

ZADACI ZA KOJE JE PETOŠIĆ REKAO DA ĆE BITI NA ZI

4. Zadatak (gustoća energije šuma kvantizacije mijenjanjem broja bita)

Zavod za elektroakustiku



- ⇒ Zadan je linearni kvantizator s dinamičkim područjem $U_{VV}=2V$. Odrediti interval kvantizacije ako se koristi 1, 2, 4, 8-bitovna kvantizacija. Kolika je pogreška kvantizacije u zadanim slučajevima?
- a) Ako je frekvencija uzorkovanja $f_s=16\text{kHz}$ odrediti spektralnu gustoću snage kvantizacijskog šuma za slučajeve $b=1$ i $b=8$.
- b) Kolika je snaga šuma kvantizacije sadržana u osnovnom pojasu signala koji ima maksimalnu frekvenciju $f_{max}=8\text{kHz}$ za slučajeve $b=1$ i $b=8$?
- c) Kolika je spektralna gustoća snage šuma kod Nyquistovog pretvarača, a kolika uz primjenu naduzorkovanja uz $OSR=16$ i broj bitova $b=2$?
- d) Koliki je odnos signal šum uz naduzorkovanje $OSR=16$ i $OSR=64$ ako je pobuđeno cijelo dinamičko područje (sinusni signal)?

Rješenje

Zavod za elektroakustiku



- ⇒ $q=U_{VV}/(2^b-1)$, $q_1=2V$, $q_2=0.667V$, $q_4=0.133V$, $q_8=7.8\text{mV}$,
- ⇒ Max. pogreška kvantizacije je $:q_1/2$, $q_2/2$, $q_4/2$, $q_8/2$
- ⇒ a) $S_{1bit}(f)=q_1^2/(12 \cdot f_s)=0.208\mu\text{W/Hz}$, $S_{8bit}(f)=q_8^2/(12 \cdot f_s)=32.04\text{nW/Hz}$
- ⇒ b)
- $$N_{1bit} = \int_{-f_{max}/2}^{f_{max}/2} S(f) df = \frac{q_1^2}{12 \cdot f_s} \cdot 2 f_{max} = 0.333W, N_{8bit} = \int_{-f_{max}/2}^{f_{max}/2} S(f) df = \frac{q_8^2}{12 \cdot f_s} \cdot 2 f_{max} = 5.126\mu W$$
- ⇒ c) kod Nyquistovog je spektralna gustoća snage šuma kvantizacije:
 $S_{2bit}(f)=q_2^2/(12 \cdot f_s)=2.315\mu\text{W/Hz}$
- ⇒ kod pretvarača sa naduzorkovanjem: $F_s=OSR \cdot f_s$
- $$S(f) = \frac{q_2^2}{12 \cdot F_s}, F_s = 16 \cdot f_s, 2 \cdot f_c = f_s, S(f) = 0.144 \mu W / Hz$$
- $$N_{OSR=16} = \int_{-f_c}^{f_c} S(f) df = \frac{q_2^2}{12} \cdot \frac{2 \cdot f_c}{F_s} = \frac{q_2^2}{12} \cdot \frac{1}{OSR} = 3.1mW, S = \frac{A^2}{2} = 0.5W, A = 1$$
- $$N_{OSR=64} = \frac{q_2^2}{12} \cdot \frac{1}{64} = 0.5787 mW$$
- $$S / N_{OSR=16} [dB] = 10 \cdot \log_{10} \frac{0.5W}{3.1mW} = 22.06 dB$$
- $$S / N_{OSR=64} [dB] = 10 \cdot \log_{10} \frac{0.5W}{0.5787 mW} = 29.37 dB$$

Zadatak 1:

Zavod za elektroakustiku



⇒ PCM signal uzorkovan sa $f_s=44.1\text{kHz}$ i kvantiziran u 16 bitovnom kvantizatoru. Takav tok podataka dolazi na digitalni modulacijski sustav koji tok bitova pretvara u simbole prema 16-QAM postupku.

a) odrediti brzinu toka simbola u takvom sustavu.

b) odrediti koliki bi bio tok simbola kada bi se koristio 64-QAM i 8-PSK postupak?

Rješenje:

Zavod za elektroakustiku



a) Prvo izračunati tok bitova:

$$R_b = f_s \cdot 16 = 44.1\text{kHz} \cdot 16\text{bit} = 705.6\text{kbit/s}$$

Tok simbola ovisi o modulacijskom postupku to jest koliko bitova ulazi u jedan simbol, u razmatranom slučaju 4 bita ulaze u 16-QAM simbol, $R_s = R_b/4$.

b) 64 QAM: $R_{s1} = R_b/6 \text{ sym/s}$ (jer $2^6=64$)

8 PSK: $R_{s2} = R_b/3 \text{ sym/s}$ (jer $2^3=8$)

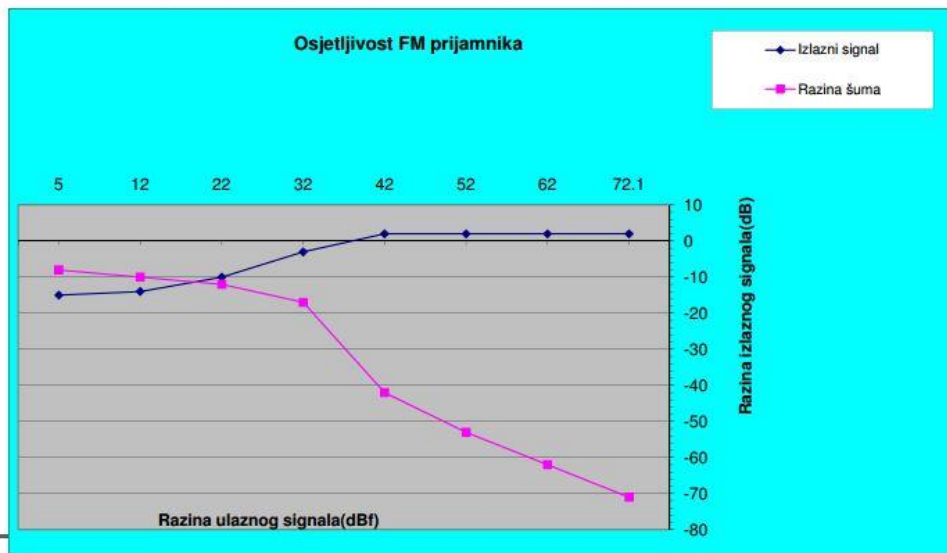
Vidi se **smanjenje toka podataka** (bitova u simbole),
 smanjenje potrebne širine pojasa kanala;

Zadatak 1.-osjetljivost

Zavod za elektroakustiku



- ⇒ izmjerena je karakteristika osjetljivosti FM prijamnika prema slici. Odrediti šumom određenu osjetljivost ($(S+S)/S=30\text{dB}$). Koju osjetljivost bi imao kvalitetniji prijamnik od ovoga? Izraziti razinu ulaznog signala u W.

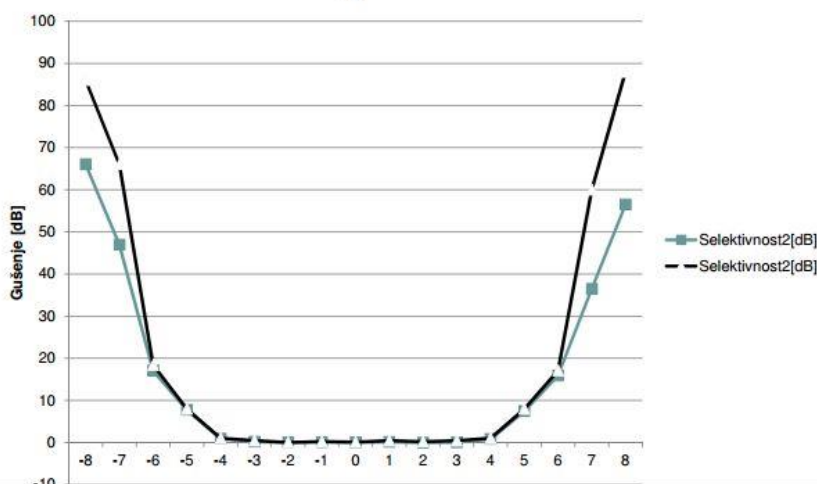


Zadatak 2.-selektivnost prijamnika

Zavod za elektroakustiku



- ⇒ Mjerena je selektivnost dva AM prijamnika. Koji od ova dva prijamnika bolje prigušuje frekvencije izvan pojasa propuštanja? Kolika je širina pojasa AM sustava i kako se to odražava na kvalitetu audiosignala?



Zadatak 1: Ekvivalenti napon, snaga i spektralna gustoća šuma

Zavod za elektroakustiku



- ⇒ odrediti RMS vrijednost napona šuma, snagu šuma u pojasu 1 MHz i spektralnu gustoću snage šuma na otporniku 50 Ω pri sobnoj temperaturi 20 °C.

$$v_{RMS} = 4 \cdot k \cdot T \cdot R \cdot B \rightarrow v_{RMS} = \sqrt{4 \cdot k \cdot T \cdot R \cdot B} = \sqrt{4 \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \cdot 293 \text{ K} \cdot 50 \Omega \cdot \sqrt{B}} = 0.9 \mu\text{V}$$

- ⇒ snaga šuma na prilagođenom teretu: $P_L = k \cdot T \cdot B = 4 \cdot 10^{-15} \text{ W}$
- ⇒ spektralna gustoća snage šuma: $\frac{P_L}{B} = N_0 = k \cdot T = 4 \cdot 10^{-21} \text{ W/Hz}$
- ⇒ odrediti ekvivalentnu temperaturu šuma otpornika ako je zadana spektralna gustoća snage u $N_0 = 5.52 \cdot 10^{-21} \text{ W/Hz}$ u pojasu 1 MHz.

$$N_0 = k \cdot T_e \rightarrow T_e = \frac{N_0}{k} = 400 \text{ K}$$

- ⇒ razmotriti dva otpornika sa termičkim šumom spojena u seriju, odrediti ekvivalentni RMS napon te otpor i temperaturu šuma;
- ⇒ razmotriti dva termička otpornika spojena u paralelu, odrediti RMS vrijednost napona šuma te ekvivalentnu temperaturu šuma;

Zadatak 4: Primjer sa bešumnim pojačalom, miješalom i RF pojačalom

Zavod za elektroakustiku

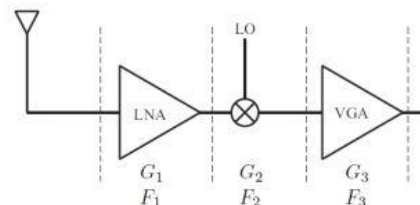


- ⇒ Zadano je $G_1 = 15 \text{ dB}$, $NF_1 = 1.5 \text{ dB}$, $G_2 = 10 \text{ dB}$, $NF_2 = 10 \text{ dB}$ i $G_3 = 40 \text{ dB}$, $NF_3 = 20 \text{ dB}$
- ⇒ iako sklopovi rade na različitim frekvencijama, ako su prilagođeni može se koristiti formula za ukupni faktor šuma;
- ⇒ potrebno je pretvoriti NF iz dB u apsolutne vrijednosti:

$$NF[\text{dB}] = 10 \cdot \log_{10} F \rightarrow F = 10^{\frac{NF}{10}} \rightarrow F_1 = 1.413, F_2 = 10, F_3 = 100$$

$$G_1[\text{dB}] = 10 \cdot \log_{10} G_1 \rightarrow G_1 = 10^{\frac{G_1[\text{dB}]}{10}} \rightarrow G_1 = 31.62, G_2 = 10, G_3 = 10^4$$

$$F_{uk} = 1.413 + \frac{10-1}{31.62} + \frac{100-1}{31.62 \cdot 10} = 2.01 \rightarrow 3.01 \text{ dB}$$



Zadatak 6. Minimalna razina detekcije korisnog signala

Zavod za elektroakustiku



- ⇒ Ako sustav prijamnika zahtijeva minimalni odnos signal šum $SNR_o = 10$ dB za detektiranje signala razine 1mV odrediti minimalnu razinu ulaznog signala uz zadani faktor šuma sustava od 10 dB (apsolutna vrijednost 10) . Pretpostaviti širinu pojasa $B = 10$ MHz.

$$F = \frac{SNR_i}{SNR_o} \rightarrow SNR_o = \frac{SNR_i}{F} = \frac{\frac{P_{min}}{N_s}}{F} \geq 10$$
$$P_{min} \geq 10 \cdot N_s \cdot F = 10 \cdot k \cdot T_0 \cdot B \cdot F$$
$$P_{min}[dB] = 10[dB] - 174dB + NF + 10 \cdot \log B$$

Za širinu pojasa koja se razmatra $B = 10$ MHz ispada da je minimalna razina snage signala koja je potrebna za ispravnu detekciju je:

$$P_{min}[dB] = 10dB - 174dB + 10dB + 70dB = -84dB$$

- ⇒ potrebno smaniti NF za smanjivanje minimalne ulazne detektabilne razine na prijamniku;
-

Ostatak zadatka iz predavanja slijedi u nastavku

1. Zadatak (spektar analognog i diskretnog signala)

Zadan je periodički signal oblika:

$$u(t) = 0,2 \cdot \cos(\omega_0 \cdot t) + 0,3 \cdot \cos(2 \cdot \omega_0 \cdot t) + 1 \cdot \cos(4 \cdot \omega_0 \cdot t) + 0,3 \cdot \cos(5 \cdot \omega_0 \cdot t)$$
$$F_0 = 200 \text{ Hz.}$$

- Odrediti maksimalnu frekvenciju signala.
 - Skicirati jednostrani i dvostrani amplitudni spektar signala ako se on uzorkuje frekvencijom $f_s = 1500 \text{ Hz}$ i $f_s = 3 \text{ kHz}$.
 - Pojavljuje li se u zadanim slučajevima preklapanje spektra? Ako da, naznačiti gdje.
 - Kako se rješava pojava preklapanja spektra u praksi?
-

Rješenje:

- ⇒ a) $f_{\max} = 1000 \text{ Hz}$
 - ⇒ b) skicirano na predavanju
 - ⇒ c) pojavljuje se u slučaju kada f_s nije veća od $2 \cdot f_{\max}$
 - ⇒ d) problem se rješava tako da se signal koji se uzorkuje ograniči u frekvencijskoj domeni da ne propušta komponentu veću od $f_s/2$.
-

2. Zadatak (Nyquistov pretvarač, snaga signala i šuma)

Zavod za elektroakustiku



Nyquistov A/D pretvarač radi sa 8 bitovnom kvantizacijom i dinamičko područje kvantizatora je od -2 do 2V.

- a) odrediti ukupan broj razina kvantizatora i interval kvantizacije.
 - b) Kolika je maksimalna pogreška kvantizacije?
 - c) Kolika je snaga šuma kvantizacije (mjerena na $R=1\Omega$)
 - d) Kolika je snaga signala (sinusni) koji pobuđuju cijelo područje kvantizatora?
 - e) Odrediti odnos signal šum uz sinusni signal koji pobuđuje cijelo i pola područja kvantizatora.
 - f) Koliki je tok podataka ako se uzorkovanje izvodi sa 44,1 kHz.
-

Rješenje:

Zavod za elektroakustiku



- a) $b=8$, $N=2^b-1$, $U_{vv}=4V$, $q=U_{vv}/N=15.7mV$;
 - b) Max. pogreška kvantizacije je $q/2$;
 - c) $N=q^2/(12 \cdot R)=2.0505 \cdot 10^{-5}W$;
 - d) $S_1=A^2/(2 \cdot R)=2W$, $S_{1/2}=(A/2)^2/(2 \cdot R)=0.5W$, $A=2V$ maksimalna amplituda sinusa
 - e) $S/N[dB]=10 \cdot \log_{10}(S/N)$;
 - f) $R=44100s^{-1} \cdot 8bit=352,8kbits/s$
-

3. Zadatak (tok podataka i decimiranje)

Zavod za elektroakustiku



- ⇒ Na ulaz digitalnog filtra za decimiranje dolazi tok binarnih podataka iz sigma-delta modulatora (1 bitovni pretvarač): 10110001100011001100 u ukupnom vremenu $t=1\mu s$. Koliki je tok podataka, a kolika frekvencija naduzorkovanja?
 - ⇒ ako se taj tok podataka dovodi na digitalni decimacijski filter (16:1) kolika je srednja vrijednost decimiranog uzorka?
 - ⇒ kolika je frekvencija uzorkovanja nakon decimiranja?
-

Rješenje

Zavod za elektroakustiku



- ⇒ tok podataka 20 bitova u $1\mu s$ $R=20/1*10^{-6}$ bit/s
 - ⇒ 1 bit traje $T_b=1/20*1\mu s$ i frekvencija naduzorkovanja je $F_s=1/T_b$;
 - ⇒ svakih 16 uzoraka se usrednjava:
 $1011000110001100 \rightarrow (1+0+1+1+0+0+0+1+1+0+0+0+1+1+0+0)/16=7/16$
 - ⇒ frekvencija uzorkovanja nakon decimiranja je $F_s/16$.
-

5. Zadatak (rezolucija jednobitovnih pretvarača sa naduzorkovanjem i decimacijom i u sporedba sa Nyquistovim pretvaračima)

Usporediti rezoluciju A/D sustava koji radi na principu Nyquistovog pretvarača sa kvantiziranjem apsolutne razine uz 4 bita i sigma delta pretvarača koji radi na principu 1 bitovne kvantizacije (razlike ulaznog i prije kvantiziranog signala) i uz filter za decimiranje 16:1.

Rješenje:

-
- ⇒ pretpostavimo da je dinamičko područje isto kod oba dva sustava $U_{vv}=1V$,
 - ⇒ Interval kvantizacije (rezolucija) je kod Nyquistovog sa 4 bitovnom kvantizacijom $q_{4bit}=U_{vv}/(15)=1/15$, $q_{1bit}=U_{vv}/(1)=1$
 - ⇒ Kod pretvarača sa naduzorkovanjem 16 bitova se u filteru za decimiranje pretvara u 1 uzorak, minimalna vrijednost tog uzorka ako je tok na ulazu u filter 1000000000000000
 - ⇒ 1/16 i to predstavlja bolju rezoluciju od 1/15 (Nyquistovih pretvarača)
-

6. Zadatak (problem rekonstrukcije analognog signala iz digitalnog)

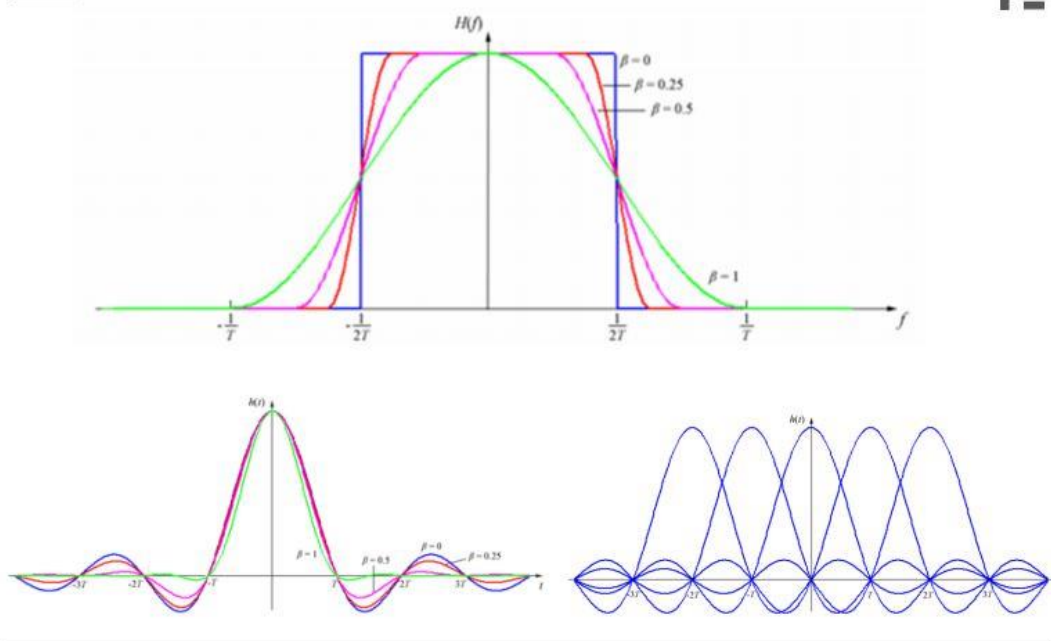
Zavod za elektroakustiku



- ⇒ U rekonstrukciji digitalnog signala (koji zauzima širok frekvencijski pojas) koristi se propuštanje kroz niskopropusni filter sa zadanom gornjom graničnom frekvencijom. Odrediti maksimalnu brzinu toka podataka (idealnih Diracovih impulsa) u takvom sustavu da ne dođe do interferencije među impulsima.
- ⇒ Rješenje: ako se promatra impulsni odziv idealnog niskopropusnog filtra onda se vidi da Diracovi impulsi koji reprezentiraju digitalni signal (matematika) ne smiju dolaziti prebrzo jedan za drugim već točno određenom brzinom koja ovisi o graničnoj frekvenciji NF filtra za oblikovanje impulsa;
- ⇒ ako dolaze prebrzo onda se javlja intersimbolna interferencija (ISI)

Rješenje (Diracov impuls kroz NF filter)

Zavod za elektroakustiku

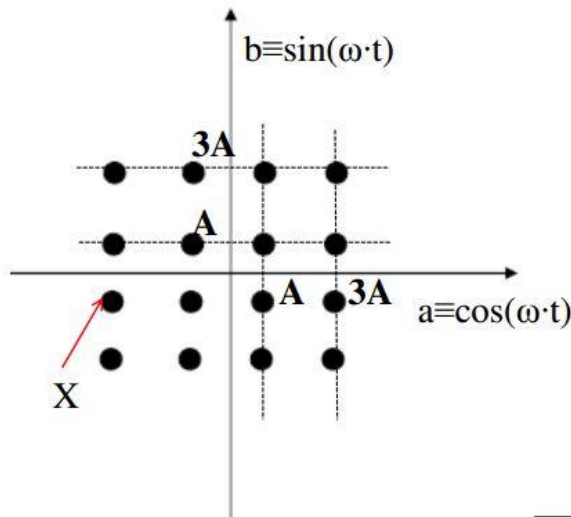


Zadatak 2

Zavod za elektroakustiku



- ⇒ Tok bitova $R_b = 16 \text{ Mbits/s}$ dolazi na sustav koji radi na principu 16-QAM modulacijskog postupka.



Ako su zadane amplitude kofaznih komponenti, odrediti minimalni razmak između simbola (d_{\min}) u konstelacijskom dijagramu, odrediti sve moguće magnitude i faze signala nosioca. Koliki je tok simbola u takvom sustavu?

Napisati izraz za signal u vremenu trajanja simbola X ako je frekvencija nosioca f_c .

Rješenje:

Zavod za elektroakustiku



- ⇒ $d_{\min} = 2A$, magnituda signala šuma ne smije biti veća od pola te vrijednosti da se vrijednost simbola ne promijeni;
- ⇒ magnitude i faze: iz trigonometrije pravokutnog trokuta;
- ⇒ tok simbola je usporeni tok bitova $R_s = R_b/4 = 4 \text{ Msym/s}$;
- ⇒ za vrijeme trajanja simbola X signal nosioca je oblika:

$$s(t) = A_x \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f_c \cdot t - \phi_x), A_x = \sqrt{9A^2 + A^2} = A \cdot \sqrt{10}$$

$$\phi = \arctg\left(\frac{A}{3A}\right) = \arctg(1/3) = 18.45^\circ, \text{ treci kvadrant}, \phi_x = 180^\circ + 18.45^\circ = 198.45^\circ$$

- ⇒ minimalni razmak između simbola (d_{\min}) u konstelacijskom dijagramu (bitan parametar koji određuje magnitudu šuma i njegov utjecaj na pogrešno detektiranje simbola);
- ⇒ prosječna snaga svih simbola;
- ⇒ broj bita po simbolu;
- ⇒ za istu prosječnu snagu i broj bita po simbolu (M) se želi maksimizirati d_{\min}
- ⇒ za isti d_{\min} i M želimo smanjiti prosječnu snagu;

Zadatak 4:

Zavod za elektroakustiku



-
- ⇒ 1 bitovni sigma delta-modulator daje tok podataka na izlazu od 6.4Mbit/a. Za dobivanje PCM signala koriste se tri digitalna decimacijska filtra u kaskadi sa 4:1 decimacijom.
- a) Koliki je tok podataka (PCM signala) na izlazu iz takvog sklopa ?
 - b) Ako se takav PCM signal dovodi na 64-QAM modulator koliki je tok simbola na izlazu iz takvog modulatora?
 - c) Nakon demodulatora se IFFT postupkom u $N=128$ točaka kompleksni signali pretvaraju u realni signal (OFDM prijenos). Koliki je tok simbola u OFDM postupku?
 - d) Koliko se smanji ukupni tok podataka na početku do izlaza iz IFFT sklopa?
 - e) Objasnite što to znači za komunikacijski kanal?
-

Rješenje:

Zavod za elektroakustiku



-
- ⇒ 1-bitovni signal se decimira (usrednjava sa $4 \cdot 4 \cdot 4$ decimacijom);
- ⇒ znači 6.4Mbit/s se dijeli sa 64 da bi se dobio tok podataka od 100kbit/s (PCM, Nyquist);
- ⇒ taj tok podataka se usporava jer se bitovi za kodiranje PCM signala pretvaraju u simbole (6 bitova u 1 simbol kod 64 QAM-a) tako da je tok simbola $R_s = 100/6 \text{ sym/s}$
- ⇒ ako se još taj tok raspoređuje na N podnosoca onda se taj tok podataka još usporava $R_s' = R_s/N = 100/6/128 \text{ sym/s}$
- ⇒ usporeni tok podataka zahtjeva manju širinu pojasa kanala ili drukčije gledano uz istu širinu kanala može se prenijeti veći tok podataka (bitova).
-

Primjer 2:

Zavod za elektroakustiku



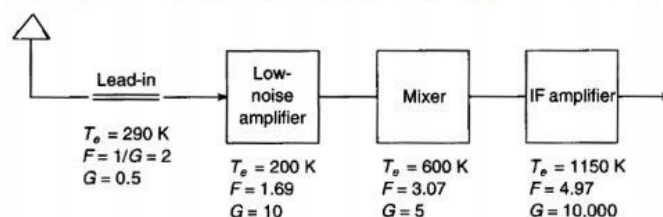
- ⇒ Kodirati ulazni tok uzoraka $X=[4\ 5\ 6\ 6\ 2\ 5\ 4\ 4\ 1\ 4\ 4]$ sa nizom simbola $V=[0\ 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6]$. Odrediti vjerovatnosti pojavljivanja pojedinih uzoraka. Izračunati entropiju signala X . Predložiti mapiranje uzoraka u simbole (svakom uzorku jednaki ili nejednaki broj bitova);
- ⇒ Koliki je broj bitova po simbolu ako se odabere jednaki ili nejednaki broj bitova po simbolu?

Zadatak 5: Prijamnik sa dugačkim kabelom

Zavod za elektroakustiku



- ⇒ odrediti ukupni faktor šuma sustava prema slici:



- ⇒ primijetiti da je ulazna linija s gubicima atenuator s $G=0.5$ to jest $F_1=1/G_1$
- ⇒ ukupna vrijednost faktora šuma: $F=3.95$.
- ⇒ Kolika je ekvivalentna temperatura šuma cijelog sustava prijamnika?
- ⇒ predložiti kako bi smanjili ukupni faktor šuma i kakav je doprinos međufrekvencijskog pojačala u ukupnom faktoru šuma (zamijeniti LNA i kabel).

Zadatak 7: Odrediti odnos korisnog signala i šuma u geostacionarnoj vezi

Zavod za elektroakustiku



⇒ Ako radio-veza radi na frekvenciji $f=400$ MHz te je udaljenost satelita i površine zemlje $d=35\,800$ km, a snaga odašiljača (električna) $P_t=10$ dBW, dobitak odašiljačke antene $G_t=1$ dB, dobitak prijamne antene $G_r=22$ dB a temperatura šuma pojačala na satelitu je $T=200$ K. Odrediti raspoloživu snagu na prijamniku te odrediti omjer SNR ako se koristi modulacijski postupak BPSK-a sa 2400 bit/s a spektralna korisnost tog postupka je 1 bit/s/Hz. Napomena: Kod modulacijskog postupka dolazi do proširenja pojasa sa faktorom 2 (lijevi i desni bočni pojas oko nosioca) pa je ukupna širina pojasa 4800 Hz.

Riješenje zadatka 7

Zavod za elektroakustiku



Snaga odašiljača	10 dBW
Dobitak odašiljačke antene	1 dB
Gubici u kablovima odašiljača...	-1 dB
Odaslana snaga	10 dBW
Gubici u slobodnom prostoru	-176 dB
Dobitak prijamne antene	+22 dB
Gubici u kablovima na prijamniku	-1 dB
Snaga na prijamniku	-145 dBW
Margina zbog "fadinga"	-3 dB
Minimalna razina snage	-148 dBW

Snaga šuma $N=k \cdot T \cdot B$ gdje je $B=4800$ kHz zbog 100% proširene širine impulsa (Nyquistov kriterij) $P_s=(1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K})(100 \text{ K})(4800 \text{ Hz})=6.6 \times 10^{-18} \text{ W}=-171.8 \text{ dBW}$. Kako je snaga signala ustvari snaga nosioca signala $C=-148 \text{ dBW}$ a snaga šuma $N=-171.8 \text{ dB}$ onda je omjer $C/N=24 \text{ dB}$, najlošiji planirani odnos signal šum u ovoj radio-vezi? Razmotriti što se dogodi ako se tok podataka poveća na 24 kbit/s ? (poveća se širina pojasa i snaga šuma u tom pojasu):

Zadatak 8:

-
- ⇒ Usporediti odnose C/N prema E_b/N_0 za "link" iz prethodnog zadatka.
 - ⇒ Razmotriti slučaj kada se koristi QPSK modulacijski postupak i tokom podataka od 10 Mbit/s;
 - ⇒ u QPSK postupku je spektralna korisnost 2 bit/s/Hz. To znači 0.5 Hz /bit/s. Ako se uzmu dvije strane oko nosioca ispadne da je širina pojasa ovakvog signala 10 MHz i u tome pojasu se nalazi šum spektralna korisnost je već izračunata pretvaranjem bitova u simbole).
 - ⇒ što bi se dogodilo ako bi se koristio 16 QAM modulacijski postupak sa spektralnom korisnošću 4 bit/s/Hz.
-

To je to što se tiče zadataka...

Ako netko zna riješiti zadatke koji ovdje nemaju rješenja, neka pošalje rješenja na mail.

Također, bilo bi dobro imati riješene one zadatke s pripreme od zadnjeg labosa pa, Luka ti si se ponudio :)