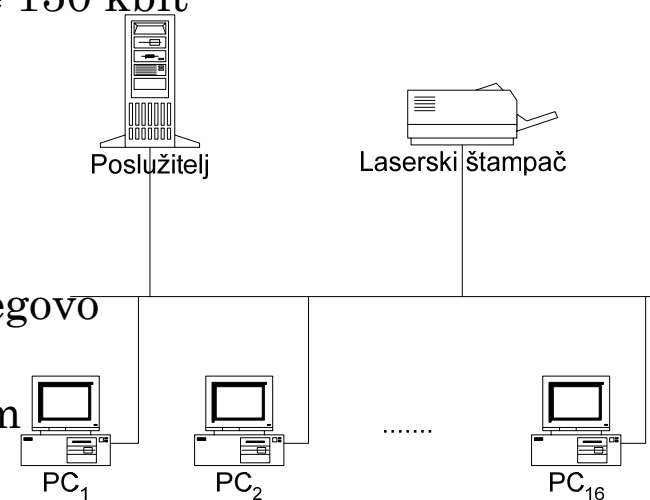
Na lokalnu mrežu sabirničkog tipa (100Mbit/s) je spojeno 16 osobnih računala, poslužitelj i mrežni štampač (vidi sliku). Mrežni štampač ima brzinu ispisa od 12 stranica u minuti, a pretpostavka je da 1 stranica dokumenta odgovara 360 kbit. Svako osobno računalo u prosjeku 1.8 puta u jednom satu štampa dokument prosječne veličine 4 stranice, 0.6 puta u minuti pristupa poslužitelju i dohvaća datoteku prosječne veličine 1000kbit, te pristupa prema ostalim osobnim računalima 0.01 puta u minuti i dohvaća datoteke prosječne veličine 200kbit.

Poslužitelj 0.45 puta u satu ispisuje dokument prosječne dužine od 1 strane, te 0.01 puta u minuti dohvaća datoteke prosječne veličine 150 kbit s preostalih osobnih računala.

Odredite:

- (a) opterećenje sabirnice
- (b) opterećenje štampača
- (c) kapacitet procesora poslužitelja, uz uvjet da njegovo opterećenje bude 1%.

NAPOMENA: Pretpostavite da se prijenos 8 bita obavlja s jednom instrukcijom.

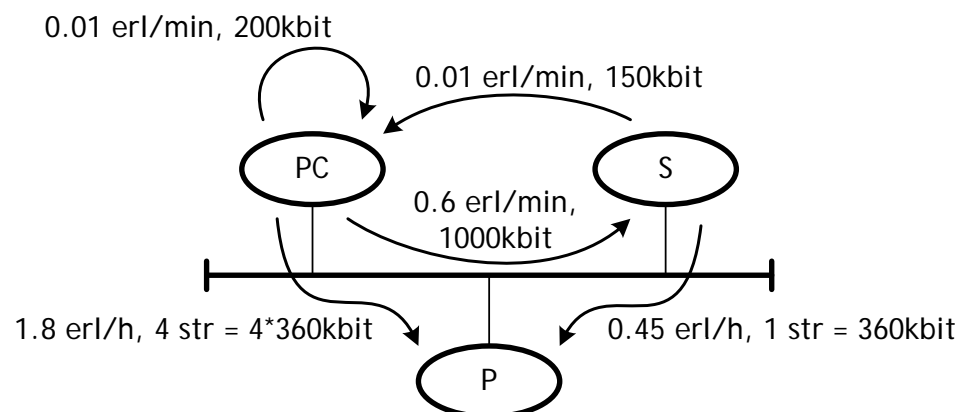


15. Zadatak – Rješenje (1/6)

Ovdje postoji nekoliko sustava posluživanja.

1. Sabirnica, $C_{LAN} = 100 \text{ Mbit/s}$
2. Štampač, $C_P = 12 \text{ str/min}$

Naravno, prilikom analize svakog od sustav moramo prilagoditi jedinicu veličine informacijske jedinice. S obzirom da nije rečeno drugačije, pretpostavljamo da su svi sustavi posluživanja M/M/1 tipa. Svi mogući tokovi su prikazani na slici niže.



15. Zadatak – Rješenje (2/6)

(a)

Promotrimo sada informacijske tokove na sabirnici:

$$\lambda_{LAN} = 16 \cdot (\lambda_{PC_S} + \lambda_{PC_PC} + \lambda_{PC_P}) + (\lambda_{S_PC} + \lambda_{S_P})$$

$$\lambda_{LAN} = 16 \cdot \left(0.6 \frac{erl}{min} + 0.01 \frac{erl}{min} + 1.8 \frac{erl}{60 min} \right) + \left(0.01 \frac{erl}{min} + 0.45 \frac{erl}{60 min} \right)$$

$$\lambda_{LAN} = 10.5775 \text{ erl/min} = 0.17629 \text{ erl/s}$$

Sada moramo napraviti jedno pojednostavljenje, koje će smanjiti vjerodostojnost konačnog rezultata. Vjerodostojnost rezultata će biti manja povećanjem opterećenja. Naime, umjesto pretpostavke da se prijenos datoteka razbija na prijenos paketa, mi ćemo pretpostaviti da se prijenos datoteka odvija u «komadu». Na taj način prosječnu dužinu informacijskih jedinica možemo proračunati na sljedeći način:

$$\bar{b} = \frac{1}{\lambda} \cdot \sum \lambda_i \cdot b_i$$

15. Zadatak – Rješenje (3/6)



Zavod za telekomunikacije

$$= \frac{1}{10.5775} \cdot \left\{ 16 \cdot \left(0.6 \cdot 1000 \text{ kbit} + 0.01 \cdot 200 \text{ kbit} + \frac{1.8}{60} \cdot 4 \cdot 360 \text{ kbit} \right) + \left(0.01 \cdot 150 \text{ kbit} + \frac{0.45}{60} \cdot 360 \text{ kbit} \right) \right\}$$

$$\bar{b} = 976.355 \text{ kbit/s}$$

Opterećenje sabirnice je sada jednostavno izračunati,

$$\rho = \lambda_{LAN} \cdot T_s = \lambda_{LAN} \cdot \frac{\bar{b}}{C}$$

$$\rho = 1.7212 \cdot 10^{-3} \text{ erl}$$

15. Zadatak – Rješenje (4/6)

(b)

U slučaju štampača, promatramo samo ispise. Iako će razdioba među-dolaznih vremena biti modificirana prolaskom dokumenta za štampanje kroz sabirnicu, mi ćemo pretpostaviti da se ipak radi o eksponencijalnoj razdiobi. U ovome slučaju intenziteti nailazaka i prosječne dužine informacijskih jedinica su kako slijedi:

$$\lambda_P = 16 \cdot \lambda_{PC_P} + \lambda_{S_P} = 16 \cdot 1.8 \frac{erl}{60 min} + 0.45 \frac{erl}{60 min}$$

$$\lambda_P = 0.4875 \text{ erl/min}$$

$$\bar{b} = \frac{1}{\lambda_P} \cdot \{16 \cdot \lambda_{PC_P} \cdot b_{PC_P} + \lambda_{S_P} \cdot b_{S_P}\} = \frac{1}{0.4875} \cdot \left\{ 16 \cdot 1.8 \frac{erl}{60 min} \cdot 4 + 0.45 \frac{erl}{60 min} \right\}$$

$$\bar{b} = 3.954 \text{ str}$$

Opterećenje štampača je sada jednostavno izračunati,

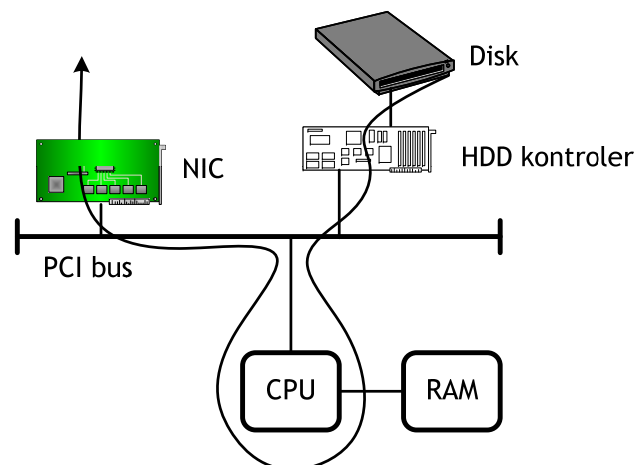
$$\rho = \lambda_P \cdot T_s = \lambda_P \cdot \frac{\bar{b}}{C}$$

$$\rho = 0.16063 \text{ erl}$$

15. Zadatak – Rješenje (5/6)

(c)

U ovom dijelu zadatka promatramo 3. sustav posluživanja. Radi lakšeg objašnjenja zadatka, nacrtana je slika niže koja predstavlja unutarnju strukturu poslužitelja.



Iako u stvarnosti postoji brojne druge mogućnosti (npr. DMA, Direct Memory Access, direktna komunikacija između uređaja unutar PC-a, bez posredovanja procesorske jedinice), mi ovdje pretpostavljamo da procesor (CPU) 8 bit (oktet) s diska dohvaća i šalje na mrežnu karticu (NIC) s 1 instrukcijom. Pritom se dakako zaobilazi memorija (RAM). Drugim riječima, u našem jednostavnom modelu ćemo pretpostaviti da prijenos 1 okteta s poslužitelj zahtjeva 1 instrukciju. Pritom se ne smije ispustiti iz vida da i poslužitelj šalje/prima određenu količinu podataka s osobnih računala, odnosno štampača. Količina bita koji se u jedinici vremena prenose sa i od poslužitelja jednaka je dakle,

15. Zadatak – Rješenje (6/6)

$$\lambda_{bit} = 16 \cdot 0.6 \frac{erl}{min} + 0.01 \frac{erl}{min} + 0.45 \frac{erl}{60 min} = 9.6175 \text{ erl/s},$$

je intenzitet nailazaka zahtjeva za prijenosom datoteka. Prosječna dužina tih datoteka, u kbit, a potom i instrukcijama koje se moraju izvesti je,

$$\bar{b}_{bit} = \frac{1}{9.6175} \left(16 \cdot 0.6 \cdot 1000 \text{ kbit} + 0.01 \cdot 150 \text{ kbit} + 0.45 \cdot \frac{1}{60} \cdot 360 \text{ kbit} \right) = 998.62 \text{ kbit}$$

$$\bar{b}_I = \frac{\bar{b}_{bit}}{8} = 124.83 \text{ kI}$$

Dalje je jednostavno,

$$C = \lambda \cdot \frac{\bar{b}_I}{\rho} = 9.6175 \cdot \frac{124.83}{0.01}, \text{ tj.}$$

$$C = 120.055 \text{ MIPS}$$

16. Zadatak (1/2)



Zavod za telekomunikacije

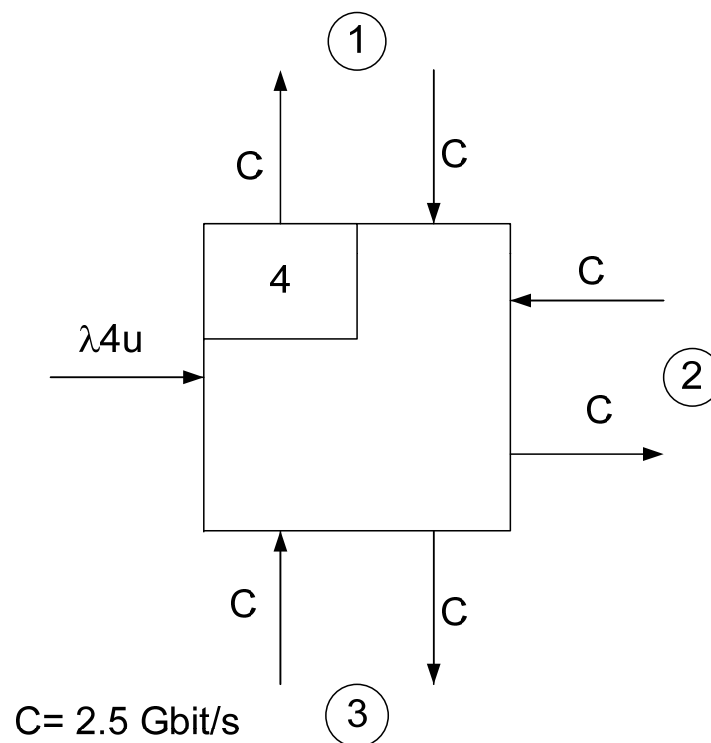
Komutacijski čvor paketske mreže spojen je s tri identična komutacijska čvora transmisijskim vezama kapaciteta 2.5 Gbit/s. Paketi su dužine 53 okteta a intenziteti nailazaka sljedeći: od čvora 1 $9 \cdot 10^5$ paketa u sekundi, od čvora 2 $16 \cdot 10^5$ paketa u sekundi, te od čvora 3 $10 \cdot 10^5$ paketa u sekundi. Unutrašnji promet od čvora 4 prema ostalim čvorovima je $5 \cdot 10^5$ paketa u sekundi.

Zadatak je odrediti :

- (a) potreban kapacitet procesora za usmjeravanje paketa, ako je prosječan broj instrukcija potrebnih za usmjeravanje jednog paketa 4 I, a zahtjev da prosječno zadržavanje paketa u čvoru bude $0.4 \mu\text{s}$.
- (b) veličinu spremnika paketa ako je prosječno zadržavanje 1ms, te
- (c) opterećenje i prosječna vremena čekanja na dolaznim i odlaznim transmisijskim vezama, ako je usmjeravanje paketa u komutacijskom čvoru zadano tablicom (broj u i-tom retku i j-tom stupcu označava postotak dolaznog prometa s i-tog čvora koji se usmjerava j-tom čvoru).

16. Zadatak (2/2)

	1	2	3	4
1	-	30	45	25
2	20	-	50	30
3	35	45	-	20
4	35	30	35	-



16. Zadatak – Rješenje (1/4)

$$\lambda_{1d} = 9 \cdot 10^5 \text{ erl} / s$$

$$\lambda_{2d} = 16 \cdot 10^5 \text{ erl} / s$$

$$\lambda_{3d} = 10 \cdot 10^5 \text{ erl} / s$$

$$\lambda_{4u} = 5 \cdot 10^5 \text{ erl} / s$$

$$\text{M/M/1 sustav, } \lambda_{uk} = \sum_i \lambda_i = 4 \cdot 10^6 \text{ erl} / s$$

(a) $b = 4I$

prosječno vrijeme čekanja

$$T_w = \frac{\lambda \cdot T_s^2}{1 - \lambda \cdot T_s}$$

ukupno vrijeme provedeno u procesorskoj jedinici: čekanje + posluživanje

$$T_q = T_w + T_s = A, A = 0.4 \mu s$$

$$T_s = \frac{A}{A + A \cdot \lambda}$$

$$T_s = 0.154 \mu s$$

$$T_w = 0.264 \mu s$$

$$C = \frac{\bar{b}}{T_s},$$

kapacitet

$$C = 26 \text{ MIPS}$$

16. Zadatak – Rješenje (2/4)



Zavod za telekomunikacije

(b)

$$A = 1 \text{ ms}$$

$$T_s = 0.25 \text{ } \mu\text{s}$$

$$T_w \approx 1 \text{ ms}$$

$$l_w = \lambda \cdot T_w = 4000 \text{ paket} = 212000 \text{ oktet}$$

$$l_w = 1.696 \cdot 10^6 \text{ bit}$$

16. Zadatak – Rješenje (3/4)

(c) M/D/1 sustav $b = 53$ oktet = 424 bit

odlazni promet

$$\lambda_{10} = \lambda_{2d} \cdot 0.2 + \lambda_{3d} \cdot 0.35 + \lambda_{4u} \cdot 0.35 = 8.45 \cdot 10^5 \text{ erl} / s$$

$$\lambda_{20} = \lambda_{1d} \cdot 0.3 + \lambda_{3d} \cdot 0.45 + \lambda_{4u} \cdot 0.3 = 8.7 \cdot 10^5 \text{ erl} / s$$

$$\lambda_{30} = \lambda_{1d} \cdot 0.45 + \lambda_{2d} \cdot 0.5 + \lambda_{4u} \cdot 0.35 = 13.8 \cdot 10^5 \text{ erl} / s$$

dolazni promet

$$\lambda_{1d} = 9 \cdot 10^5 \text{ erl} / s$$

$$\lambda_{2d} = 16 \cdot 10^5 \text{ erl} / s$$

$$\lambda_{3d} = 10 \cdot 10^5 \text{ erl} / s$$

opterećenje

$$\rho = \lambda \cdot T_s = \lambda \cdot \frac{b}{c}$$

prosječno vrijeme čekanja

$$T = \frac{\rho \cdot T_s}{2(1 - \rho)}$$

16. Zadatak – Rješenje (4/4)



Zavod za telekomunikacije

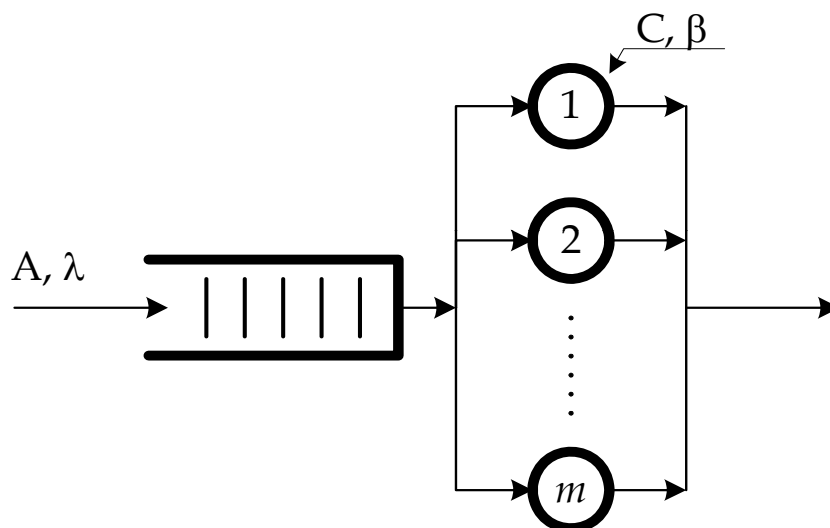
rezultati

	l_{1d}	l_{2d}	l_{3d}	l_{1o}	l_{2o}	l_{3o}	
ρ	0.15264	0.27136	0.1696	0.1433	0.1475	0.234	erl
T_w	15.3	31.6	17.32	14.2	14.68	25.91	ns

2.1 Više-poslužiteljski sustavi

Višeposlužiteljski sustavi s čekanjem (1/2)

Višeposlužiteljski sustavi s čekanjem (M/M/m sustav s čekanjem)



m je ukupan broj poslužitelja, svaki s kapacitetom C

A je ukupni prometni intenzitet

$$A = \frac{\lambda}{\beta} = \frac{\lambda}{\mu \cdot C} = m \cdot \rho \text{ [erl]}$$

$$\rho = \frac{\lambda}{\beta \cdot m} = \frac{\lambda}{\mu \cdot C \cdot m} = \frac{A}{m}$$

Višeposlužiteljski sustavi s čekanjem (2/2)



Zavod za telekomunikacije

Vjerojatnost da će informacijska jedinica koja ulazi u sustav morati čekati, tj. da će u trenutku nailaska informacijske jedinice sustav biti popunjen:

$$P_m = P_0 \frac{(m \cdot \rho)^m}{m!(1 - \rho)}$$

gdje je

$$P_0 = \frac{1}{\left\{ \sum_{i=1}^{m-1} \frac{(m \cdot \rho)^i}{i!} + \frac{(m \cdot \rho)^m}{m!(1 - \rho)} \right\}}$$

tzv. Erlang-C formula

Prosječno vrijeme čekanja i broj jedinica u repu:

$$T_w = P_m \cdot T_0, \quad T_0 = \frac{T_s}{1 - \rho} \quad L_w = m \cdot P_m \frac{\rho}{1 - \rho}$$

Prosječno vrijeme koje informacijska jedinica provede u sustavu:

$$T_q = \frac{1}{\mu \cdot C} \left(1 + \frac{P_m}{1 - \rho} \right), \quad L_q = m \cdot \rho \left(1 + \frac{P_m}{1 - \rho} \right)$$

17. Zadatak



Zavod za telekomunikacije

Lokalnu mrežu čini 15 osobnih računala i 8 radnih stanica. Svako osobno računalo ima u prosjeku 2 ispisa u satu na mrežne štampače, s prosječno 12 strana po ispisu. Svaka radna stanica ima u prosjeku 6 ispisa u satu na mrežne štampače, s prosječno 9 strana po ispisu. Ako pretpostavimo da je kapacitet jednog mrežnog štampača 6 strana/minuta, odredite potreban broj mrežnih štampača kako bi vjerojatnost da je u nekom trenutku neki od štampača slobodan za ispis bila veća od 81%.

17. Zadatak – Rješenje (1/4)

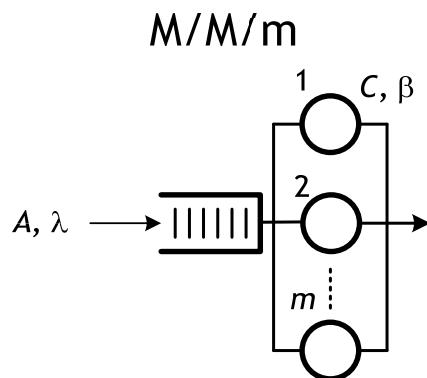
Radi se o višeprosorskom M/M/m sustavu s čekanjem, gdje je m broj štampača.

Prometni intenzitet A ,

$$A = \frac{\lambda}{\beta} = \frac{\lambda}{\mu \cdot C} = m \cdot \rho \text{ [erl]}$$

$$\rho = \frac{\lambda}{\beta \cdot m} = \frac{\lambda}{\mu \cdot C \cdot m} = \frac{A}{m}.$$

Pritom je C kapacitet jednog od m poslužitelja.



17. Zadatak – Rješenje (2/4)

Vjerojatnost da će neka jedinica, od niza onih koji nailaze u sustav posluživanja, morati čekati, tj. da će u trenutku nailaska informacijske jedinice sustav biti popunjen jednaka je:

$$P_m = P_0 \cdot \frac{(m \cdot \rho)^m}{m! \cdot (1 - \rho)},$$

gdje je,

$$P_0 = \frac{1}{\left\{ \sum_{i=1}^{m-1} \frac{(m \cdot \rho)^i}{i!} + \frac{(m \cdot \rho)^m}{m! \cdot (1 - \rho)} \right\}}$$

tzv. Erlang-C formula. Ova se vrijednost obično čita iz tablice.

17. Zadatak – Rješenje (3/4)

U našem slučaju,

$$A = \lambda \cdot T_s$$

$$\lambda = 15 \cdot 2 \frac{erl}{60 min} + 8 \cdot 6 \frac{erl}{60 min} = 1.3 \text{ erl/min}$$

$$T_s = \frac{\bar{b}}{C} = \frac{1}{C \cdot \lambda} \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot b_i = \frac{0.5 \cdot 12 + 0.8 \cdot 9}{1.3 \cdot 6} = 1.69 \text{ min}$$

$A = 2.2 \text{ erl}$, a iz tablica za Erlang-C formulu, uz uvjet da $P_m \leq 1 - 0.81 = 0.19$, dobivamo da najmanji m koji zadovoljava ovaj uvjet iznosi,

$$m = 5,$$

za koji isto tako vrijedi:

$$P_m = 0.0839286$$

$$\rho = 0.44 \text{ erl}$$

17. Zadatak – Rješenje (4/4)

Prosječno vrijeme čekanja, te broj jedinica u sustavu,

$$T_w = P_m \cdot T_0 = P_m \cdot \frac{T_s}{1 - \rho}$$

$$T_q = \frac{1}{\mu \cdot C} \cdot \left(1 + \frac{P_m}{1 - \rho} \right)$$

$$L_w = m \cdot P_m \cdot \frac{\rho}{1 - \rho}$$

$$T_q = m \cdot \rho \cdot \left(1 + \frac{P_m}{1 - \rho} \right)$$

Višeposlužiteljski sustavi s gubicima (M/M/m sustav s gubicima)

Ne postoji rep. Ako je poslužitelj pun, sve novo pridošle informacijske jedinice se odbacuju

Vjerojatnost da će u sustavu biti $l_q > m$ jedinica

$$E(A, m) = \frac{\frac{A^m}{m!}}{\sum_{i=0}^m \frac{A^i}{i!}}$$

Erlang-B formula

18. Zadatak



Zavod za telekomunikacije

Na privatnu telefonsku centralu su spojena 32 telefonska pretplatnika, od kojih svaki u glavnom prometnom satu ima 3 poziva prosječnog trajanja od 3 minute. Sa koliko je iznajmljenih telefonskih linija potrebno privatnu telefonsku centralu spojiti na javnu ako se želi da se manje od 4 poziva na 100 odbaci zbog zauzetosti javnih linija.

18. Zadatak – Rješenje (1/2)

Radi se o više-poslužiteljskom M/M/m sustavu s gubicima. U ovome sustavu nema repa, odnosno čekanja. Ako je poslužitelj pun, tj. ako se u njemu nalazi $l_q = m$ jedinica, sve ostale koje naiđu do trenutka napuštanja barem jedne jedinice se odbacuju. Tipičan primjer primjene ovog modela je telefonska mreža, odnosno telefonski pozivi.

Vjerojatnost da će u sustavu biti $l_q > m$ jedinica, tj. da će doći do odbacivanja informacijskih jedinica, opisuje se tzv. Erlang-B formulom,

$$E(A, m) = \frac{\frac{A^m}{m!}}{\sum_{i=0}^m \frac{A^i}{i!}}.$$

Slično kao i u slučaju Erlang-C formule, i ove se vrijednosti mogu čitati iz tablica.

18. Zadatak – Rješenje (2/2)

U našem konkretnom slučaju vrijedi,

$$A = \lambda \cdot T_s = \frac{3}{60} \cdot 32 \frac{erl}{min} \cdot 3 min = 4.8 erl .$$

Kako je početni uvjet,

$$P_m \leq 0.04 ,$$

iz tablice se može pronaći najmanja vrijednost m za koju je ispunjen ovaj uvjet,

$$m = 9 , P_m = 0.0314668$$

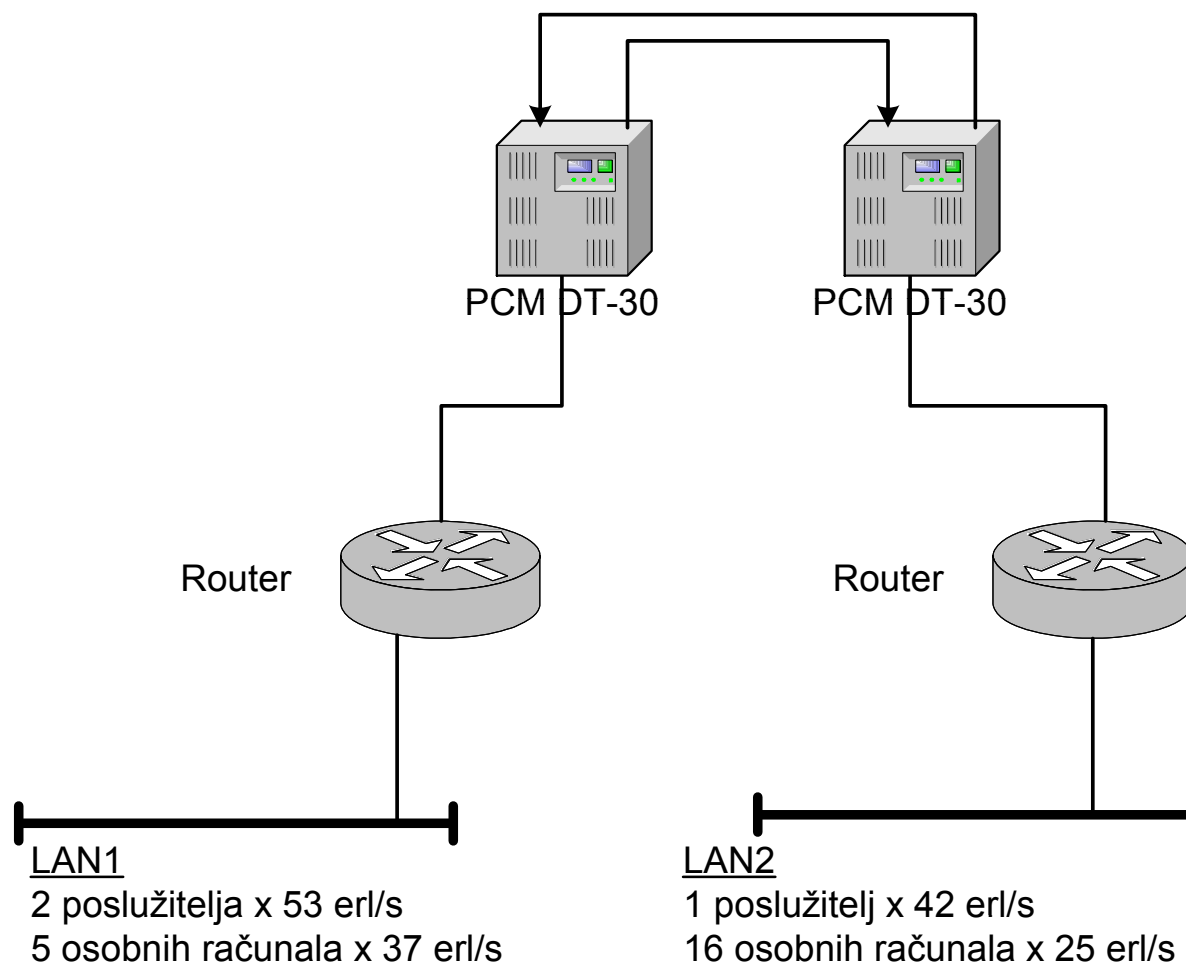
19. Zadatak (1/2)

Zadan je informacijski sustav kao na slici niže, kojeg čine dvije lokalne mreže sabirničkog tipa ($\sim 10\text{Mb/s}$) međusobno povezanih digitalnim transmisijskim sustavom kapaciteta prijenosa do 30 govornih kanala (kapacitet govornog kanala je 64 kb/s).

Slika prikazuje broj i vrstu uređaja koji su spojeni na lokalne mreže, te prosječan broj paketa koje uređaji generiraju u jedinici vremena. Ako se 13.5% prometa prve lokalne mreže (u oba smjera) odnosi na komunikaciju s drugom (u oba smjera), te 23.2% prometa druge lokalne mreže odnosi na komunikaciju s prvom, te ako je prosječna dužina paketa 1000 okteta, odredite:

- (a) prosječno vrijeme čekanja i posluživanja za obje lokalne mreže, te
- (b) potreban broj govornih kanala koji će se koristiti za prijenos podataka između lokalnih mreža, uz uvjet da vjerojatnost čekanja bude manja od 30%

19. Zadatak (2/2)



19. Zadatak – Rješenje (1/3)

$$\bar{b} = 1000 \cdot 8 = 8000 \text{ bit}$$

$$T_{s1} = T_{s2} = \frac{\bar{b}}{C} = 0.8 \text{ ms}$$

$$\rho = \lambda \cdot T_s$$

lokalne mreže možemo opisati kao M/M/1 sustav, te vrijedi

$$T_w = \frac{\rho \cdot T_s}{1 - \rho}$$

To znači da sada preostaje računanje tokova:

19. Zadatak – Rješenje (2/3)

LAN1

$$\lambda_1 = [2 \cdot 53 + 5 \cdot 37] = 291 \text{ erl/s}$$

$$\lambda_{1out} = 0.135 \cdot \lambda_1 = 39.285 \text{ erl/s}$$

$$\lambda_{1uk} = \lambda_1 + \lambda_{2out} = 393.544 \text{ erl/s}$$

$$\rho_1 = \lambda_{1uk} \cdot T_{s1} = 0.315 \text{ erl}$$

$$T_{w1} = 0.368 \text{ ms}$$

$$A_{1out} = \lambda_{1out} \cdot T_{s1out} = \lambda_{1out} \cdot \frac{\bar{b}}{C_{ch}} = 64 \text{ kbit/s}$$

$$A_{1out} = 4.911 \text{ erl}$$

$$P_m \leq 0.3, \text{ Erlang-C}$$

$$m_1 = 8 (\rho = 0.7, A = 5.6, P_m = 0.270603)$$

LAN2

$$\lambda_2 = [42 + 16 \cdot 25] = 442 \text{ erl/s}$$

$$\lambda_{2out} = 0.232 \cdot \lambda_2 = 102.544 \text{ erl/s}$$

$$\lambda_{2uk} = \lambda_2 + \lambda_{1out} = 481.285 \text{ erl/s}$$

$$\rho_2 = \lambda_{2uk} \cdot T_{s2} = 0.385 \text{ erl}$$

$$T_{w1} = 0.501 \text{ ms}$$

$$A_{2out} = \lambda_{2out} \cdot T_{s2out} = \lambda_{2out} \cdot \frac{\bar{b}}{C_{ch}} = 64 \text{ kbit/s}$$

$$A_{2out} = 12.818 \text{ erl}$$

$$P_m \leq 0.3, \text{ Erlang-C}$$

$$m_1 = 17 (\rho = 0.8, A = 13.6, P_m = 0.291504)$$

19. Zadatak – Rješenje (3/3)



Zavod za telekomunikacije

Konačno je rješenje (zbog toga što moramo rezervirati kanale za oba smjera) jednako,

$$C = (m_1 + m_2) \cdot C_{ch} = 25 \cdot C_{ch}$$

2.2 Sustavi posluživanja s prioritetima

Poslužiteljski sustavi s prioritetima (1/4)



Zavod za telekomunikacije

- svakoj informacijskoj jedinici je pridružen prioritet
- viši prioritet znači prednost pri dodjeljivanju resursa
 - dakle, osim vremenskog redoslijeda pristizanja na redoslijed posluživanja utječe i prioritet
- vrste prioriteta:
 - čvrsti i dinamički
 - sa uvjetnim i bezuvjetnim prekidom
- pretpostavka: čvrsti prioritet i uvjetni prekidi

Poslužiteljski sustavi s prioritetima (2/4)



Zavod za telekomunikacije

- Sustav od n prioriteta:

$$\lambda = \sum_{i=1}^n \lambda_i$$

- opterećenje sustava informacijskim jedinicama i -tog prioriteta

$$\rho_i = \frac{\lambda_i}{\beta_i}$$

- Sumarno opterećenje sustava jedinicama prioriteta k i višeg

$$R_k = \sum_{i=1}^k \rho_i$$

To je opterećenje koje «vide» jedinice prioriteta k

Poslužiteljski sustavi s prioritetima (3/4)



Zavod za telekomunikacije

- Ukupno opterećenje sustava

$$\rho = \sum_{i=1}^n \rho_i$$

- Prosječno vrijeme posluživanja:

$$T_s = \sum_{i=1}^n \frac{\lambda_i}{\lambda} T_{si}$$

- Prosječno vrijeme čekanja jedinica k -tog prioriteta

$$T_{wk} = \frac{T_0}{(1 - R_{k-1})(1 - R_k)}$$

$$T_0 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot \overline{t_{si}^2}, \quad \overline{t_{si}^2} = T_{si}^2 \left(1 + \frac{1}{r} \right)$$

Poslužiteljski sustavi s prioritetima (4/4)



Zavod za telekomunikacije

- Prosječno vrijeme koje jedinice k-tog prioriteta provedu u sustavu:

$$T_{qk} = T_{wk} + \frac{1}{\beta_k}$$

- Prosječan broj jedinica k-tog prioriteta u sustavu, odnosno repu:

$$L_{qk} = L_{wk} + \rho_k$$

$$L_{wk} = \lambda_k \cdot T_{wk}$$

20. Zadatak



Zavod za telekomunikacije

U sustav posluživanja ulazi 6 informacijskih jedinica u slijedećim vremenskim trenucima {2, 4, 5, 6, 8, 11}. Duljine obrade pojedinih informacijskih jedinica su {3, 2, 3, 1, 2, 2} vremenskih jedinica. Vektor prioriteta informacijskih jedinica je {0, 0, 1, 1, 1, 0}, pri čemu su informacijske jedinice s prioritetom '1' višeg prioriteta. Vrijeme promatranja sustava je do trenutka kad posljednja jedinica izađe iz sustava. Svaka jedinica koja se počela posluživati mora se i dovršiti prije početka obrade slijedeće jedinice (nije dozvoljeno prekidanje posluživanje trenutne informacijske jedinice).

Vaš zadatak je nacrtati grafove koji prikazuju kumulativan broj jedinica koje ulaze u sustav, izlaze iz sustava te trenutni broj jedinica u sustavu.

Izračunajte prosječno vrijeme zadržavanja jedinica u repu (za svaki prioritet posebno), prosječno vrijeme posluživanja, te opterećenje procesora.

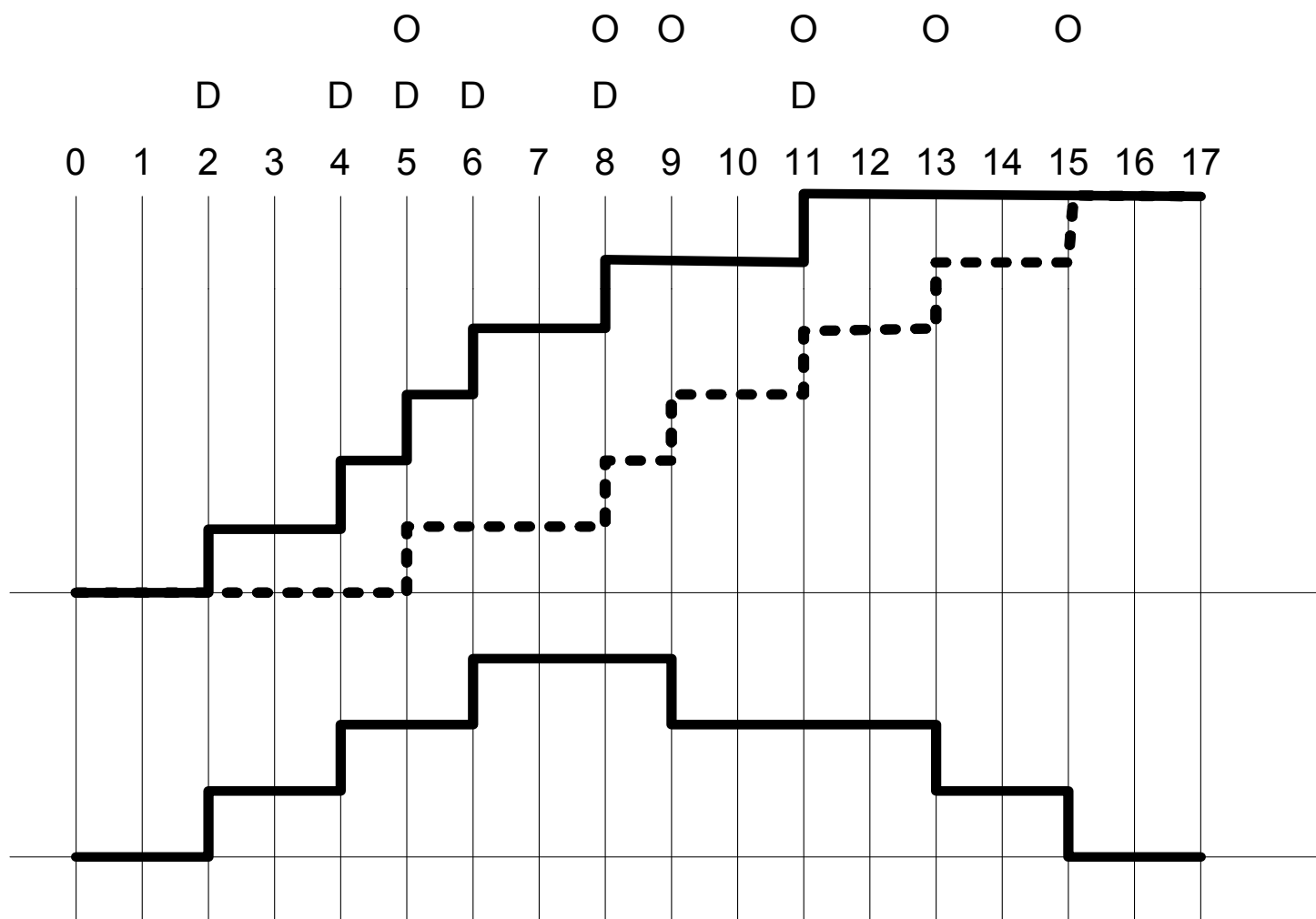
Napomena: Grafove je potrebno crtati UREDNO, običnom ili tehničkom olovkom (ne kemijskom) te označiti vrijednosti na koordinatama. Neuredni i neoznačeni grafovi neće se priznavati.

20. Zadatak – Rješenje (1/3)

U tablici su prikazana sva vremena događaja:

A	Vrijeme dolaska	2	4	5	6	8	11
B	Trajanje	3	2	3	1	2	2
C	Prioritet	0	0	1	1	1	0
D	Početak procesiranja	2	11	5	8	9	13
E	Odlazak (D+B)	5	13	8	9	11	15

20. Zadatak – Rješenje (2/3)



20. Zadatak – Rješenje (3/3)



Zavod za telekomunikacije

$$T_{w0} = \frac{0 + 7 + 2}{3} = 3$$

$$T_{w1} = \frac{0 + 2 + 1}{3} = 1$$

$$T_s = \frac{3 + 2 + 3 + 1 + 2 + 2}{6} = \frac{13}{6} = 2.1666$$

$$\rho = \frac{13}{15} = 0.866$$

21. Zadatak



Zavod za telekomunikacije

Radna stanica služi kao poslužitelj 3 internet usluge: WWW, ftp i SMTP (mail poslužitelj). WWW paketi su prosječne dužine $2 \cdot 10^5$ okteta, s $E_{r=20}$ raspodjelom vjerojatnosti dužina, ftp paketi su prosječne dužine $8 \cdot 10^5$ okteta s $E_{r=2}$ raspodjelom dužina, a mail poruke su prosječne dužine $1 \cdot 10^4$ okteta s $E_{r=10}$ raspodjelom dužina.

Intenzitet nailazaka WWW paketa je 0.1 erl/s, ftp paketa 0.05 erl/s, a mail poruka 10 erl/s. Poslužitelj je vezan na Internet pomoću linka kapaciteta $C = 2048$ kb/s.

Ako pretpostavimo da WWW paketi imaju najviši prioritet, a mail poruke najniži, odredite:

- (a) vrijeme čekanja, te broj jedinica u sustavu i repu za sve vrste prioriteta
- (b) isto kao i pod (a), ali kada nema prioriteta

21. Zadatak – Rješenje (1/4)

$\lambda_1 = 0.1 \text{ erl/s}$	$b_1 = 2 \cdot 10^5 \cdot 8 \text{ bit}$	$r = 20$	$T_{s1} = \frac{b_1}{C} = 0.78125 \text{ s}$	$\rho_1 = \lambda_1 \cdot T_{s1} = 0.078125 \text{ erl}$
$\lambda_2 = 0.05 \text{ erl/s}$	$b_2 = 8 \cdot 10^5 \cdot 8 \text{ bit}$	$r = 2$	$T_{s2} = \frac{b_2}{C} = 3.125 \text{ s}$	$\rho_2 = \lambda_2 \cdot T_{s2} = 0.15625 \text{ erl}$
$\lambda_3 = 10 \text{ erl/s}$	$b_3 = 1 \cdot 10^4 \cdot 8 \text{ bit}$	$r = 10$	$T_{s3} = \frac{b_3}{C} = 39.0625 \text{ ms}$	$\rho_3 = \lambda_3 \cdot T_{s3} = 0.390625 \text{ erl}$

$$\rho = \sum_{i=1}^3 \rho_i = 0.625 \text{ erl}$$

$$T_s = \frac{1}{\lambda} \cdot \sum_{i=1}^3 \lambda_i \cdot T_{si} = 61.576 \text{ ms}$$

$$T_0 = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^3 \lambda_i \cdot \overline{t_{si}^2} = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^3 \lambda_i \cdot T_{si}^2 \cdot \left(1 + \frac{1}{r_i}\right) = \frac{1}{2} \cdot (0.1 \cdot T_{s1}^2 \cdot 1.05 + 0.05 \cdot T_{s2}^2 \cdot 1.5 + 10 \cdot T_{s3}^2 \cdot 1.1),$$

$$T_0 = 0.3984 \text{ s}$$

21. Zadatak – Rješenje (2/4)

(a)

$$T_{w1} = \frac{T_0}{1 - \rho_1} = 0.4322 \text{ s}$$

$$T_{w2} = \frac{T_0}{(1 - \rho_1 - \rho_2) \cdot (1 - \rho_1)} = 0.564 \text{ s}$$

$$T_{w3} = \frac{T_0}{(1 - \rho_1 - \rho_2 - \rho_3) \cdot (1 - \rho_1 - \rho_2)} = 1.3876 \text{ s}$$

$$T_w = \frac{1}{\lambda} \sum_{i=1}^3 \lambda_i \cdot T_{wi} = 1.374 \text{ s}$$

$$L_{wk} = \lambda_k \cdot T_{wk}, \quad L_{qk} = L_{wk} + \rho_k$$

$$L_{w1} = 0.04322 \text{ erl}, \quad L_{q1} = 0.121345 \text{ erl}$$

$$L_{w2} = 0.0282 \text{ erl}, \quad L_{q2} = 0.18445 \text{ erl}$$

$$L_{w3} = 13.876 \text{ erl}, \quad L_{q3} = 14.26662 \text{ erl}$$

$$L_w = \sum_{i=1}^3 L_{wi}, \quad L_q = \sum_{i=1}^3 L_{qi}$$

$$L_w = 13.94742 \text{ erl}, \quad L_q = 14.57242 \text{ erl}$$

$$L_q - L_w = \rho$$

21. Zadatak – Rješenje (3/4)

(b)

$$T_{w1} = T_{w2} = T_{w3} = T_w \text{ (sve jedinice «vide» isto opterećenje)}$$

$$T_w = \frac{\sum_{i=1}^3 \lambda_i \cdot \overline{t_{si}^2}}{2 \cdot (1 - \rho)} = \frac{T_0}{1 - \rho}, \rho = 0.625 \text{ erl}$$

$$T_w = 1.0624 \text{ s}$$

$$L_{wk} = \lambda_k \cdot T_{wk}, L_{qk} = L_{wk} + \rho_k$$

$$L_{w1} = 0.10624 \text{ erl}, L_{q1} = 0.184365 \text{ erl}$$

$$L_{w2} = 0.05312 \text{ erl}, L_{q2} = 0.20937 \text{ erl}$$

$$L_{w3} = 10.624 \text{ erl}, L_{q3} = 11.014625 \text{ erl}$$

$$L_w = \sum_{i=1}^3 L_{wi}, L_q = \sum_{i=1}^3 L_{qi}$$

$$L_w = 10.78336 \text{ erl}, L_q = 11.40836 \text{ erl}$$

21. Zadatak – Rješenje (4/4)



Zavod za telekomunikacije

Pitanja:

- Može li prosječno vrijeme kašnjenja za jedinice višeg prioriteta biti veće od onog za jedinice nižeg prioriteta? Zašto?
- Može li opterećenje generirano jedinicama višeg prioriteta biti veće od onog koje generiraju jedinice nižeg prioriteta? O čemu to ovisi?
- Može li jedinica nižeg prioriteta «vidjeti» niže opterećenje od onoga koje «vide» jedinice višeg prioriteta?

22. Zadatak



Zavod za telekomunikacije

Poslužitelj Internet usluga je potrebno spojiti na mrežu pomoću transmisijske veze. Očekivani intenziteti nailazaka su za WWW uslugu 100 paketa u sekundi, za gopher uslugu 5 paketa u sekundi, te a ftp uslugu 50 paketa u sekundi. Prosječna dužina paketa je za sve usluge 512 okteta, a razdiobe vjerojatnosti dužina paketa su za WWW uslugu $E_r s r=4$, za gopher uslugu $E_r s r=8$, te za ftp uslugu $E_r s r=2$.

Vaš je zadatak da odredite:

- (a) minimalni kapacitet transmisijske veze, a da ukupno vrijeme koje paket provede u prijenosu (čekanje u međuspremniku i sam prijenos kroz komunikacijski kanal) ne bude veće od 10 ms
- (b) opterećenje, prosječno vrijeme čekanja i prijenosa, ako je kapacitet transmisijske veze 10 Mb/s

22. Zadatak – Rješenje (1/3)

$$usluge = \begin{bmatrix} WWW \\ gopher \\ ftp \end{bmatrix}, \lambda = \begin{bmatrix} 100 \\ 5 \\ 50 \end{bmatrix} paket/s = erl/s, \bar{b} = \begin{bmatrix} 512 \\ 512 \\ 512 \end{bmatrix} oktet, r = \begin{bmatrix} 4 \\ 8 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\lambda = \sum_{i=1}^3 \lambda_i = 155 erl/s, \bar{b} = 512 \cdot 8 = 4096 bit$$

Uvjet $T_q \leq 10 ms$

$$T_w = \sum_{i=1}^3 \frac{\lambda_i \cdot \bar{t}_{si}^2}{2 \cdot (1 - \rho)} = \sum_{i=1}^3 \frac{\lambda_i \cdot T_{si}^2}{2 \cdot (1 - \rho)} \cdot \left(1 + \frac{1}{r_i}\right)$$

22. Zadatak – Rješenje (2/3)

$$T_w = T_q - T_s = \frac{T_s^2}{2 \cdot (1 - \lambda \cdot T_s)} \cdot \left[\sum_{i=1}^3 \lambda_i \cdot \left(1 + \frac{1}{r_i} \right) \right] = \frac{T_s^2}{2 \cdot (1 - \lambda \cdot T_s)} \cdot G$$

odnosno,

$$(2 \cdot \lambda - G) \cdot T_s^2 - (2 \cdot \lambda \cdot T_q + 2) \cdot T_s + 2 \cdot T_q = 0$$

$$(T_s)_1 = 44.56 \text{ ms} \text{ (nije rješenje)}$$

$$(T_s)_2 = 4.3 \text{ ms} = T_s \text{ (je rješenje)}$$

Sada na jednostavan način dobivamo kapacitet.

$$C > \frac{\bar{b}}{T_s} = 952\,563.741 \text{ bit/s}, \quad \rho = 0.6665 \text{ erl}$$

22. Zadatak – Rješenje (3/3)



Zavod za telekomunikacije

(b) dio zadatka

$$C = 10 \text{ Mbit/s}$$

$$T_s = \frac{\bar{b}}{C} = 0.4096 \text{ ms}$$

$$T_w = 18.42 \text{ }\mu\text{s}$$

$$\rho = 0.063488 \text{ erl}$$

23. Zadatak



Zavod za telekomunikacije

Centralna procesorska jedinica javne telefonske centrale obrađuje zahtjeve za komunikacijom. Zahtjevi su podijeljeni u dvije grupe prioriteta. U toku glavnog prometnog sata u procesorskoj jedinici se pojavi 400 zahtjeva prvog prioriteta, odnosno 1100 zahtjeva drugog prioriteta. Dužine rutina koje obrađuju zahtjeve su 10 kIPS za prvi prioritet te 30 kIPS za drugi prioritet. Raspodjele vjerojatnosti među-dolaznih vremena su eksponencijalne. Uz pretpostavku da je odnos prosječnih vremena čekanja na posluživanje informacijskih jedinica prvog i drugog prioriteta $1/2$ odredite:

- (a) kapacitet procesora uz uvjet da prosječno vrijeme čekanja bude 20ms
- (b) potrebnu veličinu spremnika zahtjeva ako svaki zahtjev zauzima 64 okteta
- (c) isto kao pod (b) samo uz pretpostavku da ne postoje prioriteti
- (d) usporedite prosječna vremena čekanja te potrebnu veličinu spremnika za (a) i (b) slučaj

23. Zadatak – Rješenje (1/2)



Zavod za telekomunikacije

$$\lambda_1 = 400 \text{ erl/s}$$

$$b_1 = 10 \text{ kIPS}$$

$$\lambda_2 = 1100 \text{ erl/s}$$

$$b_2 = 30 \text{ kIPS}$$

$$\lambda = 1500 \text{ erl/s}$$

$$\frac{T_{w1}}{T_{w2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow T_{w1} = \frac{1}{2} T_{w2}, T_{w2} = 2T_{w1}$$

M/D/1

23. Zadatak – Rješenje (2/2)

$$T_0 = \frac{1}{2} [\lambda_1 T_{s1}^2 + \lambda_2 T_{s2}^2] = \frac{1}{2C^2} [\lambda_1 b_1^2 + \lambda_2 b_2^2] = \frac{A}{2C^2}$$

$$A = 1.03 \cdot 10^{12}$$

$$T_{w1} = \frac{T_0}{1 - \rho_1} = \frac{T_0}{1 - \lambda_1 T_{s1}} = \frac{T_0}{1 - \frac{\lambda_1 b_1}{C}} = \frac{A}{2} \frac{1}{C^2 - \lambda_1 b_1 C}$$

$$T_{w2} = 2T_{w1}$$

$$T_w = \frac{\lambda_1}{\lambda} T_{w1} + \frac{\lambda_2}{\lambda} T_{w2} = \frac{\lambda_1}{\lambda} T_{w1} + \frac{2\lambda_2}{\lambda} T_{w1} = \frac{T_{w1}}{\lambda} (\lambda_1 + 2\lambda_2)$$

$$T_w = \frac{\lambda_1 + 2\lambda_2}{\lambda} \frac{A}{2} \frac{1}{C^2 - \lambda_1 b_1 C}$$

$$C^2 - \lambda_1 b_1 C = \frac{(\lambda_1 + 2\lambda_2) \cdot A}{2\lambda T_w}$$

$$C_{12} = \frac{4 \cdot 10^6 \pm \sqrt{1.6 \cdot 10^{13} + 1.7853 \cdot 10^{12}}}{2}$$

$$C = 8.974 \text{ MIPS}$$