INFORMACIJSKE MREŽE
Ak. god. 2011./2012.

Međuispit

14. studenoga 2011.

Ime i prezime: ______________________________ *JMBAG:* ___________________________

Vlastoručni potpis: ___________________________

Trajanje ispita: 120 minuta
Maksimalan broj bodova: 100

Na pitanja 1-15 dgovorite zaokruživanjem. Točan odgovor donosi 2 boda.

1. Srednja vrijednost i varijanca Poissonove razdiobe ne moraju biti jednake. **Da Ne**
2. U teoriji prometa vrijedi: ako se dolasci korisnika ravnaju po Poissonovoj razdiobi međudolazno vrijeme se ravna po eksponencijalnoj. **Da Ne**
3. Uz pretpostavku o Poissonovim dolascima dva dolaska se mogu dogoditi tijekom vrlo malog vremenskog intervala. **Da Ne**
4. Brzina dolazaka uz Poissonovu razdiobu jednaka je srednjoj vrijednosti ekspnencijalne razdiobe međudolaznog vremena. **Da Ne**
5. Ako se dolasci ravnaju po Poissonovoj razdiobi tada će vremenski interval od pojave zadnjeg dolaska utjecati na vjerojatnost preostalog vremena do trenutka sljedećeg dolaska. **Da Ne**
6. Ako je vrijeme između uzastopnih dolazaka eksponencijalno tada je vrijeme između pojave svakog trećeg dolaska također eksponencijalno. **Da Ne**
7. Razdioba vremena čekanja je neovisna od discipline posluživanja kojom se selektiraju korisnici koji čekaju na posluživanje u redu čekanja. **Da Ne**
8. Za poslužiteljski sustav kod kojeg je ograničen maksimalni broj korisnika koji mogu pristupiti posluživanju treba očekivati da ima manje srednje vrijeme čekanja nego poslužiteljski sustav koji prihvaća sve pridošle korisnike. **Da Ne**
9. Kod poslužiteljskog sustava sa slučajnim dolascima korisnika srednje vrijeme čekanja tipičnog korisnika bit će manje ako se slučajno vrijeme posluživanja zamijeni s konstantnim vremenom posluživanja. **Da Ne**
10. Efektivna brzina dolaska poziva u poslužiteljski sustav nikad nije veća od brzine dolazaka iz samog izvora poziva. **Da Ne**
11. Ako znamo stacionarne vjerojatnosti broja korisnika u sustavu onda možemo izračunati sve osnovne mjere performansi poslužiteljskog sustava bez obzira na vrste razdioba koje opisuju dolaske i odlaske korisnika. **Da Ne**
12. U modelu posluživanja s jednim poslužiteljem stacionarno stanje je moguće dosegnuti nakon zadovoljavajuće dugog intervala samo ako je brzina dolazaka manja od brzine posluživanja osim kad je kapacitet spremnika (red čekanja) ograničen. **Da Ne**
13. U poslužiteljskom sustavu M/M/* izlaz (broj odlazaka) je Poissonov proces. **Da Ne**

14. Pretpostavimo da su u sustavu M/M/1 parametri λ i μ udvostručeni.
(a) Koliki je srednji broj korisnika u sustavu?
Nepromjenjen Prepolovljen Udvostručen
(b) Koliko je srednje vrijeme boravka korisnika u sustavu?
Nepromjenjeno Prepolovljeno Udvostručeno

15. Za svaku od sljedećih tvrdnji o vremenu posluživanja koje je modelirano eksponencijalnom razdiobom označite je li ispravna ili pogrešna.
(a) Očekivanje i varijanca vremena posluživanja uvijek su jednaki. **Točno Krivo**
(c) U sustavu sa c poslužitelja ($c > 1$), kad je točno c korisnika u sustavu, novi će dolazak imati očekivano vrijeme čekanja prije samog posluživanja $1/\mu$ vremenskih jedinica, pri čemu je μ srednja brzina posluživanja za svaki zauzeti poslužitelj. **Točno Krivo**

NUMERIČKI ZADACI

Postupak i rješenje napišite na odvojene papire.

16. **[5]** Korisnik dođe u sustav M/M/7/8 kad su svih sedam poslužitelja zauzeti. Kolika je vjerojatnost da će on bit poslužen prije barem jednog od sedam korisnika koji se već poslužuju?

17. **[5]** Vrijeme između dolaska tramvaja na stanicu ravna se po eksponencijalnoj razdiobi sa srednjom vrijednosti 10 minuta. Ako putnici dolaze na stanicu u slučajnom redosljedu koliko će tipični putnik prosječno čekati na tramvaj?

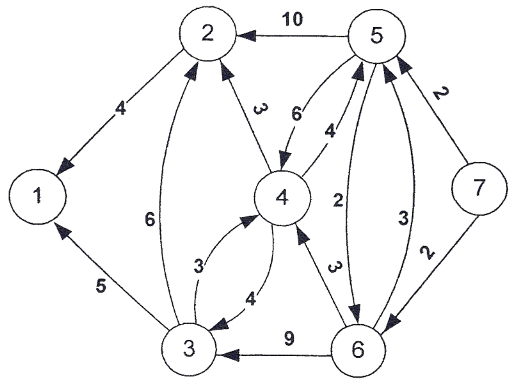
18. **[10]** Zadan je sustav $M/M/1$ u kojem je očekivano vrijeme čekanja 120 minuta a očekivani broj korisnika u sustavu 8. Odredite vjerojatnost da je vrijeme čekanja korisnika veće od 20 minuta.

19. **[15]** Zadan je proces rađanja i umiranja sa sljedećim parametrima: $\mu_n = 2$ ($n = 1, 2, \ldots$), $\lambda_0 = 3$, $\lambda_1 = 2$, $\lambda_2 = 1$ i $\lambda_n = 0$ za $n = 3, 4, \ldots$
(a) **[5]** Skicirajte pripadajući dijagram stanja (prijelaza);
(b) **[5]** Izračunajte p_0, p_1, p_2 i p_n ($n = 3, 4, \ldots$);
(c) **[5]** Izračunajte N, N_Q, T i W.

20. **[15]** Analizirajte sustav od dva poslužitelja kod kojeg sva vremena posluživanja imaju neovisnu i identičnu razdiobu sukladnu eksponencijalnoj razdiobi sa srednjom vrijednosti 10 minuta. Kad razmatrani korisnik dođe u sustav on nalazi oba poslužitelja zauzeta a u redu čekanja nema korisnika.
(a) **[5]** Kojom razdiobom vjerojatnosti možete opisati vrijeme boravka korisnika u sustavu (ukupno kašnjenje)? Kolika je srednja vrijednost te razdiobe.
(b) **[5]** Odredite očekivanje i varijancu za vrijeme boravka tog korisnika u sustavu.
(c) **[5]** Pretpostavite da taj korisnik nakon dolaska treba čekati dodatnih 5 minuta. Kako se mijenja srednja vrijednost i varijanca vremena boravka tog korisnika u odnosu na rezultat iz (b).

21. **[20]** Odredite stablo najkraćih putova (SPT) od svakog čvora do čvora 1 za graf na slici pomoću
(a) **[10]** algoritma Bellman-Ford i
(b) **[10]** algoritma Dijkstra.

Ispišite, ili nacrtajte, stanje mreže nakon ***svake*** iteracije, tj. jasno navedite u slučaju (a) vrijednosti D_i^{h+1} za sve iteracije h ($i = 1,\ldots,7$), odnosno u slučaju (b) vrijednosti D_j.



Korisne formule:

$$\sum_{n=0}^{N} x^n = \frac{1-x^{N+1}}{1-x}, \quad \text{za svaki } x \neq 1; \qquad \sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x}, \quad \text{za } |x| < 1$$

Poissonova razdioba: $P\{X = k\} = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, \; k = 0,1,2,\ldots$

Erlang-B: $B(c,a) = p_c = \frac{a^c}{c!} \left[\sum_{k=0}^{c} \frac{a^k}{k!} \right]^{-1}, \quad a = \frac{\lambda}{\mu}$

Erlang-C: $C(c,a) = P_Q = \sum_{n=c}^{\infty} p_n = \frac{a^c}{(c-1)!(c-a)} p_0, \quad p_0 = \left[\sum_{k=0}^{c-1} \frac{a^k}{k!} + \frac{a^c}{(c-1)!(c-a)} \right]^{-1}, \quad 0 \leq a < c$

M/M/1: $p_n = (1-\rho)\rho^n, \quad \rho = \frac{\lambda}{\mu} < 1$

$$N = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} = \frac{\rho}{1-\rho}, \qquad N_Q = \lambda W = \frac{\rho^2}{1-\rho}$$

$$T = \frac{N}{\lambda} = \frac{1}{\mu - \lambda}, \qquad W = T - \frac{1}{\mu} = \frac{\rho}{\mu - \lambda}$$

$$P\{T > t\} = e^{-t/T} \; (t \geq 0), \quad P\{W > t\} = \rho e^{-t/T} \; (t \geq 0)$$

M/M/c/K (ne treba u ovoj zadaći!):

$$\rho = \frac{\lambda}{c\mu} = \frac{a}{c}$$

$$1 \leq n \leq c: \quad p_n = \frac{1}{n!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n p_0 = \frac{(c\rho)^n}{n!} p_0$$

$$c < n \leq K: \quad p_n = \frac{c^c}{c!}\left(\frac{\lambda}{c\mu}\right)^n p_0 = \frac{c^c \rho^n}{c!} p_0$$

$$n > K: \quad p_n = 0$$

$$\rho \neq 1: \quad p_0 = \left[\sum_{k=0}^{c-1} \frac{(c\rho)^k}{k!} + \frac{(c\rho)^c}{c!} \left(\frac{1-\rho^{K-c+1}}{1-\rho} \right) \right]^{-1}$$

$$\rho = 1: \quad p_0 = \left[\sum_{k=0}^{c-1} \frac{(c\rho)^k}{k!} + \frac{(c\rho)^c}{c!} (K-c+1) \right]^{-1}$$