

# Komunikacijski sustavi

## Auditorne vježbe

Pojmovi i formule koji se koriste pri rješavanju zadataka:

- $B_N [Hz]$  - Idealna širina filtra, minimalna moguća širina pojasa potrebna za pr. podatka. Neostvariva je u praksi.
- $B = B_N (1 + \alpha) [Hz]$  - Realna širina filtra, dobiva se proširenjem minimalnog pojasa.  $\alpha$  se proširenje opisuje faktorom zaobljenja  $\alpha$ .
- $R_b = 2B_N [bit/s]$  - Brzina prijenosa podatka, odnosno bitova.
- $T_b = \frac{1}{R_b} [s]$  - Trajanje jednog bita.
- $\frac{R_b}{B} = \frac{R_b}{B_N(1+\alpha)} [bit/s/Hz]$  - Spektralna učinkovitost postupka. Za idealni filter ona iznosi 2, tako da će u praksi sa proširenim pojasom filtra to ovaj omjer dobiti broj manji od 2.

### Zadatak 1

$$N_{kanala} = 32$$

$$B_{kanala} = 64 \text{ kbit/s}$$

$$a) R_{ukupno} = ?$$

$$R_{uk} = N_{kanala} \cdot R_{kanala}$$

$$R_{uk} = 2048 \text{ kbit/s}$$

$$c) B_N = ?$$

$$R_{uk} = 2B_N$$

$$B_N = 1024 \text{ kHz}$$

$$b) T_b = ?$$

$$T_b = \frac{1}{R_{uk}}$$

$$T_b = 0,488 \mu s$$

$$d) B = ?$$

$$\alpha = 0,4$$

$$B = B_N (1 + \alpha)$$

$$B = 1433,6 \text{ kHz}$$

Zadatak 2

$$B = 75 \text{ kHz}$$

$$T_b = 10 \mu\text{s}$$

$$\alpha = ?$$

Faktor razobijanja odredjuje se iz razna

$$B = B_N (1 + \alpha)$$

pri čemu se  $B_N$  određuje iz:

$$B_N = \frac{R_b}{2} = \frac{1}{2T_b} = \frac{1}{2 \cdot 10 \cdot 10^{-6}} \Rightarrow B_N = 50 \text{ kHz}$$

$$\alpha = \frac{B}{B_N} - 1 \Rightarrow \alpha = 0,5$$

Zadatak 3

$$N_{\text{razina}} = 128$$

$$B = 12 \text{ kHz}$$

$$\alpha = 1$$

Kvaternarni binarni kod je takav kod koji ima više naponskih razina. Uz  $M$  naponskih razina, svakoj je razini pridruženo

$W = \log_2 M$  bitova. Za kvaternarni binarni kod  $M$  razina 4, pa je svakoj razini pridruženo dva bita. Detaljnije grafičko objašnjenje nalazi se u skicama sa predavanja.

Zbog toga što se za određenu naponsku razinu pojavljuju dva uzastopna bita, formula za minimalnu širinu pojasa filtra ima oblik

$$B_N = \frac{1}{4T_b}$$

$$a) R_b = ? \quad R_b = \frac{1}{T_b} \quad T_b = \frac{1}{4B_N} \quad B_N = \frac{B}{(1 + \alpha)}$$

$$B_N = 6 \text{ kHz} \quad R_b = 4B_N \Rightarrow R_b = 24 \text{ kbit/s}$$

$$b) \text{fuzorkovanje} = ? \quad N_{\text{bitova}} = \log_2 N_{\text{razina}} + 1$$

$$N_{\text{bitova}} = 8$$

Uzorkovanje se vrši u određenim diskretnim trenucima. U svakom trenutku u kojem

se izvrši uzorkovanje potrebno je 8 bita za opisivanje trenutne vrijednosti

analognog signala. Budući da je brzina kojom možemo prenositi podatke  $R_c = 24 \text{ kbit/s}$  treba je dozvoljena frekvencija uzorkovanja od:

$$R_b = N_{\text{bitova}} \cdot \text{fuzorkovanje} = 8 \cdot \text{fuzorkovanje} = 24 \text{ kbit/s}$$

Najniższa możliwa częstotliwość analogowego sygnału dobiera się z Shannonowskiej teoremy o przekazywaniu:

$$f_{\text{przekazywania}} = 2 \cdot f_{\text{max}}$$

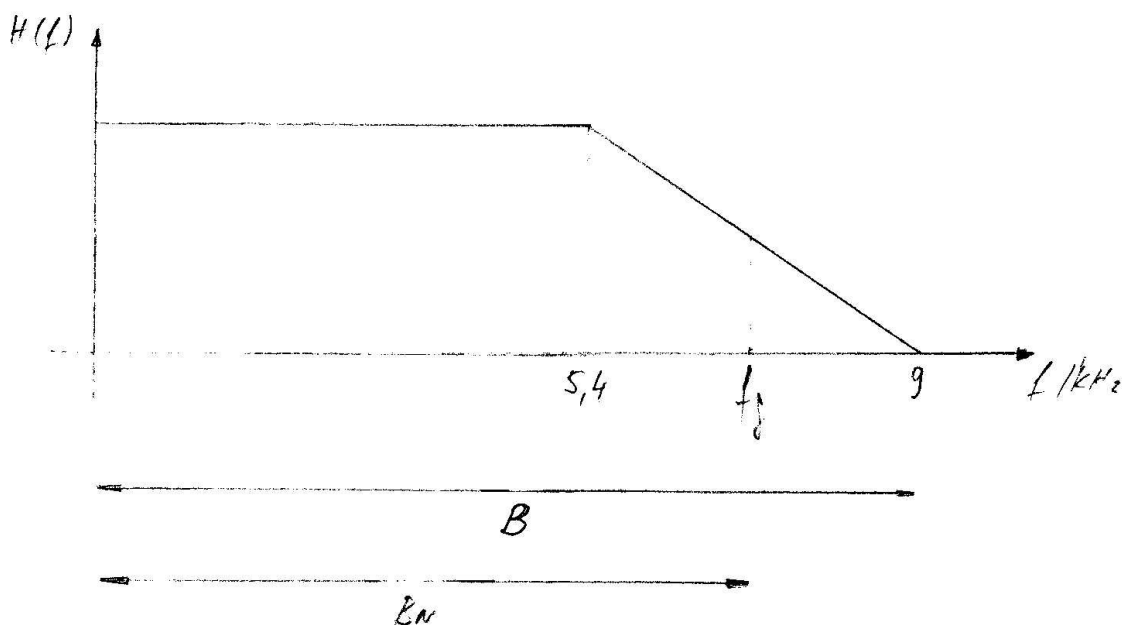
$$f_{\text{max}} = 1,5 \text{ kHz}$$

Zadanie 4

$$f_1 = 5,4 \text{ kHz}$$

$$f_2 = 9 \text{ kHz}$$

$$B = 9 \text{ kHz}$$



a)  $R_b = ?$      $R_b = 2B \log_2 2 = 2f_g$

główna granica częstotliwości odciętej  $\alpha$  oraz archimedejska średnia z obu granic częstotliwości

$$5,4 = f_g (1 + \alpha) \rightarrow \alpha = 5,4 / f_g - 1$$

$$9 = f_g (1 - \alpha) \rightarrow \alpha = 1 - 9 / f_g$$

zjednoczeniem formuły otrzymujemy:

$$\frac{5,4}{f_g} - 1 = 1 - \frac{9}{f_g} \Rightarrow \frac{1}{f_g} (9 + 5,4) = 2 \Rightarrow f_g = \frac{9 + 5,4}{2} \quad f_g = 7,2 \text{ kHz}$$

$$R_b = 2f_g \Rightarrow R_b = 14,4 \text{ kbit/s}$$

b)  $\frac{R_b}{B} = ?$

$$\frac{R_b}{B} = \frac{14,4}{9} = 1,6 \text{ bit/s/Hz}$$

### Zadatak 5

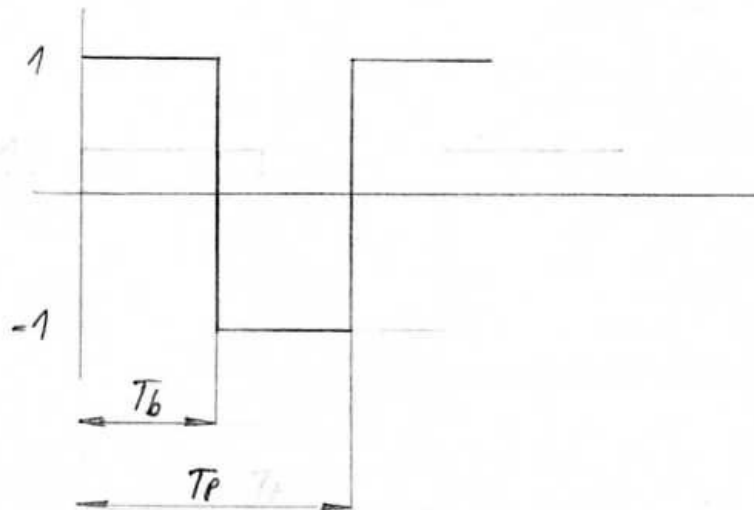
$$R_b = 200 \text{ kBit/s}$$

$$B_N = 400 \text{ kHz}$$

$$\alpha = 0,2$$

$$\frac{P_{12}}{P_{\text{uc}}} = ?$$

Izgled signala na ulazu filtra:



Fourierov red ulaznog signala

$$u(t) = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{2n-1} \sin\left(\frac{2(2n-1)\pi t}{T}\right)$$

Računa se:

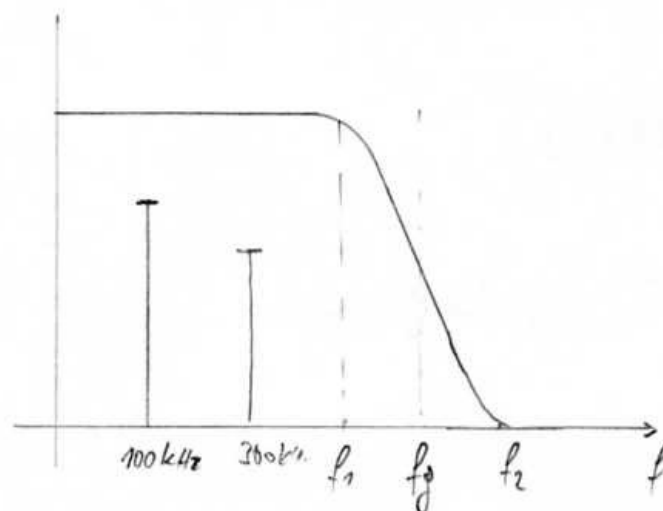
$$T_b = 1/R_b = 5 \mu\text{s}$$

$T_p$  - period signala

$$T_p = 2T_b = 10 \mu\text{s}$$

$$f_{\text{signala}} = 1/T_p = 100 \text{ kHz} - \text{frekvencija osnovnog harmonika ulaznog signala}$$

izgled frekvencijske karakteristike filtra



$$f_1 = f_0(1-\alpha) = 320 \text{ kHz}$$

$$f_2 = f_0(1+\alpha) = 480 \text{ kHz}$$

$$n=1:$$

$$u(t) = \frac{4}{\pi} \cdot \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \Rightarrow A_1 = \frac{4}{\pi}$$

$$n=2:$$

$$u(t) = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{1}{3} \sin\left(\frac{2 \cdot \pi t \cdot 3}{T}\right) \Rightarrow A_2 = \frac{4}{3\pi}$$

- frekvencija drugog harmonika je tri puta veća od prvog i unosi 300 kHz, i je unijet se uklazi u pojasu propuštanja

$$n=3:$$

$$u(t) = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{1}{5} \sin\left(\frac{2\pi t \cdot 5}{T}\right) \Rightarrow A_3 = \frac{4}{5\pi}$$

- frekvencija trećeg harmonika unosi 500 kHz, i kao takva se ne propušta i izlazi filtera.

$$P_{nl} = \frac{1}{2} (A_1^2 + A_2^2) = \frac{1}{2} \left( \frac{16}{\pi^2} + \frac{16}{9\pi^2} \right) = 0,9006 \approx 0,9$$

Ukupna snaga signala jednaka je:

$$P_{ul} = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{u_{ul}(t)^2}{R} dt \quad - \text{uz pojednostavljenje } R=1\Omega$$

$$P_{ul} = \frac{1}{T} \int_0^T u_{ul}^2(t) dt = 1$$

Prilazni odnos iznosi:

$$\frac{P_{ul}}{P_{nl}} = \frac{1}{0,9} \cdot 90\% \Rightarrow \frac{P_{ul}}{P_{nl}} = 90\%$$

Zadaci 6 i 7 su isto uvršćenje u formulu koji se uklaze u slojevitost za preduvanja.

$$L = 70 \log \frac{P_{ul}}{P_{nl}} \quad - \text{gubici signala}$$

$$A = 70 \log \frac{P_{nl}}{P_{ul}} \quad - \text{prijem signala}$$

### Zadatok 8

$$\frac{P_{12}}{P_{ul}} = ? \quad P_{12} = -7 + 10 - 3 + 10 + P_{ul}$$

$$P_{12} - P_{ul} = 10 \text{ /log} \Rightarrow 10 \log \frac{P_{12}}{P_{ul}} = 10 \Rightarrow P_{12} = 10 \cdot P_{ul}$$

### Zadatok 9

$$T = 17^\circ \text{C} = 290 \text{ K}$$

$$N_0 = kT = 1,3803 \cdot 10^{-23} \cdot 290$$

$$N_0 = ?$$

$$N_0 = 4 \cdot 10^{-21} \text{ W/Hz}$$

$$N_{0dB} = 10 \log N_0 \Rightarrow N_{0dB} = -204 \text{ dB W/Hz}$$

### Zadatok 10

$$T = 290 \text{ K}$$

$$N_0 = kTB =$$

$$B = 10 \text{ MHz}$$

$$N_{0dB} = 10 \log k + 10 \log T + 10 \log B$$

$$N_0 = ?$$

$$N_{0dB} = -228,6 + 24,62 + 70$$

$$N_{0dB} = -133,97 \approx -134$$

### Zadatok 11

$$B = 2,2 \text{ MHz}$$

$$C = ?$$

$$b) M = 16$$

$$C = 2B \text{ - kapacitet kanala bez suma}$$

$$W = \log_2 16 = 4$$

$$C = 4,4 \text{ Mbit/s}$$

- jednoumri rovnou pruhova je otjednou kombinacija od 4 lita

$$C = 2B \cdot \log_2 M$$

$$C = 17,6 \text{ Mbit/s}$$

zadatak 12

$$f_1 = 2,2675 \text{ GHz}$$

$$f_2 = 2,2725 \text{ GHz}$$

$$\frac{S}{N}_{dB} = 12,6 \text{ dB}$$

$$C = ?$$

$$C = B \log_2 \left( 1 + \frac{S}{N} \right)$$

$$B = f_2 - f_1 = 5 \text{ MHz}$$

$$\frac{S}{N}_{dB} = 10 \log \frac{S}{N} \Rightarrow 12,6 = 10 \log \frac{S}{N} / \text{log}^{-1}$$

$$\frac{S}{N} = 10^{1,26}$$

$$C = 5 \cdot 10^6 \log_2 (1 + 10^{1,26})$$

$$C = 21,314 \text{ Mbit/s}$$

Zadatak 13

$$R_b = 14,4 \text{ kbit/s} - \text{uz } p_E = 0,1 \quad \frac{E_{b1}}{N_0} = 5 \text{ dB}$$

$$R_b = ? - \text{uz } p_E = 0,01 \quad \frac{E_{b2}}{N_0} = 10 \text{ dB}$$

Iz zadatog grafa sledi: ako zelimo smanjiti mogućnost pogrešne detekcije na 0,01 moramo povećati omjer  $E_b/N_0$ . Budući da je snaga izlaza konstantna, mora se povećati vrijednost  $R_b$ .

rezultati su:

Zadatak nije riješen do kraja

$$10 \log \frac{E_{b2}}{E_{b1}} = 5 \text{ [dB]} \Rightarrow \frac{E_{b2}}{E_{b1}} \hat{=} 3$$

Zadatak 14

Izvor: 1112

1112 s diferencijalno kodiranim "1"  $\begin{matrix} & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$

1112 s diferencijalno kodiranim "0"  $\begin{matrix} & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{matrix}$